F 1736

1969 AUG 22

REFERÁLVA

STUDII ȘI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ȘI ELECTROTEHNICĂ

Good.

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 1—238, București, 1969

Comitetul de redacție

Acad. REMUS RĂDULEȚ, *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România, *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Dr. ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU
Dr. ing. ECATERINA ARIE, *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție pe adresa BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

Tomul 19, nr. 1 — 1969

SUMAR

Termoenergetică şi termodinamică

V. V. GHIA, C. JIANU, Calculul coeficientului de debit la injectoarele cu cameră de turbionare şi retur frontal 3

I. IORDACHE, Stabilitatea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite pe pereţi 13

D. GRECOV, EL. GUŢU-DĂMĂCEANU, Modelarea proceselor de stabilizare a flăcărilor difuzive în cazul jeturilor încrucişate 25

S. FAUR, S. MANEA, I. MINEA, C. A. VASILESCU, Influenţa unor valori ale indicilor de calitate ai motorinelor asupra comportării acestora în motorul Diesel 39

V. PIMSNER, Consideraţii privind stabilirea performanţelor turbinei cu gaze în circuit închis 57

C. A. VASILESCU, N. STOICA, Cercetări privind unele procese termice din motoarele cu aprindere prin scînteie prevăzute cu cameră de ardere în piston . . . 65

C. HAIDUC, P. VIDICAN, Metoda şi rezultatele analizei termodinamice a ciclurilor centralelor nuclearo-electrice cu reactori răciţi cu gaz 77

Electroenergetică şi electrotehnică

I. R. CIRIC, Ecuaţii integrale ale cîmpului magnetic staţionar sau cvasistaţionar. . 99

P. MANOLESCU, Cîmpul magnetic şi inductivităţile înfăşurărilor transformatorului cu miez toroidal 113

P. OPRIŞAN, Atenuarea pendulaţiilor rotorului motorului sincron la funcţionarea în regim de sarcină variabilă periodic 135

AL. FRANSUA L. CONSTANTINESCU, Contribuţii la studiul motorului universal cu colector 149

C. SAAL, Cu privire la teoria vibratorului electromagnetic reactiv elementar . . . 163

C. APETREI, Interdependenţa între parametrii şi caracteristicile de funcţionare în maşinile asincrone 181

I. ADĂMUŢ, Consideraţii asupra preciziei modelării analogice prin metoda diferenţelor finite a ecuaţiilor de propagare pe o linie electrică 199

M. VARTOLOMEI, Asupra bilanţului de timp al calculatorului industrial. 217

Note

H. CRISTEA, Tratarea informaţiei privind structura topologică şi parametrică a reţelei electroenergetice 225

* * * Material documentar 233

St. cerc. energ. electr., Tom 19, Nr. 1 p. 1 — 238, 1969

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

CALCULUL COEFICIENTULUI DE DEBIT LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE ȘI RETUR FRONTAL

DE

V. V. GHIA ȘI C. JIANU

621.69

Lucrarea propune metoda de calcul și o relație criterială pentru obținerea coeficientului real de debit ξ la injectoarele mecanice cu cameră de turbionare și retur frontal. Valorile coeficientului ξ obținute experimental au fost prelucrate prin aplicarea teoremei π.

1. GENERALITĂȚI

Datorită importanței economice deosebite, realizarea arderii intensificate a păcurilor inferioare la un exces de aer cît mai redus și într-un domeniu larg de variație a debitului de combustibil, constituie obiectul a numeroase cercetări. Rezolvarea problemei necesită în primul rînd construirea unor tipuri adecvate de arzătoare și implicit pulverizatoare de păcură pentru cazanele și cuptoarele industriale.

Dintre pulverizatoarele adecvate în numeroase cazuri, pot fi avantajoase injectoarele mecanice sub presiune cu cameră de turbionare și retur.

La acestea, în camera de turbionare se introduce un debit de combustibil mai mare decît debitul pulverizat prin diuză, astfel că o parte din cumbustibil este returnat în rezervorul de alimentare.

Pentru construcțiile existente [1]—[4] returul combustibilului se efectuează :

— prin unul sau mai multe orificii amplasate pe peretele camerei de turbionare opus diuzei ;

— dintr-o zonă alăturată diuzei ;

— la intrarea în camera de turbionare.

Se poate funcționa la debitul maxim pulverizat, cu returul complet sau parțial închis.

La aceste injectoare care necesită un consum de energie sensibil mai redus ca la pulverizarea cu agent auxiliar, o dată cu scăderea debitului pulverizat, unghiul de pulverizare se măreşte, iar finețea de pulverizare se micşorează. Aceste din urmă caracteristici constituie dezavantaje funcţionale a căror înlăturare se impune. Experimentările au arătat [5] că se pot obţine importante îmbunătăţiri în acest sens, dacă returul combustibilului se efectuează prin o serie de orificii plasate la finele porţiunii cilindrice a camerei de turbionare pe suprafaţa acesteia.

Se realizează astfel un tip de injector mecanic cu cameră de turbionare cu retur *frontal*, despre care literatura de specialitate nu ne furnizează date.

De aceea lucrarea, dezvoltînd teoretic metoda de calcul a coeficientului de debit real ξ, îşi propune să stabilească o relaţie criterială pentru calculul lui ξ, valabilă într-o serie de cazuri care pot apărea în folosirea practică a injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare şi retur frontal.

Valorile coeficientului ξ obţinute experimental au fost prelucrate criterial prin aplicarea teoremei π.

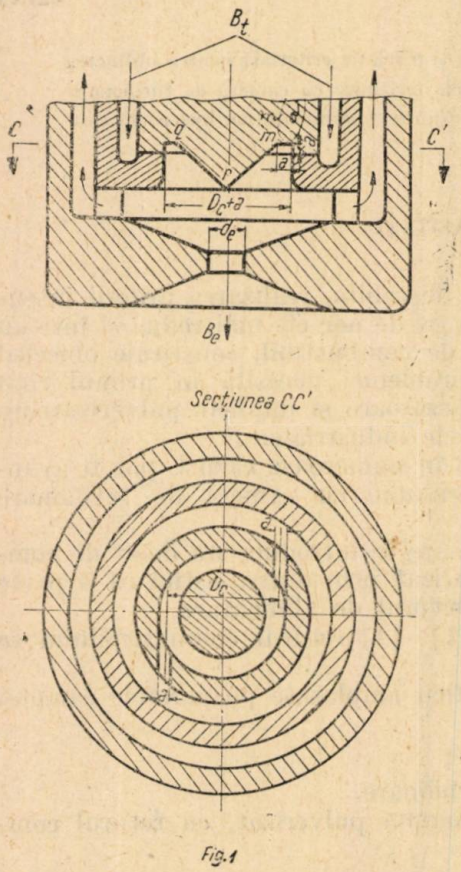


Fig. 1. — Schiţa injectorului cu cameră de turbionare şi retur frontal.

2. CONDIŢIILE DE EXPERIMENTARE

În figura 1 se prezintă schiţa tipului de injector experimentat. Combustibilul intră în camera de turbionare avînd diametrul $D_c + a$ prin $z = 2$ ajutaje tangenţiale avînd secţiunea de scurgere patrată cu latura $a = 2$ mm. Returul combustibilului se realiza de la finele porţiunii cilindrice a camerei de turbionare, prin o serie de orificii amplasate în peretele acesteia.

Lichidul pulverizat este refulat prin diuza cu diametrul d_e. Pentru îmbunătăţirea condiţiilor de scurgere, în camera de turbionare s-a amplasat proeminenţa tronconică solidară cu peretele opus diuzei şi avînd diametrul $D_c - a$, iar înălţimea egală cu lungimea generatoarei porţiunii cilindrice a camerei de turbionare.

Experimentările s-au efectuat cu injectoare la care $D_c = (8-16)\ 10^{-3}$ m şi $d_e = (2-3)\ 10^{-3}$ m, astfel că s-a variat raportul $\frac{D_c}{d_e} = 2{,}665-8$, iar presiunea de injecţie $p_i \approx 15-25\ \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$.

Lichidele pulverizate au fost apa şi două amestecuri de glicerină cu apă (lichidele *M* şi *N*), astfel că în timpul experimentărilor, viscozitatea dinamică μ a variat de la 1°E pînă la circa 2,5°E. Pentru lichidele *M* şi *N*, în figura 2 se prezintă variaţia cu temperatura *t*, a viscozităţii

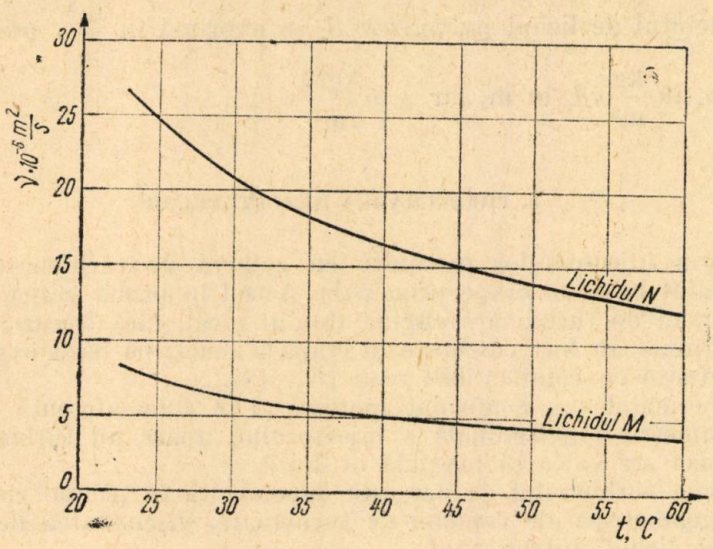


Fig. 2. — Influenţa temperaturii asupra viscozităţii cinematice pentru lichidele *M* şi *N*.

cinematice ν, iar în tabela 1, se dau valorile tensiunii superficiale σ ale aceloraşi lichide, la cîteva temperaturi.

Tabela 1

Lichidul	*M*			*N*			Apă
t, °C	41	46	53	40	50	60	23
$\sigma, \frac{kgf}{m}$	$5,91.10^{-3}$	$5,69.10^{-3}$	$5,59.10^{-3}$	$5,96.10^{-3}$	$5,8.10^{-3}$	$5,56.10^{-3}$	$7,38.10^{-3}$

În timpul experimentărilor, variaţia masei specifice cu temperatura a fost redusă astfel că pentru prelucrarea rezultatelor s-au luat valorile medii din tabela 2.

Tabela 2

Lichidul	Apă	*M*	*N*
$\rho, \frac{kgf\ s^2}{m^4}$	102	124	125,6

Valoarea coeficientului de debit s-a obţinut din relaţia

$$\xi = 0{,}904 \frac{B_e}{d_e^2} \sqrt{\frac{\rho}{p_i}}, \tag{1}$$

în care debitul de lichid pulverizat B_e se exprimă în $\frac{m^3}{s}$, presiunea de injecţie p_i în $\frac{kg}{m^2}$, d_e în m, iar ρ în $\frac{kgf\,s}{m^4}$.

3. PRELUCRAREA REZULTATELOR

Teoria injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare şi retur s-a dezvoltat în două etape principale. Astfel în prima etapă s-a admis că în camera de turbionare circulă fluidul ideal, fără frecări, iar rezultatele obţinute au fost corectate în etapa a doua, pe baza experimentărilor efectuate cu combustibili reali [6]—[8].

Experienţele au confirmat ipoteza că în zona aferentă diuzei, pe axa de simetrie longitudinală a injectorului, apare un turbion de aer, a cărui rază are valoarea maximă în diuză.

Forma turbionului de aer este dependentă în primul rînd de elementele geometrice ale camerei de turbionare, viscozitatea lichidului şi debitul de lichid pulverizat.

Prin diuză se scurge o peliculă de lichid care se dezvoltă în continuare fărîmiţîndu-se în picături fine pe conturul unui hiperboloid de rotaţie.

Pe baza teoriei fluidului ideal se poate deduce valoarea coeficientului de debit ideal

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\psi^2} + \frac{A^2}{b^2(1-\psi)}}}, \tag{2}$$

unde:

$$A = \frac{\pi D_c d_e}{4 S_t}; \quad \psi = 1 - \left(\frac{r_a}{r_e}\right)^2; \quad b = \frac{B_e}{B_t};$$

S_t — reprezintă aria secţiunii de scurgere a ajutajelor prin care lichidul este introdus tangenţial în camera de turbionare (m^2);

r_a — raza maximă a turbionului de aer din diuză (m);

r_e — raza diuzei (m);

B_t — debitul total de lichid introdus tangenţial în camera de turbionare $\left(\frac{m^3}{s}\right)$.

Relaţia dintre caracteristica geometrică a camerei de turbionare A, coeficientul de umplere al diuzei ψ şi raportul de recirculare b, se obţine sub forma

$$A = \frac{\sqrt{2}\, b(1-\psi)}{\psi\sqrt{\psi}}. \tag{3}$$

Datorită în special frecărilor care apar la lichidele reale, coeficientul de debit real ξ va fi mai mare decît coeficientul de debit teoretic. Coeficientul ξ se poate determina precis numai pe cale experimentală. Pentru a se da posibilitatea generalizării și a se micșora numărul experimentărilor, este necesar ca rezultatele obținute să fie prelucrate sub forma criterială.

Considerînd factorii principali care influențează valoarea coeficientului real de debit în experimentările efectuate, se poate scrie

$$\xi = f(b, \xi_0, D_c, d_e, \mu, \sigma, \rho, w)\ldots, \tag{4}$$

unde viteza echivalentă de scurgere a lichidului prin diuză

$$w = \frac{B_e}{0{,}786\, d_e^2}, \quad \text{iar } \mu = \rho\nu\left(\frac{\text{kgf s}}{\text{m}^2}\right).$$

Folosind teorema π, funcția (4) se poate înlocui prin relația criterială

$$\frac{\xi}{\xi_0} = F\left(b, \frac{D_c}{d_e}, \text{Re}, \pi_1\right) \tag{5}$$

unde :

$$\text{Re} = \frac{\rho w d_e}{\mu} \text{ și } \pi_1 = \frac{\rho\sigma d_e}{\mu^2}.$$

Din figura 3 în care se prezintă rezultatele experimentale obținute la funcționarea cu apă a injectoarelor menționate la paragraful 2, într-o primă aproximație se poate scrie că

$$\log\left[\frac{\xi_0}{\xi}\left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{0,3} \pi_1^{0,25}\ n^{-0,4}\right] = -\,C_1 \log \text{Re} + C_2\ldots, \tag{6}$$

unde C_1 și C_2 sînt niște constante, iar $n = b$.

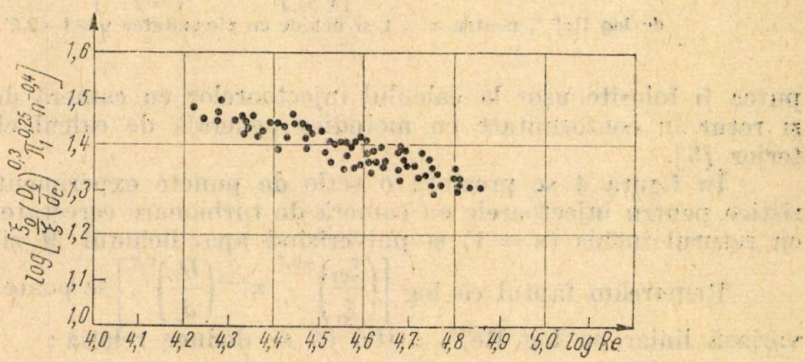


Fig. 3. — Punctele experimentale obținute la funcționarea injectoarelor cu apă pentru $0{,}28 < n < 1$.

La concluzii similare se ajunge și din prelucrarea rezultatelor experimentale obținute pentru lichidele M și N.

Întrucît de cele mai multe ori regimul de referinţă pentru care debitul de combustibil pulverizat este maxim corespunde la $n = 1$, vom exprima raportul $\frac{\xi_0}{\xi}$ funcţie de caracteristicile scurgerii la acest regim. În acest mod rezultatele obţinute vor avea o precizie mai mare şi vor

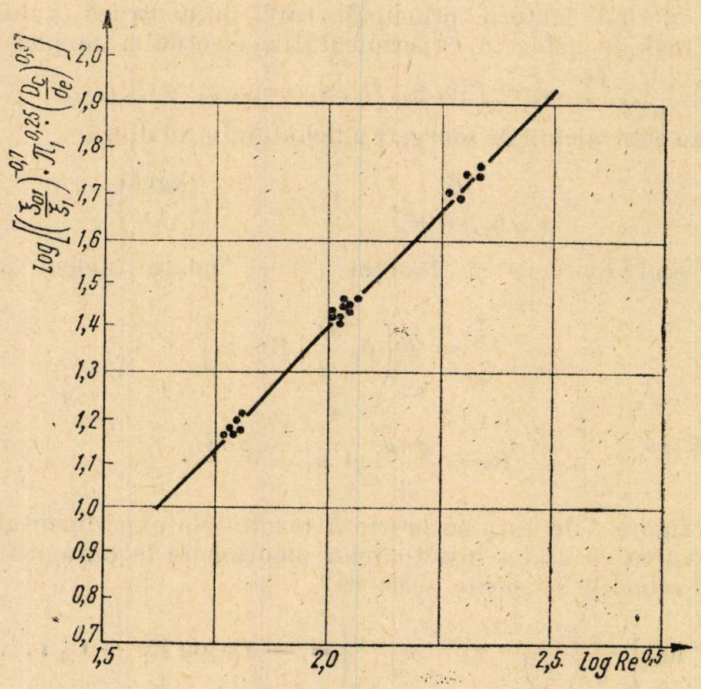


Fig. 4. — Variaţia mărimii $\log\left[\left(\frac{\xi_{01}}{\xi_1}\right)^{-0,7}\pi_1^{0,25}\left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{0,3}\right]$ în funcţie de $\log Re_1^{0,5}$, pentru $n = 1$ şi lichide cu viscozitatea $\nu = 1-2,5°E$.

putea fi folosite uşor la calculul injectoarelor cu cameră de turbionare şi retur în conformitate cu metodica generală de calcul elaborată anterior [5].

În figura 4 se prezintă o serie de puncte experimentale caracteristice pentru injectoarele cu cameră de turbionare cercetate funcţionînd cu returul închis ($n = 1$) şi pulverizînd apa, lichidul M şi lichidul N.

Remarcăm faptul că $\log\left[\left(\frac{\xi_{01}}{\xi_1}\right)^{-0,7}\pi_1^{0,25}\left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{0,3}\right]$ se poate considera că variază liniar cu $\log Re_1^{0,5}$, astfel că se deduce relaţia:

$$k = \frac{\xi_{01}}{\xi_1} = 11,21\ Re_1^{-0,76}\ \pi_1^{0,357}\left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{0,429}, \qquad (7)$$

în care Re_1, ξ_{01}, ξ_1 sînt valorile criteriului Reynolds, coeficientului de debit teoretic şi coeficientului de debit real, pentru $n = 1$.

Ţinînd seama de expresiile criteriilor Re_1 şi π_1 din relaţia (7) se poate deduce că viscozitatea are o influenţă redusă asupra raportului $\frac{\xi_{01}}{\xi_1}$. În primul rînd influenţează diametrul diuzei d_e şi apoi diametrul camerei de turbionare D_c.

Expresia mărimii k_1 este valabilă pentru $3880 < Re_1 < 48100$; $380 < \pi_1 < 217\,000$; $1 \leqslant \nu \leqslant 2{,}5°$ E; $\frac{D_c}{d_e} = 5{,}33 - 8$; $3{,}14 < A < 4{,}72$ şi $D_c \approx 12 - 16$ mm.

Influenţa funcţionării cu returul deschis poate fi introdusă cu suficientă precizie prin factorul de recirculare n. Astfel coeficientul de debit ξ la un anumit n, se obţine din relaţia

$$\xi = \frac{1}{k} n^{-0{,}235} \xi_0, \tag{8}$$

care arată că $\frac{\xi_0}{\xi}$ scade o dată cu scăderea raportului n, adică o dată cu micşorarea debitului de lichid pulverizat.

În figura 5 şi figura 6 se prezintă o serie de rezultate experimentale caracteristice, pentru apă şi amestecul glicerină-apă care arată că puterea 0,235 adoptată pentru raportul n, grupează punctele experimentale în jurul unei valori medii.

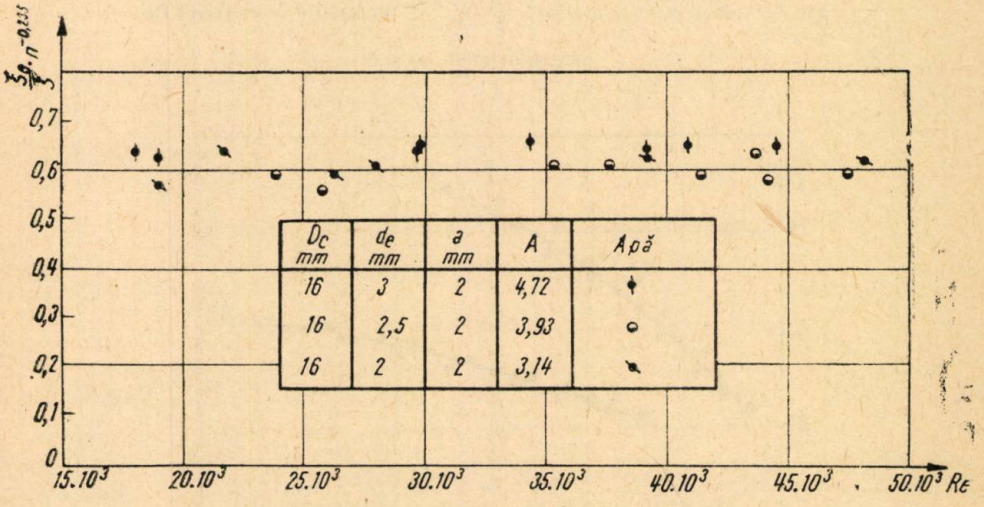


Fig. 5. — Dependenţa mărimii $\frac{\xi_0}{\xi} n^{-0{,}235}$ în funcţie de Re pentru apă.

Formula (8) este valabilă pentru $0{,}3 < n < 1$, cu o eroare care în general nu depăşeşte 6% faţă de rezultatele obţinute experimental.

Cercetările efectuate au scos în evidenţă că pentru valori constante ale caracteristicilor D_c, d_e, a, z forma peretelui camerei de turbionare opus diuzei mrq (fig. 1) are o mare influenţă asupra raportului $\frac{\xi_0}{\xi}$ la

valori mari ale raportului n. Pe măsură ce n se micşorează se reduce şi influenţa menţionată, astfel că la $n \approx 0{,}2$ devine practic insensibilă. În figura 7 se prezintă pentru exemplificare curbele de variaţie ale raportului $\frac{\xi_0}{\xi}$ funcţie de criteriul Reynolds la funcţionarea cu apă a camerelor de turbionare cu retur avînd $A = 4{,}72$, $z = 2$, $a = 2$ mm, $D_c = 16$ mm, $d_c = 3$ mm cînd suprafaţa mrq este plană (C) şi conică (Γ).

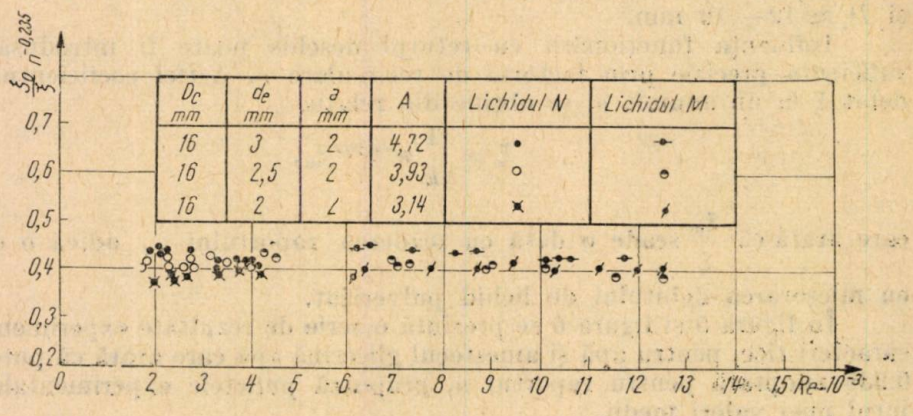


Fig. 6. — Dependenţa mărimii $\frac{\xi_0}{\xi} n^{-0.235}$ în funcţie de criteriul Re pentru lichidele M şi N.

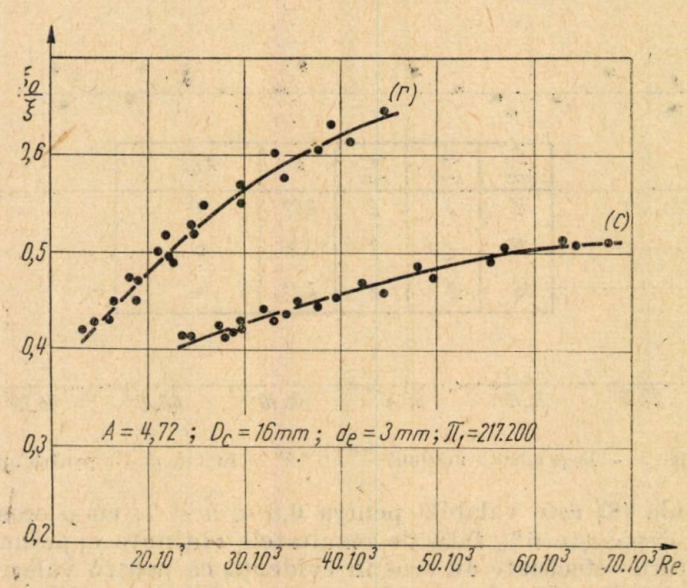


Fig. 7. — Variaţia raportului $\frac{\xi_0}{\xi}$ în funcţie de criteriul Re pentru camerele de turbionare cu peretele fundal plan (C) şi conic (Γ).

Rezultă că existența conicității apropie valorile reale ale coeficientului ξ de valorile teoretice ξ_0, iar debitul maxim de lichid pulverizat se micșorează. Prin reducerea raportului n, se realizează o scădere mai sensibilă ca în cazul utilizării peretelui *mrq* plan. Se poate aprecia de aici că atunci cînd se urmărește obținerea unei scăderi reduse a unghiului de pulverizare o dată cu micșorarea debitului B_c, nu este indicată folosirea proeminenței conice care ghidează scurgerea lichidului în camera de turbionare.

4. CONCLUZII

Coeficientul de debit real ξ al injectoarelor cu cameră de turbionare și retur frontal se poate exprima funcție de :

— coeficientul de debit ideal ξ_0 ;
— criteriile de similitudine Re_1, π_1 ;
— raportul diametrelor $\frac{D_c}{d_e}$.

După cum rezultă din formula

$$\xi = \frac{\xi_0}{11{,}21} Re_1^{0.76} \pi_1^{-0.357} \left(\frac{D_c}{d_e}\right)^{-0.429} n^{-0{,}235},$$

valabilă pentru $3880 < Re_1 < 48\,000, 380 < \pi_1 < 217\,000, 1 \leqslant \nu \leqslant 2{,}5°E$, $3{,}14 < A < 4{,}72$, $\frac{D_c}{d_e} = 5{,}33-8$, $D_c \approx 16$ mm și $p_i = 15-25$ $\frac{kgf}{cm^2}$, coeficientul ξ este influențat cel mai mult de diametrul diuzei d_e și ξ_0, iar cel mai puțin de viscozitatea lichidului pulverizat. Coeficientul ξ_0 se micșorează o dată cu creșterea caracteristicii geometrice A, iar pentru aceeași valoare a caracteristicii A, coeficientul ξ_0 se mărește prin creșterea raportului de recirculare n. Rezultă că scăderea debitului de combustibil pulverizat B_c adică a raportului n, micșorează coeficienții ξ și ξ_0, însă scăderea coeficientului ξ este mai puțin accentuată ca a coeficientului ξ_0.

Cercetările au arătat că forma peretelui camerei de turbionare opus diuzei are o mare influență asupra gradului în care se micșorează ξ o dată cu scăderea lui n.

Cînd peretele menționat este plan se realizează cea mai mică variație a lui ξ cu n, ceea ce indică că și variația unghiului de pulverizare cu sarcina va fi mică.

BIBLIOGRAFIE

1. I. G. Bowen, *The spill pressure-jet atomizer*, Journ. of the Inst. of Fuel, *262*, 484 – 495 (1962).
2. * * * *Fuel supply systems*, Brevet S.U.A., nr. 395611 din 20.07.1965.

3. * * * *Automatic gum checking system*, Brevet S.U.A. nr. 3212555/28.12.1964.
4. A. I. Karabin, *Sjiganie jidkogo topliva v promîşlennîh ustanovkah*, Moskva, Metallurghizdat, 1967.
5. V. V. Ghia, N. Lemneanu, *Cercetări privind influenţa admisiei tangenţiale şi centrale asupra unghiului de pulverizare, la injectoarele turbionare cu retur*. Institutul de energetică, Memoriu intern, 1967.
6. V. V. Ghia, *Determinarea unghiului de pulverizare la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere*, Energetica, *9*, 389—394 (1966).
7. L. S. Briskin, *K opredelenia Koeffitienta rashoda ţentrobejnîh forsunok obrtnîh slivom*, Teploenerghetika, *10*, 91—92 (1963).
8. V. A. Borodin, Iu. F. Ditiakin, L. A. Kliaciko, V. I. Iogodkin, *Raspîlivanie jidkostei*, Moskva, Izd. Maşinostroenie, 1967.

STABILITATEA FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE ÎN JETURI COAXIALE DE GAZE COMBUSTIBILE MĂRGINITE DE PEREȚI

DE

I. IORDACHE

621.311.22

Modelul fizic adoptat pentru stabilitatea flăcării a permis determinarea valorii maxime a parametrului de recirculare $[\theta_r^*]_r^s$ de la care flacăra devine instabilă. Datele experimentale obținute la arderea gazului metan în jeturi coaxiale cu aerul necesar arderii, au arătat o bună concordanță cu datele de calcul.

1. INTRODUCERE

Problema stabilității flăcărilor difuziv turbulente în jeturi de gaze combustibile a făcut obiectul a numeroase cercetări, în special pentru cazul flăcărilor în jeturi libere de gaze combustibile.

În ceea ce privește cercetările legate de stabilitatea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi de gaze combustibile mărginite de pereți, trebuie arătat că acestea sînt aproape inexistente. În literatura de specialitate găsindu-se unele lucrări care arată că în cazul acestor flăcări domeniul de stabilitate crește foarte mult în comparație cu cel al flăcărilor în jeturi libere de gaze combustibile [7], [8], fapt ce se datorează aportului de căldură adus în zona inițială a flăcării de gazele de ardere recirculate.

2. DOMENIUL DE STABILITATE AL FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE ÎN JETURI COAXIALE DE GAZE COMBUSTIBILE MĂRGINITE DE PEREȚI

Domeniul de stabilitate al flăcărilor difuziv turbulente în jeturi de gaze mărginite de pereți se poate determina pe baza cunoașterii schimbului de căldură din zona de recirculare a gazelor de ardere, condiția de stabilitate fiind dată în acest caz de relația

$$q_2 \geqslant q_1, \tag{1}$$

în care:

q_1 este fluxul de căldură necesar aprinderii amestecului combustibil;
q_2 — fluxul de căldură cedat de gazele de ardere recirculate, amestecului combustibil.

Fluxul de căldură q_1 poate fi determinat, pentru cazul flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite de pereți cu ajutorul relației

$$q_1 = 2\pi \overline{R}\, \delta \overline{u}\, \rho c_p\, (T_a - T_{01}), \tag{2}$$

în care:

$\overline{R}$ este raza medie a jetului de gaze combustibile în zona de recirculare a gazelor de ardere;
$\overline{u}$ — viteza medie de deplasare a amestecului combustibil;
c_p — căldură specifică medie la presiune constantă a amestecului combustibil;
ρ — densitatea amestecului combustibil;
δ — grosimea stratului de preîncălzire a amestecului combustibil;
T_a — temperatura de aprindere a amestecului combustibil;
T_{01} — temperatura inițială a amestecului combustibil.

Mărimea grosimii stratului de preîncălzire δ, prin analogie cu condițiile de propagare a frontului de flacără în regim laminar, conform [4] poate fi determinată cu ajutorul relației:

$$\delta = \frac{a}{S_T} = \frac{\lambda}{\rho c_p S_T}, \tag{3}$$

în care:

a este coeficientul de difuzivitate termică;
λ — coeficientul de conductibilitate termică;
S_T — viteza de propagare a frontului de flacără în regim turbulent.

Fluxul de căldură q_2 cedat de gazele de ardere recirculate amestecului combustibil va fi proporțional cu lungimea zonei de recirculare și poate fi calculat cu relația

$$q_2 = 2\pi \overline{R} l_r\, \alpha\, (T_r - T_{01}), \tag{4}$$

în care:

l_r este lungimea zonei de recirculare a gazelor de ardere;
α — coeficientul de transfer de căldură de la gazele de ardere recirculate către amestecul combustibil;
T_r — temperatura gazelor recirculate.

Valoarea coeficientului de transfer de căldură α, în funcție de criteriul Nu, conform [4], va fi dată de expresia

$$\alpha = \frac{\lambda \mathrm{Nu}}{d}, \tag{5}$$

în care :

d este dimensiunea caracteristică a procesului respectiv, care, conform [4], poate fi luată proporțională cu raza ajutajului de gaze combustibile R_1.

Dacă se consideră, conform [4] relația,

$$\mathrm{Nu} = A\mathrm{Re}, \tag{6}$$

se poate scrie mărimea coeficientului de transfer de căldură α sub forma

$$\alpha = A\mathrm{R}_e^n \frac{\lambda}{d}, \tag{7}$$

în care :

A este constantă experimentală.

În acest caz, ținînd seama de relațiile (2), (3), (4) și (7), din condiția de stabilitate $q_2 \geqslant q_1$, după unele transformări se obține expresia

$$\bar{u} \leqslant A\mathrm{R}_e^n S_T \frac{l_r}{d} \frac{T_r - T_{01}}{T_a - T_{01}}. \tag{8}$$

Lungimea zonei de recirculare l_r, poate fi calculată, conform modelului fizic al recirculării naturale a gazelor de ardere [3], figura 1, cu ajutorul relației

$$l_r = x_{00} - x_0, \tag{9}$$

în care :

x_0 este distanța dintre polul jetului de gaze combustibile și secțiunea pînă la care jetul antrenează toată cantitatea de aer introdusă în camera de ardere ;

x_{00} — distanța dintre polul jetului și secțiunea în care jetul atinge pereții camerei de ardere.

Pentru determinarea distanței x_0 se pornește de la valoarea medie a concentrației masice de gaze combustibile într-o secțiune oarecare a jetului, care poate fi calculată cu ajutorul relației

$$\frac{m_{01}}{m_{01} + m_a} = \frac{2\pi a^2 x^2}{\pi b^2} C_m \int_0^\infty F_2(\varphi)\, \varphi \mathrm{d}\varphi, \tag{10}$$

în care :

m_{01} este debitul masic de gaze combustibile ;

m_a — debitul masic de aer antrenat de jetul de gaze pînă la distanța x ;

a — coeficientul de structură al jetului ;

b — grosimea stratului limită al jetului la distanța x ;

C_m — valoarea concentrației masice pe axul jetului la distanța x ;

$F_2(\varphi)$ — funcția de repartiție a concentrațiilor în secțiunea transversală a jetului, φ fiind ordonata adimensională $\left(\varphi = \frac{y}{ax}\right)$

După cum au arătat datele experimentale prezentate în [3], [6], funcţia $F_2(\varphi)$ este o funcţie de tip Gauss, avînd expresia

$$F_2(\varphi) = e^{-k_2\varphi^2}, \tag{11}$$

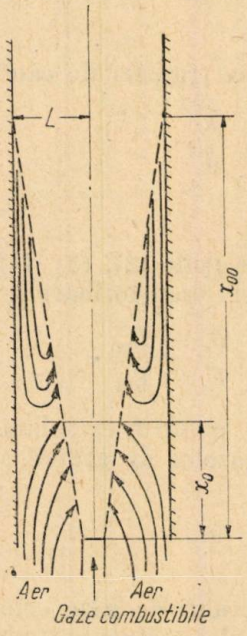


Fig. 1. — Modelul fizic al recirculării naturale a gazelor de ardere după Thring — Newby.

în care: k_2 este constantă.

În ceea ce priveşte valoarea concentraţiei masice pe axul jetului, pentru jeturile turbulente coaxiale, aceasta poate fi determinată conform [2] cu relaţia

$$C_m = \frac{\sqrt{K_{11}}}{aK_{12}} \frac{C_0\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1}} \cdot \frac{R_1}{x}, \tag{12}$$

în care:

ρ_{01} este densitatea gazelor combustibile;
ρ_{02} — densitatea aerului;
ρ — densitatea medie a amestecului la distanţa x;
C_0 — concentraţia masică iniţială de gaze combustibile în jet;
$m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$ — raportul dintre viteza iniţială a jetului de aer şi respectiv cea a jetului de gaze combustibile;
R_1 — raza ajutajului de gaze combustibile;

$\overline{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}$ raportul dintre raza gurii de intrare a aerului și raza ajutajului de gaze.

$$K_{11} = 2\int_0^\infty F_1[(\varphi)]^2\,\varphi d\varphi,$$

$$K_{12} = 2\int_0^\infty F_1(\varphi)\,F_2(\varphi)\,\varphi d\varphi,$$

unde $F_1(\varphi)$ este funcția de repartiție a vitezelor în secțiunea jetului, care este o funcție de tip Gauss, de forma $F_1(\varphi) = e^{-k_1\varphi^2}$.

Avînd în vedere relațiile (10) și (12), după unele transformări, se poate obține valoarea debitului de aer absorbit de jetul de gaze combustibile, pe distanța x, cu ajutorul relației

$$\frac{m_a}{m_{01}} = \frac{k_2 K_{12}\,\mathrm{tg}^2\beta}{a\sqrt{K_{11}}} \cdot \frac{1}{C_0}\sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_{01}}} \cdot \frac{x}{R_1^*} - 1, \tag{13}$$

unde s-a notat cu R_1^*, raza echivalentă a ajutajului de gaze combustibile și care este dată de relația

$$R_1^* = \frac{R_1}{\sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\overline{R}_2^2 - 1)}}. \tag{14}$$

Considerînd valoarea mărimii m_a egală cu debitul de aer introdus în camera de ardere m_{02}, se obține din relația (14) distanța x_0, pînă la care jetul de gaze combustibile antrenează toată cantitatea de aer.

Astfel se obține

$$x_0 = \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12}\,\mathrm{tg}^2\beta} C_0 \sqrt{\frac{\bar{\rho}_{01}}{\bar{\rho}}} R_1^* \left(1 + \frac{m_{02}}{m_{01}}\right), \tag{15}$$

în care:

β este jumătatea unghiului de evazare a jetului de gaze combustibile.

Dacă se ține seama că expresia $1 + \frac{m_{02}}{m_{01}}$ reprezintă tocmai inversul concentrației masice de gaze combustibile în cazul amestecului complet al celor două jeturi $\frac{1}{C_\infty}$, relația (15) poate fi scrisă și sub forma

$$x_0 = \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12}\,\mathrm{tg}^2\beta} C_0 \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} \cdot \frac{1}{C_\infty} R_1^*. \tag{16}$$

Considerînd unghiul de evazare a jetului de gaze combustibile, distanța x_{00} la care jetul atinge pereții camerei de ardere, poate fi determinată cu relația

$$x_{00} = \frac{L}{\mathrm{tg}\,\beta}, \tag{17}$$

în care:

L este raza hidraulică a camerei de ardere.

Introducînd relaţiile (16) şi (17) în (9), după unele transformări, se obţine lungimea zonei de recirculare a gazelor de ardere, care este dată de expresia

$$l_r = \frac{L}{\operatorname{tg}\beta}\left(1 - \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12}\operatorname{tg}\beta} C_0 \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} \frac{1}{C_\infty} \frac{R_1^*}{L}\right). \tag{18}$$

Avînd în vedere că mărimea $\frac{1}{C_\infty}\frac{R_1^*}{L}$ reprezintă, conform [1], tocmai criteriul de recirculare θ_r^*, determinat pentru cazul jeturilor coaxiale mărginite de pereţi, relaţia (18) poate fi scrisă şi sub forma

$$l_r = \frac{L}{\operatorname{tg}\beta}\left(1 - K\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} C_0 \theta_r^*\right), \tag{19}$$

în care s-a notat cu

$$K = \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12}\operatorname{tg}\beta}.$$

Ţinînd seama că pe distanţa x_0, conform [1], [3], amestecarea jeturilor decurge ca şi în cazul jeturilor libere, constanta K poate fi determinată avîndu-se în vedere valorile mărimilor a, K_{11}, K_{12}, k_2 şi $\operatorname{tg}\beta$, care sînt bine precizate pentru jeturile libere ($K_{11} = 1$; $K_{12} = 1{,}33$; $k_2 = 0{,}25$; $a = 0{,}07$; $\operatorname{tg}\beta = 0{,}2$).

În această situaţie constanta K va avea valoarea $K = 1{,}05$, astfel că relaţia (19) poate fi scrisă şi sub forma

$$l_r = \frac{L}{\operatorname{tg}\beta}\left(1 - 1{,}05\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} C_0 \theta_r^*\right). \tag{20}$$

Valoarea vitezei medii a amestecului gazos se va determina ca medie aritmetică între viteza iniţială a jetului de gaze combustibile u_{01} şi viteza medie a amestecului în secţiunea în care jetul atinge pereţii camerei de ardere $(\bar{u})_{x_{00}}$, adică

$$\bar{u} = \frac{u_{01} + (\bar{u})_{x_{00}}}{2}. \tag{21}$$

Valoarea vitezei medii $(\bar{u})_{x_{00}}$, ţinînd seama că funcţia de repartiţie a vitezelor în jet este de forma $F_1(\varphi) = e^{-k_1\varphi^2}$, poate fi determinată cu ajutorul relaţiei

$$(\bar{u})_{x_{00}} = \frac{2\pi}{\pi L^2}\int_0^\infty uy\,dy = \frac{a^2 x_{00}^2 u_m}{L^2}\int_0^\infty 2\,e^{-k_1\varphi^2}\varphi\,d\varphi, \tag{22}$$

în care :

u_m este viteza în axul jetului la distanţa x_{00}.

Valoarea vitezei în axul jetului de gaze, mărginite de pereți, depinde în general de debitul de gaze recirculate și deci, conform [3], de criteriul de recirculare θ_r^*, însă după datele experimentale prezentate în [6] această influență devine sensibilă începînd de la valori ale parametrului $\theta_r^* < 0{,}08$, pentru valori mai mari ale parametrului θ_r^*, curba de variație a vitezei pe axul jetului mărginit de pereți, în zona de recirculare a gazelor, este aproape identică cu cea a jetului liber cu viteză ambiantă nulă.

Avînd în vedere conform [6] că parametrul de recirculare θ_r^*, pentru instalațiile industriale de ardere are valori cuprinse în domeniul $\theta_r^* = 0{,}15-0{,}35$ se poate determina valoarea vitezei în axul jetului de gaze combustibile, la distanța x_{00}, cu ajutorul legii de variație a vitezei în lungul axului jetului liber turbulent cu viteză ambiantă nulă, care conform [3] are forma

$$u_m = \frac{u_{01}}{a\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}} \cdot \frac{R_1}{x}}. \tag{23}$$

Astfel valoarea vitezei în axul jetului de gaze combustibile, la distanța x_{00}, poate fi calculată cu relația

$$u_m = \frac{1}{a\sqrt{K_{11}}} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} \frac{R_1}{x_{00}} u_{01}, \tag{24}$$

care introdusă în relația (22), după integrare, devine

$$(\bar{u})_{x_{00}} = \frac{a}{k_1\sqrt{K_{11}}\,\mathrm{tg}\beta} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} \frac{R_1}{L} u_{01}. \tag{25}$$

Introducînd relația (25) în (21 'se obține

$$\bar{u} = \frac{u_{01}}{2}\left(1 + \frac{a}{k_1\sqrt{K_{11}}\,\mathrm{tg}\beta} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} \frac{R_1}{L}\right). \tag{26}$$

Dacă se introduc mărimile l_r și $\bar{u}$, în relația (8), prin relațiile (19) și (26), se obține condiția de stabilitate a flăcării sub forma

$$u_{01}\left(1 + \frac{a}{k_1\sqrt{K_{11}}\,\mathrm{tg}\beta} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}} \frac{R_1}{L}\right) \leqslant A\,\mathrm{R}^n\mathrm{e}\,S_T \frac{T_r - T_{01}}{T_a - T_{01}} \frac{L}{R_1\,\mathrm{tg}\,\beta}\left(1 - \right.$$

$$\left. - K\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}}\, C_0\, \theta_r^*\right). \tag{27}$$

Pentru flăcările difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite de pereți se va alege drept criteriu al stabilității parametrul de recirculare θ_r^*, avîndu-se în vedere că acesta înglobează aproape toate mărimile de care depinde stabilitatea flăcării (parametrii aerodinamici și geometrici ai jeturilor, coeficientul de exces de aer, cît și caracteristica geometrică a camerei de ardere).

Astfel, din relația (27) rezultă valoarea maximă a parametrului θ_r^*, de la care flacăra nu mai este stabilă, care este dată de expresia

$$[\theta_r^*]_r^s = \frac{\sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_{01}}}}{KC_0} -$$

$$- \frac{\operatorname{tg}\beta}{KA} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_{01}}}\left(1 + \frac{a}{k_1\sqrt{K_{11}}\operatorname{tg}\beta}\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}}\,\frac{R_1}{L}\right)\frac{R_1}{L}}{C_0\,\mathrm{Re}_r^n} \cdot \frac{u_{01}}{S_T} \cdot \frac{T_a - T_{01}}{T_r - T_{01}}. \qquad (28)$$

Pentru ca flacăra să fie stabilă, trebuie îndeplinită condiția

$$\theta_r^* < [\theta_r^*]_r^s. \qquad (29)$$

Valorile mărimilor S_T și T_r depind de concentrațiile combustibilului în amestec, deci în cazul de față de debitul de gaze de ardere recirculate, care la rîndul lui este influențat de parametrul de recirculare θ_r^*. În ultimă analiză se poate spune că valorile mărimilor S_T și T_r depind de parametrul θ_r^*. De aceea aplicarea relației (28) pentru calculul valorii limită superioară a parametrului de recirculare $[\theta_r^*]_r^s$, de la care flacăra se rupe, necesită un volum foarte mare de experimentări cu un caracter destul de dificil, pentru precizarea modului de variație al mărimilor S_T și T_r în funcție de parametrul de recirculare θ_r^*.

Pentru eliminarea acestor dificultăți se stabilește o relație de calcul, care ține seama de influența parametrului θ_r^* asupra mărimilor S_T și T_r, prin intermediul unei constante globale care poate fi determinată experimental. În acest sens trebuie făcute unele precizări în legătură cu viteza turbulentă de ardere S_T și cu temperatura gazelor de ardere recirculate.

Astfel, viteza turbulentă de ardere S_T este influențată de debitul de gaze de ardere recirculate, scăzînd o dată cu creșterea acestuia. Avînd în vedere că debitul de gaze recirculate variază, conform [1], [3], invers proporțional cu valorile parametrului θ_r^*, se poate considera că viteza de ardere S_t poate fi determinată aproximativ cu ajutorul relației

$$S_T = K_1\,\theta_r^*\,S_T^0, \qquad (30)$$

în care :

K_1 este constantă experimentală ;

S_T^0 — viteza turbulentă de ardere pentru cazul în care debitul de gaze de ardere recirculate este nul, și care conform [5], poate fi calculată cu relația

$$S_T^0 = 0{,}18\,S_u\,\mathrm{Re}^{0.24}\,d_1^{0.26}, \qquad (31)$$

în care :

S_u este viteza normală de ardere ;

d_1 — diametrul ajutajului de gaze [cm].

Influența parametrului de recirculare asupra temperaturii gazelor de ardere recirculate, este mult mai complexă. Temperatura gazelor de ardere recirculate scade o dată cu creșterea mărimii $\frac{1}{C_\infty}$ (exces mare de aer) și deci cu mărirea parametrului de recirculare θ_r^*. Temperatura gazelor de ardere recirculate depinde și de încărcarea termică a camerei

de ardere, care este funcție de debitul de gaze combustibile, de puterea calorifică a acestora P_t și de dimensiunile focarului.

Ținîndu-se seama de influența încărcării termice și a dimensiunilor focarului prin intermediul unei constante experimentale $K_2\left(\frac{R_1^2}{L^2}\cdot u_{01}P_t\right)$, se determină temperatura gazelor de ardere recirculate, cu suficientă aproximație, prin intermediul temperaturii teoretice de ardere T_f, conform relației

$$T_r - T_{01} = K_2\frac{1}{\theta_r^*}(T_f - T_{01}). \tag{32}$$

Introducînd relațiile (30), (31) și (32) în (28) și ținînd seama de valoarea exponentului n al cifrei Reynolds, care conform [4] este $n = 0{,}5$, se obține

$$[\theta_r^*]_r^s = \frac{\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{01}}}}{KC_0} -$$

$$- K^*\frac{\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{01}}}\left(1+\frac{a}{k_1\sqrt{K_{11}}\operatorname{tg}\beta}\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho}}\frac{R_1}{L}\right)\frac{R_1}{L}}{C_0\,\mathrm{Re}^{0.74}\,d_1^{0.26}}\frac{u_{01}}{S_u}\frac{T_a - T_{01}}{T_f - T_{01}}, \tag{33}$$

în care s-a notat cu

$$K^* = \frac{\operatorname{tg}\beta}{0{,}18\,A\,K\,K_1\,K_2}.$$

Avînd în vedere valorile constantelor K, k_1, K_{11} și a, care sînt $K = 1{,}05$; $k_1 = 0{,}5$; $K_{11} = 1$ și $a = 0{,}07$, cît și faptul că $\operatorname{tg}\beta$ pentru cazul jeturilor libere cu viteză ambiantă nulă are valoarea $\operatorname{tg}\beta = 0{,}2$, relația (33) devine

$$[\theta_r^*]_r^s = 0{,}95\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{01}}}\frac{1}{C_0} -$$

$$- K^*\frac{\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{01}}}\left(1+0{,}7\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho}}\frac{R_1}{L}\right)\frac{R_1}{L}}{C_0\,\mathrm{Re}^{0.74}\,d_1^{0.26}}\cdot\frac{u_{01}}{S_u}\frac{T_a - T_{01}}{T_f - T_{01}} \tag{34}$$

În ceea ce privește limita inferioară a parametrului de recirculare la care arderea nu mai este stabilă, ea este determinată de valoarea coeficientului de exces de aer, în sensul că aceasta nu trebuie să scadă sub o valoare α_{min}, de la care flacăra devine instabilă.

Pentru determinarea constantei K^* din relația (34), s-au efectuat încercări experimentale, utilizîndu-se drept combustibil gazul metan.

Instalaţia experimentală este prezentată în figura 2.

Încercările experimentale s-au făcut pe două camere de ardere cilindrice, cu diametrele de 350 mm şi 200 mm. În ambele camere de ardere gazul metan a fost introdus prin duze cu diametrele $d_1 = 3{,}1$ mm; 4,2 mm; 6,1 mm; 8 mm; 10 mm şi 12,1 mm, aerul necesar arderii fiind

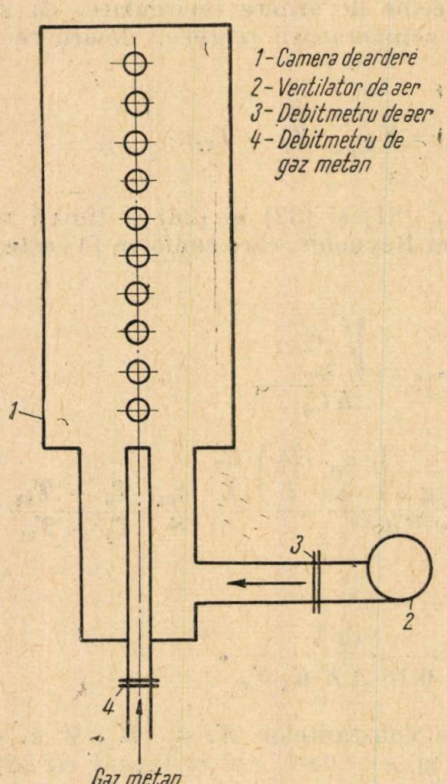


Fig. 2. — Schema instalaţiei experimentale.

introdus coaxial cu jetul de gaz metan, utilizîndu-se în timpul experimentărilor două diametre pentru gura de intrare a aerului ($d_2 = 98$ mm şi 145 mm). Instalaţia experimentală a fost astfel concepută încît a permis experimentarea fiecărui orificiu d_2 cu toate orificiile d_1. Pentru observarea flăcării, camerele de ardere au fost prevăzute cu orificii de vizare prevăzute cu dopuri etanşe de închidere, pentru a nu permite pătrunderea aerului fals. În aceste condiţii au fost experimentate peste 80 de flăcări, parametrul de recirculare θ_r^* fiind variat în limite largi $\theta_r^* = 0{,}2 - 0{,}7$.

Rezultatele datelor experimentale privind determinarea constantei K^* sînt prezentate în diagrama din figura 3, în funcţie de mărimea parametrului $\frac{R_1^2}{L^2} \cdot u_{01} P_t$.

Din analiza datelor experimentale s-a constatat o bună concordanţă cu valorile de calcul ale mărimii $[\theta_r^*]_r^*$ date de relaţia (34).

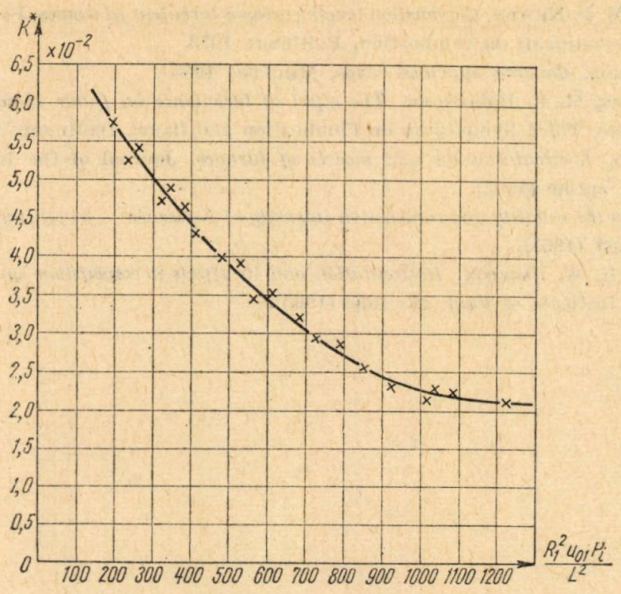


Fig. 3. — Variația coeficientului K^* în funcție de mărimea $\frac{R_1^2}{L^2} u_{01} P_i$.

3. CONCLUZII

Analiza teoretică și experimentală a flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile-aer, mărginite de pereți, a permis, pe baza modelului fizic al stabilizării arderii cu gaze recirculate fierbinți, determinarea unei relații de calcul (34) a stabilității flăcării, relație ce permite stabilirea valorii maxime a parametrului de recirculare $[\theta_r^*]_r$ de la care flacăra se rupe.

Datele experimentale obținute la arderea gazului metan în jeturi coaxiale cu aerul necesar arderii, mărginite de pereți au arătat o bună concordanță cu datele de calcul.

Metoda de calcul a stabilității naturale a flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite de pereți se poate utiliza la modelarea stabilității flăcărilor din instalațiile reale de ardere, folosindu-se în acest scop modele calde (cu flacără).

BIBLIOGRAFIE

1. I. Iordache, *Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent mărginite de pereți*, St. cerc. energ. electr., *1* (1968).
2. I. Iordache, D. Grecov, *Schimbul de masă în jeturi axial simetrice în echicurent*, St. cerc. energ. electr., *3* (1966).

3. M. W. Thring, M. P. Newby, *Combustion length enclosed turbulent jet flames*, Fourth Symposium (international) on combustion, Baltimore 1953.
4 Е. С. Щемников, *Физика горения газов*, Мосьва, 1965
5. D. T. Williams, M. L. Bollinger, *The effect of turbulence on flame speeds of bunsen-type flames*, Third Symposium on Combustion and flame, Baltimore, 1949.
6. E. H. Hubard, *Recirculation in cold models of furnace.* Journal of the Institute of Fuel *255*, aprilie (1962).
7. J. M. Béer, *On the stability and combustion intensity of poressure — jet oil flames*, Combustion, august (1965).
8. A. B. Hedly, E. W. Jackson, *Recirculation and its effects in combustion systems*, Journal of the Institute of Fuel, *294* iulie (1965).

MODELAREA PROCESELOR DE STABILIZARE A FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ÎN CAZUL JETURILOR ÎNCRUCIŞATE

DE

D. GRECOV şi ELENA GUŢU-DĂMĂCEANU

662.611 : 662.95

Se prezintă modelul fizic al procesului de stabilizare al flăcărilor în cazul jetului de gaze combustibile introduse sub un unghi oarecare în jetul principal de aer, luîndu-se în considerare caracteristicile geometrice ale arzătorului şi camerei de ardere. Relaţiile obţinute sub formă criterială permit calculul procesului de stabilizare în cazul flăcărilor jeturilor încrucişate. Se indică domeniile de stabilizare al flăcărilor pentru diverse geometrii, obţinute pe cale experimentală, însoţite de un exemplu de aplicare al metodei de calcul.

1. INTRODUCERE

Unghiul de incidenţă al jetului de gaze combustibile cu jetul de aer, influenţează puternic caracteristicile flăcării, în funcţie de acest parametru modificîndu-se mult condiţiile de amestecare ale aerului şi gazului combustibil.

Se remarcă că dacă pentru flăcările jeturilor axiale în echicurent deschise sau mărginite de pereţi există o literatură bogată, iar în ultimul timp pentru jeturile de gaze ce expandează în curent turbionat de aer au apărut lucrări de sinteză [1]—[3], pentru jeturile încrucişate, literatura este extrem de săracă. Aceasta se explică şi prin complexitatea problemei şi greutăţilor deosebite care apar la prelucrarea teoretică a datelor experimentale.

Traiectoria jeturilor care expandează sub un unghi de incidenţă α în raport cu curentul principal de aer, şi variaţia vitezei în axul jetului sînt analizate în lucrarea experimentală a lui Ivanov [4]. Unele consideraţii privind traiectoria jetului în curent încrucişat cu aerul sînt date

în lucrarea [6]; se remarcă însă că în afară de unele date experimentale ale lui Rummel privind lungimea flăcării în cazul jeturilor încrucişate [5], în literatură nu se întîlnesc alte date privind stabilitatea flăcării în incinta focarului în cazul jeturilor încrucişate, deşi (în practică) scheme ale jeturilor încrucişate se întîlnesc în mod curent în practica instalaţiilor de ardere din cazane, cuptoare, camera de ardere a turbinei cu gaze etc.

Jetul de combustibil care expandează sub un unghi dat faţă de direcţia de înaintare a curentului principal de aer, se curbează datorită faptului că la graniţa frontală a jetului, curentul principal de aer este frînat (ceea ce creează o suprapresiune) iar la graniţa posterioară se formează o zonă depresionară; diferenţa de presiune produce forţa centrifugă necesară curbării jetului. Există diverse metode pentru determinarea traiectoriei jetului, metode care au însă un grad mare de aproximaţie, dat fiind complexitatea mişcării. Aceasta se explică prin faptul că pe de o parte cîmpul de viteze în jetul de combustibil este variabil, fiind mai mare la axul jetului şi minim la periferia jetului, provocînd o curbare diferită a liniilor de curent într-o secţiune a jetului, iar pe de altă parte jetul de combustibil se comportă ca un obstacol neaerodinamic în curentul principal de aer, formînd o dîră în spatele jetului cu creiarea de curenţi inverşi. Datorită curbării diferite a liniilor de curent, forma secţiunii jetului trece de la secţiunea circulară iniţială, la o formă eliptică cu marginile curbate (formă de potcoavă), după cum se indică în figura 1, cu formarea unor curenţi de recirculaţie în spatele jetului [6].

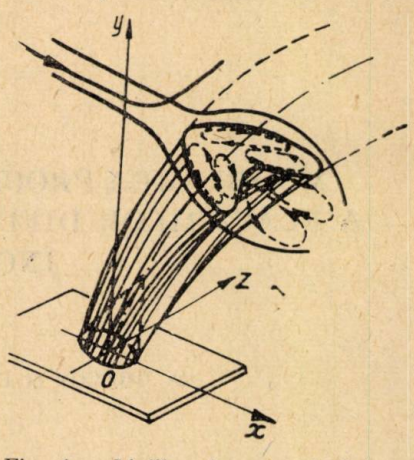


Fig. 1. — Liniile de curent într-un jet ce expandează perpendicular pe direcţia curentului de aer.

Zona iniţială a jetului se micşorează rapid odată cu creşterea vitezei curentului de aer şi cu mărirea unghiului de înclinare al jetului.

Un caz mult mai complex este reprezentat de jetul de combustibil care expandează într-un jet de aer la un unghi oarecare. În acest caz ne putem aştepta la o reducere a încovoierii jetului datorită repartiţiei neuniforme a vitezelor în jetul perturbator şi mai ales datorită micşorării vitezelor în lungul axului jetului perturbator.

Influenţa pereţilor camerei de ardere reprezintă un element important care de asemenea poate modifica într-o măsură importantă curgerea respectivă. Aceasta datorită influenţei curenţilor de recirculaţie la baza jetului de aer perturbator sau de-a lungul camerei de ardere, precum şi efectului Coandă de deviere a jetului la perete.

2. VARIAŢIA VITEZEI ŞI RECIRCULAŢIA GAZELOR

Pentru studiul procesului de stabilitate a arderii, prezintă o deosebită importanţă cunoaşterea cîmpului de viteze în jetul de combustibil.

Conform [4], cîmpul de viteze este influențat direct de valoarea unghiului de incidență α_0 dintre jet și direcția curentului de aer și de raportul vitezelor inițiale ale celor două curgeri.

Din cercetările efectuate în anii anteriori, s-au obținut curbele de variație a vitezei în axul jetului pentru cazul curgerii în echicurent și contracurent [7], [8], scoțîndu-se în evidență criteriul m^2 $(\overline{R}^2 - 1)$.

Generalizînd rezultatele obținute pentru cazul jeturilor coaxiale în echicurent sau contracurent, se poate obține expresia variației vitezei în jeturi încrucișate, dedusă din ecuația integrală a conservării impulsului de-a lungul traiectoriei jetului

$$u = \xi \frac{R_1 u_{01}}{\sqrt{k_{11}}\, a\, l} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} \sqrt{\frac{|\overline{M}_1 + \overline{M}_2|}{\overline{M}_1}}\, F_1(\varphi), \tag{1}$$

unde s-au notat cu :

M_1 — impulsul inițial al jetului de combustibil ;

M_2 — impulsul inițial al jetului de aer ;

$F_1(\varphi)$ — funcția de repartiție a vitezelor în secțiunea considerată ;

$k_{11} = \int 2\, [F_1(\varphi)]^2\, \varphi \mathrm{d}\varphi$ unde $\varphi = \dfrac{y}{ax}$ este coordonata adimensională ;

l — lungimea de-a lungul axului jetului curbat

$$|\overline{M}_1 + \overline{M}_2| = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2\, M_1 M_2 \cos \alpha}.$$

Se remarcă că formula (1) exprimă cantitativ o micșorare a vitezei în axul jetului, cu mărirea unghiului α_0, corespunzînd cu datele experimentale. Valoarea coeficientului ξ este în funcție de unghiul de incidență al jeturilor, micșorîndu-se cu creșterea acestui unghi.

Cunoscînd cîmpul de viteze în jet se pot deduce unele concluzii privind stabilitatea arderii.

Astfel, creșterea unghiului α_0 de înclinare a jeturilor trebuie să favorizeze stabilitatea, deoarece componenta vitezelor pe direcția curentului principal (direcția de înaintare a frontului de flacără) este micșorată, ceea ce permite formarea condițiilor de egalitate a vitezei de propagare a flăcării cu viteza de deplasare a curentului de amestec aer-gaze combustibile.

Asupra stabilității arderii influențează într-un mod deosebit zona de recirculare naturală a gazelor de ardere în incinta de ardere. Lungimea zonei de recirculare și cantitatea de gaze recirculate depind de dimensiunile geometrice ale camerei de ardere, ale ajutajului de gaz și a ajutajului de aer, de unghiul de incidență a jeturilor de aer și gazului combustibil, de coeficientul de exces de aer rezultat în incinta de ardere, precum și de condițiile aerodinamice care se realizează în zona de impact a jetului de combustibil cu camera de ardere.

Un factor important care influențează de asemenea cantitățile de gaze recirculate, îl reprezintă valoarea y^{max}/L, unde y^{max} este înălțimea maximă de proiectare a jetului și L este semilățimea camerei de ardere.

Într-adevăr, la valori $\frac{y^{max}}{L} < 1$, în zona de impact a jetului cu pereții camerei de ardere, va avea loc o dirijare a unei cantități de gaze înspre zona inițială a camerei de ardere.

În cazul jeturilor închise un factor important care modelează proprietățile de stabilitate ale flăcării, îl constituie coeficientul de exces de aer λ realizat în focar. La micșorarea valorii λ sub 1, stabilitatea scade rapid deoarece scad temperaturile și vitezele de ardere din incintă.

Pentru determinarea zonei de recirculație și a cantității de gaze recirculate, se poate apela la modelul fizic a lui Thring-Newby, care va trebui să fie adaptat la condițiile specifice ale jeturilor încrucișate.

Utilizînd relația (1) care definește variația vitezei în axul jetului, se poate obține cantitatea de substanță absorbită în lungul jetului, utilizînd ecuația integrală a conservării masei în jet

$$2\pi\int \rho u y \mathrm{d}y = 2\pi\int \frac{\rho R_1 u_{01}}{\sqrt{k_{11}}\, a l} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_{02}}}\, \eta \xi F_1(\varphi) y \mathrm{d}y = m_{01} + m_a, \qquad (2)$$

unde s-a notat:

m_a — masa de substanță absorbită în jet la distanța x de gura arzătorului;

$\eta = \sqrt{\frac{M_1 + M_2}{M_1}}$ — mărime adimensională care depinde de unghiul de încrucișare a jeturilor și de mărimea impulsurilor M_1 și M_2.

Pentru unghiul $\alpha_0 = 0$ rezultă

$$\eta = \sqrt{1 + m^2 (\bar{R}_2^2 - 1) \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}},$$

unde $m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$, $\bar{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}$,

R_2 este raza ajutajului periferic de aer,

R_1 — raza ajutajului central de gaze combustibile.

Efectuînd integrarea în ecuația (2) se obține

$$\frac{\rho_m}{\rho_{01}} \cdot \frac{m_{01}}{R_1 \sqrt{k_{11}}} a l \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}}\, \eta \xi\, k_1 = m_{01} + m_a, \qquad (3)$$

sau masa de substanță absorbită

$$m_a = m_{01}\left(\frac{k_1}{\sqrt{k_{11}}} \cdot \frac{a l}{R_1} \cdot \eta \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_{01}}}\, \xi - 1\right), \qquad (4)$$

în care

$$k_{11} = \int 2[F_1(\varphi)]^2 \varphi \mathrm{d}\varphi\,; \; k_1 = \int 2 F_1(\varphi) \varphi \mathrm{d}\varphi.$$

Ținînd seama că valoarea $k_1/\sqrt{k_{11}} \cdot a$ se poate lua prin analogie cu jeturile libere, egală cu 0,1, se obține în final

$$m_a = m_{01}\left(\xi \frac{0{,}1l}{R_1}\eta \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_{01}}} - 1\right). \tag{5}$$

Pe baza datelor experimentale [4], [6], se poate considera cu aproximație că unghiul mediu de curbare a axului jetului de gaze combustibile este dat de relația

$$\alpha_m = \alpha_0 \, e^{-\sigma \frac{M_2}{M_1} \cdot \frac{R_2}{L}}, \tag{6}$$

unde σ reprezintă un coeficient experimental, apropiat de valoarea 0,1 ($\sigma \approx 0{,}1$), iar L este semiînălțimea camerei de ardere $\left(L = \frac{D_{ech}}{2}\right)$. Valoarea α_0 reprezintă unghiul inițial de încrucișare al jeturilor (vezi fig. 2).

Conform modelului Thring-Newby, lungimea zonei de recirculare va corespunde diferenței între lungimea unde stratul limită al jetului atinge peretele camerei de ardere și lungimea pe care jetul absoarbe cantitatea totală de aer introdusă în incintă.

Considerînd în formula (5), cantitatea de substanță absorbită egală cu cantitatea de aer introdusă în focar, se poate obține lungimea jetului

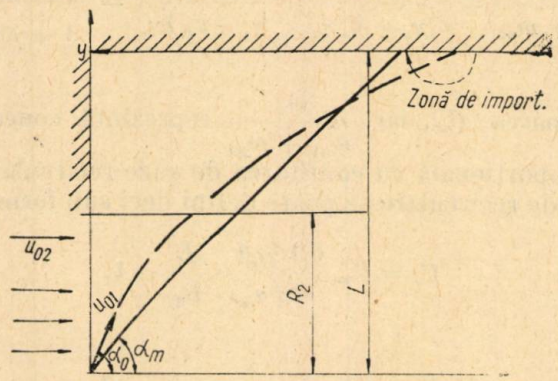


Fig. 2. — Evoluția axului jetului de combustibil ce expandează sub unghiul α_0 într-un jet de aer în spațiul focarului.

pe care nu există recircularea gazelor de ardere

$$l_a = 10 \frac{R_1}{\eta \xi \beta} \cdot \frac{1}{C_\infty}. \tag{7}$$

în care C_∞ reprezintă cantitatea de gaze combustibile în amestec, cînd

se consideră amestecul perfect omogen: $C_\infty = \frac{m_{01}}{m_{01}+m_{02}}$, iar $\beta = \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_{01}}}$. Lungimea zonei de recirculaţie va fi

$$l_r = l_p - l_a = \frac{1}{\sin\alpha_m} - \frac{10R_1}{\eta\xi\beta}\cdot\frac{1}{C_\infty} = \frac{L}{\sin\alpha_m}\left(1 - \frac{10R_1}{L}\cdot\frac{1}{\xi\eta\beta}\cdot\frac{\sin\alpha_m}{C_\infty}\right), \tag{8}$$

în care $l_p = \frac{L}{\sin\alpha_m}$. reprezintă distanţa în lungul axului jetului unde jetul de gaze atinge peretele (fig. 2).

Cantitatea de gaze recirculate se poate obţine de asemenea din relaţia (4), considerîndu-se întreaga cantitate de substanţă absorbită pe distanţa l_p

$$m_{02} + m_r = m_{01}\frac{0{,}1\,\xi\eta\beta}{R_1}\,l - m_{01}, \tag{9}$$

sau

$$\frac{m_r}{m_{01}+m_{02}} = \frac{m_{01}}{m_{01}+m_{02}}\cdot\frac{0{,}1\,\xi\eta\beta}{R_1}\cdot\frac{1}{\sin\alpha_m} - 1. \tag{10}$$

Mărimea

$$\frac{m_{01}}{m_{01}+m_{02}} = \frac{v_g\gamma_g}{v_g\gamma_g + v_a\gamma_a} = \frac{\gamma_g}{\gamma_g + v_0\lambda\gamma_a} = \frac{1}{1+\lambda v_0\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}},$$

reprezintă valoarea C_∞, iar $\frac{m_r}{m_{01}+m_{02}}$ reprezintă concentraţia gazelor recirculate, proporţională cu cantitatea de gaze recirculate m_r.

Criteriul de recirculare se poate defini deci sub forma

$$C_r = C_\infty\frac{0{,}1\,\xi\eta\beta}{\sin\alpha_m}\cdot\frac{L}{R_1} - 1, \tag{11}$$

sau

$$\frac{1}{C_r} \sim \frac{10R_1}{C_\infty\cdot L}\cdot\frac{1}{\xi\eta\beta}\cdot\sin\alpha_m = \theta_r\cdot\frac{1}{\xi\eta\beta}\sin\alpha_m, \tag{11'}$$

care defineşte cantitatea de gaze recirculate în funcţie de caracteristicile geometrice şi aerodinamice ale procesului (se remarcă că $\theta_r = \frac{10}{C_\infty}\cdot\frac{R_1}{L\beta}\cdot\mathrm{tg}\,(\Delta\alpha)$ defineşte criteriul de recirculare Thring-Newby în cazul jeturilor însoţite într-un curent de aer, iar $\frac{\theta_r}{\eta} = \theta_r'$ apare ca criteriu de recirculare în cazul jeturilor concentrice însoţite la unghiul $\alpha_0 = 0$).

3. STABILITATEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ÎN JETURI ÎNCRUCIȘATE

Pentru definirea condițiilor de stabilitate a procesului de ardere, se poate porni de la ecuația bilanțului de căldură în zona de recirculare. Cantitatea de căldură necesară aprinderii în stratul limită al jetului din zona de recirculare va fi

$$q_1 = u\delta c_p \rho (T_a - T_0), \tag{12}$$

în care :

δ este grosimea zonei de preîncălzire, care prin analogie cu procesul propagării frontului de flacără în regim laminar se poate lua $\delta = \frac{a}{S_t}$ (unde S_t este viteza de ardere în regim turbionat) ;

T_a — temperatura de aprindere a amestecului combustibil în zona de reacție care pentru hidrocarburi se poate lua circa 1 000°C [9] ;

T_0 — temperatura inițială a gazului combustibil.

Cantitatea de căldură cedată de gazele fierbinți de recirculare va fi

$$q_2 = \alpha_t l_r (T_r - T_0), \tag{13}$$

în care :

α_t este coeficientul de transfer de căldură în zona de recirculare între gazele recirculate și jetul inițial ;

l_r — lungimea zonei de recirculare ;

T_r — temperatura gazelor recirculate, care depinde de coeficientul excesului de aer, de puterea calorifică a combustibilului, de pierderile de căldură înspre pereții incintei, de cantitatea de gaze recirculate etc.

Condiția de stabilitate a flăcării va fi

$$q_2 \geqslant q_1,$$

sau

$$\alpha_t l_r (T_r - T_0) \geqslant Bu \cdot \frac{a}{S_t} c_p \cdot \rho (T_a - T_0), \tag{14}$$

în care :

$\alpha_t \approx \mathrm{Re}^n \frac{\lambda}{d_0}$ și exponentul n conform literaturii [10] variind între $0{,}5 \div 1$;

B — coeficient de proporționalitate care se poate determina pe cale experimentală.

Considerînd că viteza medie în jet este proporțională cu viteza inițială a gazului combustibil u_{01}, relația (14) devine

$$u_{01} \leqslant B\, \mathrm{Re}^n \frac{l_r}{d_0} \cdot \frac{T_r - T_0}{T_a - T_0} \cdot S_t \tag{15}$$

Viteza de ardere turbulentă S_t, conform relației lui Bollinger și Williams

[11] se poate lua

$$S_t = C\,\mathrm{Re}^{0,24} \cdot d_0^{0,26} \cdot \eta S_u ,$$

în care s-a considerat o influenţă liniară a vitezei aerului însoţitor asupra vitezei de ardere prin mărimea η, iar S_u — viteza normală de ardere.

Luînd $\mathrm{Re} = \frac{u_{01} \cdot d_0}{\nu}$ se obţine din (14)

$$u_{01}^{0.26} \leqslant \frac{K}{\nu^{0.74}} \cdot \left[\eta \cdot \frac{L}{\sin \alpha_m} (1 - \theta'_r \sin \alpha_m) \left(\frac{T_r - T_0}{T_a - T_0} \right) \cdot S_u \right], \qquad (16)$$

în care s-a luat pentru simplificarea relaţiilor, valoarea exponentului n egală cu unitatea în relaţia (15).

Mărimea $\frac{T_r - T_0}{T_a - T_0}$, cînd temperatura iniţială T_0 este apropiată de 0°C, se poate pune sub forma

$$\frac{T_r - T_0}{T_a - T_0} = \frac{t_r}{t_a} = \frac{P_{ci} \cdot m_{01}}{(m_{01} + m_{02})\, c_{pg} \cdot t_a} = \frac{P_{ci} \cdot c_\infty}{c_{pg} \cdot t_a} \qquad (17)$$

unde :

c_{pg} este căldura specifică a gazelor de ardere raportată la kgf de gaze arse ;

P_{ci} — puterea calorifică a combustibilului.

În acest caz, relaţia (16) se poate pune sub forma

$$\frac{\theta_r}{\eta} N \leqslant \left(1 - \frac{\theta_r}{\eta \xi \beta} \sin \alpha \right) \frac{PB S_u}{\nu^{0.74}}, \qquad (18)$$

sau în final

$$\theta'_r \leqslant \frac{KP}{N + \frac{P \sin \alpha}{\beta \xi} K}, \qquad (19)$$

unde s-a notat :

$$\theta'_r = 10 \frac{R_1}{L} \cdot \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{1}{\eta},$$

$$P = \frac{P_{ci}}{c_{pg} \cdot t_a \cdot \sin \alpha_m}, \qquad (20)$$

$$N = \frac{u_{01}^{0.26}}{d_0}.$$

Deci, se remarcă că relaţia (19) exprimă domeniul de stabilizare al flăcării sub forma criterială

$$\theta'_r < \theta^s_r, \qquad (21)$$

unde θ'_r reprezintă valoarea superioară a criteriului de recirculare, dată de relația (19). Avantajul utilizării relației criteriale (19) rezultă din posibilitățile de modelare ale procesului, parametrul θ'_r ținînd seama atît de parametrii aerodinamici ai procesului cît și de arhitectura camerei de ardere.

Din relația (19) rezultă că la mărirea impulsului gazelor combustibile M_1 viteza u_{02} la care are loc ruperea crește, deci domeniul de stabilizare al flăcării crește. De asemenea rezultă că la mărirea unghiului de încrucișare al jeturilor, domeniul de stabilizare se mărește.

Mărirea diametrului ajutajului de combustibil conduce de asemenea la o mărire a domeniului de stabilizare.

Relația (21) are de asemenea importanță deosebită în ceea ce privește posibilitățile de modelare ale procesului de stabilizare, criteriul θ'_r reprezentînd un criteriu de modelare cînd se transpun rezultatele obținute pe un model (cu profil de instalație pilot), la o instalație de dimensiuni mult mai mari (cu profil industrial).

4. EXPERIMENTĂRI PRIVIND DOMENIUL DE STABILITATE AL FLĂCĂRILOR ÎN JETURI ÎNCRUCIȘATE

Experimentările s-au efectuat pentru gaze naturale în incinte de ardere cu diametre de $2L = 200$ mm și $2L = 350$ mm unde diametrul ajutajului s-a luat $d_0 = 3$ mm, 4 mm, 6 mm și 8 mm, unghiul de incidență al jeturilor $\alpha_0 = 0°$, $\alpha_0 = 45°$, $\alpha_0 = 90°$.

Diametrele ajutajelor periferice de aer s-au luat $2R_2 = 100$ mm, 146 mm, și 202 mm. Instalația experimentală a permis ca fiecare din ajutajele de combustibil să poată fi montate la cele două incinte de ardere. S-au încercat de asemenea capete de ardere cu 4 ajutaje de combustibil situate simetric la distanța de 3, 4 și 6 mm și la unghiuri de incidență 45° și 60°. Ca metodă de determinare a zonei de stabilitate, s-a lucrat la diverse debite (viteze u_{01}) ale gazului combustibil, stabilindu-se viteza aerului u_{02} la care are loc ruperea flăcării.

În figura 3.*a* se indică ilustrativ influența unghiului de încrucișare al jeturilor asupra stabilității flăcării, observîndu-se o creștere a domeniului de stabilitate cu mărirea unghiului de încrucișare α_0.

Mărirea vitezei gazului u_{01} și a diametrului ajutajului de combustibil $2R_1$, conduce de asemenea la creșterea vitezei u_{02} la care are loc ruperea flăcării.

Din figura 3*b* se observă că mărirea razei ajutajului de aer R_2 are efectul de a micșora viteza u_{02} la care are loc ruperea flăcării. Mărirea dimensiunii camerei de ardere în anumite limite are efectul de a îmbunătății condițiile de stabilizare, mărimea vitezei aerului (u_{02}) la rupere crescînd.

Pentru utilizarea relației (19) deduse pe cale teoretică s-au efectuat o serie de calcule pe baza punctelor obținute experimental, avînd drept scop determinarea constantei K.

Deoarece temperatura gazelor recirculate T_r depinde și de încărcarea termică a camerei de ardere, influență care nu a putut fi prinsă în calcule, este de așteptat ca această constantă să depindă de factorii care influențează încărcarea termică a focarului.

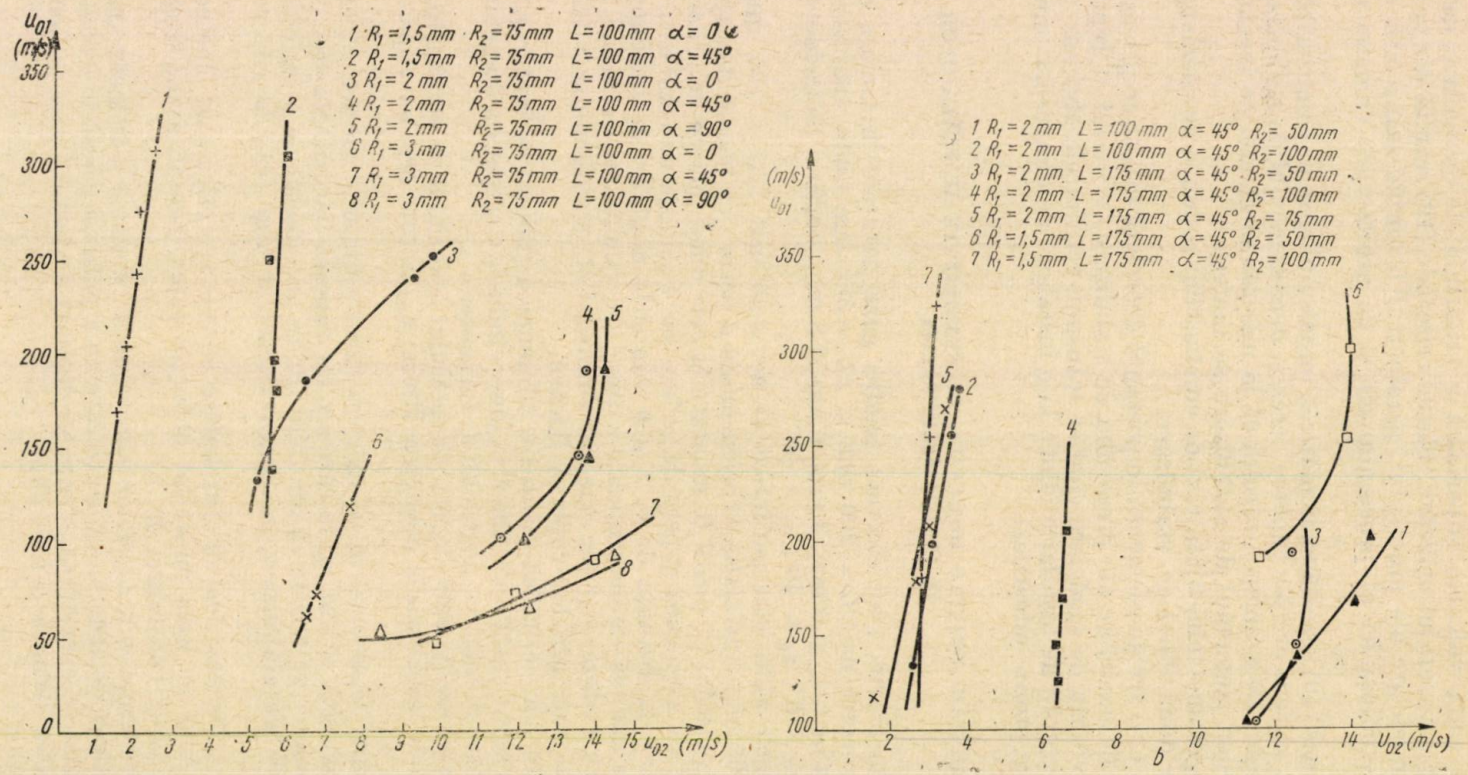


Fig. 3. — Domeniul de stabilitate al flăcărilor în jeturi încrucișate în funcție de unghiul de încrucișare al jeturilor și a razei ajutajului de aer.

Exprimînd constanta K în funcție de mărimea $\frac{2R_1}{L} u_{01}^2$ s-a observat că valorile obținute se încadrează pentru unghiul de 45° și 90° pe curbe distincte, ceea ce a permis să se tragă concluzia că valoarea constantei K depinde de parametrul $\frac{2R_1 u_{01}^2}{L}$ și unghiul de incidență al jeturilor α, curba de variație $K = f\left[\frac{2R_1}{L}(u_{01})^2\right]$ indicîndu-se în fig. 4.

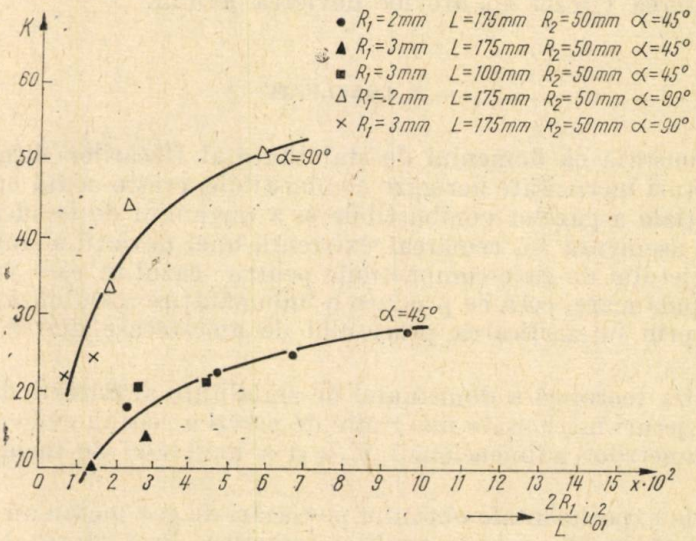


Fig. 4. — Dependenta constantei K în funcție de parametrul $\frac{2R_1}{L} u_{01}^2$.

Se observă că valoarea K se mărește odată cu creșterea parametrului $\frac{2R_1}{L} u_{01}^2$, punctele grupîndu-se cu o dispersie suficient de mică în jurul curbei trasate. Mărirea unghiului de incidență al jeturilor provoacă creșterea constantei K.

Fotografiile care s-au efectuat în timpul experimentărilor au scos în evidență fenomene suplimentare care apar în procesul de interacțiune al jeturilor, în special la viteze mari ale aerului, în apropierea limitei de rupere a flăcării.

Astfel, s-a remarcat în special la camera cu diametrul $2L = 350$ mm, apariția unei puternice turbionări a mișcării. Jetul reflectat din zona de impact cu pereții camerei are tendința să fie deviat în sus datorită forțelor convective, iar o parte a jetului este deviată în sens contrar datorită efectului de impact. În aceste condiții se formează două zone de recirculare situate de o parte și de alta a zonei de impact ; la viteze mari ale aerului cînd presiunea totală în axul jetului crește, zonele de recirculare au loc numai la periferia camerei de ardere, iar în axul camerei unde viteza este mare, condițiile de amorsare a flăcării se înrăutățesc. Cele de mai sus sînt reprezentate în figurile 1, 2 și 3.

Un fapt semnificativ remarcat în timpul experimentărilor a fost existența unei zone de stabilitate mărită, cînd la o anumită viteză a aerului u_{02}, cu direcția de expandare a jetului devine instabilă fiind deviată cu circa 20° — 60°, formînd flăcări puternic stabilizate pe toată secțiunea camerei de ardere, deși la viteze mai mici ale aerului, în aceleași condiții de ardere, zonele de recirculare ale flăcării erau mai reduse. Fenomenul se poate explica prin existența unei depresiuni formate pe o latură a jetului de combustibil datorită existenței unor puternice turbioane în zonele de recirculație, realizînd un efect asemănător efectului Coandă de deviere a jetului. Fenomenul se ilustrează în fotografiile 4 și 5 observîndu-se clar că la creșterea vitezei u_{02} are loc devierea jetului.

5. CONCLUZII

Se constată că domeniul de stabilitate al flăcărilor difuziv-turbulente în jeturi încrucișate aer-gaze combustibile, crește odată cu mărimea vitezei inițiale a gazelor combustibile și a unghiului de incidență dintre jeturi. De asemenea s-a remarcat existența unei deviații a unghiului de evazare a jetului de gaze combustibile pentru cazul în care jetul de aer are un impuls mare, ceea ce produce o îmbunătățire a stabilității flăcării, explicată prin intensificarea procesului de amestecare dintre cele două jeturi.

Analiza teoretică a domeniului de stabilitate al flăcării difuziv turbulente în jeturi încrucișate mărginite de pereți a scos în evidență importanța parametrilor adimensionali θ', η și a unghiului de incidență a jeturilor.

Datele experimentale obținute pe flăcări de gaz metan au confirmat rezultatele obținute pe baza analizei teoretice. Prezentarea criterială a domeniului de stabilitate al flăcărilor difuziv turbulente în jeturi încrucișate mărginite de pereți permite să se utilizeze relațiile obținute la modelarea instalațiilor industriale de ardere.

În exemplul de calcul se indică un exemplu de calcul a vitezei de rupere u_{02} pentru o viteză dată a gazului combustibil și pentru o arhitectură a camerei de ardere — arzător impusă.

Exemplul de calcul al stabilității arderii în cazul arderii în jeturi încrucișate.

Se dau elementele constructive ale ansamblului arzător-cameră de ardere:

R_1 este raza ajutajului central de gaze combustibile = 2 mm;
R_2 — raza ajutajului periferic de aer = 50 mm;
L — semilățimea camerei de ardere = 175 mm;
α_0 — unghiul inițial de încrucișare al jeturilor = 45°;

și se determină viteza aerului la care se rupe flacăra pentru viteza gazului combustibil la ieșirea din ajutaj $u_{01} = 144$ m/s pentru care corespunde debitul masic $m_{01} = 0{,}1295 \cdot 10^{-2}$ kg și impulsul inițial $M_1 = 0{,}187$.

Deoarece rezolvarea ecuației (19) pe cale analitică este foarte greoaie, se utilizează metoda grafică de rezolvare. Pentru aceasta, utilizînd datele problemei se aleg două valori u_{02} în limitele presupuse ale vitezei de

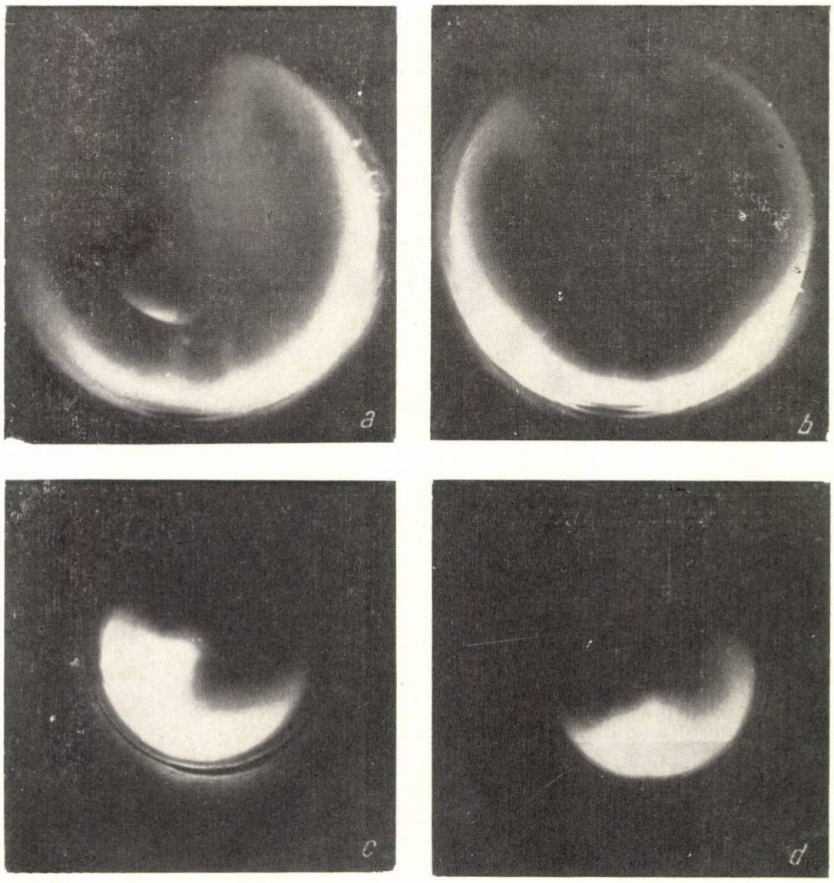


Fig. 5. — Fotografierea flăcării obținute în cadrul jeturilor încrucișate evidențiind recircularea gazelor de ardere și modificarea unghiului de incidență combustibil aer la încărcări termice mari. a) $R_1 = 1{,}5$ mm; $R_2 = 100$ mm; $L = 175$ mm; $\alpha_0 = 90°$; $u_{01} = 324$ m/s; $u_{02} = 2{,}86$ m/s. b) $R_1 = 1{,}5$ mm; $R_2 = 50$ mm; $L = 175$ mm; $\alpha_0 = 90°$; $u_{01} = 324$ m/s; $u_{02} = 12$ m/s. c) $R_1 = 3$ mm; $R_2 = 50$ mm; $L = 1755$ mm; $\alpha_0 = 45°$; $u_{01} = 90{,}4$ m/s; $u_{02} = 12{,}65$ m/s. d) $R_1 = 3$ mm; $R_2 = 50$ mm; $L = 175$ mm; $\alpha_0 = 45°$; $u_{01} = 90{,}4$ m/s; $u_{02} = 13{,}72$ m/s.

rupere a flăcării $u_{02} = 10$ m/s și 15 m/s, pentru care debitele masice, impulsurile și concentrațiile în amestec omogen sînt indicate în tabela 1.

Pe baza formulei (6) se calculează unghiul α_m, obținînd $\alpha_m = 39°$ pentru $u_{01} = 10$ m/s și $\alpha_m = 32°$ pentru $u_{01} = 15$ m/s.

Tabela 1

u_{02}	m_{02}	M_1	C_∞
10 m/s	$9{,}4.10^{-2}$	0,94	$1{,}378.10^{-2}$
15 m/s	$14{,}1.10^{-2}$	2,12	$0{,}915.10^{-2}$

Valorile η corespunzătoare vitezelor $u_{02} = 10$ m/s și 15 m/s vor fi : $\eta = 2{,}42$ pentru $u_{02} = 10$ m/s și $\eta = 3{,}48$ pentru $u_{02} = 15$ m/s.

În ecuația (19)

$$\theta'_r = K \frac{P}{N + \frac{P \sin \alpha_m}{\beta} K},$$

introducînd valorile $P_{ci} = 8\,500$ kcal/Nm³, $c_{pg} = 0{,}4$ kcal/Nm³,

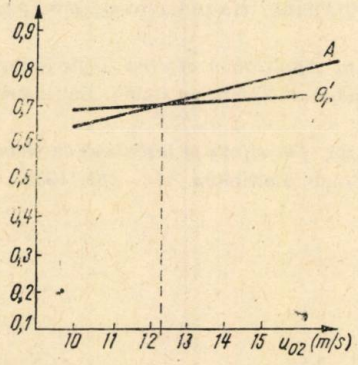


Fig. 6. — Diagrama auxiliară pentru determinarea grafo-analitică a valorii parametrului de similitudine θ'_r la ruperea flăcării.

$t_a = 1\,000°C$, $\beta = 1{,}31$ se obține $\theta'_r = 0{,}685$ pentru $u_{02} = 10$ m/s și $\theta'_r = 0{,}72$ pentru $u_{02} = 15$ m/s.

Din figura (4) care reprezintă variația lui K funcție de $\frac{2R_1}{L} u_{01}^2$ se deduce pentru $u_{01} = 144$ m/s, $K = 23$.

Notînd cu A expresia din partea dreaptă a relației (19) se calculează această valoare pentru cele 2 viteze : $A = 0{,}65$ pentru $u_{02} = 10$ m/s și $A = 0{,}772$ pentru $u_{02} = 15$ m/s.

Se reprezintă în figura 6 variaţia $\theta'_r = f\ (u_{02})$ şi $A = f\ (u_{02})$ şi la intersecţia celor două drepte se obţine u_{02} de rupere egal cu 12,3 m/s, ceea ce corespunde cu experimentările.

BIBLIOGRAFIE

1. N. H. Kerr, D. Fraser, *Swirl Part I: Effect on Axisymetrical Turbulent Jets*, Journal of the Institute of Fuel decembrie 519 (1965).
2. M. L. Mathur, N. R. L. Maccallum, *Swirling aer Jets issuming from vane swirless. Part. I: Free jets*, Journal of the Institute of Fuel, mai, 214 (1967).
3. M. L. Mathur, N. R. L. Maccallum, *Swirling aer Jets issuing from vane Swirless. Part I: Enclosed Jets*, Journal of the Institute of Fuel, iunie, 238, (1967).
4. И.В. Иванов, *Эффективное сжигание надслойных горючие газов в топках*, Эст. госуд. издат. Таллин, 1959.
5. В. А. Спейшер, *Сжигание газа на электростанциях и в промышлености*, Энергия — Москва 1967.
6. Г. Н. Абрамович, *Теория турбулентных струй*, Госуд. издат. физ—мат. литр., Москва 1960.
7. D. Grecov, I. Iordache, *Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoţite*· St. cerc. energ. electr., T. **15**, *4* (1965).
8. D. Grecov, I. Iordache, *La stabilité de la combustion pour les flammes des jets du contre-courant dans les tubes*. Rev. Roum. Sciences Tech. serie Electrotech. et Energ., **12**, 4 (1967).
9. A. G. Gaudon, H. G. Wolfhard, *Пламя, его структура, излучение и температура*, Москва 1967.
10. A. A. Putnam, A. Jensan, *Application of dimensions less numbers to flash-back and combustion phenomena*, 3-th Symp. on Comb. Baltimore, Will Wilkins Comp., 89—98, 1949.
11. L. Bollinger, D. Williams, *The effects of turbulince on flame speeds on bunsen type flames*, 3-*th* Symp. on Comb. Baltimore, 176—185, 1949.

INFLUENȚA UNOR VALORI ALE INDICILOR DE CALITATE AI MOTORINELOR ASUPRA COMPORTĂRII ACESTORA ÎN MOTORUL DIESEL*

DE

S. FAUR, S. MANEA, I. MINEA și C. A. VASILESCU

662.6 : 621.436

În lucrare se analizează efectul micșorării conținutului de petrol din motorină asupra comportării acesteia în motor. Se arată că valoarea minimă a procentului de petrol este determinată din necesitatea de a avea motorine mai ușoare, de cantitatea de sulf din țițeiul de bază, de turația și de gradul de supraalimentare al motorului. Studiul teoretic și experimental arată că există o valoare optimă a indicelui diesel și a temperaturii medii de fierbere care asigură consum specific minim de combustibil, solicitări mecanice minime și tendința la depunere acceptabilă.

În ultimii ani piața mondială a înregistrat o amplificare a consumului de motorină. Acest lucru s-a resimțit și în țara noastră unde creșterea continuă a parcului de tractoare și dieselificarea tracțiunii feroviare au impus necesități sporite de combustibil, ponderea relativă a consumului de motorină fiind în creștere. Ca urmare, industria petrolieră este pusă în situația de a acoperi aceste lipsuri și printr-o mai bună utilizare a produselor de distilare ale țițeiului ; schimbîndu-se astfel întrucîtva structura motorinei, se impune efectuarea unor cercetări privind comportarea combustibilului în motor. Motorina distilă între circa 200 și 360°C astfel încît reprezintă un amestec de fracții de petrol și de fracții ușoare de ulei rezultate din prelucrarea țițeiurilor de diferite proveniențe. Prin amestecarea acestor fracții se pot obține produse avînd anumite calități. În lucrarea de față se examinează modul în care se modifică unii indici de calitate ai motorinei și comportarea sa în motor ca urmare a variației intervalului de distilare deci a proporției de petrol din amestec.

* Lucrare prezentată la Conferința Republicană de Motoare cu Ardere Internă, București 26—29 septembrie 1967.

Lucrarea prezintă o trecere în revistă a proprietăţilor care caracterizează motorina în vederea alegerii indicilor semnificativi, o analiză teoretică a modificării unor proprietăţi ale combustibilului şi comportarea sa probabilă în motor cum şi verificarea experimentală a unora din concluziile enunţate.

1. STUDIUL PROPRIETĂŢILOR CARE CARACTERIZEAZĂ MOTORINA

Calitatea combustibilului denumit motorină este precizată de o serie de indici care pot fi împărţiţi după cum urmează :

— indici de calitate caracterizînd transportul, depozitarea şi manipularea combustibilului, spre exemplu : punctul de congelare, temperatura de tulburare, punctul de inflamabilitate, culoarea, aspectul;

— indici de calitate caracterizînd direct sau indirect arderea combustibilului, spre exemplu : densitatea, curba de distilare, cifra cetanică sau indicele diesel, cifra de cocs, puterea calorifică;

— indici de calitate caracterizînd uzura motorului, spre exemplu : aciditatea minerală şi alcalinitatea, aciditatea organică, impurităţi mecanice, apă, conţinutul de sulf, conţinutul de cenuşă.

În tabela 1 se examinează aceste proprietăţi conform standardelor dintr-o serie de ţări.

Se observă de la început că în majoritatea lor standardele folosesc aceiaşi indici care corespund caracteristicilor fundamentale ale combustibililor. Valoarea acceptată este aproximativ aceeaşi pentru unii dintre indici în timp ce pentru alţii variază după destinaţia combustibilului şi perioada de utilizare.

Lăsîndu-se la o parte conţinutul de sulf determinat de proveniența materiei prime, de modul de prelucrare, şi temperatura de congelare stabilită de condiţii climaterice, importanţi pentru exploatarea motoarelor sînt indicii : cifră cetanică (indice diesel) şi curba de distilare.

Standardizarea corectă a acestor valori poate avea implicaţii economice importante, astfel, variaţia curbei de distilare poate produce eliberarea unor produse de distilare şi în acelaşi timp măreşte producţia de motorină comercială.

În figurile 1, 2 şi 3 [1] se prezintă randamentul distilării unor fracţiuni de ţiţei reprezentative pentru producţia din perioada apariţiei lucrării citate.

Se observă spre exemplu că la ţiţeiul de Berca (fig. 1) fracţia 300—350°C are un randament de distilare de circa 6 ori mai mare decît fracţia 200—250°C; în acelaşi timp ţiţeiul de Bucşani are randamente de distilare practic constante în zona 150—350°C.

Rezultă că prin modificarea proporţiilor fracţiilor care se amestecă în motorină se pot utiliza fracţii cu randamente diferite de distilare, eliberîndu-se astfel din fracţiile uşoare, ceea ce permite, fie valorificarea acestora la un preţ mai bun, fie amestecarea lor cu motorine mai grele în vederea îmbunătăţirii calităţii acestora.

Se impune astfel micşorarea conţinutului de petrol în motorină; dar o dată cu modificarea proporţiei produselor uşoare în motorină se modifică şi indicii acesteia, elemente care vor fi studiate teoretic în con-

Tabela 1

Tabel cu specificațiile standardizate în diferite țări pentru combustibili Diesel

| Țara | Cehoslovacia | | |

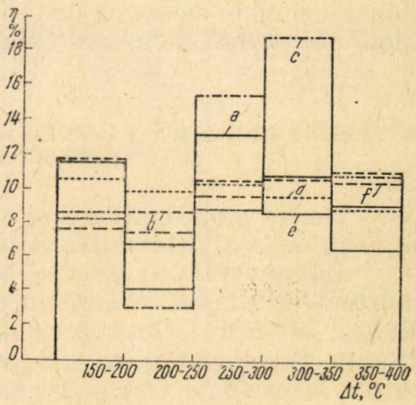


Fig. 1. — Randamentul distilării η (% în greutate) în funcție de intervalul de temperatură Δt de separare a fracției pentru diferite țițeiuri parafinoase reprezentative în perioada anilor 1960 :

a — Aricești ; *b* — Băicoi ; *c* — Berca ; *d* — Bucșani ; *e* — Urlați ; *f* — Moldova.

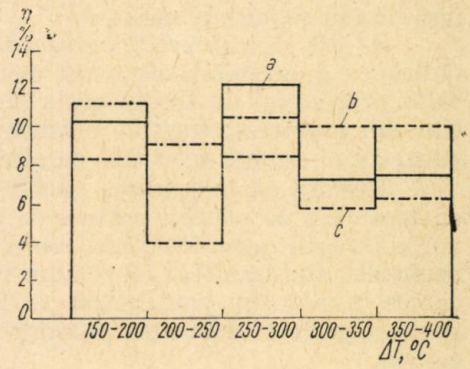


Fig. 2. — Randamentul distilării η (% în greutate) în funcție de intervalul de temperatură Δt de separare a fracției pentru diferite țițeiuri semi-parafinoase reprezentative în perioada anilor 1960 :

a — Cobia nord ; *b* — Gura Ocniței ; *c* — Moldova.

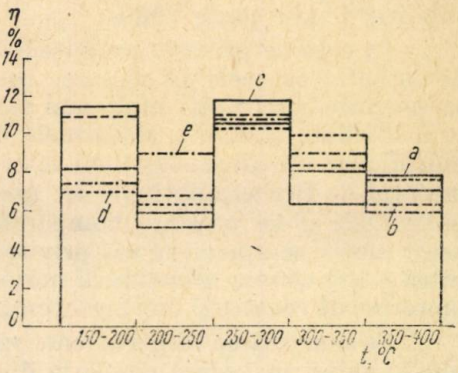


Fig. 3. — Randamentul distilării η (% în greutate) în funcție de intervalul de temperatură Δt de separare a fracției, pentru diferite țițeiuri neparafinoase reprezentative în perioada anilor 1960 :

a — Băjeasca A_1 ; *b* — Moreni A_1 ; *c* — Moreni A_1 (special) ; *d* — Moșoaia A_1 ; *e* — Pitești A_1.

tinuare, ţinîndu-se seama de faptul că în amestec pot apare fracţii de distilare din ţiţeiuri de natură chimică diferită.

2. ANALIZA TEORETICĂ A MODIFICĂRII UNOR PROPRIETĂŢI ALE COMBUSTIBILULUI ŞI COMPORTAREA SA PROBABILĂ ÎN MOTOR

Dintre proprietăţile care condiţionează alimentarea cu combustibil, se menţionează viscozitatea şi temperatura de congelare.

Din punctul de vedere al alimentării sigure şi continui a motorului îndeosebi în timpul rece, este necesară o limitare a valorii maxime a viscozităţii. Această cerinţă prezintă o evidentă importanţă şi pentru depozitarea, transportul şi manipularea combustibilului în condiţii de temperatură scăzută; o viscozitate redusă îmbunătăţeşte şi pulverizarea, însă valorile prea mici nu pot fi tolerate căci au ca efect uzuri mari ale elementelor pompelor de injecţie şi micşorează coeficientul de umplere al pompei. Din datele existente se menţionează că intervalul de variaţie admisibil al viscozităţii la 20°C, ar putea fi mărit fără dificultăţi, între 1,15—1,80°E; se pot utiliza desigur şi produse cu viscozităţi mai mici, însă luîndu-se măsuri speciale.

Se ştie că viscozitatea creşte odată cu temperatura medie de fierbere (adică cu greutatea moleculară medie) respectiv cu majorarea conţinutului procentual de fracţii grele în amestec şi este influenţată de natura ţiţeiului prelucrat, fracţiile obţinute din ţiţeiuri parafinoase avînd viscozitatea mai redusă decît cele de altă natură, în deosebi nafteno-aromatice.

Rezultă că micşorarea cantităţii de petroluri alcanice în amestecul cu motorine de aceeaşi natură va tinde la mărirea viscozităţii; la fel se vor comporta motorinele nealcanice la care se reduce procentul de petrol nealcanic din amestec. În schimb reducerea proporţiei de petroluri nealcanice în motorine parafinoase va face să crească mai puţin viscozitatea produsului decît reducerea proporţiei de petrol parafinos în motorine nealcanice.

Examinînd diferitele date avute la dispoziţie s-a ajuns la concluzia că, din punctul de vedere al influenţei viscozităţii asupra alimentării motorului, nu este recomandabil să se folosească, fără măsuri speciale, produse petroliere de natură parafinoasă cu temperaturi medii de fierbere sub 250°C sau peste 300°C şi neparafinoase, cu temperaturi medii de fierbere sub 200°C sau peste 290°C.

În ceea ce priveşte produsele obţinute prin procedee secundare, este de aşteptat ca acele de cocsare, conţinînd proporţii mari de fracţii grele, să prezinte viscozităţi mult mai ridicate decît fracţiile similare obţinute prin distilare primară. Motorinele uşoare de cracare catalitică şi cele de hidrofinare au viscozităţi mai mici decît cele ale motorinelor cu acelaşi interval de fierbere obţinute în procesul de distilare primară, în timp ce motorinele grele prezintă comparativ cu acestea, valori superioare. Din acest motiv se apreciază că, privite sub prisma influenţei pe care viscozitatea o are asupra alimentării motorului, nu este indicat să se folosească motorine de cocsare şi nici motorine grele (300—400°C) de cracare catalitică.

Se remarcă că alegerea unei viscozităţi optime este o problemă complexă, avînd în vedere corelaţia dintre această proprietate şi punctul de

congelare, precum şi legătura dintre viscozitate şi cifra cetanică pe de o parte şi conţinutul în hidrocarburi parafinice a produselor petroliere pe de altă parte.

Temperatura de congelare a hidrocarburilor depinde de numeroase elemente de structură moleculară (normale sau izomeri, numărul de constituenţi sau de catene laterale, simetria ramificării etc.), influenţele respective prezentînd dese abateri. Este însă cert faptul, că temperatura de congelare a hidrocarburilor creşte o dată cu greutatea lor moleculară, respectiv cu temperatura de fierbere. La aceeaşi temperatură de fierbere alcanii au punctele de congelare cele mai ridicate, iar aromatele cele mai scăzute, naftenele ocupînd o poziţie medie.

Prin urmare reducerea proporţiei de petrol parafinos va produce o mai accentuată creştere a temperaturii de congelare decît reducerea proporţiei de petrol neparafinos, într-un amestec de fracţii de motorină şi de petrol. Produsele petroliere fabricate prin procedee secundare cum sînt cracarea catalitică şi hidrofinarea, au puncte de congelare mai coborîte decît cele similare obţinute în procesul de distilare primară şi prin urmare în amestec vor favoriza coborîrea temperaturii de congelare.

Indicele care caracterizează cel mai bine capacitatea combustibilului de a se aprinde în motor este cifra sa cetanică.

Mărirea cifrei cetanice micşorează durata întîrzierii la aprindere cu efecte pozitive asupra arderii, în special la motoarele cu injecţie directă. În acelaşi timp însă, mărirea cifrei cetanice peste anumite valori nu mai îmbunătăţeşte procesele din motor; dimpotrivă viteza de creştere a presiunii şi presiunea maximă ating valori prohibitive şi se remarcă o creştere a consumului de combustibil datorită înrăutăţirii formării amestecului. Rezultă deci că cifra cetanică a combustibilului diesel, trebuie să fie cuprinsă între anumite limite, valoarea optimă fiind situată, în funcţie de tipul motorului şi de condiţiile de exploatare ale acestuia, între 44 şi 50 unităţi.

De multe ori se exprimă proprietatea de aprindere în motor a motorinei prin intermediul indicelui diesel, valoare mai uşor de determinat însă mai puţin exactă. Există o corelaţie între indicele diesel şi cifra cetanică, care ar trebui să delimiteze un domeniu deoarece natura chimică a constituenţilor combustibilului şi proporţia lor în amestec pot influenţa această dependenţă. În figura 4 se prezintă această corelaţie pentru doi combustibili.

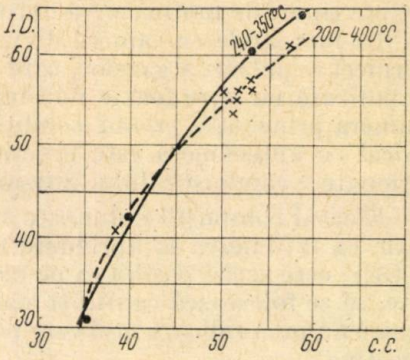


Fig 4. — Corelaţie, stabilită experimental, între indicele Diesel I.D. şi cifra cetanică C.C. la două fracţii de motorină.

Examinînd variaţia cifrei cetanice a hidrocarburilor în cadrul aceloraşi clase, se constată că ea creşte o dată cu numărul atomilor de carbon în moleculă, respectiv cu temperatura medie de fierbere, dependenţa aceasta fiind în cazul hidrocarburilor parafinice şi a celor olefinice, aproape liniară, hidrocarburile parafinice prezentînd cele mai ridicate valori ale cifrelor cetanice.

Prin urmare reducerea conţinutului de petrol va acţiona diferit după natura componentei; scăderea conţinutului de petrol neparafinos într-o motorină parafinoasă va produce o creştere a cifrei cetanice în timp ce micşorarea conţinutului de petrol parafinos într-o motorină neparafinoasă poate realiza chiar scăderea cifrei cetanice.

Motorinele de cracare catalitică au cifre cetanice mai coborîte decît cele corespunzătoare provenite din distilare primară; ele se amelioreză sensibil prin extracţia cu furfurol sau prin hidrofinare.

La stabilirea unei cifre cetanice optime trebuie să se aibă în vedere faptul că în general majorarea cifrei cetanice, provoacă ridicarea punctului de congelare.

Pentru a se ilustra concluziile privitoare la interdependenţa indicilor de calitate ai motorinelor s-au analizat peste 35 de probe de combustibili, fie motorine uzuale, fie combustibili realizaţi astfel încît să se păstreze anumiţi indici constanţi (tabela 2). Se observă influenţa conţinutului de hidrocarburi parafinice a combustibilului asupra viscozităţii (spre exemplu, probele 15 şi 26), influenţa temperaturii medii de fierbere asupra viscozităţii, influenţa compoziţiei asupra indicelui diesel (spre exemplu probele 25 şi 26) etc.

Examinarea datelor din tabelă scoate în relief influenţe complexe asupra indicilor de calitate a combustibilului, influenţe care urmează să se reflecteze şi în proprietăţile de ardere ale acestuia.

Din cele expuse se pot remarca unele concluzii asupra comportării combustibilului la ardere în motor. Astfel, de pildă, la motoarele cu injecţie directă, utilizarea unor fracţiuni obţinute în procesul de distilare primară, cu temperaturi medii de fierbere din ce în ce mai ridicate, conduce la înrăutăţirea microstructurii jetului, provocînd (de la anumite valori înainte) apariţia arderii cu fum la turaţii reduse. În acelaşi timp, motorinele cu mai puţin petrol vor produce viteze de creştere a presiunii mai reduse şi presiuni maxime mai mici, ceea ce au drept efect solicitări termice şi mecanice moderate ale motorului şi consumuri specifice mai mici; prin urmare la aceste tipuri de motorine va exista o curbă de distilare optimă.

La motoarele cu cameră divizată, amestecarea se realizează datorită puternicei expulzări a gazelor, care pune în contact picăturile de motorină nevaporizată cu gaze foarte fierbinţi şi cu cantitatea mare de aer aflată în camera principală, creînd condiţii optime de ardere. Se deduce deci că motorul cu antecameră este practic insensibil la schimbarea compoziţiei fracţionate a combustibilului într-un interval de distilare suficient de mare.

Efectul combustibilului este strîns legat şi de rapiditatea motorului. Se ştie că întîrzierea la aprindere tinde să scadă o dată cu turaţia (fig. 5 [2], [3]); este astfel posibil ca pe măsură ce turaţia de serviciu a motorului creşte, să se folosească cantităţi mai mari de petrol în amestec, avînd cifre cetanice nu prea ridicate însă care pot să se vaporizeze suficient în condiţiile respective.

Tabela 2

Tabel cu rezultatele analizelor fizico-chimice pentru diverse motorine

Nr. crt.	DENUMIREA PROBELOR	Densitatea d_4^{20}	Temp. inițială de fierbere	10% vol. distil. la	20% vol. dist. la	30% vol. dist. la	40% vol. dist. la	50% vol. dist. la	60% vol. dist. la	70% vol. dist. la	80% vol. dist. la	90% vol. dist. la	95% vol. dist. la	Temp. fin. de fierbere °C	Temp. de inflam. °C	Indice de refracție	Acid organic mg/100	Sulf %	Viscozitatea (°E) la 20°C	Viscozitatea (°E) la 50°C	Greutatea moleculară	Compoziția structurală C_A	Compoziția structurală C_N	Compoziția structurală C_P	Nr. mediu de cicluri R_A	Nr. mediu de cicluri R_T	Nr. mediu de cicluri R_N	Analiza element % H	Analiza element % C	Valoarea $\frac{H}{rap}$ C	Temp. de congelare °C	Indice Diesel	Cocs Conradson	Cenușa %	Cifra de iod	Putere calorifică sup.	Punct de anilină °C	Temp. medie de fierbere	Cifra cetanică	Observații
1	Fracția IV-a din 20.II.1967	0,7777	154	161	163	165	167,8	170,2	174	178	181,5	187	191	196/98,5	36	1,4338	0,93	0,12	1,00	0,93	133,65	7	33	60	0,117	0,666	0,549	13,28	84,11	0,160	−60	67,5	0,01	0,003	0,63	–	57,7	181,9	–	
2	Fracția VI-a din 20.II.1967	0,8405	224	235	240	243	248	254	261	268	275	284	290	298/98	89	1,4462	15,44	0,14	1,31	1,11	195,92	11	40	49	0,180	1,372	1,192	13,15	84,40	0,156	−30	54,4	0,015	0,0035	0,81	–	66,2	270,5	–	
3	Fracția VII-a din 20.II.1967	0,8702	242	269	291	305	317	322	329	335	341	350	360	360/95	108	1,4800	62,80	0,26	2,09	1,37	245,88	10	42	48	0,309	1,856	1,547	13,03	86,31	0,150	− 1	49,68	0,080	0,0016	0,6	–	73,2	335,2	–	
4	Fracția VIII-a din 20.II.1967	0,8912	303	331	349	363	–	–	–	–	–	–	–	–	147	1,4924	92,66	0,13	6,30	2,09	298,65	14	37	49	0,497	2,241	1,744	12,48	85,68	0,145	+18	47,18	0,085	0,0021	1,4	–	80,9	352,0	–	
5	Motorină hidrofinată	0,8531	216	223	229	237	245	265	283	300	328	340	–	360/96	62	1,4738	3,36	0,074	1,46	1,20	214,40	19	30	51	1,100	2,460	1,360	12,56	84,96	0,144	−16	50,71	0,080	0,0026	2,2	–	66,2	304,6	–	
6	Fracția A_3 din țiței asfaltos	0,8553	189	215,5	224	232	242,5	243	256	265,5	272,5	282	–	293/98	62	1,4700	2,24	0,21	1,33	1,13	189,90	26	34	40	0,610	1,602	0,992	13,16	85,76	0,154	–	46,20	0,06	0,0026	0,3	–	59,7	265,9	–	
7	Petrol din 19.IV.1967	0,8911	309	312	318	322	325	330	338	342	349	356	–	360/98	175	1,4929	1,12	0,29	3,12	1,56	260,74	17	40	43	0,509	2,172	1,666	12,04	84,61	0,142	−45	40,80	0,06	0,0030	1,3	10 203	67,6	345,0	–	
8	Fracția IV țiței parafinos 19.IV	0,8049	157	164	171	178	185	192	210	220	227	235	–	248/98	39	1,4460	6,17	0,11	1,08	0,98	156,41	5	43	52	0,100	0,936	0,834	13,66	84,64	0,161	−62	60,80	0,017	0,003	1,06	–	60,2	216,9	–	
9	Fracția VI țiței parafinos 19.IV	0,8656	248	256	264	278	295	310	315	320	332	340	–	354/98	115	1,4795	102,02	0,29	2,10	1,39	228,17	16	36	48	0,380	1,649	1,269	13,21	85,73	0,154	–	51,4	0,01	0,0016	3,5	10 851	73,8	322,3	–	
10	Motorină – 15 A iarnă ptr. C.F.R.	0,8305	197	223,5	229	236	241,5	248	255	263	275	294	316	326/98	78	1,4650	2,73	0,045	1,258	1,126	188,94	17	25	58	0,377	0,997	0,620	12,23	85,71	0,144	−18	56,0	0,07	0,0078	0,96	10 000	63,9	274,2	51,6	
11	Motorină Exp. – 15 ptr. C.F.R. 20. VI	0,8418	192	225	243	254	265	275	284	294	307	322	339	346/98	76	1,4715	1,56	0,13	1,444	1,185	202,96	23	29	48	0,314	1,413	1,099	12,99	85,65	0,151	−17	52,9	0,02	0,008	2	10 200	68,3	297,4	50,8	
12	Motorină Exp. – 15 din 10.VII	0,8303	197	222	232	238,5	244	250	256	268	270	–	–	–	78	1,4660	2,73	0,04	1,27	1,114	184,71	18	37	45	0,414	0,974	0,560	13,06	85,94	0,155	–	56,8	0,010	0,0006	–	–	65,2	255,8	54,0	
13	Motorină – 15 spec. ptr. C.F.R. 26.V	0,8292	193	216,5	227	232,5	239	245	253,4	260,5	277	286	–	316,5/98	72	1,4650	1,54	0,051	1,239	1,09	177,89	18	26	56	0,393	0,988	0,595	13,06	82,79	0,157	–	56,0	0,015	0,006	–	–	63,5	270,2	50,0	
14	Motorină Exp. – 15 ptr. C.F.R. 12.VI	0,8418	196	223	231	240	249	258	269	281	296	317	335	339/98	78	1,4680	2,34	0,055	1,375	1,145	193,78	13	40	47	0,312	1,282	0,970	13,04	85,84	0,151	–	55,3	0,015	0,006	–	–	68,1	286,0	51,1	
15	Motorină nr. 1 din 11.VII.1967	0,8819	243	292	298	302	305	308	312	317	321	330	333	333	142	1,4880	1,56	0,29	2,418	1,452	227,06	17	41	42	0,416	1,878	1,417	12,43	86,38	0,143	–	43,3	0,01	0,006	3,2	10 620	67,5	320,1	–	
16	Motorină nr. 2 11.VII.1967	0,8745	189	235	255	268	281	291	304	315	324	341	–	341	93	1,4833	2,73	0,24	1,903	1,288	237,48	17	38	45	0,3916	2,113	1,721	12,66	86,31	0,146	−55	44,14	0,005	0,006	1,18	–	65,2	306,9	–	
17	Motorină nr. 3 11.VII.1967	0,8918	276	303	311,5	317	324	330	338	345	354	364	–	364	144	1,4950	4,67	0,32	4,097	1,718	278,94	17	34	49	0,584	2,087	1,503	12,22	85,72	0,140	−33	41,9	0,012	0,006	1,3	–	70,2	341,6	–	
18	Motorină nr. 4 11.VII.1967	0,8918	277	303	312	318	324	331	338,5	347	355	366	–	366	144	1,4949	4,67	0,31	4,100	1,748	283,09	17	34	49	0,600	2,112	1,512	12,42	86,74	0,143	−36	41,85	0,015	0,006	1,3	–	70,1	341,8	–	
19	Motorină grea cr. cat. 5.VII	0,8876	268	325	341	352,5	361	368,5	376	382	386	389,5	–	394/94	84	1,5045	5,47	0,19	1,402 la 75°C	1,791	273,33	28	11	61	1,000	1,489	0,489	12,06	86,78	0,139	+31	47,84	0,06	0,0036	3,07	–	80,0	378,2	–	
20	Motorină grea cocsare	0,9055	238	329	345	352,5	362	370	375,5	379	383	–	–	383,5/81	82	1,5100	11,7	0,66	1,518 la 75°C	2,132	256,58	28	24	48	0,907	1,914	1,007	11,76	85,86	0,137	+28	38,52	0,19	0,0038	25,7	–	71,1	370,3	–	
21	Motorină asfaltoasă 1966	0,9085	240	276	289	296	302,5	310	317,5	326	339,5	351	360	363/98	99	1,5030	830,38	0,21	2,44	1,43	240,74	22	41	37	0,608	2,289	1,661	13,19	85,92	0,153	−45	28,03	0,017	0,003	1,32	10 268	48,3	332,3	–	
22	Păcură asfaltoasă 1966	0,9658	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	191	1,5310	166,22	0,51	14 la 75°C	–	448,96	19	48	33	1,073	4,712	3,639	13,29	86,13	0,154	0°	–	6,6	0,13	5,5	10 186	–	–	–	
23	Motorină – 15 pt. Inst. Energ 10.VII	0,8412	185	214	230	238,5	249	260	273	285	301	314	–	314	78	1,4668	1,56	0,26	1,37	1,181	201,87	11	40	49	0,267	1,253	0,986	13,37	86,24	0,155	−15	55,5	0,03	0,0076	2	10 200	68,1	283,4	52,6	
24	Motorină – 15 pt. Agricult. 10. VII	0,8378	158	211	223	232	240	252	261	274	293	304	–	304	74	1,4660	3,89	0,33	1,309	1,138	191,38	13	37	50	0,298	1,220	0,922	13,37	85,88	0,156	−15	55,9	0,032	0,007	2	10 519	67,2	269,7	50,5	
25	Motorină cu ID = 45 22.VII	0,8734	215	240	256	269	281	295	307	320	333	350	354	356/97	88	1,4832	3,12	0,22	1,64	1,332	221,38	18	46	36	0,402	1,759	1,357	13,00	86,40	0,150	−32	44,97	0,011	0,0046	1,08	10 575	66,2	320,1	–	
26	Motorină cu ID = 50 22.VII	0,8622	211,5	235	255	268,5	280,5	292	304	317	330,5	354	363	364/96	88	1,4782	3,89	0,16	1,58	1,291	251,41	12	30	58	0,376	1,613	1,237	13,06	86,36	0,151	−12	50,14	0,015	0,0038	0,96	10 493	69,8	320,5	–	
27	Motorină cu ID = 55 22.VII	0,8501	208	243	256	266	277	288	300	317	332	360	361	361	90	1,4738	3,89	0,13	1,52	1,258	223,41	18	30	52	0,392	1,344	0,952	13,15	85,46	0,151	− 5	55,65	0,019	0,0066	0,73	10 752	72,8	320,1	–	
28	Motorină cu ID = 60 22.VII	0,8402	187	236	251	259	272	278	294	308	311	325	–	325	88	1,4690	3,12	0,14	1,630	1,237	214,93	19	36	45	0,368	1,170	0,802	13,42	83,53	0,149	− 2	60,57	0,016	0,0036	0,54	10 839	75,6	296,1	–	
29	Motorină solventată	0,8643	282	316	331	340	347,5	360	370,5	375	379	–	–	380,5/98	138	1,4840	7,78	0,20	1,432 la 75°C	1,826	272,00	17	22	61	0,576	1,461	0,885	13,11	86,06	0,151	+29	60,11	0,1	0,0032	5,79	–	88,5	365,9	–	
30	Motorină ușoară cr. cat.	0,8768	210	243	252	260,5	268	276,5	286	295	303,5	314	322	323,5/98	59	1,4977	1,56	0,25	1,36	1,176	185,62	33	25	42	0,757	1,346	0,589	11,79	85,90	0,137	−10	34,12	0,04	0,003	6,2	–	47,3	294,1	–	
31	Motorină grea cr. cat.	0,8840	290	333	345	352	358	362	368	373	381,5	389	391,5	391,5	108	1,5048	3,80	0,12	1,356 la 75°C	1,707	272,02	27	10	63	0,953	1,281	0,328	12,27	86,78	0,141	+27	50,48	0,13	0,0034	3,71	–	83,0	374,5	–	
32	Motorină 1966	0,8291	199	217,5	230	242,5	259	272,5	289	307	329,5	361	370	383/98	104	1,4625	23,50	0,12	1,46	1,18	220,36	12	28	60	0,662	2,258	1,596	13,58	85,91	0,158	+ 7	64,25	0,030	0,0016	0,65	10 803	75,5	316,3	–	
33	Păcură parafinoasă 1966	0,9390	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	195	1,5220	6,85	0,40	6,52 la 75°C	21,02	460,57	21	30	49	1,999	3,739	2,540	13,68	86,97	0,157	+ 2	–	5,9	0,068	3,44	10 425	–	–	–	
34	Petrol 1965	0,8067	171	187	197	205	217	222	231	243	255	272	277	277	54	1,4480	1,54	0,062	1,16	1,06	165,00	7	37	56	1,63	1,76	0,131	13,62	85,37	0,147	–	65,74	0,06	0,003	0,14	–	67,3	245,5	–	
35	Motorină 1965	0,8410	198	210	229	245	259	272	287	302	–	–	–	302	74	1,4700	8,98	0,12	1,93	1,36	243,00	9	34	57	1,12	1,39	0,270	13,22	86,11	0,153	–	57,48	0,051	0,0018	2,9	–	71,2	272,7	–	
36	Motorină + 5 pt Agric. 10.VII	0,8528	146	222	248	257	270	285	299	311	320	347	–	350/93	82	1,4760	3,89	0,15	1,44	1,234	209,84	17	31	52	1,448	1,351	0,903	13,25	86,27	0,144	− 1	49,0	0,15	0,0086	3,4	10 867	63,1	311,3	51	
37	Motorină + 5 pt. Agric 10.VII	0,8511	173	215	228	242	255	271	286	301	315	332	359	359	72	1,4755	5,45	0,13	1,43	1,203	214,95	18	25	57	0,452	1,347	0,896	13,46	86,12	0,–	− 5	49,0	0,15	0,0086	3,4	10 595	62,4	301,2	50	

Motorul supraalimentat, la care se manifestă efectul de micşorare a perioadei de întîrziere la aprindere datorită creşterii presiunii şi temperaturii aerului în cilindru, permite de asemenea folosirea unor produse mai uşoare, cu cifre cetanice mai coborîte, decît motorinele uzuale. În plus, la aceste tipuri de motoare condiţiile de amestecare fiind mai dificile tocmai

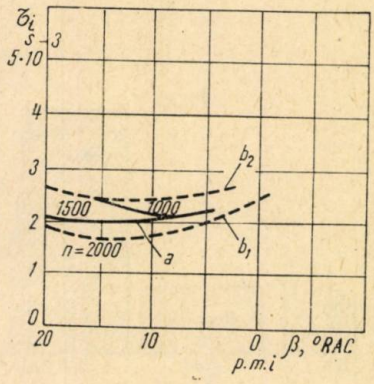


Fig. 5. — Variaţia duratei perioadei de întîrziere la aprindere la diferite turaţii n, în funcţie de valoarea avansului la injecţie β :

a — motor cu injecţie directă ; b_2 — motor cu antecameră (la turaţii scăzute) ; b_1 — motorul cu antecameră (la turaţie ridicată).

datorită volumului mic al aerului în care se produce injecţia, se urmăreşte să se ajute amestecarea prin utilizarea unor combustibili cu fracţiuni uşoare. Prin urmare condiţiile de turaţie şi de supraalimentare limitează reducerea fracţiei de petrol din motorină.

Un alt aspect important al utilizării combustibilului în motor, îl constituie formarea depozitelor cărbunoase datorită arderii combustibilului.

În urma analizei critice a diferiţilor indici daţi de literatura de specialitate pentru a caracteriza această tendinţă se alege aşa-numitul factor K [4], [factor care cu cît este mai mare, indică o tendinţă sporită la depuneri] :

$$K = 0{,}7\left(\frac{9}{5}t_{mf} + 632\right)\frac{\frac{H}{C} - 0{,}207}{\frac{H}{C} - 0{,}259}$$

în care :

$\frac{H}{C}$ este raportul dintre conţinutul procentual de hidrogen şi carbon ;

t_{mj} — temperatura medie de fierbere.

Se observă că tendinţa de depunere creşte cînd creşte temperatura medie de fierbere şi cînd raportul $\frac{H}{C}$ scade. Prin urmare reducerea conţinutului de petrol în motorină se va manifesta prin mărirea tendinţei la depuneri, într-o măsură mai mică dacă se amestecă petroluri naftenice cu

motorine alcanice şi în măsură mai mare dacă petrolul ce se amestecă este alcanic şi fracţia de motorină neparafinică.

Durabilitatea motorului este influenţată direct de conţinutul de sulf şi indirect de parametrii care determină o ardere cu valori mari ale presiunii şi cu o creştere rapidă a acesteia.

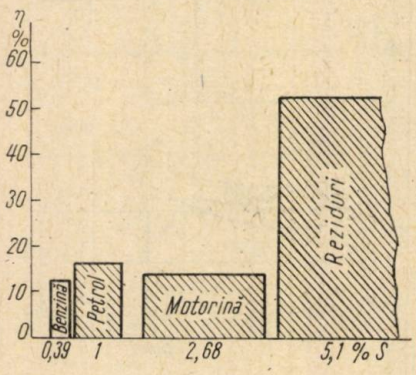


Fig. 6. — Dependenţa dintre participaţia masică a fracţiei distilate din ţiţei η şi conţinutul procentual de sulf S pentru un ţiţei mexican cu 3,77 % S.

Motorinele, produse de distilare din ţiţeiuri indigene nu au practic sulf, astfel că o asemenea problemă nu se pune încă. Este însă de remarcat că în general [5], fracţiile distilate la temperaturi mai ridicate au sulf mai mult (fig. 6). Din acest punct de vedere reducerea cantităţilor de petrol din motorina comercială nu pare a fi posibilă sub o anumită valoare, în cazul materiilor prime cu mult sulf şi a lipsei rafinării superioare.

Se reaminteşte că excesul de petrol şi în special petrol naftenic care determină un produs prea volatil şi absenţa petrolului alcanic într-un produs neparafinic care determină o cifră cetanică scăzută, duc la vîrfuri de presiune care măresc tendinţa la uzură a motorului.

Examinarea comportării probabile a motorinelor în motoare dovedeşte că prezenţa fracţiei de petrol în amestec poate modifica temperatura medie, a indicelui Diesel şi tendinţa la depunere, şi că, performanţele motorului vor depinde, pentru un combustibil dat, de tipul camerei de ardere, de turaţia de serviciu şi de valoarea presiunii de supraalimentare. Rămîne să se aprecieze experimental, cantitativ, efectul variaţiei acestor indici.

3. STUDIUL EXPERIMENTAL PE MOTOR AL COMPORTĂRII MOTORINELOR CU INDICI DE CALITATE DIFERIŢI

Cercetarea experimentală s-a efectuat prin studierea cîtorva din combustibilii special realizaţi (vezi tabela 2) în condiţii de motor. S-a utilizat un motor monocilindru din familia motoarelor de tractor D-103 (D = 108 mm, S = 130 mm, n = 1 800 rot/min) montat la un banc de probe (fig. 7). Reglajele motorului au fost cele standard. S-a ridicat numai caracteristica de debit de combustibil constant, pentru o valoare apropiată de sarcina maximă. În acelaşi timp s-au înregistrat diagrame indicate ale variaţiei presiunii în cilindru şi ale variaţiei presiunii în conducta

de injecţie la pompă şi la injector precum şi cursa de ridicare a acului.

Experimentările au avut drept obiect stabilirea influenţei indicelui diesel, a curbei de distilare şi a intervalului de distilare (fracţia de distilare).

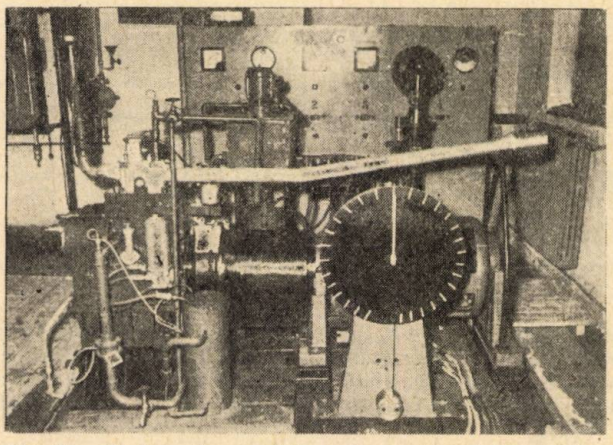


Fig. 7. — Vederea bancului de probe a motorului D—103.

Prima etapă a experimentărilor priveşte 4 combustibili cu indice diesel diferit însă cu aproximativ aceeaşi curbă de distilare. Datele principale, extrase din tabela 2 sînt prezentate în tabela 3.

Tabela 3

Tip de combustibil	I.D.	d_4^{20}	Temperatura iniţială de fierbere, °C	t_{mf} °C	Temperatura finală de fierbere, °C	S %	Viscozitate la 50°C °E	Carboni		
								C_A	C_N	C_P
25	44,6	0,8734	215	320,1	356	0,22	1,332	18	46	36
26	50	0,8622	211	320,5	364	0,16	1,291	12	30	58
27	55,4	0,8501	208	320,1	361	0,13	1,258	18	30	52
28	60,6	0,8402	167	296,1	325	0,14	1,247	19	36	45

Curbele caracteristice sînt redate în figura 8, întîrzierea la aprindere în figura 9, presiunea maximă în cilindru în figura 10 şi presiunea maximă de injecţie în figura 11.

Se observă că întîrzierea la aprindere nu variază proporţional cu indicele diesel. Combustibilul cu indicele diesel cel mai redus (proba 25), are valori mai mari pentru durata întîrzierii la aprindere, în timp ce celelalte curbe sînt mai grupate. Cea mai scăzută valoare a întîrzierii la aprindere o are combustibilul 26, deşi diferenţa faţă de proba 27 şi 28 nu este foarte marcată. Se observă comportări diferite ale întîrzierii la aprindere în funcţie de turaţie.

Analiza datelor din diagrama caracteristicilor de turaţie (fig. 8), arată că există o valoare apropiată a indicelui diesel care dă valoarea

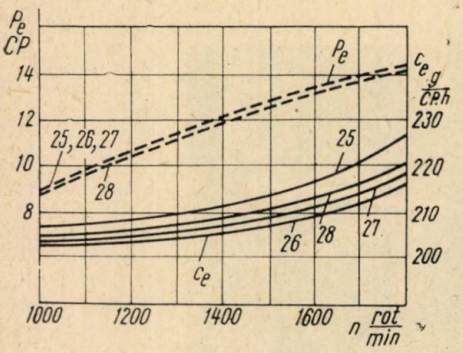


Fig. 8. — Variația puterii efective P_e, și a consumului specific efectiv de combustibil c_e cu turația n la sarcină constantă; probe de motorină cu indice diesel diferit, conform tabelei 3.

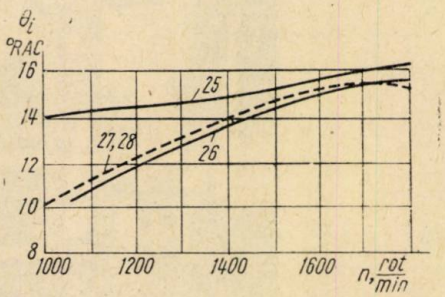


Fig. 9. — Variația duratei perioadei de întîrziere la aprindere θ_i în funcție de turația n, la sarcină constantă; probe de motorină cu indice diesel diferit, conform tabelei 3.

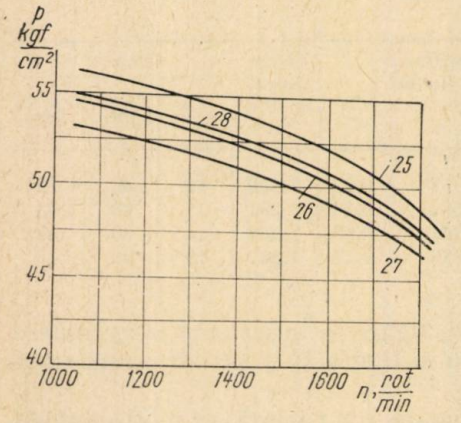


Fig.10. — Variația presiunii maxime în cilindru p în funcție de turație n, la sarcină constantă; probe de motorină cu indice diesel diferit, conform tabelei 3.

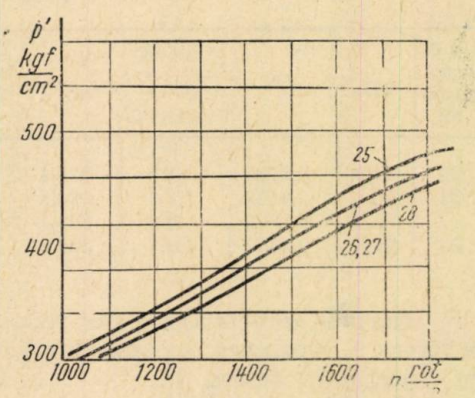


Fig. 11. — Variația presiunii maxime de injecție p' în funcție de turație n, la sarcină constantă; probe de motorină cu indice diesel diferit, conform tabelei 3.

minimă a consumului specific de combustibil. În cazul de față valoarea este cuprinsă între 50 și 55.

Deși au existat diferențe de valoare între întîrzierile la aprindere, presiunea maximă nu a variat prea mult, motorina 25, dînd presiunile cele mai mari, ca urmare a faptului că durata întîrzierii la aprindere a fost cea mai mare.

Se remarcă creșterea presiunii maxime de injecție cu turația; motorina 25 are valorile cele mai mari ale presiunii de injecție datorită faptului că are densitatea cea mai mare.

S-au încercat în continuare 3 tipuri de combustibil cu indice diesel constant și curbă de distilare diferită; datele preluate din tabela 2 sînt prezentate în tabela 4.

Tabela 4

Tip de combustibil	I.D.	d_4^{20}	Temperatura inițială de fierbere,°C	t_{mf} °C	Temperatura finală de fierbere °C	S %	Viscozitatea la 50°C °E	Carboni		
								C_A	C_N	C_P
15	43	0,8819	243	320	321	0,29	1,452	17	41	42
16	43	0,8745	189	306	324	0,24	1,288	17	38	45
17	42	0,8919	276	341	364	0,32	1,718	17	34	49

Curbele caracteristice sînt redate în figura 12, variația întîrzierii la aprindere în figura 13, presiunea maximă în cilindru în figura 14 și presiunea de injecție în figura15. Se observă că puterea și consumul specific de combustibil prezintă, la indice diesel constant valori optime pentru o anumită temperatură medie de distilare (proba 15).

Valoarea întîrzierilor la aprindere variază în mică măsură cu temperatura medie de fierbere, trecînd printr-un minim.

Presiunea maximă din cilindru este influențată de temperatura medie; aceasta determinînd o valoare maximă.

Presiunile maxime de injecție variază conform densității combustibilului.

Rezultă deci că există, pentru un motor și o structură chimică de combustibil dată, o valoare optimă a temperaturii medii de distilare.

S-au încercat de asemenea 3 fracții diferite de distilare ale căror principale caracteristici extrase din tabela 2 sînt prezentate în tabela 5.

Tabela 5

Fracțiuni diferite de distilare

Tip de combustibil	I.D.	d_4^{20}	Temperatura inițială de fierbere,°C	t_{mf}. °C	Temperatura finală de fierbere °C	S %	Viscozitate la 50°C °E	Carboni		
								C_A	C_N	C_P
1	65,9	0,7777	154	181,9	196/98	0,12	0,93	7	33	60
2	55	0,8405	224	270,5	298/98	0,14	1,11	11	40	49
3	51,4	0,6702	242	335,2	360	0,26	1,37	10	42	48

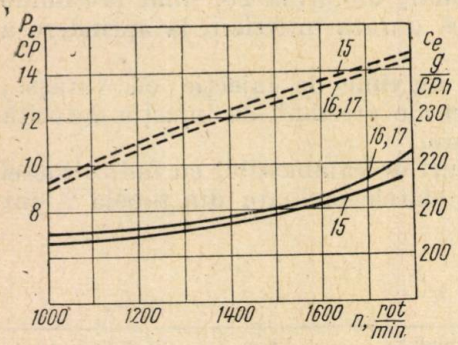


Fig. 12. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific efectiv de combustibil c_e cu turația n la sarcină constantă; probe de motorină de distilare diferită, conform tabelei 4.

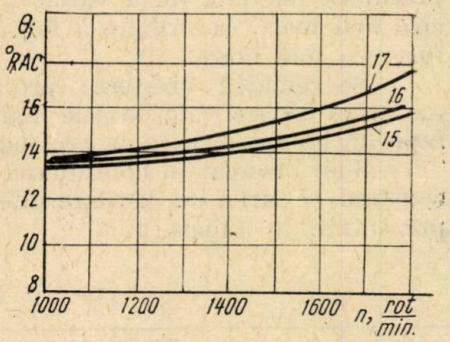


Fig. 13. — Variația duratei perioadei de întîrziere la aprindere θ_i, în funcție de turația n, la sarcină constantă; probe de motorină de distilare diferită, conform tabelei 4.

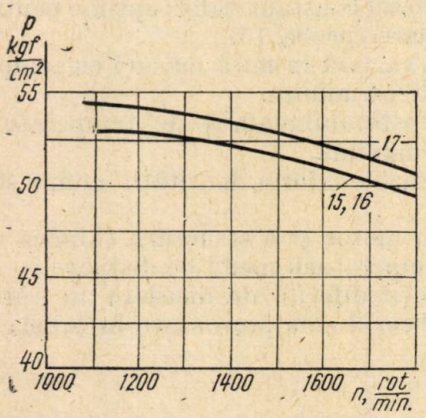


Fig. 14. — Variația presiunii maxime în cilindru p în funcție de turația n, la sarcină constantă; probe de motorină de distilare diferită, conform tabelei 4.

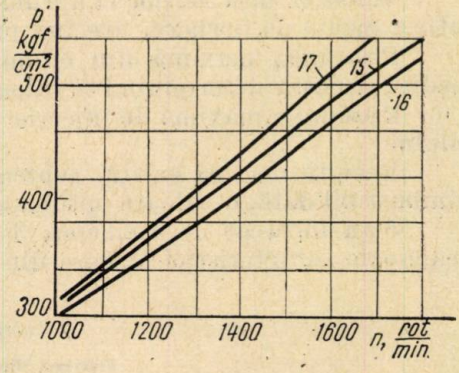


Fig. 15. — Variația presiunii maxime de injecție p' în funcție de turația n, la sarcină constantă; probe de motorină de distilare diferită, conform tabelei 4.

Curbele caracteristice sînt redate în figura 16, variaţia întîrzierii la aprindere în figura 17, presiunea maximă în cilindru în figura 18 şi presiunea maximă de injecţie în figura 19. Se constată că puterea variază în mică măsură cu tipul fracţiei ; în schimb se remarcă o tendinţă de creştere a consumului specific de combustibil atît cu micşorarea cît şi cu creşterea excesivă a temperaturii iniţiale de fierbere. Perioada de întîrziere la aprindere este comparabilă pentru fracţiile 1 şi 2, ea scade puţin la

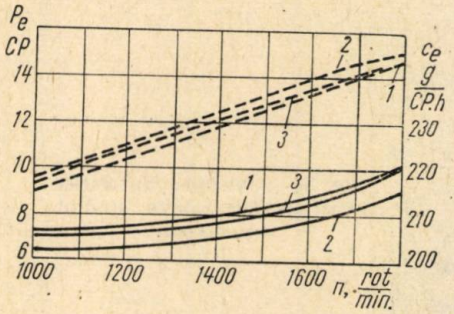


Fig. 16. — Variaţia puterii efective P_e şi a consumului specific efectiv de combustibil c_e cu turaţia n, la sarcină constantă; fracţii diferite de distilare, conform tabelei 5.

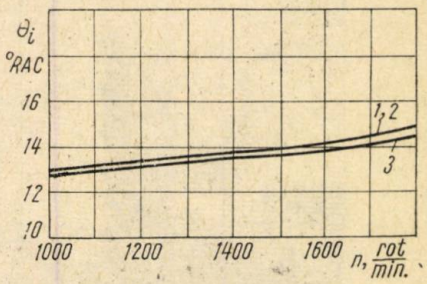


Fig. 17. — Variaţia duratei perioadei de întîrziere la aprindere ϑ_i, în funcţie de turaţia n, la sarcină constantă; fracţii diferite de distilare, conform tabelei 5.

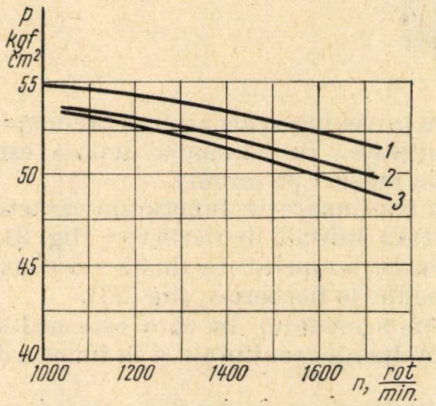


Fig. 18. — Variaţia presiunii maxime în cilindru p, în funcţie de turaţia n, la sarcină constantă; fracţii diferite de distilare, conform tabelei 5.

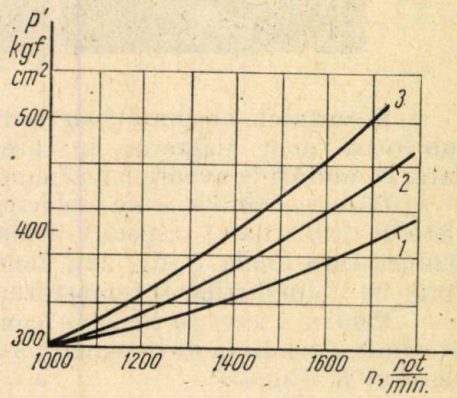


Fig. 19. — Variaţia presiunii maxime de injecţie p' în funcţie de turaţia n, la sarcină constantă; fracţii diferite de distilare, conform tabelei 5.

fracţia 3 care are cea mai ridicată temperatură medie de fierbere. Ca urmare şi presiunea maximă rezultată în cilindru la arderea fracţiei mai uşoare, este mai mare decît aceea a arderii celorlalte fracţii de distilare. Presiunea maximă de injecţie este mult influenţată prin intermediul densităţii, de temperatura iniţială de fierbere a fracţiei respective.

Se prezintă în continuare cercetările efectuate pentru stabilirea tendinţei la depunere. Încercările s-au făcut pe un motor monocilindric tip

Waukeshah amenajat în mod corespunzător pentru încercări, iar determinarea intensităţii depunerilor s-a executat cu o metodă bazată pe retrodifuzia radiaţiei beta, descrisă în comunicarea [4]. Instalaţia experimentală este prezentată în figura 20.

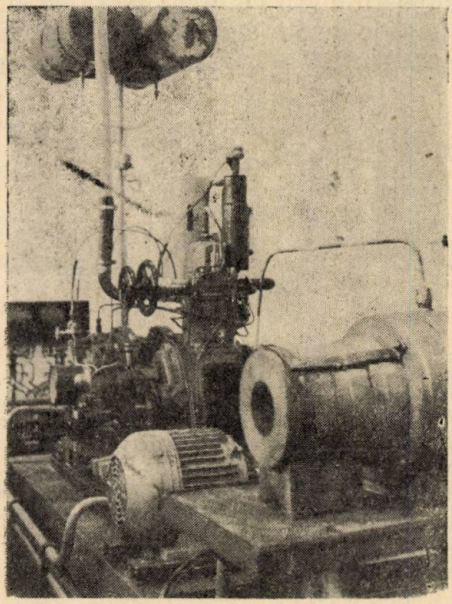


Fig. 20. — Vederea instalaţiei experimentale pentru studiul depunerilor.

Rezultatele obţinute prin medierea a trei încercări au fost prelucrate sub forma unor diagrame, în care cantitatea de calamină depusă este dată în unităţi convenţionale (număr de pulsuri pe minut).

Datele obţinute s-au prelucrat în continuare în funcţie de caracteristicile de distilare, respectiv temperatura iniţială de fierbere t_i (fig. 21), temperatura finală t_f (fig. 22), unde pentru temperatura finală s-a considerat 90% din distilat şi temperatura medie de fierbere t_m (fig. 23).

Pentru a avea o imagine completă a modului în care este util să se studieze tendinţa de depunere, s-au prelucrat rezultatele şi în funcţie de factorul K (fig. 24).

Figura 21 arată că temperatura iniţială are importanţă asupra depunerilor ; depunerile cresc într-o carecare măsură proporţional cu temperatura iniţială de distilare. Se observă însă că probele 15, 16 şi 17, dau depuneri apropiate ca valoare, deşi temperatura iniţială de fierbere variază între limite largi. Examinarea tabelei 4 arată că depunerile se distribuie de fapt după valoarea temperaturii medii. O explicare a depunerilor date de combustibilul 17 poate rezulta şi din faptul că acesta are un număr important de carboni legaţi în hidrocarburi parafinice.

În figura 22 se examinează dependenţa depunerilor în funcţie de temperatura finală de fierbere. Se observă o variaţie aproape liniară pentru cele mai multe dintre probe, în afară de combustibilii 25, 26 şi 27. Examinarea tabelei 2, arată că aceştia au aceeaşi temperatură medie de fierbere, deşi temperaturile iniţiale şi finale diferă.

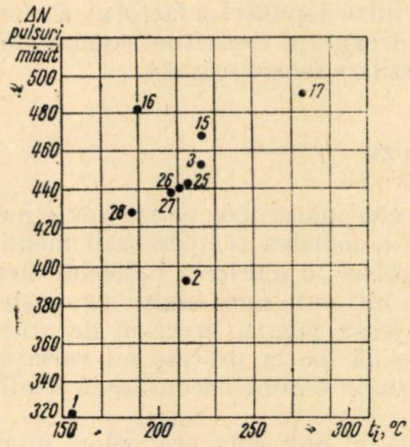


Fig. 21. — Intensitatea depunerilor ΔN în funcție de temperatura inițială de distilare t_i, pentru diferite probe de motorină.

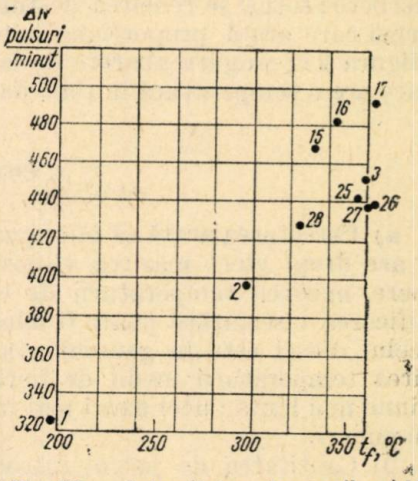


Fig. 22. — Intensitatea depunerilor ΔN în funcție de temperatura finală de distilare t_f, pentru diferite probe de motorină.

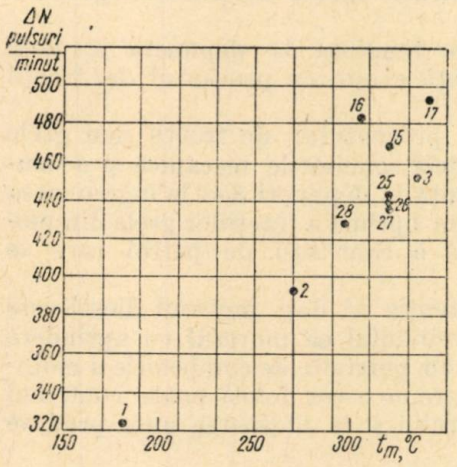


Fig. 23. — Intensitatea depunerilor ΔN în funcție de temperatura medie de fierbere t_m pentru diferite probe de motorină.

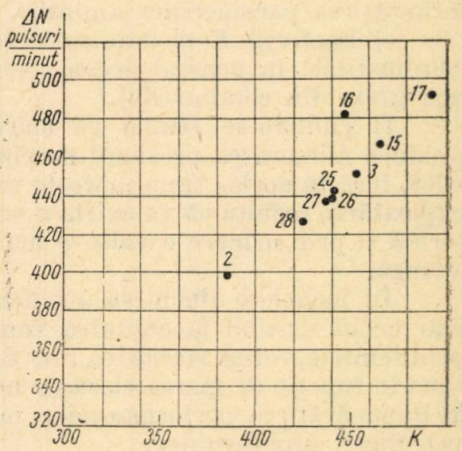


Fig. 24. — Intensitatea depunerilor ΔN în funcție de factorul K, pentru diferite probe de motorină.

Se constată din figura 23 că depunerile cresc cu temperatura medie de fierbere; totuşi se remarcă destule abateri. O formă mult mai regulată a curbei care arată proporţionalitatea între depuneri şi factorul K rezultă din figura 24; singura abatere de la o dreaptă o constituie combustibilul 16 care are o temperatură iniţială de distilare foarte scăzută.

4. CONCLUZII

a) Cercetarea arată că micşorarea conţinutului de petrol într-o motorină are drept efect mărirea viscozităţii, mărirea temperaturii medii de fierbere, mărirea temperaturii de congelare, o mărire a indicelui diesel; modificarea viscozităţii poate fi admisă între anumite limite iar creşterea indicelui diesel este în general avantajoasă pentru procesul de ardere; mărirea temperaturii medii de fierbere dă loc la procese cu variaţie de presiune mai lentă; deci uzuri mai reduse, în schimb accentuează tendinţa la depuneri.

b) Cantitatea de petrol introdusă în motorină are valori minime determinate de cantitatea de sulf din ţiţeiul de bază, de turaţia motorului şi gradul de supraalimentare al acestuia, elemente care determină utilizarea unor motorine mai uşoare.

c) Există, pentru motoarele cu injecţie directă, o valoare bine precizată a indicelui Diesel care dă consumul specific minim de combustibil şi solicitările mecanice cele mai reduse.

d) Temperatura medie de fierbere determină un optimum al consumului specific de combustibil şi al presiunii maxime; creşterea sau scăderea, faţă de această valoare a temperaturii medii de fierbere produce înrăutăţirea parametrilor amintiţi.

e) Factorul K descrie satisfăcător tendinţa la depunere a unui combustibil; în general această tendinţă creşte cu procentul de fracţii mai grele din combustibil.

f) Ţinîndu-se seama că mărirea procentului de fracţii mai grele produce micşorarea presiunii maxime deci solicitările mecanice şi a uzurilor, însă în acelaş timp măreşte tendinţa la depuneri deci la îngreunarea exploatării, rezultă că va exista o valoare optimă a fracţiilor grele din motorină şi prin urmare o valoare maximă a cantităţii de petrol care se adaugă.

În încheiere ţinem să atragem atenţia că deşi motorul diesel este mai puţin sensibil la calitatea combustibilului ca motorul cu aprindere prin scînteie, totuşi stabilirea unei formule potrivite de compoziţie a motorinei în funcţie de marea clasă de motoare ce o vor folosi poate contribui la îmbunătăţirea performanţelor motorului şi la obţinerea unor produse petroliere suplimentare.

BIBLIOGRAFIE

1. G. A. RĂDULESCU, *Proprietăţile ţiţeiurilor româneşti*, Editura Academiei, 1961.
2. ANTON PISCHINGER, OTTO CORDIER, *Gemischbildung und Verbrennung im Dieselmotor*, Julius Springer, Wien, 1939.

3. C.A. Vasilescu, V. Pimsner, *Supraalimentarea motoarelor Diesel*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1965.
4. S. Faur, *Unele probleme ale utilizării combustibililor cu fracţii grele în motorul Diesel*, Comunicare la Conferinţa Republicană de Motoare cu ardere internă, Bucureşti, 1967.
5. * * * *The science of petroleum*, vol. I., Distribution of sulphur compounds.

CONSIDERAȚII PRIVIND STABILIREA PERFORMANȚELOR TURBINEI CU GAZE ÎN CIRCUIT ÎNCHIS

DE

V. PIMSNER

621.438

Turbomotoarele cu gaze în circuit închis pot funcționa cu diverse fluide de lucru la presiuni de lucru ridicate, dictate de condițiile specifice ale ansamblului instalației. Deoarece determinarea soluției constructive a turbinei se bazează pe unele relații deduse experimental, avînd aerul ca fluid de lucru, lucrarea scoate în relief că modificarea naturii chimice a fluidului de lucru nu permite transpunerea datelor experimentale pe baza teoriei similitudinii. Pentru a obține performanțe optime este necesară o analiză atentă a funcționării turbinei pe baza metodei prezentate în lucrare.

În paralel cu introducerea rapidă în exploatare a turbomotoarelor cu ardere internă, ca urmare a acumulării unei suficiente experiențe constructive și de anduranță în funcționare, se constată tendința utilizării turbomotoarelor cu gaze în circuit închis. În afara necesității utilizării cărbunelui sau a combustibililor gazoși cu un conținut ridicat de impurități, dezvoltarea turbomotoarelor cu gaze în circuit închis a fost puternic impulsionată de perfecționarea reactoarelor nucleare, răcite cu gaze, care înlocuiesc camera de ardere a instalației clasice. În acest caz, agentul de răcire al reactorului este fluidul de lucru al ciclului (fig. 1). Avantajul principal al instalației cu circuit închis constă în posibilitatea utilizării oricărui gaz, la presiune de lucru ridicată ceea ce permite, în afara alegerii presiunilor optime valorii maxime a randamentului, să se realizeze o instalație de putere mare cu dimensiuni reduse, capabilă să se adapteze în limite foarte largi la variația de sarcină prin modificarea presiunii fluidului de lucru. De aceea se poate afirma că, prin realizarea temperaturilor de 800 — 1 000°C în reactorii nucleari, ciclul turbomotorului cu gaze în

circuit închis reprezintă o soluție mai economică în comparație cu instalația cu turbine cu abur, putîndu-se obține [1] valori foarte ridicate (fig. 2) ale randamentului termic.

Deși din punctul de vedere principial ciclul turbomotorului cu circuit închis se încadrează în aceeași gamă cu ciclul instalației cu turbine cu

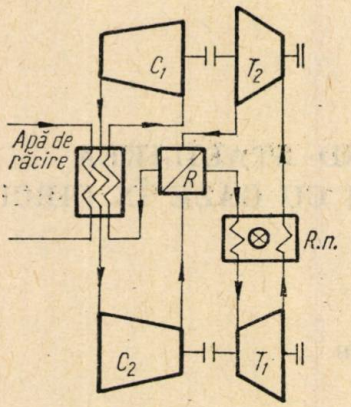


Fig. 1. — Schema de principiu a turbomotorului cu circuit închis, prevăzută cu reactor nuclear.

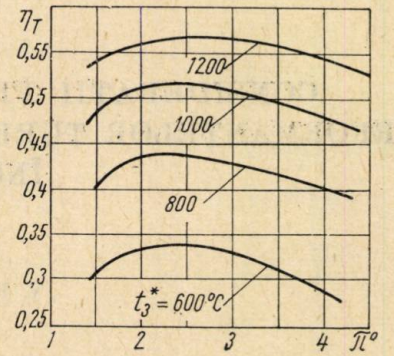


Fig. 2. — Variația randamentului termic a CEN cu circuit închis, cu heliu, în două răciri intermediare, în funcție de gradul de comprimare și de temperatură.

abur, datorită particularităților sale constructive și funcționale el este similar ciclului turbomotorului cu ardere internă. De aceea metoda de calcul a parametrilor optimi ai ciclului diferă puțin de cea utilizată pentru ciclurile turbomotoarelor cu ardere internă [2], constatîndu-se mărirea puterii instalate și a randamentului ciclului cu creșterea gradului de mărire a temperaturii $\theta = \frac{T_3^*}{T_0}$. Însă temperatura gazului în fața turbinei T_3^* este condiționată, ca și în cazul turbomotorului în circuit închis, de rezistența termică a paletelor turbinei, iar temperatura la intrarea în compresor T_0 de temperatura apei de răcire. Rezultă că θ va avea practic aceleași valori ca și cele rezultate la turbomotoarele în circuit deschis. În același timp trebuie urmărită realizarea valorilor maxime ale randamentelor compresorului și turbinei, influența lor asupra performanțelor instalației fiind de același ordin de mărime ca și în cazul ciclului în circuit deschis.

Turbomotorul cu circuit închis are însă posibilitatea de a-și varia caracteristica sa în limite largi, prin modificarea presiunii la admisie în compresor. Mărirea presiunii nu prezintă probleme deosebite ; într-adevăr, presupunînd că se urmărește construirea unei mașini rotative model, geometric asemenea unui prototip deci avînd același număr de trepte și aceeași configurație a rețelei de palete iar vitezele și temperaturile fluidului fiind aceleași în secțiunile caracteristice, se poate scrie pentru o stare dată

$$G_p = S_p p_p \frac{w_p}{RT},$$

cum $G_p = G_m$, rezultă

$$S_p p_p = S_m p_m ;$$

sau

$$D_m = D_p \sqrt{\frac{p_p}{p_m}} = \frac{D_p}{\sqrt{z}}, \tag{1}$$

în care $z = \frac{p_m}{p_p}$ reprezintă gradul de creștere a presiunii în instalația model, în comparație cu instalația de referință. Pentru a păstra aceeași viteză unghiulară

$$\frac{\omega_p}{\omega_m} = \frac{D_p}{D_m} \cdot \frac{n_p}{n_m}, \tag{2}$$

rezultă

$$n_m = n_p \sqrt{z} . \tag{3}$$

În mod identic se poate demonstra că $\mathrm{Re}_m = \mathrm{Re}_p \sqrt{z}$ iar randamentul intern al mașinii crește cu mărirea presiunii fluidului. Astfel pentru $z = 9$ randamentul mașinii crește cu aproximativ 2% [3] în comparație cu $z = 1$. Aceasta explică utilizarea unei presiuni de 6—7 ata la intrarea în compresorul de joasă presiune.

Modificarea naturii fluidului de lucru necesită însă o analiză specială, datorită dificultății problemelor ridicate. Se știe că metoda de dimensionare a compresorului și turbinei se bazează în principal pe un număr de relații obținute experimental, pe instalații a căror fluid a fost în general aerul. Dacă comportarea azotului într-o mașină rotativă este practic identică cu a aerului, utilizarea gazelor monoatomice, triatomice, etc. modifică sensibil metodele de determinare a parametrilor optimi pentru obținerea performanțelor maxime. Transpunerea datelor de proiectare ale mașinii prototip pe o mașină model se face în mod uzual pe baza relațiilor stabilite de teoria similitudinii, în continuare se va urmări să se scoată însă în relief că, în cazul modificării naturii fluidului de lucru, teoria similitudinii nu permite o modelare riguroasă, în plus anumiți factori impun abateri importante față de relațiile rezultate ceea ce impune stabilirea unor noi criterii de determinare a parametrilor optimi.

Relațiile de similitudine, în ipoteza funcționării în domeniul de automodelare a criteriului Reynolds, se deduc din egalitatea criteriilor Mach în secțiunile omologe, combinate cu ecuațiile continuității și a conservării energiei [4]. Notînd

$$M_u = \frac{u}{a^1_{3'}} = \frac{\omega r}{a^*_{3'} \frac{a_{3'}}{a^*_{3'}}}, \tag{4}$$

se obține

$$2\pi n D_m \left(\frac{1 + \frac{\varkappa - 1}{2} M^2_{c_3}}{\varkappa R T^*_{3'}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2\pi n D_m}{\left[\varkappa R T^*_{3'} \left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} \lambda^2_{c_{3'}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}, \tag{4'}$$

în care $\lambda_{c_{3'}} = \frac{c_{3'}}{a_{3'}}$ este coeficientul de viteză al vitezei absolute la ieşirea din reţeaua fixă, iar D_m este diametrul fibrei medii. Parametrul de similitudine al turaţiei este

$$\frac{n D_m}{\sqrt{T_3^*}}\left[\varkappa R\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_{c_{3'}}^2\right)\right]^{-\frac{1}{2}} = \text{idem}, \tag{5}$$

din care rezultă că între turbinele model şi prototip, pentru a asigura regimuri de funcţionare asemenea, trebuie să fie satisfăcută relaţia

$$\frac{\left(\frac{n D_m}{\sqrt{T_3^*}}\right)_p}{\left(\frac{n D_m}{\sqrt{T_3^*}}\right)_m} = \frac{\left[\varkappa R\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_{c_{3'}}^2\right)\right]_p^{\frac{1}{2}}}{\left[\varkappa R\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_{c_{3'}}^2\right)\right]_m^{\frac{1}{2}}}, \tag{5'}$$

care este independentă de variaţia exponentului adiabatic $\varkappa$ (pentru aceeaşi constantă a gazelor) numai dacă :

$$\lambda_{c_{3'}}^2 = \left(\frac{\varkappa+1}{\varkappa}\right)^{1/2}. \tag{6}$$

Însă, după cum rezultă din figura 3, utilizarea acestor valori ale lui $\lambda_{c_{3'}}$ sînt puţin probabile în practică, ceea ce impune luarea în considerare a variaţiei exponentului adiabatic a fluidului de lucru.

Al doilea criteriu principal de similitudine se deduce din ecuaţia continuităţii, scris, spre exemplu, pentru secţiunea de ieşire din reţeaua

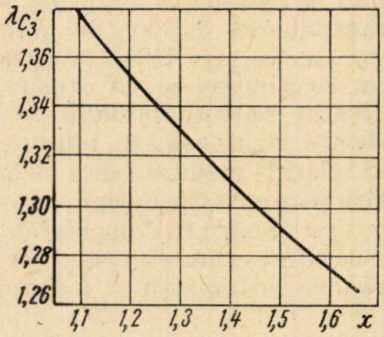


Fig. 3. — Variaţia coeficientului $\lambda_{c3'}$ în funcţie de exponentul adiabatic $\varkappa$, conform relaţiei (6).

fixă de palete a turbinei. Notînd cu $\sigma_{pf}^* = \frac{p_{3'}^*}{p_3^*}$ coeficientul de micşorare a presiunii totale în reţeaua fixă de palete şi cu $S_{3'a}$ proiecţia frontală a secţiunii de ieşire, se obţine expresia

$$\frac{G\sqrt{T_3^*}}{p_3^*} \cdot \frac{1}{S_{3'a}\,\sigma_{pf}^* \sin\alpha_{3'} q(\lambda_{c_{3'}})\sqrt{\frac{\varkappa}{R}\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}} = \text{idem}, \tag{7}$$

în care

$$q(\lambda)=\lambda\left[\frac{\varkappa+1}{2}\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_{c_3'}^2\right)\right]^{\frac{1}{\varkappa-1}}.$$

Deci în cazul a două turbine, model și prototip asemenea, trebuie să existe relația

$$\frac{\left(\frac{G\sqrt{T_3^*}}{D_m^2 p_3^*}\right)_p}{\left(\frac{G\sqrt{T_3^*}}{D_m^2 p_3^*}\right)_m}=\frac{\left[\sigma_{pf}^* \sin\alpha_{3'} q(\lambda_{c_3'})\sqrt{\frac{\varkappa}{R}\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}\right]_p}{\left[\sigma_{pf}^* \sin\alpha_{3'} q(\lambda_{c_3'})\sqrt{\frac{\varkappa}{R}\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}\right]_m}, \tag{7'}$$

care precizează influența prezentată de exponentul adiabatic asupra criteriului de similitudine a debitului. Pornind de la expresiile criteriilor de similitudine ale turației și debitului, se poate elabora [4] metodica de calcul a caracteristicii universale a turbinei prototip, prin caracteristica turbinei model, ținînd cont de schimbarea fluidului de lucru. Pentru a asigura performanțele optime ale turbinei prototip, datele obținute trebuie însă modificate datorită unor condiții restrictive impuse. Astfel, cum temperatura T_3^* este practic aceeași, fiind impusă de rezistența paletelor turbinei, pentru ca triunghiul vitezelor să fie asemenea, este necesar, conform relației (5), ca produsul nD_m să se modifice atît cu natura fluidului, cît și cu coeficientul $\lambda_{c_3'}$ (fig. 4).

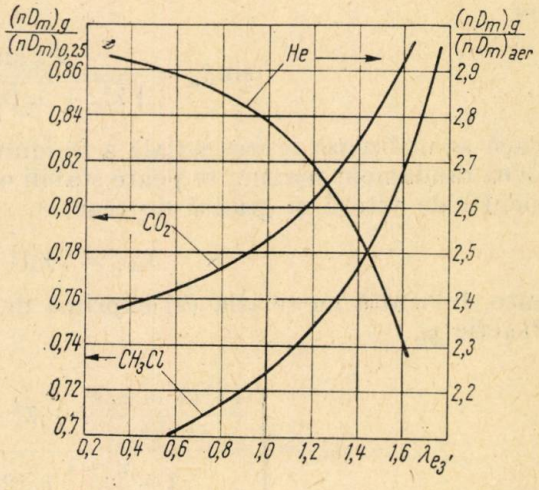


Fig. 4. — Variația raportului $(nD_m)_g/(nD_m)_{aer}$ în funcție de $\lambda_{c3'}$ pentru diverse fluide de lucru.

Pentru $\varkappa_g<\varkappa_{aer}$, raportul $\frac{(nD_m)_g}{(nD_m)_{aer}}$ este subunitar și crește cu $\lambda_{c_3'}$, variația fiind inversă pentru $\varkappa_g>\varkappa_{aer}$. Valoarea vitezei tangențiale u

(adică nD_m) este însă limitată de forțele centrifuge, iar micșorarea diametrului mediu sub o anumită limită este imposibilă.

Pentru fluidele la care $\frac{(nD_m)_g}{(nD_m)_{aer}} < 1$, păstrarea constantă a coeficientului de viteză $\lambda_u = \text{const}$ impune micșorarea vitezei tangențiale u, al cărei efect este producerea unui lucru mecanic specific mai mic, în schimb gazele monoatomice, sau cele biatomice cu $R_g < R_{aer}$ pot efectua un lucru mecanic specific mai mare decît cel rezultat din teoria similitudinii.

Lucrul mecanic specific al turbinei axiale determinat de relația

$$H_u = \frac{u}{g}(c_{3'u} + c_{4u}) = \frac{u}{g} w_{3'u} + w_{4u}), \tag{8}$$

poate fi mărit prin mărirea componentelor tangențiale ale vitezelor absolute (sau relative). Mărirea componentei $c_{3'u}$ presupune însă micșorarea gradului de reacțiune ρ_T, care poate deveni negativ la baza paletei, micșorînd rapid valoarea randamentului.

Cum

$$\lambda_{w3'} = \frac{\lambda_{c3'} \dfrac{\sin \alpha_{3'}}{\sin \beta_{3'}}}{\sqrt{1 - \dfrac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} \lambda_u (2\lambda_{c3'u} - \lambda_u)}}, \tag{9}$$

iar

$$\sin \beta_{3'} = \frac{\lambda_{c3'} \sin \alpha_{3'}}{\sqrt{\lambda_{c3'}^2 + \lambda_u (\lambda_u - 2\lambda_{c3'u})}}, \tag{10}$$

dacă se utilizează ieșirea axială a fluidului din rotorul turbinei, pentru a avea randament maxim, se poate stabili o relație suplimentară între coeficienții de viteză și gradul de reacție

$$\lambda_{c3'u} = 2\lambda_u (1 - \rho_T), \tag{11}$$

care, înlocuită cu relația (9) exprimă dependența lui $\lambda w_{3'}$ de gradul de reacție ρ_T

$$\lambda_{w_{3'}} = \left[\frac{\dfrac{4\lambda_u^2 (1 - \rho_T)^2}{\cos^2 \alpha_{3'}} + \lambda_u^2 - 4\lambda_u^2 (1 - \rho_T)}{1 + \dfrac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} \lambda_u (2\lambda_{c'3u} - \lambda_u)} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{12}$$

Deci, pentru rețele asemenea, gradul de reacție variază în funcție de exponentul adiabatic $\varkappa$, ceea ce impune simultan variația lucrului mecanic specific al turbinei, sau coeficientului de sarcină $\overline{H}_u$. Pentru a scoate în relief gradul de variație, în figura 5 s-au prezentat corelația dintre $\overline{H}_u$ și $\lambda_{c3'}$ pentru un anumit unghi $\alpha_{3'}$, considerînd gradul de reacție ca parametru. Se constată că, deși alura curbei de variație este aceeași,

pentru fluide cu molecule poliatomice $\lambda_{c3'}$, este mai mic, la același $\overline{H}_u$, iar variația cu $\overline{H}_u$ este mai plată.

Rezultă deci că coeficientul de sarcină al gazelor cu greutate molară mare este cu mult mai mic, ca acel al gazelor monoatomice, sau cu greutatea molară mică (spre exemplu H_2), la care se pot obține valori ale lui $\overline{H}_u$ cu mult mai mari decît cele rezultate din relațiile de similitudine, dato-

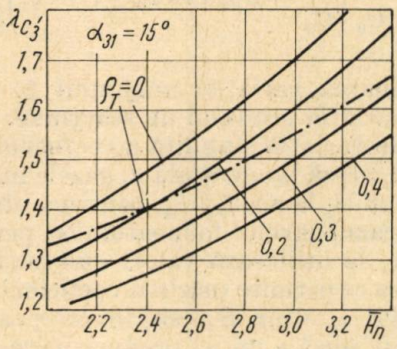


Fig. 5. — Variația coeficientului $\lambda_{c3'}$ în funcție de coeficientul de sarcină $\overline{H}_u$; parametru — gradul de reacțiune ρ_T. Linii pline — aer, linie punctată CO_2.

rită valorilor mai reduse ale lui $\lambda_{c3'}$ și $\lambda_{u3'}$, pentru aceeași viteză tangențială u.

Din triunghiul vitezelor la ieșirea din rotor se poate deduce relația

$$\frac{c_{4a}}{C_0} = \psi \sin \beta_4 \left[\varphi^2 + \rho_T (1 - \varphi^2) + \frac{u}{C_0} \left(\frac{u}{C_0} - 2 \rho_T \cos \alpha_{3'} \sqrt{1 - \rho_T} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

în care φ și Ψ sînt coeficienții pierderilor din rețelele fixă, respectiv mobilă, a turbinei. Cum expresia randamentului relativ al turbinei poate fi pus sub [5] forma

$$\eta_u = 2 \frac{u}{C_0} \left(\varphi \cos \alpha_{3'} \sqrt{1 - \rho_T} + \frac{c_{4a}}{C_0} \operatorname{ctg} \beta_4 - \frac{u}{C_0} \right), \quad (14)$$

se poate deduce variația randamentului relativ în funcție de configurația triunghiului de viteze, considerînd ca parametru coeficienții de pierderi și de viteze. Randamentul maxim este determinat de relația

$$\varphi \sqrt{1 - \rho_{Topt}} \frac{\partial \cos \alpha_{3'}}{\partial \rho_T} - \frac{\varphi \cos \alpha_{3'}}{2 \sqrt{1 - \rho_{Topt}}} + \frac{C_4 a}{C_0} \frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_4}{\partial \rho_T} = 0,$$

de unde rezultă

$$\frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_4}{\partial \rho_T} = \frac{C_0 \varphi}{c_{4a}} \left[\frac{\cos \alpha_{3'}}{2 \sqrt{1 - \rho_{Topt}}} - \sqrt{1 - \rho_{Topt}} \frac{\partial \cos \alpha_{3'}}{\partial \rho_T} \right]. \quad (15)$$

Pentru $\alpha_{3'} = 15 \div 30°$, în zona valorilor ρ_{Topt}, se poate considera că gradul de reacție este independent de unghiul $\alpha_{3'}$. În acest caz

$$\frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_4}{\partial \rho_T} = \frac{\varphi C_0 \cos \alpha_{3'}}{2 c_{4a} \sqrt{1 - \rho_{Topt}}}, \quad (15')$$

în care poate fi înlocuit raportul $\frac{c_{4a}}{C_0}$ din relaţia (13) obţinîndu-se

$$\frac{\partial \operatorname{ctg} \beta_4}{\partial \rho_T} = \frac{\frac{\varphi \cos \alpha_{3'}}{2\sqrt{1-\rho_T}}}{\Psi \sin \beta_4 \left[\varphi^2 + \rho_T(1-\varphi^2) + \frac{u}{C_0}\left(\frac{u}{C_0} - 2\rho_T \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_T}\right)\right]^{\frac{1}{2}}}. \tag{16}$$

Relaţia stabilită permite determinarea variaţiei unghiului β_4 (implicit şi α_4 pentru u dat) în funcţie de variaţia gradului de reacţiune. Din analiza relaţiei obţinute, ţinînd seama de variaţia stabilită a coeficienţilor de viteză, se poate constata că, la aceeaşi viteză tangenţială u, gazele monoatomice necesită grade de reacţiune mai mici, la acelaşi β_4, pentru a obţine un randament optim. În acelaşi timp în cazul gazelor monoatomice, pentru a avea aceleaşi triunghiuri ale vitezelor, se utilizează valori mai mici ale coeficienţilor $\lambda_{c3'}$ şi $\lambda_{w3'}$ (la $u = \text{const}$) ceea ce permite mărirea coeficientului de sarcină $\overline{H}_u$, prin micşorarea unghiului α_4. Cum $\overline{H}_u$ este invers proporţional cu α_4, rezultă că o micşorare relativ mică a lui α_4 produce o creştere sensibilă a coeficientului de sarcină $\overline{H}_u$.

Deoarece randamentul optim depinde de unghiul β_4 şi de natura fluidului, rezultă că pentru o valoare dată a vitezei tangenţiale, valoarea optimă a unghiului α_4 pentru a obţine randamentul maxim, depinde de gradul de reacţiune ales, de viteza şi de natura fluidului. Calculele efectuate arată că α_4 scade pentru gaze monoatomice, ceea ce favorizează obţinerea unor valori ridicate ale coeficienţilor de sarcină.

În concluzie modificarea sensibilă a caracteristicilor fizice ale fluidului de lucru în turbina cu gaze nu permite utilizarea relaţiilor de similitudine pentru transpunerea caracteristicii turbinei model pe turbina prototip. În cazul utilizării fluidelor cu masă molară mai mare turbina prototip nu poate realiza coeficientul de sarcină şi randamentul turbinei model, impunîndu-se o nouă arhitectură cinematică a reţelelor de palete, iar în cazul fluidelor monoatomice sau de masă molară mică treapta turbinei prototip este capabilă să efectueze un lucru mecanic superior celui al turbinei model, dacă se modifică corespunzător caracteristicile de bază ale treptei turbinei. Modificarea naturii fluidului atrage, în cazul în care se urmăreşte obţinerea unui randament maxim, variaţia majorităţii parametrilor ce determină soluţia constructivă şi caracteristicile energetice ale turbinei, ceea ce impune o analiză atentă şi complexă a interdependenţei lor pentru obţinerea performanţelor optime.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Dinculescu, N. Dănilă, V. Pimsner, *Analiza termodinamică a schemelor centralelor electrice*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucureşti, 1967.
2. А. И. Михайлов, В. В. Борисов, Э. К. Калинин, *Газотурбинные установки замкнутого цикла*, издательство Академии Наук СССР, Москва 1962.
3. * * * *Gasturbinen* — Probleme and Anwendung V D I — Verlag Düsseldorf 1967.
4. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, Gh. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, Editura Academiei Republicii Populare Române, Bucureşti, 1964.

D. A. Деховичч *К выбору одтимильной степени реактизности одноступенчатой турбины*, Изв. Высших Учебных Заведении Энергетика, 2 (1968).

CERCETĂRI PRIVIND UNELE PROCESE TERMICE DIN MOTOARELE CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE PREVĂZUTE CU CAMERĂ DE ARDERE ÎN PISTON

DE

C. A. VASILESCU şi N. STOICA

621.43.01

Camerele de ardere în piston, care încep să fie utilizate în ultimul timp, sînt avantajoase prin aceea că simplifică construcţia chiulasei şi conduc la o eficienţă mai mare a procesului de ardere.

Lucrarea de faţă prezintă studii efectuate prin calculul ciclului real şi încercări pe un motor monocilindric.

Încercările s-au efectuat cu o cameră de ardere dispusă în piston în care amestecul proaspăt nu avea o mişcare suplimentară.

În timpul încercărilor s-au variat turaţia, dozajul şi avansul la declanşarea scînteii electrice la sarcină constantă. Lucrarea prezintă date privitoare la durata procesului de ardere şi la apariţia şi intensitatea detonaţiei.

Se discută importanţa unei serii de factori restrictivi pentru utilizarea unor asemenea camere şi se analizează performanţele previzibile.

În ultimul timp s-a introdus în construcţia motoarelor cu aprindere prin scînteie camera de ardere dispusă în piston [1]. Avantajele acestui tip de cameră de ardere rezultă din simplificarea constructivă a chiulasei şi din posibilitatea realizării unor valori apropiate ale rapoartelor volumetrice de compresiune între diferiţii cilindri, datorită faptului că pistonul poate fi prelucrat cu multă precizie; în schimb, pistonul va rezulta ceva mai greu.

Deoarece literatura de specialitate cuprinde puţine date privitoare la asemenea camere de ardere, a apărut necesară studierea lor în comparaţie cu camerele de ardere pană, care echipează astăzi multe din motoarele de autovehicul. În acest scop s-au folosit calcule, experimentări şi analogii.

Lucrarea prezintă o analiză pe bază de calcule a influenţei poziţiei bujiei asupra performanţelor acestui tip de cameră de ardere, unele rezultate experimentale şi unele elemente privind dependenţa temperaturii capului pistonului de forma camerei de ardere în piston.

St. cerc. energ. electr., Tom. 18, Nr. 1, p. 65—76, 1969

5—c.6123

1. CAMERA DE ARDERE STUDIATĂ

La realizarea pistonului cu cameră de ardere prelucrată în capul său, s-au urmărit cîteva deziderate :

— obţinerea aceluiaşi raport volumetric de compresiune ca şi la motorul original ($\varepsilon = 6{,}7$);

— păstrarea aceleiaşi înălţimi a pistonului faţă de axa bolţului;

Fig. 1. — Vederea pistonului cu cameră de ardere dispusă în capul său ($D = 97$ mm).

— păstrarea unei anumite distanţe între axa bolţului şi fundul pistonului pentru a permite mobilitatea bielei;

— menţinerea unei anumite grosimi minime a peretelui capului pistonului.

Aceste elemente au limitat posibilităţile de realizare ale camerei de ardere în piston : forma ideală de cameră semisferică nu a putut să fie adoptată şi a fost nevoie să se construiască o cameră de ardere cilindrică cu degajări pentru supape (fig. 1).

S-au prevăzut plăcuţe din oţel invar în regiunea bolţului pentru a micşora dilatarea pe direcţia perpendiculară pe axa de oscilaţie a bielei. Greutatea pistonului arătat în figura 1 depăşeşte cu 6,5% greutatea medie a pistoanelor de serie pentru motorul echipat cu cameră de ardere pană.

2. STUDIUL TEORETIC AL PROCESELOR DIN CAMERA DE ARDERE ÎN PISTON

2.1. METODA FOLOSITĂ

O parte din studii au fost efectuate teoretic, calculîndu-se evoluţia procesului de ardere. Metoda folosită [2] ţine seama de arhitectura camerei de ardere, de diferitele procese care au loc înaintea şi în spatele frontului de flacără, de proprietăţile reale ale gazului şi de fenomenul de disociere; pentru a simplifica calculele se folosesc diagrame termodinamice.

Calculul arderii se execută în tranşe, după următoarea schemă. Pistonul este reţinut imobil în poziţia sa de la începutul tranşei, şi frontul de flacără avansează cu viteză constantă (stabilită pe bază de date experimentale) cu o distanţă corespunzătoare intervalului de timp pentru care se efectuează calculele. Căldura dezvoltată în timpul procesului de ardere este reţinută, şi gazele parcurse de frontul de flacără se consideră drept produse de combustie, avînd presiunea şi temperatura la care se găseşte amestecul situat în faţa frontului de flacără. Cantitatea de căldură dezvoltată pe tranşă serveşte acum pentru a încălzi la volum constant toate produsele de ardere, a căror temperatură şi presiune creşte astfel mult.

Se execută deplasarea pistonului pînă în momentul corespunzător sfîrşitului tranşei, ceea ce determină fie comprimarea, fie detenta produselor de combustie şi a amestecului proaspăt. Se produce egalizarea presiunii în cilindru, produsele de combustie comprimînd amestecul proaspăt; va rezulta o deplasare a frontului de flacără în raport cu poziţia sa anterioară.

2.2. STUDIUL POZIŢIEI BUJIEI

Existenţa unei camere de ardere simetrice conduce la ideea plasării bujiei în centrul acesteia. Deoarece aşezarea bujiei în centrul chiulasei are drept efect necesitatea micşorării secţiunii supapelor, s-a găsit oportun să se analizeze mai întîi prin calcul efectul probabil al poziţiei bujiei.

În tabela 1 se prezintă valori calculate pentru presiunea maximă p_{max} şi randamentul termic η_t în funcţie de distanţa h de la centrul camerei de ardere pînă la bujie.

Tabela 1

Poziţia bujiei	h mm	p_{max} kgf/cm²	η_t
1	36	39	0,427
2	30	39,5	0,429
3	20	42	0,430
4	10	45	0,433
5	0	49	0,436

Se observă că apropierea poziţiei bujiei de centrul camerei de ardere conduce la mărirea valorii presiunii maxime; în acelaşi timp creşte valoarea randamentului termic, însă într-o măsură mai mică.

S-au comparat în continuare rezultatele obţinute pentru poziţia laterală a bujiei (poziţia 1) cu cele pentru poziţia centrală a acesteia (poziţia 5).

Analiza modului de variaţie al volumului parcurs de frontul de flacără (fig. 2) arată o consumare rapidă a substanţei din camera plasată în piston şi o scurtare a duratei arderii, în cazul bujiei plasate central (curba *a*), faţă de cazul bujiei plasate lateral (curba *b*).

Ca urmare a modului rapid în care se desfăşoară arderea, presiunea şi viteza de creştere a presiunii (fig. 3) cresc mult mai repede în cazul bujiei dispuse central (curba *a*) decît în cazul bujiei dispuse lateral.

Micşorarea duratei arderii are drept urmare şi o creştere a temperaturii gazelor din spatele frontului de flacără (fig. 4).

Deşi durata arderii s-a micşorat, sporul de randament efectiv este redus. Ca urmare, ţinînd seama de avantajele modeste care apar din

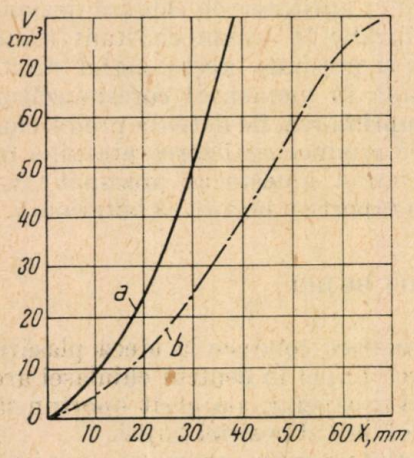


Fig. 2. — Variaţia volumului din spatele frontului de flacără V cu distanţa de la bujie X. Cameră de ardere în piston :
a — poziţia centrală a bujiei ; b — poziţia laterală a bujiei.

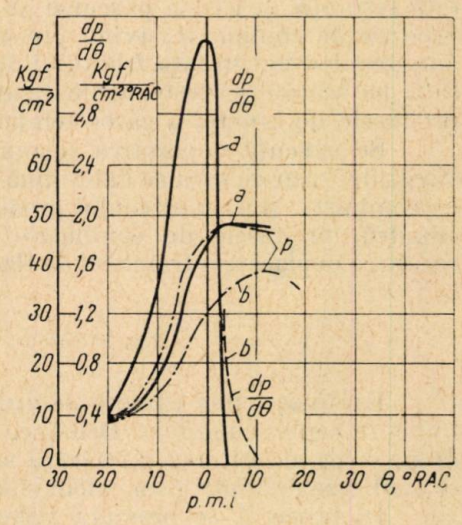


Fig. 3. — Variaţia presiunii în procesul de ardere p şi a vitezei de creştere a presiunii $\frac{dp}{d\theta}$, în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ :
a — poziţia centrală a bujiei ; b — poziţia laterală a bujiei.

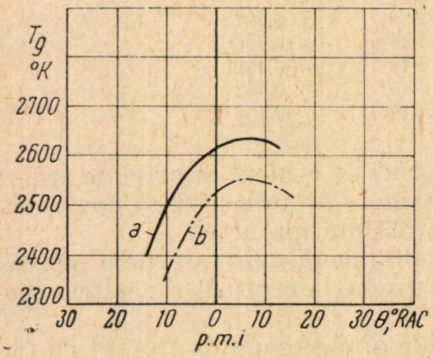


Fig. 4. — Variaţia temperaturii gazelor din spatele frontului de flacără T_g cu unghiul de rotaţie al arborelui cotit θ :
a — poziţia centrală a bujiei ; b — poziţia laterală a bujiei.

plasarea centrală a bujiei şi de dezavantajele care ar rezulta prin mărirea solicitărilor mecanice şi înrăutăţirea umplerii (ca urmare a reducerii secţiunii supapelor), se consideră, din acest punct de vedere, poziţia bujiei ca neesenţială ; ea va fi plasată cît mai central, în limita spaţiului lăsat de mărimea optimă a supapei.

2.3. COMPARAȚIE CU CAMERA DE ARDERE PANĂ

Pentru a avea o bază de analiză a rezultatelor experimentale, s-a ales în continuare pentru studiu camera de ardere în piston care are aceeași desfășurare a volumelor parcurse de frontul de flacără ca și camera de ardere pană. Se constată (fig. 5) că dispunerea laterală a bujiei (poziția 1

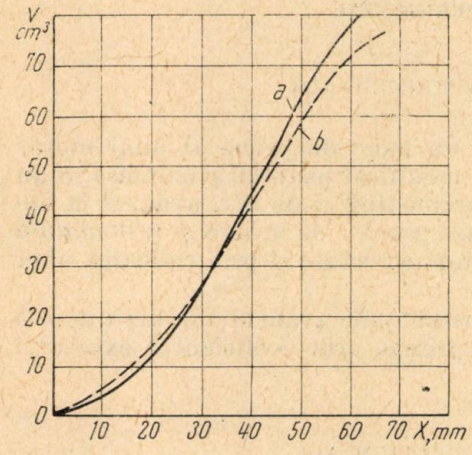


Fig. 5. — Variația volumului din spatele frontului de flacără V cu distanța de la bujie X :
a — cameră de ardere pană ; *b* — cameră de ardere în piston.

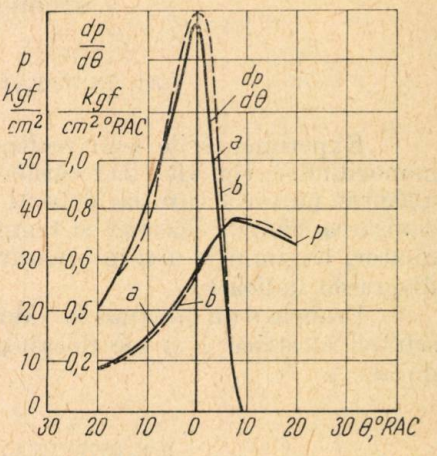


Fig. 6. — Variația presiunii în procesul de ardere p și a vitezei de creștere a presiunii $\frac{dp}{d\theta}$, în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit θ :
a — cameră de ardere pană ; *b* — cameră de ardere în piston.

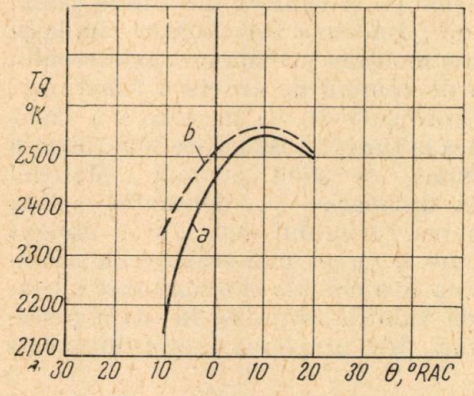


Fig. 7. — Variația temperaturii gazelor din spatele frontului de flacără T_g cu unghiul de rotație al arborelui cotit θ :
a — cameră de ardere pană ; *b* — cameră de ardere în piston.

din tabela 1) conduce la stabilirea dorită a modului de variație al volumelor camerei de ardere. Ca urmare, atît variația presiunii, cît și a vitezei de creștere a presiunii (fig. 6) în cele două tipuri de camere de ardere vor fi apropiate, micile diferențe fiind datorate, în condițiile acestor calcule, în principal transferului diferit de căldură. Studiul temperaturii gazelor de ardere (fig. 7) arată o temperatură mai ridicată a gazelor de ardere în cazul camerei de ardere dispusă în piston, față de camera de ardere pană.

Prin urmare, în cazul în care s-ar putea presupune că viteza de ardere are aceeaşi valoare la cele două tipuri de camere de ardere, ele se vor comporta aproximativ la fel în ceea ce priveşte valoarea variaţiei presiunii şi a randamentului termic.

3. STUDIUL EXPERIMENTAL

3.1. INSTALAŢIA EXPERIMENTALĂ

Experimentările s-au realizat pe un banc de probe al unui motor monocilindric tip SR—211 căruia i s-a modificat pistonul şi chiulasa. S-au măsurat puterea, turaţia, debitul de combustibil şi de aer, avansul la declanşarea scînteii electrice şi temperatura gazelor de ardere şi a lichidului răcitor. Regimurile mai interesante au fost cercetate şi prin ridicarea unor diagrame indicate.

Probele s-au efectuat la valori constante ale avansului la declanşarea scînteii electrice β şi ale dozajului, exprimat prin coeficientul excesului de aer α.

3.2. REZULTATE EXPERIMENTALE

Cercetarea experimentală a avut drept obiect studierea comportării motorului cu noul tip de cameră de ardere şi obţinerea de informaţii privitoare la caracterul proceselor din camera de ardere în piston. Existînd material experimental pentru acelaşi motor echipat cu cameră de ardere pană, s-au putut face unele referiri comparative, deoarece camera studiată avea aceeaşi distribuţie a volumelor ca şi camera de ardere pană. Chiulasa plată, realizată, are traseul de admisiune asemănător chiulasei cu cameră de ardere pană şi, prin urmare, menţine turbionarea amestecului proaspăt. Motorul echipat cu noul tip de cameră de ardere a funcţionat corespunzător, dînd parametri foarte apropiaţi de cei cu care s-a făcut comparaţia ; a prezentat mers regulat încă la turaţia scăzută de 300 rot/min şi s-a ambalat pînă la turaţia maximă de 3500 rot/min. Motorul prezintă însă o sensibilitate mărită la detonaţie şi, detonaţia odată iniţiată, este foarte puternică. Eliminarea regimului detonant a obligat să se funcţioneze fie la dozaje bogate, fie la valori mai scăzute ale avansului la declanşarea scînteii electrice, ceea ce a condus la o majorare a consumului specific de combustibil faţă de valorile obţinute în cazul motorului echipat cu cameră de ardere pană, deşi umplerea motorului a fost mai bună (fig. 8).

Explicaţia regimului detonant foarte puternic rezidă în faptul că la formula studiată de cameră de ardere în piston nu s-au luat măsuri pentru intensificarea mişcării amestecului pînă la nivelul proceselor din camera de ardere pană. Acest lucru a permis ca volumele mari, care urmează să ardă la urmă, să poată atinge condiţii critice de sensibilizare ; este de remarcat faptul că la camera de ardere în piston volumele de gaz care pot fi sensibilizate sînt mai mari decît în cazul camerei de ardere pană.

În cadrul încercărilor s-a putut varia avansul la declanşarea scînteii electrice între $\beta = 15-30°$RAC, iar valoarea coeficientului excesului de aer între $\alpha = 0{,}55$ şi 1,15. Examinarea rezultatelor obţinute a permis să se traseze curba de variaţie a avansului optim posibil la declanşarea scînteii electrice, pentru consumul minim de combustibil la plină admisiune

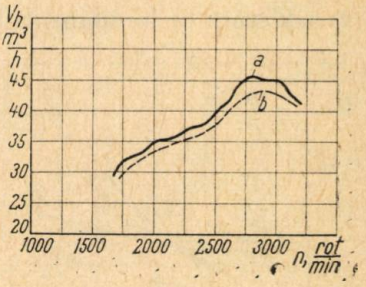


Fig. 8. — Debitul volumetric orar V_h aspirat de motorul monocilindric SR—211M, în funcţie de turaţia n (admisie totală):
a — cameră de ardere în piston; *b* — cameră de ardere pană.

(fig. 9). Se observă că alura de variaţie a avansului este mai plată decît în cazul camerei de ardere pană, datorită sensibilităţii mărite la detonaţie în condiţiile încercărilor făcute.

Aceleaşi experimentări au permis să se cerceteze regimul detonant. În figura 10 se prezintă avansul la limita de detonaţie, pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer. S-a trasat de asemenea curba (*a*) a avansului optim anterior stabilit şi curba (*b*) a avansului optim pentru motorul cu aprindere prin scînteie şi cameră de ardere pană.

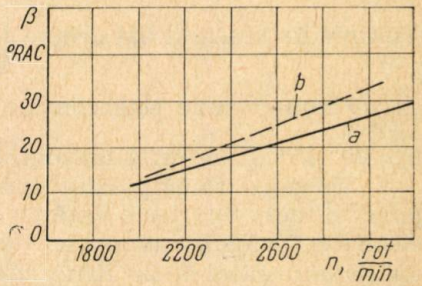


Fig. 9. — Variaţia avansului la declanşarea scînteii electrice pentru consumul minim de combustibil la plină admisiune β în funcţie de turaţia n:
a — cameră de ardere în piston; *b* — cameră de ardere pană.

Diagrama arată că avansul optim pentru consumul minim de combustibil este posibil de a fi realizat, însă, în acelaşi timp, comparaţia cu camera de ardere pană conduce la întărirea concluziei referitoare la sensibilitatea mare la detonaţie a acestui tip de cameră de ardere. În schimb, avansul optim pentru puterea maximă (*c*) nu poate fi obţinut cu combustibilul normal cu care s-au realizat încercările.

Pentru a trage anumite concluzii generale referitoare la procesele din aceste camere de ardere s-au studiat şi diagramele indicate ridicate în timpul încercărilor. Un exemplu de modul cum arată diagramele este prezentat în figura 11, care reprezintă regimul de admisie totală $n \simeq$ $\simeq$ 2 400 rot/min şi dozajul corespunzător coeficientului excesului de aer $\alpha \simeq 0{,}82$; s-a variat avansul la declanşarea scînteii electrice. Se constată că, la valoarea avansului $\beta = 10°$RAC, diagrama indicată prezintă o ardere normală (fig. 11 *a*), care se păstrează şi la valoarea avansului $\beta =$ $= 15°$RAC (fig. 11 *b*). La valoarea avansului la declanşarea scînteii elec-

trice $\beta = 20°$RAC apar primele simptome de detonaţie (fig. 11 *c*), care se accentuează la $\beta = 25°$RAC (fig. 11 *d*).

Pentru a obţine informaţii cu caracter general s-au prelucrat diagramele indicate stabilindu-se raportul dintre presiunea maximă de ardere şi presiunea la sfîrşit de compresiune $\frac{p_{max}}{p_c}$, durata arderii aparente θ_f (considerată de la momentul declanşării scînteii electrice şi pînă la valoarea

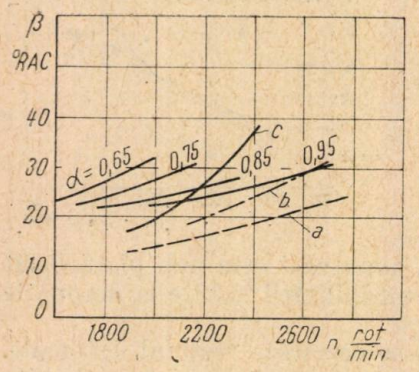


Fig. 10. — Valoarea avansului la declanşarea scînteii electrice la limita de detonaţie β, în funcţie de turaţia *n*, pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α :

a — avansul optim pentru camera de ardere în piston ; *b* — avansul optim pentru camera de ardere pană, ambele pentru consumul minim de combustibil ; *c* — avansul optim pentru camera de ardere în piston la putere maximă.

presiunii maxime) şi valoarea în grade °RAC măsurată de la punctul mort interior a momentului atingerii presiunii maxime.

Diagrama din figura 12 arată că o dată cu mărirea avansului la declanşarea scînteii electrice se produce o creştere continuă a presiunii maxime în procesul de ardere (în raportul $\frac{p_{max}}{p_c}$; p_c — presiunea de sfîrşit de compresiune este constantă). Presiunea maximă este mărită la $\beta > 20°$RAC şi datorită faptului că apare fenomenul de detonaţie.

Se constată că punctul care dă presiunea maximă se deplasează spre punctul mort interior o dată cu creşterea avansului la declanşarea scînteii electrice. Valoarea avansului optim pentru momentul maxim este, după datele măsurate, de 20°RAC, situaţie în care punctul de presiune maximă se află numai la 5°RAC după p.m.i. Durata arderii aparente θ_f variază în mică măsură ; acest lucru arată că pentru cazul considerat variaţia cu avansul a primei perioade de ardere compensează variaţia inversă cu avansul a fazei principale a arderii, ceea ce scoate în relief insuficienta acţiune a turbulenţei.

În continuare se examinează rezultatele pentru cazul în care se variază coeficientul excesului de aer α (fig. 13). Se constată că raportul dintre presiunea maximă şi presiunea de compresiune $\frac{p_{max}}{p_c}$ trece printr-un maximum la valoarea coeficientului excesului de aer $\alpha \simeq 0{,}85$, adică la acel dozaj bogat care duce la arderea cea mai scurtă. Unghiul la care se obţine presiunea maximă $\theta_{p_{max}}$ trece printr-un maxim pentru aceeaşi valoare a coeficientului excesului de aer $\alpha = 0{,}85$. Durata arderii aparente θ_f variază în mică măsură. Prin urmare, şi la camera de ardere în piston studiată se remarcă existenţa unui dozaj bogat, $\alpha = 0{,}85$, pentru care se obţine viteza de ardere maximă ; totuşi această influenţă apare mai puţin

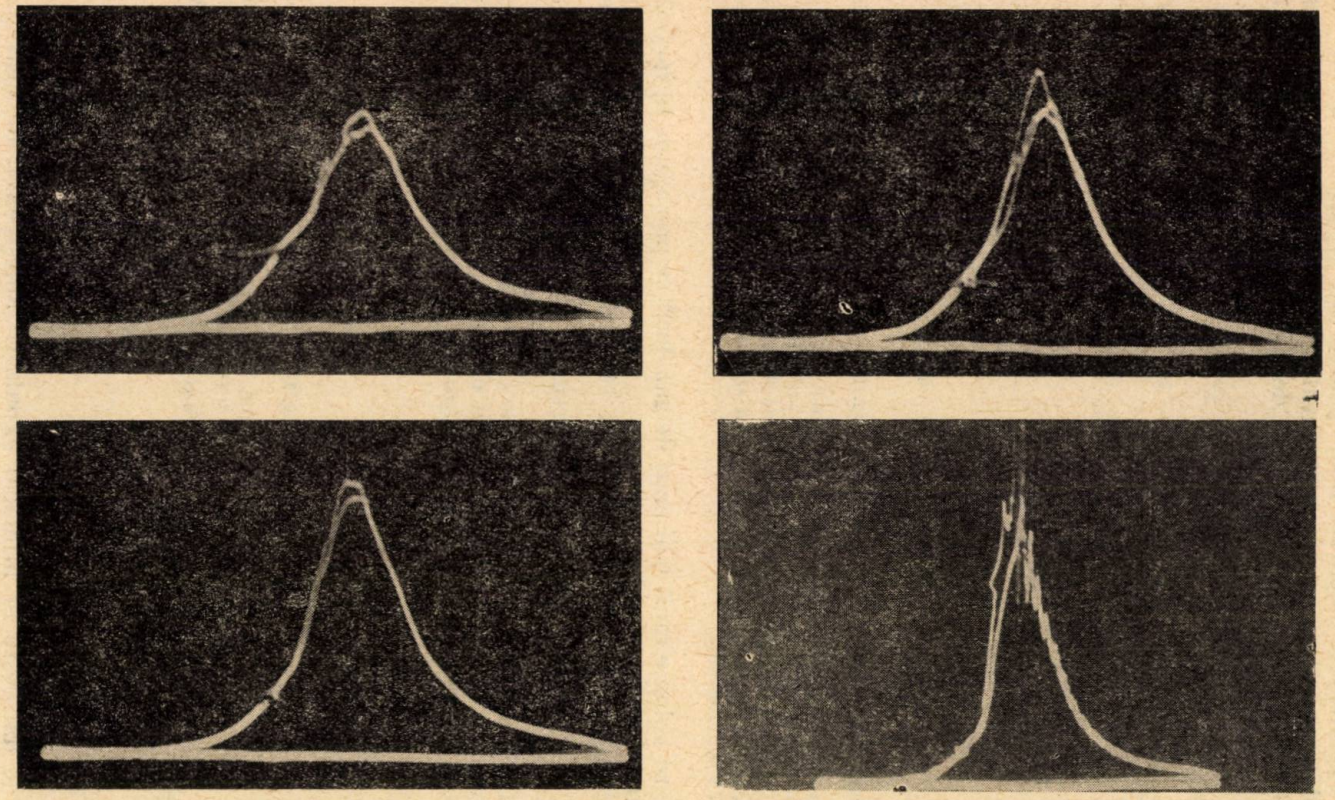


Fig. 11. — Diagrame indicate, ridicate pentru turația și dozajul de moment motor maxim la diferite valori ale avansului la declanșarea scînteii electrice :

a — n = 2 430 rot/min ; α = 0,851 ; β = 10° RAC ;
b — n = 2 480 rot/min ; α = 0,819 ; β = 15° RAC ;
c — n = 2 365 rot/min ; α = 0,812 ; β = 20° RAC ;
d — n = 2 280 rot/min ; α = 0,890 ; β = 25° RAC.

marcată în experienţele efectuate decît pentru alte tipuri de camere de ardere. Deplasarea către p.m.i. a momentului în care se atinge presiunea maximă faţă de situaţia de la alte tipuri de camere de ardere arată că în

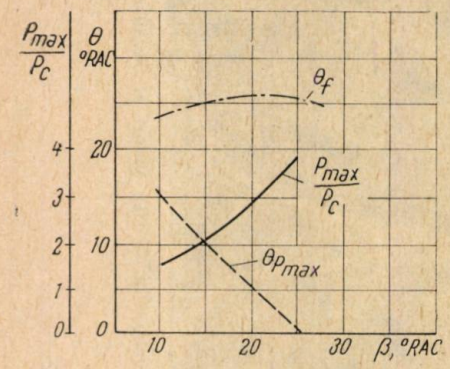


Fig. 12. — Variaţia raportului $\frac{p_{max}}{p_c}$, a duratei arderii aparente θ_f şi a poziţiei punctului de presiune maximă faţă de p.m.i. $\theta_{p_{max}}$, în funcţie de valoarea avansului la declanşarea scînteii electrice β; $\alpha \simeq 0{,}82$, $n \simeq$ $\simeq$ 2 400 rot/min.

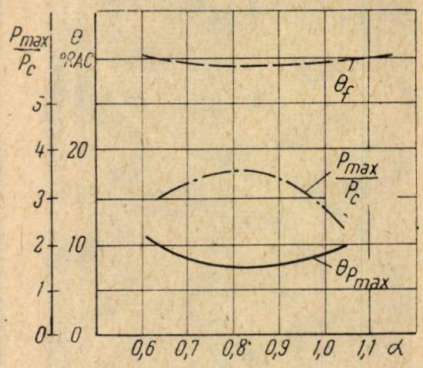


Fig. 13. — Variaţia raportului $\frac{p_{max}}{p_c}$, a duratei arderii pînă la presiunea maximă θ_f şi a poziţiei punctului de presiune maximă faţă de p.m.i. $\theta_{p_{max}}$, în funcţie de coeficientul excesului de aer α; β = 25°RAC, n = = 2 450 rot/min.

realitate se ard volume mult mai mari de gaz decît se presupune în ipoteza unor fronturi sferice.

Influenţa turaţiei rezultă din figura 14. O dată cu creşterea turaţiei se constată o scădere continuă a raportului $\frac{p_{max}}{p_c}$, datorită în primul rînd înrăutăţirii procesului de umplere. Se constată că, la o creştere de la simplu la dublu a turaţiei, durata arderii creşte numai cu 10%. Această observaţie era de aşteptat, deoarece la tipul de cameră de ardere studiat

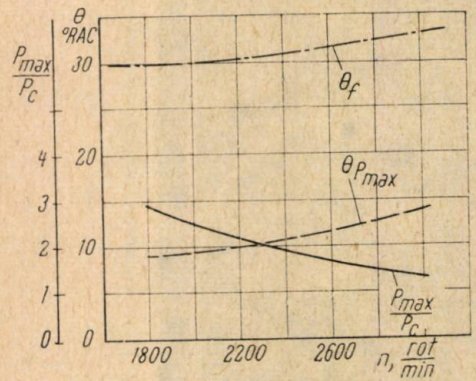


Fig. 14. — Variaţia raportului $\frac{p_{max}}{p_c}$, a duratei arderii pînă la presiunea maximă θ_f şi a poziţiei punctului de presiune maximă $\theta_{p_{max}}$ faţă de p.m.i., în funcţie de turaţia n; $\alpha = 1{,}06$; β = 20°RAC.

turbulenţa se datoreşte în principal expulzării amestecului de deasupra coroanei capului pistonului şi, prin urmare, viteza gazelor expulzate fiind proporţională cu turaţia, viteza de ardere va fi practic constantă la variaţia acestui parametru.

4. STUDIUL MODIFICĂRII TEMPERATURII CAPULUI PISTONULUI

Cercetarea experimentală a arătat că, în condiţiile încercărilor efectuate, detonaţia, odată declanşată, era foarte puternică; apare deci necesitatea frînării acestei tendinţe la detonaţie, ceea ce se poate face prin realizarea unei turbulenţe sporite în camera de ardere şi prin

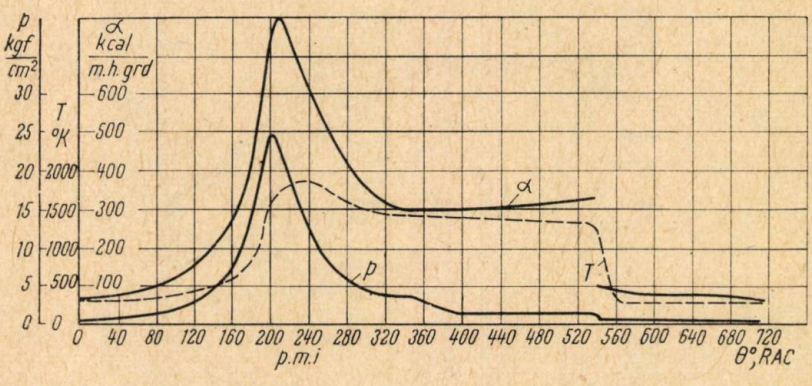


Fig. 15. — Variaţia presiunii indicate p, a temperaturii medii în cilindru T şi a coeficientului de convecţie mediu între gazele de ardere şi peretele camerei de ardere din piston α, în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui cotit.

micşorarea temperaturii pereţilor camerei de ardere a motorului. În continuare se analizează schimbul de căldură prin piston şi efectul acestuia asupra temperaturii capului pistonului.

Studiul s-a făcut utilizîndu-se date obţinute prin analogie electrică şi prin calcul, în ipoteza că întreaga suprafaţă a capului pistonului are temperatură constantă şi că majoritatea transferului de căldură către peretele cilindrului se efectuează prin segmenţi.

Pornindu-se de la valori p ale presiunii obţinute din diagrame indicate (fig. 15), s-au calculat temperatura T a gazelor de ardere şi coeficientul de convecţie α, utilizîndu-se o formulă tip Eichelberg îmbunătăţită.

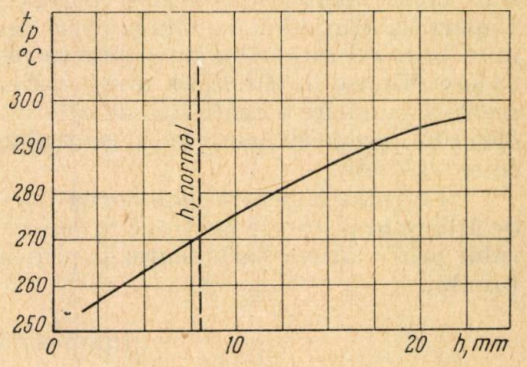


Fig. 16. — Variaţia temperaturii medii a capului pistonului t_p, în funcţie de distanţa h dintre muchia capului pistonului şi primul segment.

Pornind de la aceste date, s-a determinat, prin metode analogice şi prin calcul, variaţia temperaturii medii a capului pistonului în funcţie de distanţa h dintre muchia capului pistonului şi primul segment (fig. 16).

Se constată că, prin apropierea segmentului faţă de muchia capului pistonului, temperatura acesteia tinde să scadă, iar posibilităţile de deplasare ale segmentului sînt mici şi, prin urmare, şi influenţarea pe această cale a tendinţei la detonaţie redusă.

S-au studiat comparativ (fig. 17) mai multe forme de cameră de ardere în piston în comparaţie cu pistonul original. Încercările prezentate

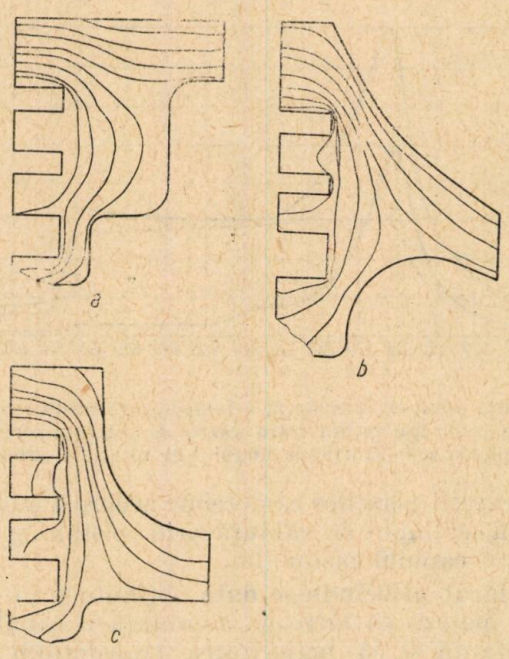


Fig. 17. — Aspectul curbelor echipotenţiale (cîmpul de temperaturi pentru diferite forme de piston): *a* — piston original; *b* — cameră de ardere calotă sferică; *c* — cameră de ardere cilindrică (modelul încercat).

s-au făcut aplicîndu-se acelaşi potenţial pe conturul capului pistonului. Repartiţia cîmpului de temperaturi arată o utilizare mai bună a metalului în cazul camerelor de ardere în piston (faţă de situaţia camerelor de ardere dispuse în chiulasă), o intensificare a schimbului căldurii prin segmenţi şi o mărire a cantităţii de căldură transmise prin segmenţii inferiori, datorită apropierii acestora de centrul de greutate al suprafeţei care transmite căldură.

Cercetările pentru elaborarea unei forme corespunzătoare de cameră de ardere în piston se continuă în sensul reducerii detonaţiei severe a motorului prin mărirea turbulenţei şi prin îmbunătăţiri constructive ale pistonului.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Rover 2000* Automobile Engineer, noiembrie 466—473 (1963).
2. C. A. Vasilescu, *Le calcul de l'évolution de combustion d'un moteur à allumage commandé à l'aide des diagrammes thermodynamiques*, Revue roumaine des sciences techniques, Série électrotechnique et énergétique, **10**, *1*, 145—154 (1965).

METODA ȘI REZULTATELE ANALIZEI TERMODINAMICE A CICLURILOR CENTRALELOR NUCLEARO-ELECTRICE CU REACTORI RĂCIȚI CU GAZ

DE

C. HAIDUC și P. VIDICAN

621.039 : 621.391

În articol se prezintă metoda de analiză termodinamică a ciclurilor CNE cu reactori nucleari energetici răciți cu gaz, elaborată în cadrul Institutului de energetică al Academiei și se dau rezultatele aplicării acestei metode pentru șase tipuri complexe de cicluri termodinamice de CNE.

Se analizează influența complexității ciclului termodinamic și a schemelor termice a generatorilor de abur asupra randamentului termic, punîndu-se în evidență perspectivele ciclurilor cu supraîncălzire intermediară a aburului la CNE cu reactori răciți cu gaz.

Metoda de analiză termodinamică propusă, asigură o preciziere ridicată și poate fi utilizată cu succes pentru analiza eficacității termice și optimizarea parametrilor celor mai complexe tipuri de cicluri ale reactorilor de tip AGR, HWGCR, GCR și pentru reactorii rapizi răciți cu gaz.

Problemele privind analiza termodinamică a ciclurilor centralelor nuclearo-electrice (CNE) cu reactori răciți cu gaz sînt relativ puțin tratate în literatura de specialitate. Astfel lucrările cele mai importante în acest domeniu pot fi reduse la următoarele [1] — [4]. În cadrul acestor lucrări se tratează de obicei unul sau două dintre tipurile de cicluri termodinamice posibile pentru aceste tipuri de CNE. În cadrul lucrărilor [1], [2], drept criteriu de analiză se utilizează randamentul electric net exprimat ca o funcție de consumul relativ de putere, la vehicularea gazului în circuitul primar al CNE și funcție de cantitatea de energie predată gazului prin compresie. În lucrarea [4] se utilizează randamentul absolut intern ca, criteriu de analiză care exprimat în funcție de anumiți parametri ai ciclului cu două presiuni, a permis punerea în evidență a influenței principalilor parametri asupra randamentului absolut intern. În cadrul cercetărilor

privind optimizarea parametrilor diferitelor tipuri de CNE în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, în anul 1966 a fost elaborată lucrarea [5]. În cadrul articolului prezentăm pe scurt o parte din rezultatele acestor cercetări. S-au considerat şase tipuri de cicluri termodinamice ale CNE cu reactori răciţi cu gaze. Ele sînt caracterizate prin schemele generatorilor de abur. Astfel tipurile I, II, III sînt pentru ciclul cu două presiuni fără supraîncălzire intermediară; aburul cu presiunea p_1 se destinde în turbină pînă la presiunea p_2, urmînd ca după amestecarea cu aburul de joasă presiune (ε fiind cantitate de abur de joasă presiune ce corespunde la 1Kg de abur de înaltă presiune) să se destindă pînă la presiunea din condensator. Deosebirile dintre scheme constau în modul diferit de aşezare a diverselor suprafeţe de transfer de căldură (preîncălzitor, vaporizator, supraîncălzitor) în generatorul de abur.

Schemele IV, V, VI, sînt caracterizate prin introducerea supraîncălzirii intermediare a aburului ce iese din corpul de înaltă presiune (la schema V a aburului ce iese din turbina de acţionare a suflantei de CO_2).

Pentru analiza termodinamică a ciclurilor menţionate s-au obţinut ecuaţiile randamentului termic al ciclurilor reale plecînd de la următoarele considerente:

— se consideră constantă repartiţia creşterii de entalpie a apei de alimentare τ pe treptele de preîncălzire regenerativă;

—se consideră constantă entalpia de condensare a aburului în preîncălzitorii regenerativi de înaltă şi joasă presiune (q_i şi q_j);

— se ţine seama de lucrul mecanic consumat la pompa de alimentare care trece în căldură (Δi_p);

— se consideră constantă diferenţa dintre temperatura aburului saturat şi a apei de alimentare la ieşire din preîncălzitorii regenerativi (θ);

Ţinînd seama de aceste considerente, pentru ciclul termodinamic cu abur supraîncălzit cu o presiune, ecuaţia randamentului termic se exprimă

$$\eta_t = 1 - \frac{x[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta]\,q_c}{i_0-(t_a+\Delta i_p)}, \tag{1}$$

în care s-a notat cu:

i_0 — entalpia iniţială a aburului [kcal/kg];
t_a — entalpia apei de alimentare [kcal/kg];
Δi_p — creşterea entalpiei apei de alimentare datorită lucrului pompei de alimentare [kcal/kg];

$q_c = i_c - t_c$; i_c, t_c — entalpia aburului şi a condensatului în condensator [kcal/kg];

$$x = (1 - y_j)^{z_j} \tag{2}$$

$$\psi = (1 - y_i)^{z_i} \tag{3}$$

$$\nabla = \frac{\tau}{q_j + \tau} \tag{4}$$

$$\beta = \frac{\tau + \theta}{q_j + \tau} \tag{5}$$

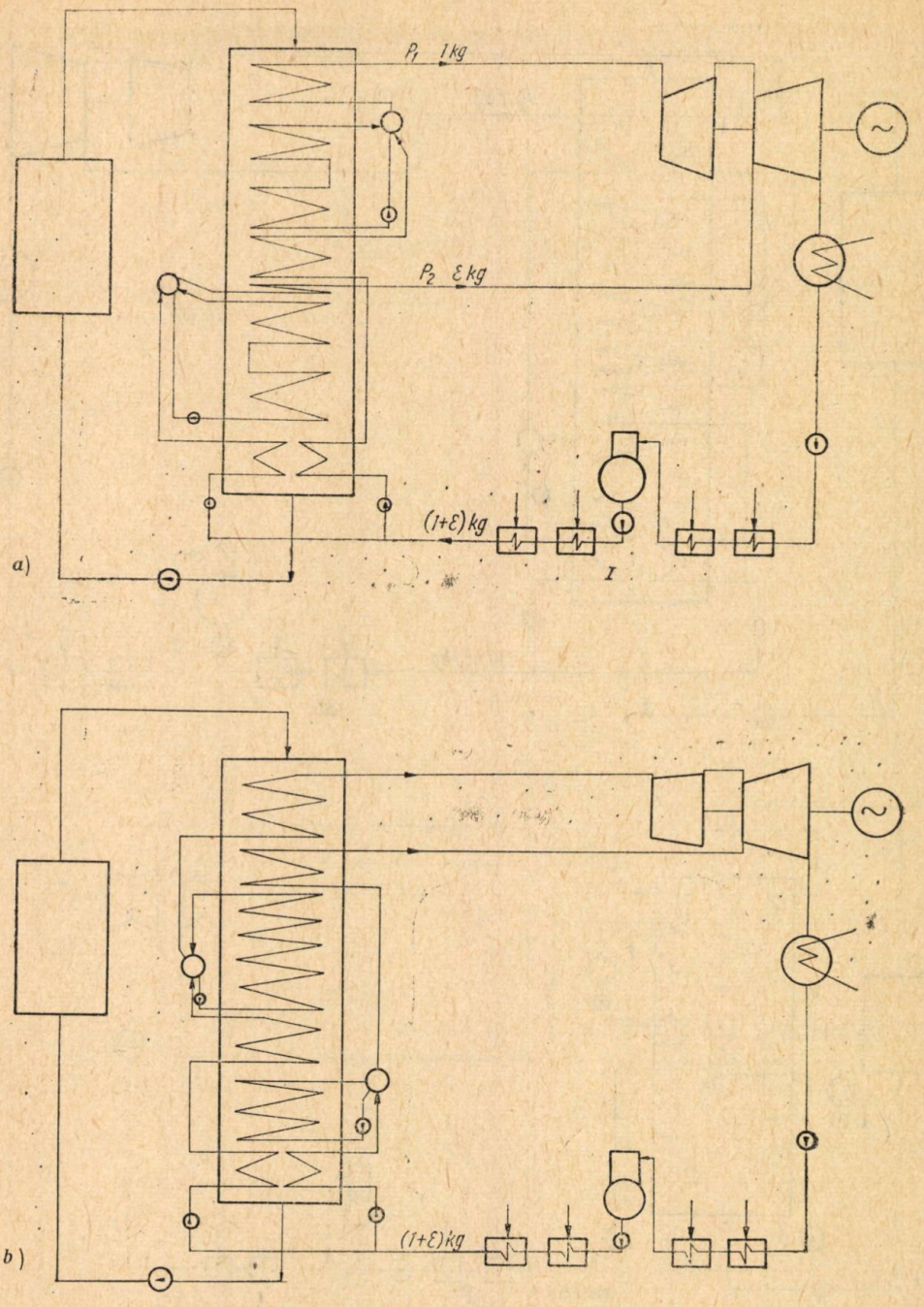


Fig. 1. — Schemele termice ale CNE cu reactor răcit cu gaz şi ciclu cu două presiuni :

a) — supraîncălzitorul de abur pentru ciclul de joasă presiune aşezat între vaporizatorul de joasă presiune şi treapta a doua a economizorului de înaltă presiune ;

b) — supraîncălzitorul de abur de înaltă şi joasă presiune aşezaţi succesiv în partea superioară a generatorului de abur.

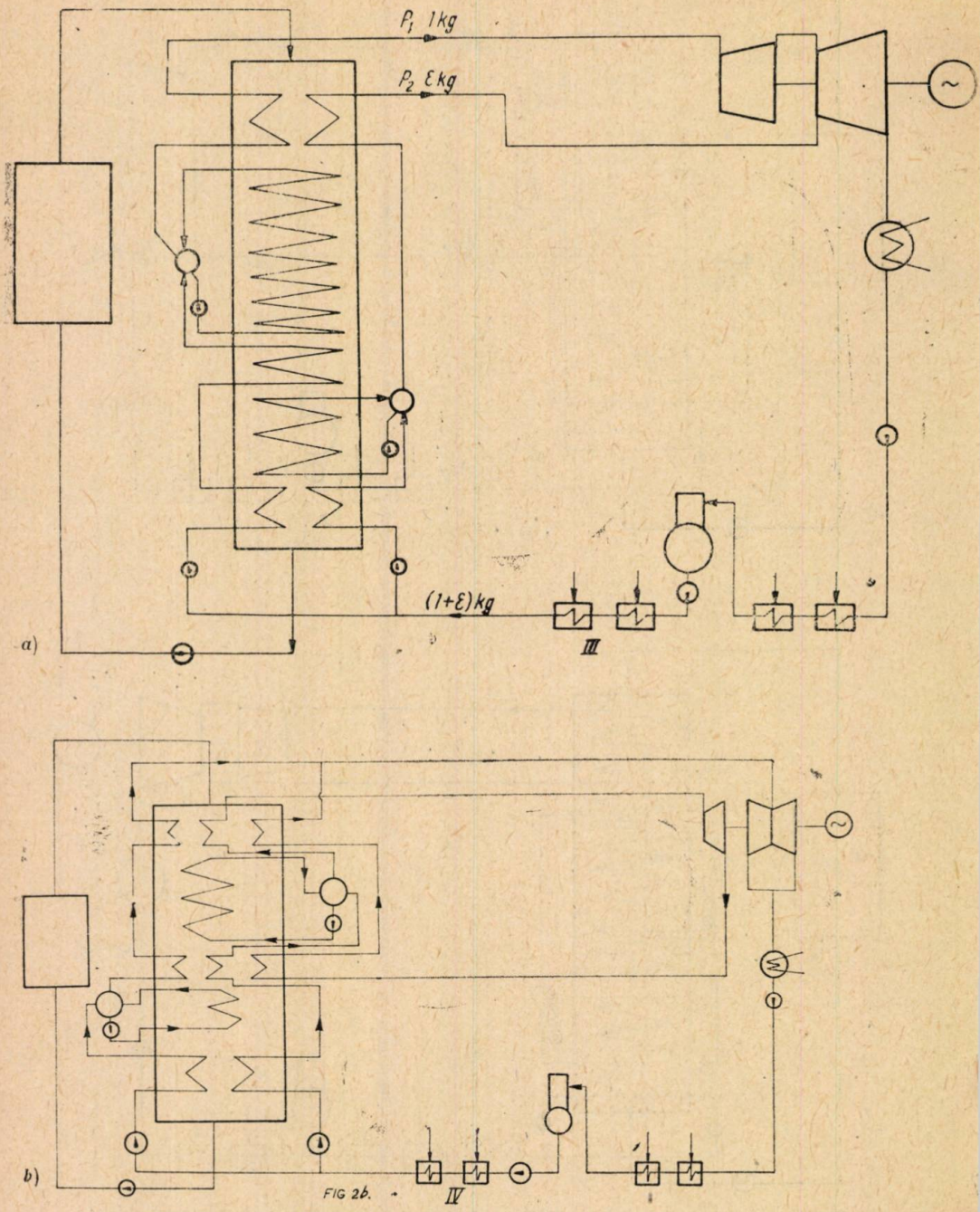


FIG 2b.

Fig. 2. — Schemele termice ale CNE cu reactor răcit cu gaz cu cicluri cu două presiuni și supraîncălzire intermediară a aburului:

a) — treptele de economizor și supraîncălzitor de înaltă și joasă presiune așezate la același interval de temperatură;
b) — generatorul de abur pentru ciclul cu supraîncălzire intermediară a aburului.

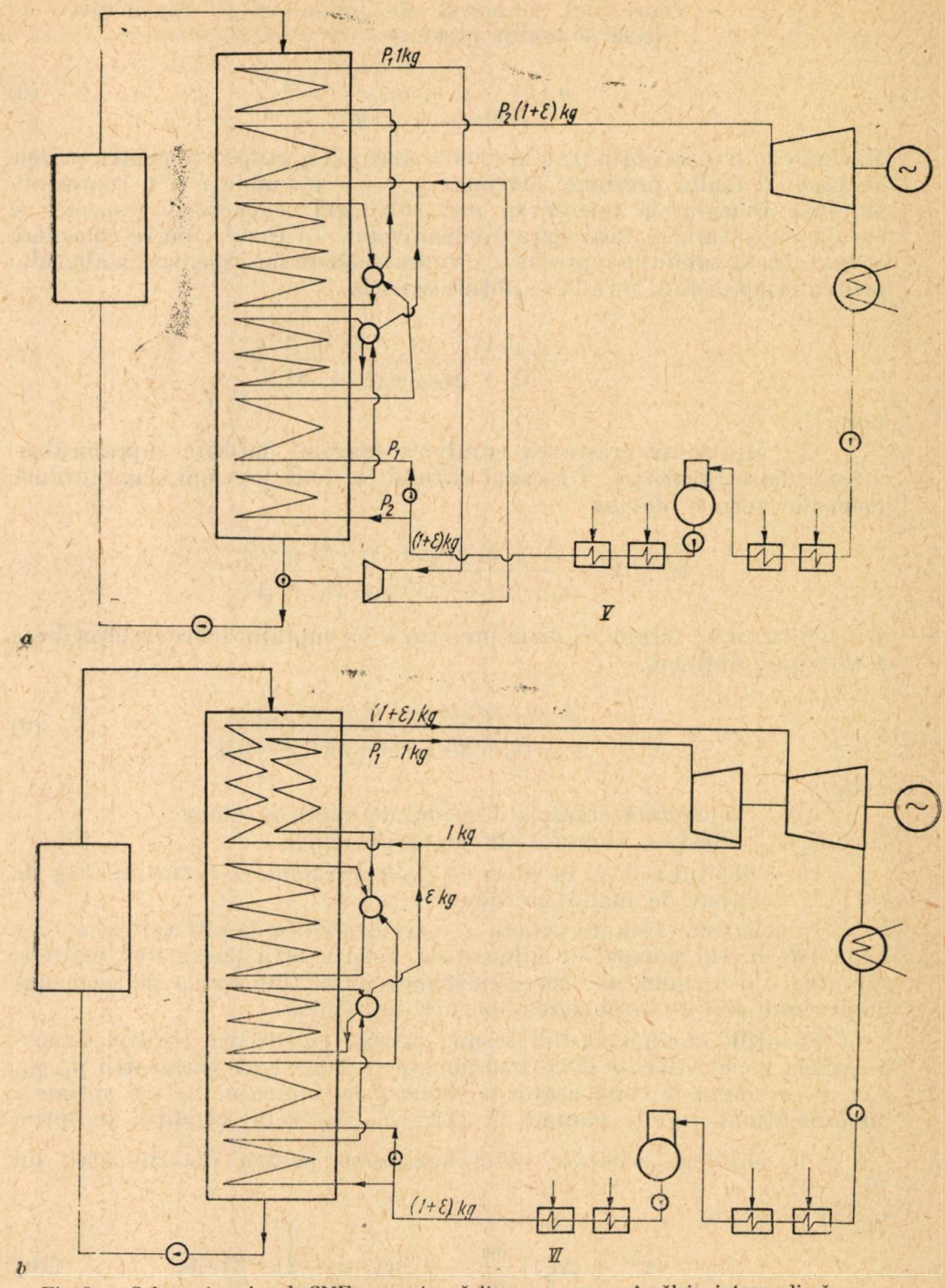


Fig. 3. — Scheme termice ale CNE cu reactor răcit cu gaz cu supraîncălzire intermediară :

a) — schema termică cu utilizarea aburului de înaltă presiune la antrenarea suflantei ;
b) schema termică cu supraîncălzire intermediară a aburului.

z_j , z_i — reprezintă numărul de preîncălzitori regenerativi de joasă şi înaltă presiune

$$y_j = \frac{\tau}{q_j}; \quad y_i = \frac{\tau}{q_i}. \tag{6}$$

Mărimile q_j şi q_i se obţin prin medierea mărimii q, respectiv pentru prizele de joasă şi înaltă presiune. Mărimea $q = i - \bar{t}_s$; unde i şi $\bar{t}_s$ reprezintă entalpia aburului la intrare în preîncălzitorul regenerativ respectiv şi entalpia de saturaţie [kcal/kg] a condensatului. În cazul cînd se consideră ciclul termodinamic cu o presiune şi supraîncălzire intermediară a aburului pentru randamentul termic se obţine ecuaţia

$$\eta_t = 1 - \frac{\chi\,[\psi\,(1 - \nabla - \beta) + \beta]\,q_c}{i_0 + \Delta i_{S.i} - (\bar{t}_a + \Delta i_p)}, \tag{7}$$

unde :

Δi_{si} reprezintă creşterea entalpiei aburului datorită supraîncălziri intermediare [kcal/kg]. În cazul ciclului cu două presiuni ecuaţia randamentului termic devine

$$\eta_t = 1 - \frac{(1 + \varepsilon)\,\chi[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta]q_c}{i_0 + \varepsilon i_2 - (1 + \varepsilon)\,(\bar{t}_a + \Delta i_p)}. \tag{8}$$

Iar pentru ciclul termic cu două presiuni şi cu supraîncălzire intermediară a aburului obţinem

$$\eta_t = 1 - \frac{(1 + \varepsilon)\chi\,[\psi(1 - \nabla - \beta)+\beta]q_c}{i_o + \varepsilon i_2 + \Delta i_{S.i} - (1+\varepsilon)(\bar{t}_a + \Delta i_p)}. \tag{9}$$

unde :

i_0 reprezintă entalpia aburului de înaltă presiune ;

i_2 — entalpia aburului de joasă presiune ;

ε — debitul relativ de abur de joasă presiune ce revine la 1kg de abur de înaltă presiune.

În ecuaţiile obţinute pentru η_t, spre deosebire de alţi autori, se ţine seama de lucrul pompei de alimentare, care pentru parametrii înalţi şi supraînalţi determină mai corect mărimea η_t. Se ţine seama de asemenea de procesul real de destinderea aburului în turbină.

Ecuaţiile randamentului termic permit efectuarea analizei termodinamice a ciclurilor de CNE menţionate în funcţie de parametrii p_1, p_2, ε, $\bar{t}_a$ şi presiunea în condensator p_c. Pentru determinarea valorii optime a randamentului termic punînd în (1), (7), (8) şi (9) condiţia de optim $\frac{\partial \eta_t}{\partial \bar{t}_a} = 0$, obţinem ecuaţiile corespunzătoare pentru determinarea lui $\bar{t}_a^{\,opt}$:

$$[i_0 - (\bar{t}_a^{opt} + \Delta i_p)]\,\frac{\partial \alpha_c}{\partial \bar{t}_a} - \chi[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta] = 0, \tag{10}$$

$$[i_0+\Delta i_{S.i}-(\bar{t}_a+\Delta i_p)]\frac{\partial\alpha_c}{\partial\bar{t}_a}-\chi[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta]=0, \tag{11}$$

$$[i+\varepsilon i_2-(1+\varepsilon)(\bar{t}_a^{opt}+\Delta i_p)]\frac{\partial\alpha_c}{\partial\bar{t}_a}-(1+\varepsilon)\chi[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta]=0, \tag{12}$$

$$[i_0+\varepsilon i_2+\Delta i_{S.i}-(1+\varepsilon)(\bar{t}_a^{opt}+\Delta i_p)]\frac{\partial\alpha_c}{\partial\bar{t}_a}-(1+\varepsilon)\chi[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta]=0. \tag{13}$$

În ecuațiile (10), (11), (12) și (13) α_c reprezintă debitul relativ de abur în condensator și se exprimă în toate cele patru cazuri prin ecuația

$$\alpha_c=\chi[\psi(1-\nabla-\beta)+\beta], \tag{14}$$

iar derivata

$$\frac{\partial\alpha_c}{\partial\bar{t}_a}=\frac{\chi}{z(q_j+\tau)^2}[(q_j-\theta)-\psi(2q_j-\theta)]-$$

$$-\frac{z_i\chi(1-\nabla-\beta)(1-y_i)^{(z_i-1)}}{zq_i}-\frac{z_j(\beta+\psi-\nabla\psi)(1-y_j)z^{(j-1)}}{zq_j}, \tag{15}$$

unde $z=z_j+z_i+1$ este numărul de preîncălzitori regenerativi. Ecuațiile (10), (11), (12), (13) permit determinarea lui $\bar{t}_a^{opt}$ și respectiv a mărimilor χ, ψ, ∇, β și Δi_p corespunzătoare, care introduse în ecuațiile randamentului termic al ciclurilor dau valoarea η_t^{opt}.

Pentru determinarea randamentului termic al ciclului, trebuie în prealabil determinate mărimile p_1, p_2 și ε pentru diferențe de temperatură ale gazului la ieșire și intrare în reactor Δt_r date, și pentru t_a variabil. În acest scop au fost construite diagramele $t-Q$ pentru cele șase tipuri de scheme considerate la diferite valori ε și t_a variabil, (vezi figura 6). S-a considerat temperatura gazului la intrare în generatorul de abur $t_1=410°C$; diferența dintre temperatura gazului la intrare și ieșire din generatorul de abur $\Delta t_{g.a}=165°C$; diferențele minime de temperatură între temperatura gazului și a apei sau aburului la vaporizatori $\Delta t_{v1}=\Delta t_{v2}=10°C$ și în supraîncălzitor $\Delta t_{s.i}=15°C$ iar $80<\bar{t}_a<235°C$. Considerînd diagrama $t-Q$ (corespunzătoare primei scheme; fig. 4), în care dreapta AB reprezintă variația temperaturii gazului în generatorul de abur, iar linia frîntă $1-2-3-4-5-6-7-8$ variația temperaturii apei și a aburului, se poate observa că $\Delta ABC\sim\Delta AED$

$$\frac{AC}{BC}=\frac{AE}{ED}=\frac{Q_\Sigma}{t_1-t_2}, \tag{16}$$

$$\frac{AE}{ED}=\frac{Q_{v2}+Q_{si2}}{t_1-(t_{v2}+\Delta t_v)}, \tag{17}$$

$$\frac{Q_{\Sigma 1}}{t_1-t_2}=\frac{Q_{v2}+Q_{si2}}{t_1-(t_{v2}+\Delta t_v)}, \tag{18}$$

de unde

$$Q_{\Sigma 1} = \frac{(Q_{v2} + Q_{si2})(t_1 - t_2)}{t_1 - (t_{v2} + \Delta t_v)} . \qquad (19)$$

De asemenea

$$Q_{\Sigma 2} = Q_{pv1+2} + Q_{v1} + Q_{si1} + Q'_{pr\cdot 2} + Q_{v2} + Q_{s\cdot i2} . \qquad (20)$$

Cele două valori ale lui Q_Σ trebuie să fie egale. Pentru construcţia diagramei $t - Q$ se consideră de exemplu o valoare Q_Σ dată. Cunoscînd pe t_1 şi Δt_{ga} se trasează dreapta AB. Luînd o valoare pentru t_a , se trasează dreapta *1—2* (luînd pentru ea o înclinare mai mare de 45°), pînă cînd realizăm Δt_v dat iniţial, obţinem valoarea lui t_{v1}. Cunoscînd temperatura de vaporizare la presiune joasă se determină Q_{v1}, respectiv dreapta *2—3*. Din punctul *3* se duce dreapta *3 — 4* (avînd o înclinare mai mică decît *1—2*) pînă realizăm valoarea lui Δt_{si} dat. Se determină astfel $t_{si\cdot 1}$.

Din punctul *5* situat în dreptul punctului *3* se trasează dreapta *5—6* (corespunzătoare lui Q_{pv2}) considerînd-o prin aproximaţie paralelă cu *1—2*. Se determină t_{v2} punînd condiţie t_v dat, t_{si2} se poate determina de la început avînd în vedere că se cunoaşte t_1 şi t_{si2}.

Cunoscînd pe t_{v1} ; t_{v2} ; t_{si1} ; t_{si2} se poate calcula valoarea lui Q_Σ cu relaţiile (19) şi (20). Dacă între valorile găsite pentru Q_Σ apare o diferenţă, se procedează astfel.

Se ia pentru Q_Σ valoarea rezultată din relaţia (19) şi se trasează dreapta ce reprezintă variaţia temperaturii gazului. Apoi se trasează variaţia temperaturii apei şi a aburului, pe baza valorilor Q_{pv1+2} ; Q_{v1} etc. Se obţine o diagramă asemănătoare celei din figura (5).

În acest caz pe dreapta ce reprezintă variaţia temperaturii apei în preîncălzitor se determină punctul corespunzător lui Δt_{pv} dat (linia *1—2*). Acest punct determină pe t_{v1}. Se trasează apoi dreapta corespunzătoare vaporizării (linia punctată), lungimea ei calculîndu-se pentru noua valoare a lui t_{v1}. Din capătul ei se trasează dreapta corespunzătoare supraîncălzirii (ducînd o paralelă la cea construită anterior). Se determină noua temperatură de supraîncălzire împreună respectînd valoarea Δt_{si} dată (linia *3—4*). Prin acelaşi procedeu se determină şi t_{v2} .

Cu noile valori se recalculează $Q_{\Sigma 1}$ şi $Q_{\Sigma 2}$. Acest calcul se repetă pînă cînd cele două valori sînt egale iar pe curbele determinate avem respectate condiţiile $\Delta t_{v1} = \Delta t_{v2}$ şi $\Delta t_{si1} = \Delta t_{si2}$.

Avînd în vedere faptul că schemele termice ale generatorilor de abur sînt foarte complicate, diagramele $t - Q$ au un caracter foarte complex.

Diagramele $t - Q$ prezentate dau posibilitatea obţinerii mărimilor p_1, p_2 şi Q_Σ (suma cantităţilor de căldură transmisă la Kg. de mediu de lucru în generatorul de abur) pentru diferite valori t_a .

Analiza acestor diagrame scoate în evidenţă posibilităţile mari pe care le oferă schema termică a generatorului de abur pentru perfecţionarea ciclurilor CNE. Astfel pentru t_1=const şi $\Delta t_{g\cdot a}$ = const, valorile absolute şi variaţia mărimilor p_1 şi p_2 este foarte diferită. Din figura 6 rezultă faptul că presiunile p_1 şi p_2 scad în general cu creşterea lui t_a . Scăderea este

mai accentuată pentru p_1. Apare evident faptul că anumite tipuri de scheme termice a generatorului de abur dau posibilitatea obținerii unor presiuni ale aburului mai ridicate atît în ciclul de înaltă presiune cît și în ciclul de joasă presiune. În această privință se detașează ciclurile termice notate cu I, II, III și IV. Pentru aceste cicluri există însă o diferență mai mare între p_1 și p_2. În cazul ciclurilor termice V și VI valorile mărimilor p_1 și

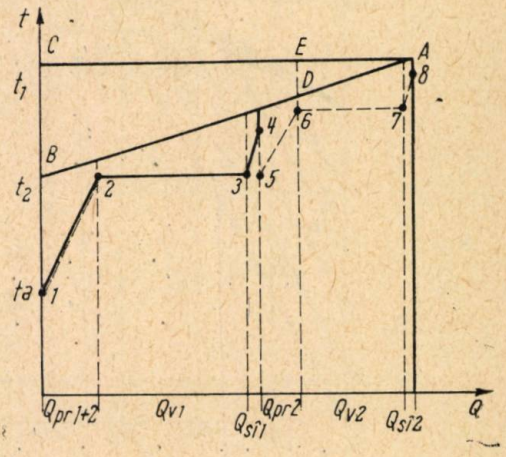


Fig. 4. — Diagrama $t - Q$.

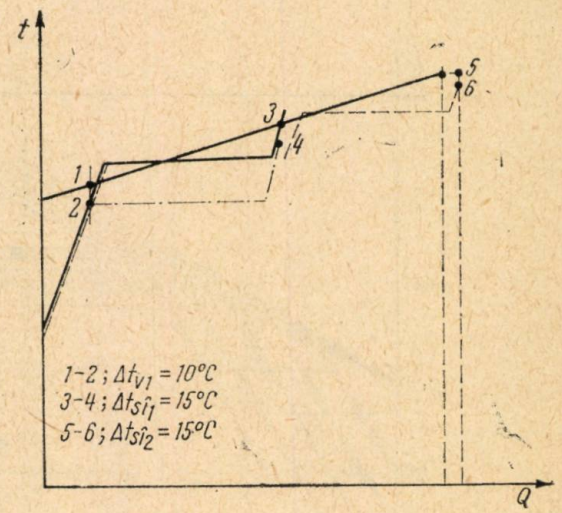


Fig. 5. — Construcția diagramei $t - Q$

p_2 sînt mult mai scăzute iar cu creșterea lui t_a, p_1 se apropie de p_2, iar p_2 are o valoare aproape constantă.

O altă particularitate care rezultă din analiza ciclurilor menționate, o constituie faptul că funcția $Q_\Sigma = f(t_a)$ are un caracter aproape liniar, și poate fi asimilată pentru fiecare tip de ciclu cu o dreaptă. Panta acestei drepte este funcție de tipul ciclului analizat (vezi figura 8). Acest lucru ușurează calculul diagramei $t - Q$, permițînd o determinare mai rapidă a lui Q_Σ. Se determină două valori ale lui Q_Σ pentru temperaturi depărtate

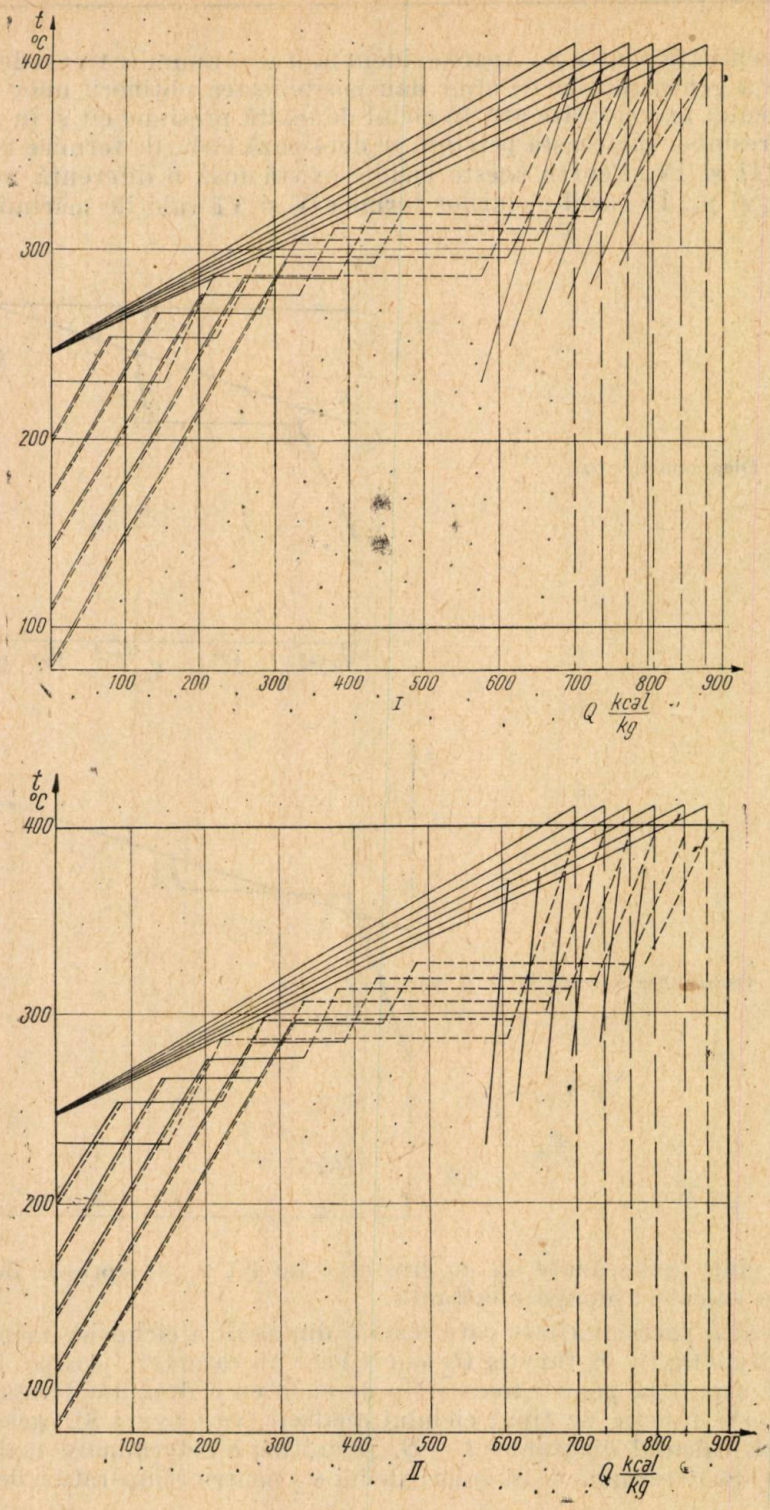
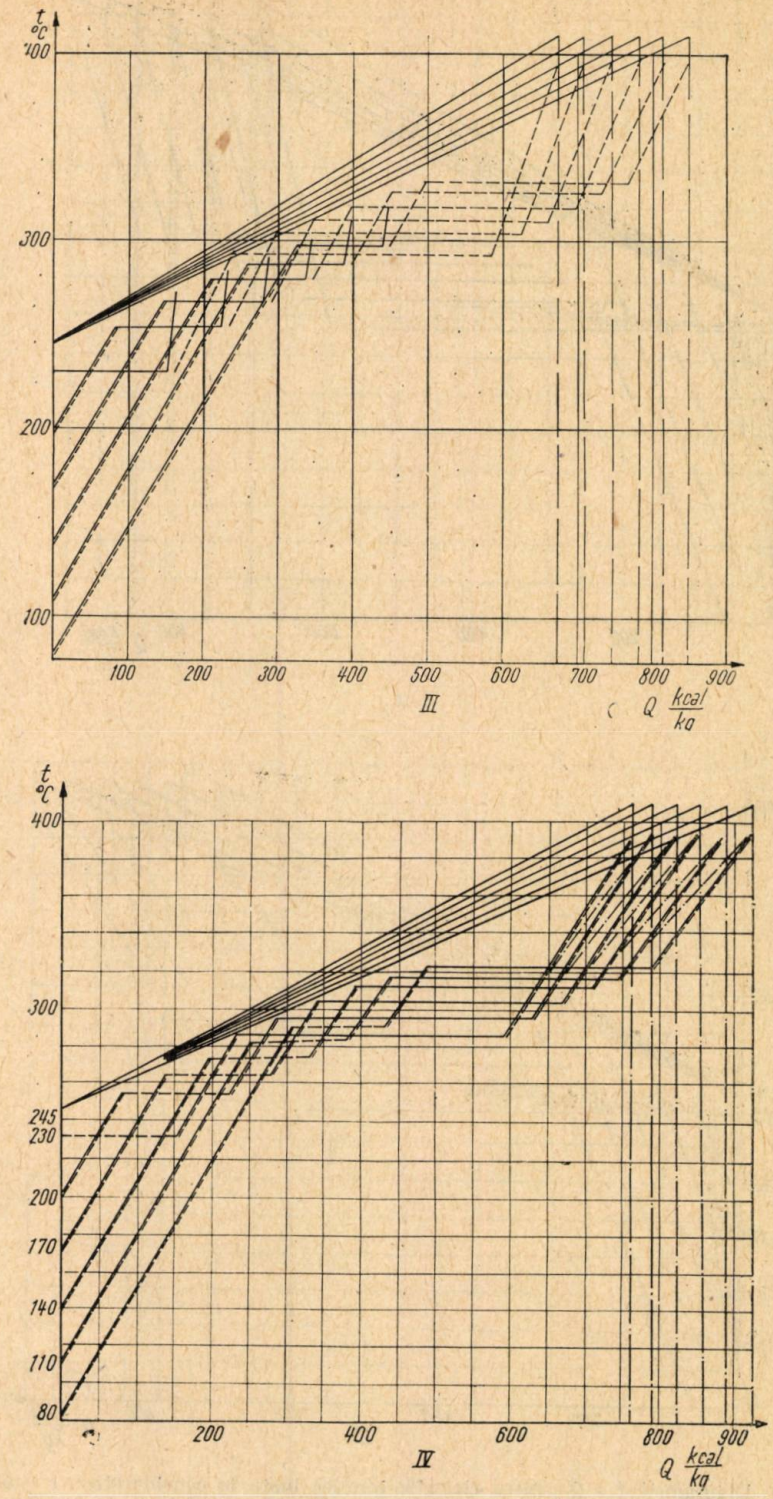


Fig. 6. — Diagramele $t - Q$ pentru ciclurile termice luate în considerație $\varepsilon = 0{,}35$; I — fig. 1*a*; II*b* — fig. 1*b*.



Fig, 6. — Diagramele $t - Q$ pentru ciclurile termice luate în considerație: $\varepsilon = 0{,}35$ III — fig. 2*a*; IV — fig. 2*b*.

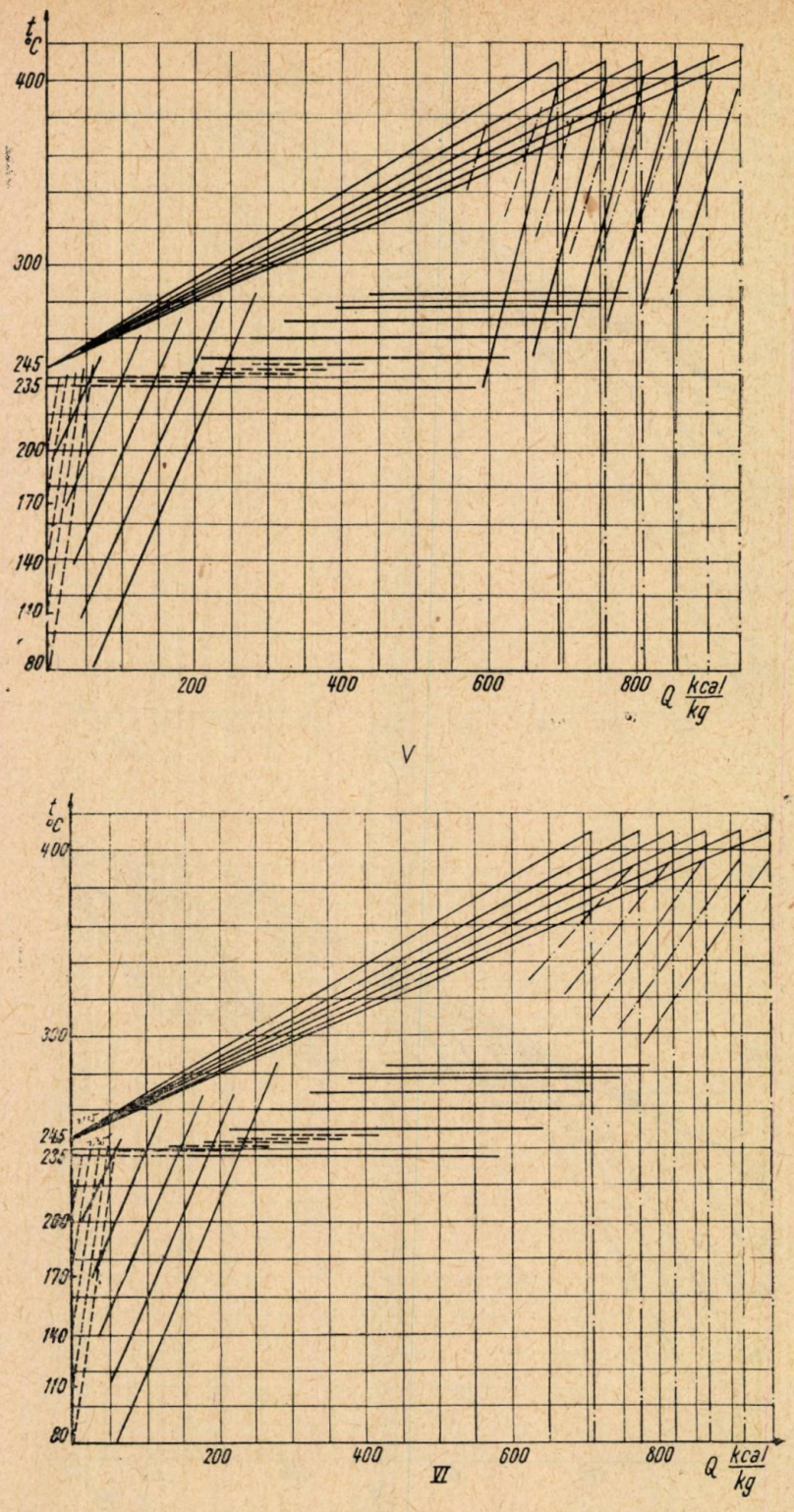


Fig. 6. Diagramele $t - Q$ pentru ciclurile termice luate în considerație: $\varepsilon = 0{,}35$:
V — fig. 3*a*; VI — fig. 3*b*.

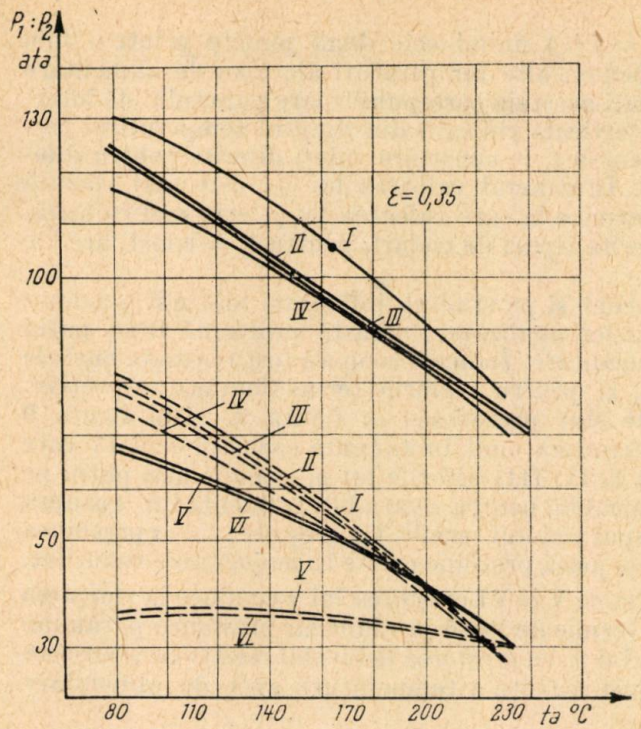


Fig. 7. — Variația presiunii aburului de înaltă și joasă presiune în funcție de temperatura apei de alimentare pentru schemele termice analizate și ε = 0,35. Notațiile de pe curbe corespund celor din figura 5; — curbele pentru p_1; — curbele pentru p_2.

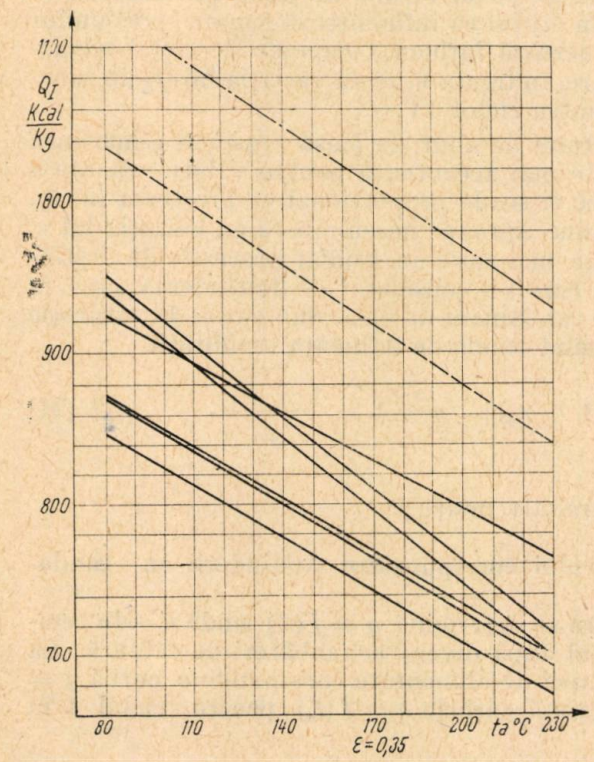


Fig. 8. — Variația mărimii Q_Σ în funcție de temperatura apei de alimentare pentru diferite tipuri de scheme termice de generatori de abur pentru ε = 0,35.

între ele. Se trasează $Q_\Sigma = f(t_a)$ unind cele două puncte printr-o linie dreaptă. Calculul lui Q_Σ pentru alte temperaturi ale apei de alimentare se va rezuma la citirea valorii acesteia corespunzătoare punctului de intersecţie între $Q_\Sigma = f(t_a)$, şi verticala ridicată din dreptul temperaturii respective. Mărimea lui Q_Σ pentru t_a = const are valori diferite pentru diferite cicluri termodinamice. În general valoarea lui Q_Σ este mai scăzută pentru tipurile de cicluri termice la care valoarea lui p_1 este mai ridicată. Cu micşorarea lui p_1 la diferite tipuri de cicluri, pentru t_a = const, are loc o creştere Q_Σ.

În lucrare s-a pus accent şi pe studiul influenţei mărimii ε asupra eficacităţii termice a ciclurilor analizate, această problemă fiind puţin tratată în literatura de specialitate. În acest scop au fost obţinute curbele $p_1 = f(t_a, \varepsilon)$ şi $p_2 = f(t_a, \varepsilon)$ pentru ciclurile termodinamice respective. Rezultatele acestor calcule sînt prezentate în figura 9. Din figura 9 rezultă că mărimea ε influenţează mult în anumite cazuri (ciclul IV care este caracteristic şi pentru I, II, III) valorile lui p_1 şi mult mai puţin pe p_2 care rămîne aproape invariabilă pentru ε variabil. Influenţa lui ε asupra lui p_1 diferă şi depinde de tipul ciclului termic. Cu creşterea lui ε presiunea aburului în ciclul de înaltă şi joasă presiune creşte în majoritatea cazurilor.

În cazul ciclurilor termice V şi VI creşterea lui ε conduce la ridicarea presiunii aburului în ciclul termic de joasă presiune iar presiunea p_1 rămîne practic constantă. Variaţia lui p_2 cu creşterea debitului relativ de abur este mai accentuată pentru valori scăzute a temperaturii apei de alimentare şi scade cu creşterea lui t_a.

Variaţia debitului de abur în ciclul termic de joasă presiune influenţează mult asupra lui Q_Σ prin faptul că influenţează asupra presiunilor din ciclul termic. Evident că această influenţă depinde de ciclul termodinamic şi de t_a. Pentru ilustrare, în figura 8, se dă variaţia lui Q_Σ în funcţie de t_a şi $0{,}35 < \varepsilon < 0{,}65$ pentru ciclul IV.

O dată cu creşterea debitului de abur de joasă presiune ε mărimea Q_Σ creşte. Această creştere este mai accentuată pentru valori scăzute a temperaturii apei de alimentare şi scade proporţional cu creşterea lui t_a. Panta dreptelor $Q_\Sigma = f(t_a)$ rămîne aproape neschimbată cu variaţia lui ε.

Pe baza datelor prezentate mai sus s-au studiat procesele de destindere ale aburului în turbină în care s-a considerat că destinderea pînă la curba de saturaţie se face cu un randament de 0,85. Sub curba de saturaţie acest randament se modifică ţinînd seama de influenţa umidităţii

$$\eta_{0i} = \eta_0 [1 - y(1 - \eta_0)], \quad y = 1 - \frac{1 + X_1}{2}. \tag{21}$$

în care :

η_{0i} este noul randament relativ intern ;

$\eta_0 = 0{,}85$;

X_1 — titlul final al aburului corespunzător destinderii cu randamentul η_{0i}.

Pe baza procesului de destindere se determină $q = f(t'_a)$ unde t'_a este temperatura condensatului principal după diverşi schimbători de căldură. La fiecare valoare a temperaturii apei de alimentare corespunde o curbă $q = f(t'_a)$. În figura 10 se prezintă curbele $q = f(t'_a)$ pentru ciclul I în

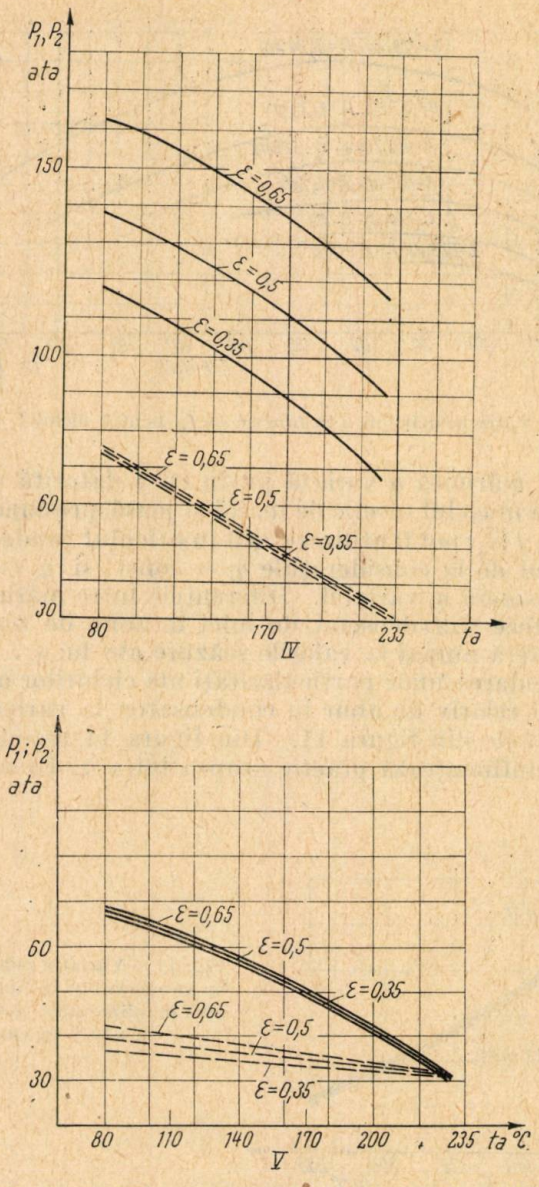


Fig. 9.—Variația presiunii aburului în ciclul de înaltă și joasă presiune în funcție de t_a și ε pentru diferitele tipuri de cicluri.

cazul cînd ε = 0,35. Se observă că alura acestor curbe este destul de aplatizată putîndu-se face medieri pe diferite intervale de variație pentru t_a obținîndu-se valorile mărimilor q_i și q_j din ecuațiile randamentului termic. În cazul ciclului I mărimea q scade o dată cu creșterea lui ε datorită creșterii presiunii aburului în ciclul de înaltă presiune. În cazul altor cicluri ca de

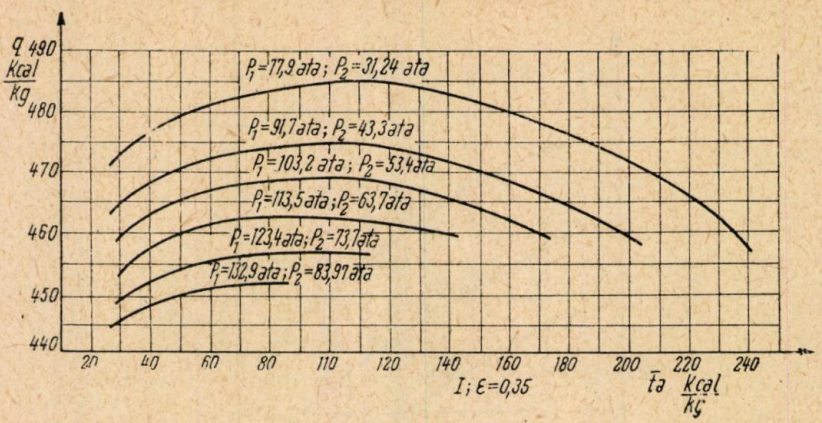


Fig. 10. — Variaţia mărimii q în funcţie de t_a pentru ciclul I, $\varepsilon = 0{,}35$.

exemplu V şi VI mărimea q variază puţin cu ε datorită variaţiei slabe a presiunii aburului în ciclul termic de înaltă şi joasă presiune.

Curbele $q = f(t_a)$ pot fi utilizate atît în calculul randamentului termic al ciclului pornind de la consideraţiile $q_i = \text{const}$ şi $q_j = \text{const}$ cît şi în cazul cînd se consideră q variabil. Diferenţele între mărimile η_t calculate în cele două ipoteze sînt deosebit de mici în zona de maxim a curbelor $\eta_t = f(t_a)$ şi se referă numai la valorile scăzute ale lui t_a .

Pentru elucidarea unor particularităţi ale ciclurilor analizate privind variaţia debitului relativ de abur în condensator la varierea lui t_a şi ε au fost obţinute curbele din figura 11. Din figura 11 rezultă că ε, în cazul acestui ciclu, nu influenţează practic asupra lui α_c . În cazul altor cicluri

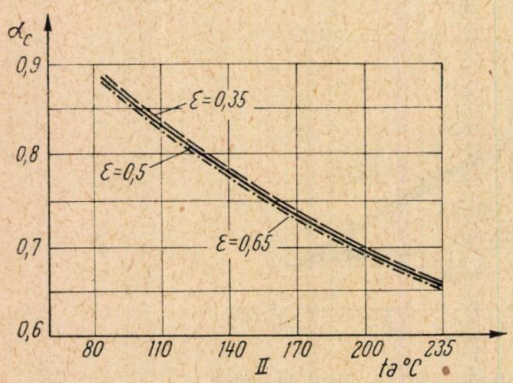


Fig. 11. — Variaţia debitului relativ de abur în condensator în funcţie de temperatura apei de alimentare pentru $0{,}35 < \varepsilon < 0{,}65$ şi $z = 5$ în cazul ciclului II.

curbele diferă foarte puţin pentru diferite valori ε. Micşorarea lui α_c cu creşterea lui t_a este determinată de creşterea debitului de abur în prizele de preîncălzire regenerativă. În cazul altor cicluri alura curbelor $\alpha_c = (t_a)$ este identică. Variaţia mărimilor relative y_i, y_j, ψ, χ, ∇, β în funcţie de t_a pentru ciclul II este dată în figura 12.

În cazul altor cicluri variaţia acestor mărimi are aluri asemănătoare. Numărul de trepte de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare şi t_a

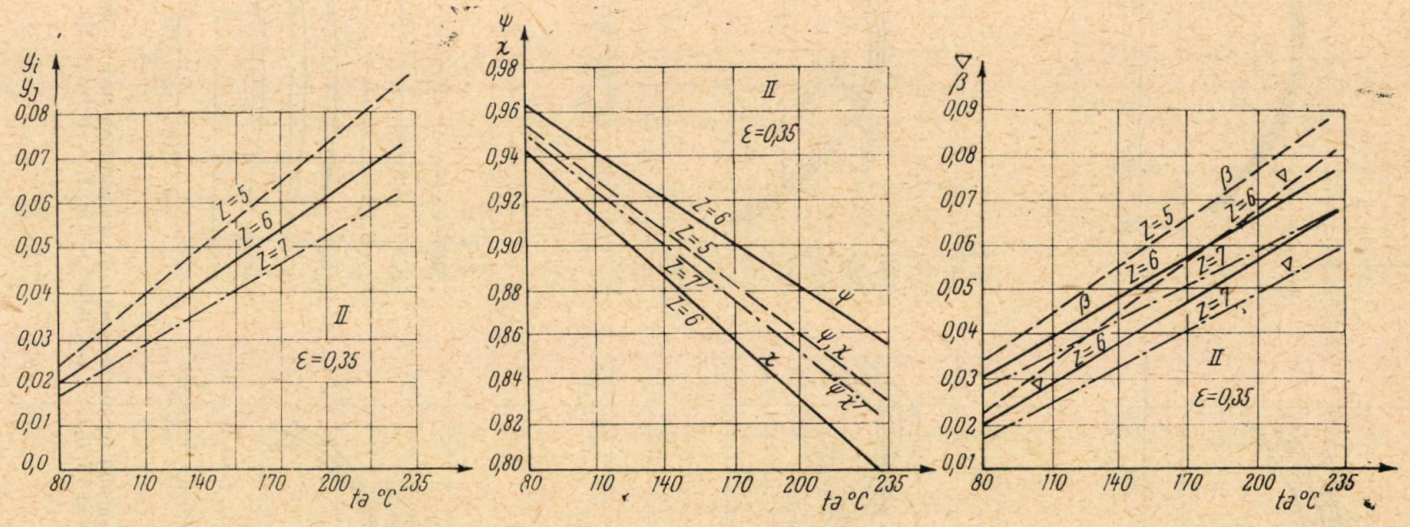


Fig. 12. — Variația mărimilor Y_i, Y_j, ψ, χ, ∇ și β în funcție de t_a pentru ciclul II și $z = 5, 6, 7$.

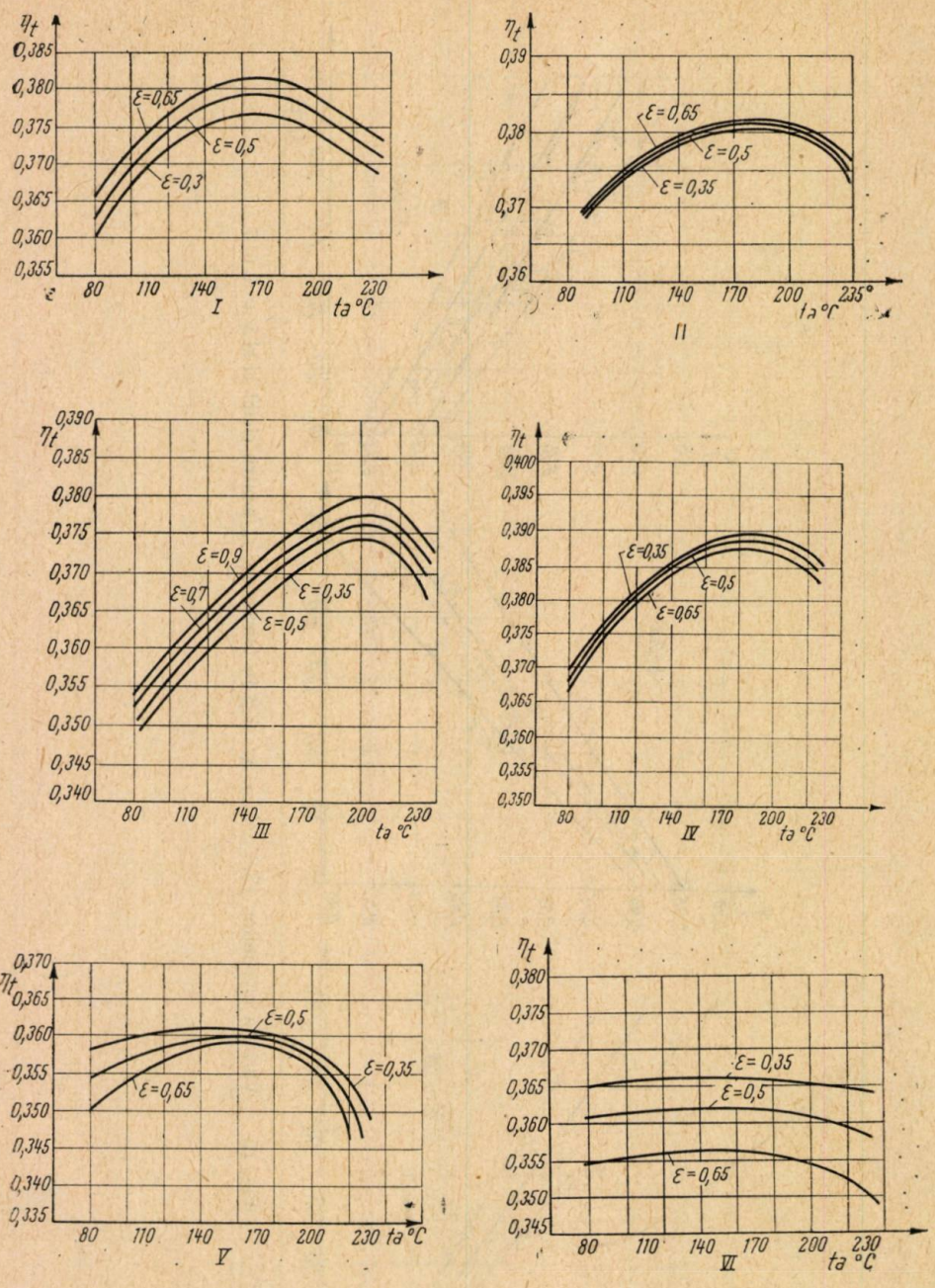


Fig. 13. — Variația randamentului termic în funcție de temperatura apei de alimentare pentru ciclurile I, II, III, IV, V și VI, $0{,}35 < \varepsilon < 0{,}65$; $z = 5$; $t_1 = 410°C$ și $\Delta t_{g \cdot a} = 165°C$.

influenţează mult asupra lui y_i, y_j, ψ, χ, ∇ şi β. Această influenţă este în general mai mare pentru temperaturi mai ridicate ale apei de alimentare şi este datorată creşterii lui τ cu mărirea lui t_a. Un obiectiv important al cercetărilor întreprinse l-a constituit analiza randamentului termic al ciclurilor menţionate pentru t_a variabil şi ε variabil. În acest scop au fost obţinute curbele $\eta_t = f(t_a, \varepsilon)$ pentru $z = 5$, prezentate în figura 13. Aceste curbe scot în evidenţă influenţa deosebită a tipului ciclului termodinamic şi al schemei termice a generatorului de abur asupra randamentului termic. Pentru un reactor dat şi mărimi t_1 şi $\Delta t_{g.a}$ date, complexitatea acestor elemente condiţionează obţinerea unor randamente mai mult sau mai puţin favorabile. Astfel în cazul ciclului IV cu supraîncălzire intermediară a aburului randamentul termic este mai ridicat decît în cazul ciclurilor I, III, VI şi V. Aceasta demonstrează posibilităţile mari pe care le oferă utilizarea supraîncălzirii intermediare a aburului în generatorii de abur ai CNE cu reactori răciţi cu gaz. Astfel de cicluri termodinamice se studiază pentru reactori HWGCR în Franţa şi RFG şi pentru reactori AGR în Anglia.

Din figurile 12 rezultă că influenţa mărimii ε asupra lui η_t este diferită pentru diferite valori ale temperaturii apei de alimentare şi depinde în mare măsură de tipul ciclului termodinamic. În cazul ciclurilor termice fără supraîncălzire intermediară a aburului (de tipul III), creşterea lui ε conduce la o creştere a randamentului termic. În cazul ciclurilor cu supraîncălzire intermediară a aburului influenţa mărimii ε asupra lui η_t diferă de la caz la caz. Astfel în cazul ciclului VI odată cu creşterea lui ε mărimea η_t scade.

Curbele randamentului termic au în unele cazuri (ciclul V şi VI) o formă foarte aplatizată dovedind o slabă influenţă a temperaturii ape de alimentare asupra randamentului în zona de maxim.

Analiza curbelor de randament demonstrează că valoarea mărimii t_a care se obţine din condiţia $\eta_t = \max.$, depinde în mare măsură de tipul ciclului termic şi de ε. Astfel pentru $\varepsilon = 0{,}5$, la diferitele cicluri termice analizate, valoarea lui $\bar{t}_a^{opt}$ reprezintă I — 165°C; III — 203°C; IV — — 185°C; V — 145°C; VI — 136°C.

Pentru a pune în evidenţă influenţa mărimii z asupra lui η_t, în figura 14 se dau curbele $\eta_t = f(\bar{t}_a)$ pentru $z = 5, 6, 7$. Se observă că ecuaţiile obţinute determină corect influenţa acestui factor asupra lui η_t.

În cadrul lucrării s-a analizat de asemenea ciclul cu o presiune pentru parametrii t_1 şi $\Delta t_{g.a}$ avînd valori identice cazurilor tratate mai sus. Rezultatele acestei analize se prezintă în figura 15. Comparînd curbele $\eta_t = f(\bar{t}_a)$ din figurile 12 şi 14 rezultă evident superioritatea ciclurilor cu două presiuni şi cu supraîncălzire intermediară a aburului. Din analiza termodinamică prezentată rezultă că alegerea tipului de ciclu termodinamic pentru un reactor răcit cu gaz dat, necesită analiza detaliată a unui număr mare de tipuri de cicluri adecvate. Problemele de optimizare a parametrilor acestor cicluri, pentru reactori HWGCR, GCR, AGR şi FBR răciţi cu gaz, necesită determinarea combinaţiilor de parametri p_1, p_2, p_c, t_a, ε şi z care asigură condiţia $\eta_t = \max$. Metoda de analiză termodinamică permite optimizarea acestor parametri.

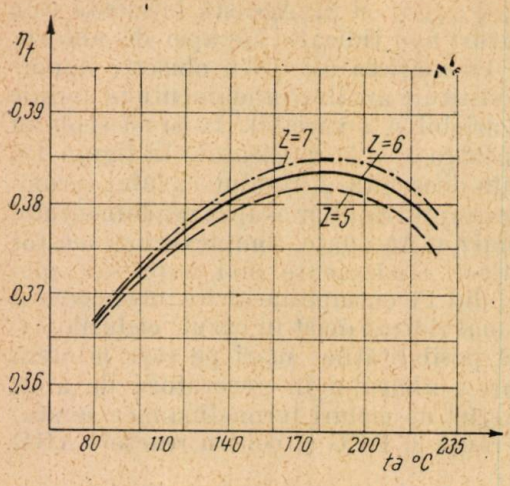


Fig. 14. — Variaţia randamentului termic în funcţie de temperatura apei de alimentare şi z pentru ciclul II şi $\varepsilon = 0{,}35$.

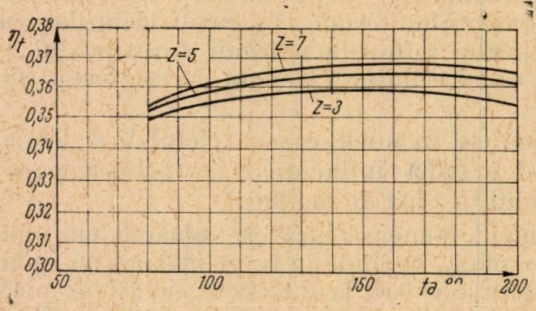


Fig. 15. — Variaţia randamentului termic al ciclului cu o presiune pentru $t_1 = 410°C$, $\Delta t_r = 165°C$ şi $3 < z < 7$.

CONCLUZII

1. În articol se prezintă pe scurt metoda de analiză termodinamică a ciclurilor CNE cu reactori răciţi cu gaz, care poate fi aplicată pentru reactorii de tip GCR, HWGCR, AGR şi pentru reactorii rapizi răciţi cu gaz. Se dau rezultatele aplicării metodei pentru şase tipuri complexe de cicluri termodinamice considerîndu-se daţi parametrii reactorului.

2. Se analizează influenţa complexităţii ciclului termodinamic şi a schemei termice a generatorului de abur asupra randamentului ciclului evidenţiindu-se efectul termic şi perspectivele ciclurilor cu supraîncălzire intermediară a aburului.

3. Metoda de analiză termodinamică propusă asigură o mare precizie a calculelor şi poate fi utilizată cu succes pentru analiza eficacităţii termice şi optimizarea parametrilor ciclurilor complexe ale CNE cu reactori GCR, HWGCR, AGR şi pentru reactori rapizi răciţi cu gaz.

BIBLIOGRAFIE

1. Л. С. Стерман, В. В. Петухов, П. П. Проценко, А. В. Чикилевская, *Анализ тепловой экономичности атомных электростанций с газовым теплоносителем.* Теплоэнергетика, *9* (1960).
2. Т. Х. Маргулова, Л. С. Смерман, *О повышении экономичности энергетических реакторов с газовым теплоносителем.* Атомная энергуя, **8**, *5* (1960).
3. B. Ladislau, *Methodics of the optimization of parameters of a nuclear power station with a heavy water moderated gas-cooled reactor*, Referatul P 1532/VI prezentat la a Treia conferinţă internaţională pentru utilizarea energiei atomice în scopuri paşnice, Geneva, 1964.
4. И. С. Коченков, Н. Л. Воинов, Н. Н. Ершова, *Расчет и анализ параметров термодинамического цикла атомных электростанции.* Атомная энергия, **13** вын 1 (1962).
5. C. Haiduc, *Metoda de analiza eficacităţii termice a centralelor nuclearo-electrice cu reactori răciţi cu gaz*, Institutul de energetică al Academiei — memoriu 1966.

ECUAȚII INTEGRALE ALE CÎMPULUI MAGNETIC STAȚIONAR SAU CVASISTAȚIONAR

DE

I. R. CIRIC

538.111 : 621.3.013

În lucrare se stabilesc ecuațiile integrale ale densităților de calcul ale pînzelor de curent electric de pe suprafețele de discontinuitate ale vectorului magnetizație, referitoare la un sistem constituit din materiale magnetice diferite, liniare, omogene, izotrope și fără magnetizație permanentă, în prezența unui cîmp magnetic produs de diferite surse, regimul cîmpului putînd fi cel static, cel staționar sau cel cvasistaționar. Pentru deducerea ecuațiilor integrale se utilizează modelul amperian al corpurilor magnetizate. Soluționarea acestor ecuații permite determinarea cîmpului magnetic produs de repartițiile date ale surselor, calculîndu-se inducția cîmpului magnetic produs în vid de repartițiile de calcul ale curentului electric.

În continuare, se obțin ecuațiile integrale corespunzătoare sistemelor plan-paralele, precum și ecuațiile integrale corespunzătoare mediilor feromagnetice ideale și mediilor perfect diamagnetice.

1. INTRODUCERE

Studiul cîmpului magnetic staționar sau cvasistaționar în prezența corpurilor magnetizabile se poate face fie pe baza modelului coulombian (dipolar) al corpurilor magnetizate, fie pe baza modelului amperian al acestora [1], [2].

Studiul cîmpului magnetic efectuat pe baza modelului coulombian al corpurilor magnetizate este analog studiului cîmpului electrostatic efectuat pe baza aceluiași model coulombian al corpurilor polarizate electric. De altfel, soluțiile problemelor de cîmp magnetic în prezența corpurilor magnetizabile, se pot obține din soluțiile problemelor analoge de cîmp electrostatic în prezența corpurilor polarizabile electric, utili-

zîndu-se corespondența directă între mărimile electrice și mărimile magnetice. În cazul sistemelor plan-paralele, soluțiile problemelor de cîmp magnetic se pot obține din soluțiile problemelor analoge de electrostatică în felul următor : se înlocuiesc permitivitățile prin inversele permeabilităților corespunzătoare, se înlocuiesc sarcinile electrice pe unitatea de lungime a conductoarelor rectilinii prin curenții electrici de conducție corespunzători, rezultînd astfel, din expresia potențialului electrostatic, expresia potențialului magnetic vector [3]. În lucrarea [3] este dezvoltată metoda ecuațiilor integrale pentru determinarea cîmpului electrostatic în prezența corpurilor polarizabile electric.

Trebuie, însă, observat că analogia între mărimile magnetice și mărimile electrice în cazul utilizării modelului coulombian al corpurilor magnetizate, respectiv polarizate electric, nu mai este perfectă atunci cînd domeniul considerat nu mai este simplu conex, situație care se întîlnește atunci cînd domeniul conține conductoare parcurse de curent electric de conducție. Pe de altă parte, utilizarea soluției din problema de electrostatică corespunzătoare, este posibilă numai după rezolvarea prealabilă a acestei probleme. Rezolvarea problemei de electrostatică trebuie efectuată, însă, pentru cazul general, cu valori oarecari ale permitivităților, urmînd ca, după aceea, acestea să se înlocuiască prin valorile concrete corespunzătoare ale permeabilităților. Trebuie să se procedeze astfel, deoarece înlocuirea prealabilă a permitivităților prin valorile concrete corespunzătoare ale permeabilităților, poate conduce la valori ale permitivităților mai mici decît permitivitatea vidului, situații care nu au semnificație fizică. Aceasta se întîmplă, de exemplu, în cazul problemelor de cîmp magnetic, în prezența corpurilor diamagnetice sau a corpurilor perfect diamagnetice.

În lucrarea de față, se elaborează metoda ecuațiilor integrale pentru determinarea cîmpului magnetic în prezența corpurilor magnetizabile, pornindu-se de la modelul amperian al corpurilor magnetizate. Calea aceasta permite obținerea directă a soluțiilor problemelor de cîmp magnetic staționar sau cvasistaționar, care prezintă interes în tehnică. Ea are și avantajul că permite calculul direct al mărimilor magnetice ca funcții uniforme de punct, spre deosebire de metoda bazată pe modelul coulombian al corpurilor magnetizate, unde intervine potențialul magnetic scalar, care este o funcțiune neuniformă de punct în prezența conductoarelor parcurse de curenți electrici de conducție.

Esența metodei dezvoltate în lucrarea de față consistă în determinarea cîmpului magnetic în prezența corpurilor magnetizate, prin calcularea inducției magnetice în vid (adică făcîndu-se abstracție de corpuri), condiționată de repartiții fictive ale curentului electric în volum și pe suprafețele de discontinuitate ale vectorului magnetizație ; repartițiile superficiale fictive ale curentului electric satisfac anumite ecuații integrale care se stabilesc în cele ce urmează.

Fie, prin urmare, un sistem în care există mai multe regiuni conținînd materiale magnetice de permeabilități diferite, în fiecare regiune în parte materialul magnetic fiind liniar, omogen și izotrop, în prezența unui cîmp magnetic produs de repartiții date ale curentului electric de conducție și, eventual, de repartiții date ale magnetizației în interiorul magneților permanenți, toate corpurile sistemului fiind imobile unele

în raport cu celelalte. În aceste condiții, se poate aplica superpoziția efectelor considerîndu-se cîmpul magnetic rezultant, drept suprapunerea cîmpurilor magnetice produse de fiecare sursă de cîmp magnetic în parte. În continuare, se înlocuiește sistemul considerat printr-un sistem fictiv, la care în locul regiunilor cu materiale magnetice să existe vid, iar sursele cîmpului magnetic se înlocuiesc prin repartiții fictive de curent electric, pe baza echivalenței dintre corpurile magnetizate și curenții amperieni, astfel încît inducția magnetică în primul sistem să fie egală, în orice punct, cu inducția magnetică calculată în vid, în sistemul al doilea.

2. PRINCIPIUL METODEI

Se consideră suprafața S_{ik} de discontinuitate a vectorului magnetizație, care separă regiunile (i) și (k) aparținînd sistemului considerat și avînd permeabilitățile μ_i, respectiv μ_k (fig. 1). Mărimile μ_i și μ_k se con-

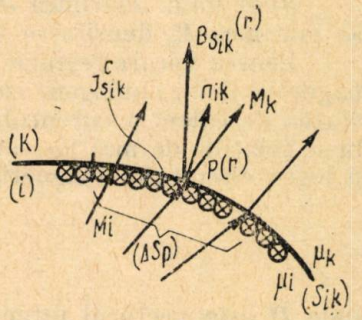


Fig. 1. — Suprafață S_{ik} de discontinuitate a vectorului magnetizație.

sideră independente de mărimile de cîmp și de punct. Fie $\boldsymbol{M}$, vectorul magnetizație în punctul curent din materialul magnetic.

Densitatea curentului amperian este dată de relația

$$\boldsymbol{J}_m = \text{rot}\, \boldsymbol{M}. \tag{1}$$

Densitatea pînzei de curent amperian care apare pe suprafața S_{ik}, în cazul cînd aceasta este o suprafață de discontinuitate pentru vectorul magnetizație, se calculează cu relația

$$\boldsymbol{J}_{m_s} = \text{rot}_s\, \boldsymbol{M} \equiv \boldsymbol{n}_{ik} \times (\boldsymbol{M}_k - \boldsymbol{M}_i), \tag{2}$$

în care $\boldsymbol{n}_{ik}$ este versorul normalei la suprafața S_{ik}, orientat dinspre mediul (i) înspre (k), iar $\boldsymbol{M}_i$ și $\boldsymbol{M}_k$ sînt vectorii magnetizație din mediile (i) și respectiv (k), în imediata vecinătate a suprafeței S_{ik}.

În cazul suprafeței de separație față de vid a unei regiuni dintr-un corp magnetizat, densitatea pînzei de curent amperian care apare pe această suprafață se scrie

$$\boldsymbol{J}_{m_s} = \text{rot}_s\, \boldsymbol{M} \equiv \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{n}, \tag{2'}$$

în care $\boldsymbol{n}$ este versorul normalei exterioare la suprafața corpului (orientat dinspre corp înspre vid), iar $\boldsymbol{M}$ este vectorul magnetizație din corpul

considerat în imediata vecinătate a suprafeței de separație față de vid.

Repartițiile de curent amperian obținute cu ajutorul relațiilor de forma (1), (2) și (2′), descriu o stare fictivă, cel puțin din punctul de vedere macroscopic, echivalentă stării de magnetizație reale a corpurilor în privința cîmpului magnetic produs atît în exteriorul corpurilor (în vid), cît și în interiorul acestora.

Prin urmare, cîmpul magnetic creat de către repartițiile date pentru densitatea curentului electric de conducție $\boldsymbol{J}$ și pentru densitatea pînzei de curent electric de conducție $\boldsymbol{J}_s$, se poate determina cu ajutorul cîmpului magnetic produs în vid (adică făcîndu-se abstracție de corpuri) de către următoarele repartiții fictive pentru densitatea curentului electric, respectiv pentru densitatea pînzei de curent electric :

$$\boldsymbol{J}^c = \boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}_m, \tag{3}$$

și

$$\boldsymbol{J}_s^c = \boldsymbol{J}_s + \boldsymbol{J}_{m_s}. \tag{4}$$

Vom numi mărimea $\boldsymbol{J}^c$ densitatea de calcul a curentului electric, iar mărimea $\boldsymbol{J}_s^c$, densitatea de calcul a pînzei de curent electric.

Pentru fiecare regiune a sistemului considerat, care conține material magnetic liniar, omogen, izotrop și fără magnetizație permanentă, densitatea de calcul a curentului electric, $\boldsymbol{J}^c$, se determină imediat utilizîndu-se relațiile de mai jos care exprimă legea magnetizației temporare (5) și legea circuitului magnetic (6) :

$$\boldsymbol{M} = \chi_m \cdot \boldsymbol{H}, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{J} = \operatorname{rot} \boldsymbol{H}, \tag{6}$$

unde $\boldsymbol{H}$ este vectorul intensitate a cîmpului magnetic, iar χ_m este susceptivitatea magnetică a regiunii considerate, mărime legată de permeabilitatea μ corespunzătoare prin relația

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m), \tag{7}$$

în care μ_0 este permeabilitatea vidului. Ținînd seama de relațiile (1), (5) și (7), se obține

$$\boldsymbol{J}_m = \operatorname{rot} \boldsymbol{M} = \chi_m \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \operatorname{rot} \boldsymbol{H}, \tag{8}$$

și, prin urmare, densitatea de calcul a curentului electric rezultă cu (3), (6) și (8)

$$\boldsymbol{J}^c = \frac{\mu}{\mu_0} \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \frac{\mu}{\mu_0} \boldsymbol{J}. \tag{9}$$

În relațiile (1)—(9) mărimile au fost introduse fără indicele corespunzător regiunii considerate a sistemului, pentru a nu complica scrierea lor.

În cazul cînd curentul electric de conducție este repartizat pe conductoare practic filiforme cu intensitatea I, se obține analog, intensitatea de calcul a curentului electric

$$I^c = \frac{\mu}{\mu_0} I. \tag{9′}$$

Se observă că, în regiunile care conțin materiale magnetice liniare, omogene, izotrope și fără magnetizație permanentă, și în care nu există repartiții de volum ale curentului electric de conducție ($\boldsymbol{J} = 0$), densitatea de calcul a curentului electric este nulă ($\boldsymbol{J}^c = 0$). De asemenea, în regiunile care conțin materiale perfect diamagnetice ($\mu = 0$), densitatea de calcul a curentului electric este nulă ($\boldsymbol{J}^c = 0$). În regiunile domeniului considerat care conțin materiale nemagnetice ($\mu = \mu_0$), densitatea de calcul a curentului electric este egală cu densitatea curentului electric de conducție ($\boldsymbol{J}^c = \boldsymbol{J}$).

Pentru determinarea densității de calcul a pînzei de curent electric, $\boldsymbol{J}_s^c$, referitoare la suprafața de separație S_{ik} (fig. 1), este util să se cerceteze cîmpul magnetic în imediata vecinătate a unui punct oarecare P, de vector de poziție $\boldsymbol{r}$, care se găsește pe această suprafață. Se presupune că suprafața S_{ik} are normala continuă cel puțin pe porțiuni. Acest cîmp magnetic poate fi considerat ca rezultînd din superpoziția, în vid, a două cîmpuri magnetice : cîmpul unei pînze de curent electric plane, omogene, infinit extinse, de densitate $\boldsymbol{J}_{s_{ik}}^c(\boldsymbol{r})$, egală cu densitatea de calcul a pînzei de curent electric în punctul P, și cîmpul produs de repartițiile de calcul ale curentului electric, excluzînd contribuția la producerea acestui cîmp a pînzelor de curent electric de conducție și de curent amperian situate într-o mică porțiune ΔS_p a suprafeței S_{ik}, în jurul punctului P (fig. 1), atunci cînd ΔS_p tinde la limită către punctul P.

Efectuîndu-se superpoziția acestor două cîmpuri magnetice, se pot exprima vectorii inducție magnetică în cele două regiuni (i) și (k), în imediata vecinătate a punctului P :

$$\boldsymbol{B}_{s_{ik}}^{(i)}(\boldsymbol{r}) = -\frac{\mu_0}{2}\boldsymbol{J}_{s_{ik}}^c(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{n}_{ik} + \boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}), \tag{10}$$

$$B_{s_{ik}}^{(k)}(\boldsymbol{r}) = +\frac{\mu_0}{2}\boldsymbol{J}_{s_{ik}}^c(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{n}_{ik} + \boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}), \tag{11}$$

în care s-a ținut seama că inducția cîmpului magnetic produs în vid de către o pînză de curent electric plană, omogenă și infinit extinsă, are orientarea indicată (tangențială) și este egală în valoare absolută cu produsul dintre $\frac{\mu_0}{2}$ și densitatea pînzei de curent electric.

Se ține seama acum, că saltul componentei tangențiale a vectorului intensitate a cîmpului magnetic la trecerea prin suprafața de separație S_{ik} a celor două regiuni, este egal cu densitatea pînzei de curent electric de conducție în punctul de trecere considerat [1]; din expresiile (10) și (11) se obține relația

$$\boldsymbol{n}_{ik} \times \left\{\frac{1}{\mu_k}\left[\frac{\mu_0}{2}\boldsymbol{J}_{s_{ik}}^c(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{n}_{ik} + \boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\right] - \frac{1}{\mu_i}\left[-\frac{\mu_0}{2}\boldsymbol{J}_{s_{ik}}^c(\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{n}_{ik} + \boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\right]\right\} = \boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}), \tag{12}$$

care se poate scrie şi sub forma

$$\frac{\mu_0}{2}\cdot \boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\cdot\left[\frac{1}{\mu_k}+\frac{1}{\mu_i}\right]+\boldsymbol{n}_{ik}\times\boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\cdot\left[\frac{1}{\mu_k}-\frac{1}{\mu_i}\right]=\boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}). \tag{13}$$

Din această relaţie, rezultă imediat densitatea de calcul a pînzei de curent electric căutată :

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})=\frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i\,\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot\boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})+\frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i-\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_{ik}, \tag{14}$$

expresie valabilă pentru orice punct $P(\boldsymbol{r})$ al suprafeţei de separaţie S_{ik} şi pentru orice suprafaţă de separaţie din sistemul considerat.

Mărimea $\boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})$ reprezintă vectorul inducţie magnetică în punctul $P(\boldsymbol{r})$ al suprafeţei S_{ik} şi este condiţionat, în vid, atît de cîmpul magnetic exterior cît şi de repartiţiile densităţilor de calcul $\boldsymbol{J}^c$ şi $\boldsymbol{J}^c_s$, care de-abia urmează a fi determinate.

De aceea, relaţiile (14) conduc la sisteme de ecuaţii integrale, cu ajutorul cărora se pot determina, în principiu, densităţile de calcul ale pînzelor de curent electric pentru toate suprafeţele de separaţie S_{ik}, dintre regiunile de continuitate ale vectorului magnetizaţie.

3. ECUAŢIILE INTEGRALE ALE DENSITĂŢILOR DE CALCUL ALE PÎNZELOR DE CURENT ELECTRIC

Pentru obţinerea sistemului de ecuaţii integrale ale densităţilor de calcul ale pînzelor de curent electric referitoare la suprafeţele de separaţie S_{ik}, se descompune vectorul inducţie magnetică care intervine în relaţia (14) în două părţi :

$$\boldsymbol{B}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{B}^s_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})+\boldsymbol{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}), \tag{15}$$

unde $\boldsymbol{B}^s_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})$ este condiţionată, în vid, numai de pînzele de curent electric de densitate $\boldsymbol{J}^c_s$ referitoare la toate suprafeţele de separaţie S_l din întreg domeniul considerat, iar $\boldsymbol{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})$ este condiţionată, în vid, numai de cîmpul magnetic exterior şi de repartiţia densităţii de calcul $\boldsymbol{J}^c$ şi a intensităţii de calcul I^c a curentului electric în sistemul considerat.

Prin urmare,

$$\boldsymbol{B}^s_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\int_{s_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{s_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A', \tag{16}$$

expresie în care $\boldsymbol{r}'$ este vectorul de poziţie al punctului curent de pe suprafaţa S_l, $\delta A'$ este elementul de arie al suprafeţei S_l, m este numărul suprafeţelor de separaţie S_l dintre regiunile de continuitate ale vectorului magnetizaţie în sistemul considerat, iar l este indicele de sumare.

Se observă că una din integralele de suprafaţă care intervin în suma din expresia (16) este integrala pe suprafaţa $S_{ik}(\boldsymbol{r})$, în punctul curent al căreia se determină vectorul inducţie magnetică $\boldsymbol{B}^s_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})$. Integrantul din această integrală este divergent în punctul $\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{r}$, însă, în condiţiile

în care suprafața respectivă $S_l \equiv S_{ik}$ are normala netedă pe porțiuni și densitatea pînzei de curent nu prezintă singularități în punctul $r' = r$, această integrală este convergentă (valoarea ei principală este bine determinată).

Relația (14) se scrie, deci, sub forma

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot\boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i-\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot\left\{\boldsymbol{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_{ik} + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{4\Pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\int_{s_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{s_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_{ik}\right\}, \tag{17}$$

pentru orice punct r aparținînd suprafeței de separație S_{ik} și pentru fiecare din cele m suprafețe S_{ik} ale sistemului considerat.

Relațiile vectoriale (17) constituie sistemul de ecuații integrale căutat care permite determinarea densităților de calcul ale pînzelor de curent electric.

Se observă că, dacă există pînză de curent electric de conducție într-o regiune omogenă a sistemului, de permeabilitate μ ($\mu_i = \mu_k = \mu$), densitatea de calcul a pînzei de curent electric este proporțională cu densitatea pînzei de curent electric de conducție, ecuația (17) corespunzătoare simplificîndu-se considerabil

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu}{\mu_0}\boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}), \tag{18}$$

în acord cu relațiile (9) și (9'). Pentru regiuni cu material nemagnetic ($\mu = \mu_0$), rezultă din (18) că densitatea de calcul a pînzei de curent electric este egală cu densitatea pînzei de curent electric de conducție ($\boldsymbol{J}^c_s = \boldsymbol{J}_s$).

Dacă pe suprafața de (separație dintre regiunile conținînd materiale cu permeabilități diferite ($\mu_i \neq \mu_k$), nu există pînză de curent electric de conducție ($\boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = 0$), ecuația (17) corespunzătoare se scrie sub forma

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i-\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot\left\{\boldsymbol{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_{ik} + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\int_{s_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{s_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_{ik}\right\}. \tag{19}$$

Ecuațiile de forma (17) și (19) se pot scrie și cu ajutorul componentelor scalare ale termenilor care intervin în ele, utilizîndu-se două direcții particulare în planul tangent la suprafața S_{ik}, în punctul curent $P(\boldsymbol{r})$ al acesteia.

Cazul cel mai frecvent în aplicațiile care intervin în tehnică, este acela în care nu există pînze de curent electric de conducție ($\boldsymbol{J}_{s_{ik}} = 0$) pe suprafețele de separație dintre regiunile cu materiale de permeabilități diferite. În acest caz, sistemul de ecuații integrale căutat are forma (19).

4. CAZURI PARTICULARE

4.1. *Cîmpuri magnetice plan-paralele.* Se consideră cazul particular în care suprafeţele de discontinuitate ale vectorului magnetizaţie sînt suprafeţe cilindrice drepte, infinit lungi, repartiţiile date ale curentului electric de conducţie fiind astfel încît densităţile $\boldsymbol{J}$ şi $\boldsymbol{J}_s$ sînt paralele cu generatoarele acestor suprafeţe avînd valorile absolute şi orientările constante în lungul dreptelor paralele cu generatoarele, iar cîmpul magnetic exterior este conţinut numai în planul perpendicular pe direcţia privilegiată a sistemului şi este constant ca valoare absolută şi ca orientare în lungul dreptelor paralele cu această direcţie privilegiată.

Pentru astfel de sisteme, densitatea curenţilor amperieni $\boldsymbol{J}_{c_u}$, densitatea pînzelor de curent amperian $\boldsymbol{J}_{u_s}$, şi prin urmare şi densitatea de calcul a curenţilor electrici $\boldsymbol{J}^c$ (expresia (3)) şi densitatea de calcul a pînzelor de curent electric $\boldsymbol{J}_s^c$ (expresia (4)), sînt paralele cu direcţia privilegiată a sistemului şi constante ca valoare absolută şi ca orientare în lungul dreptelor paralele cu direcţia privilegiată.

Intersecţia suprafeţei de separaţie S_{ik} cu un plan perpendicular pe direcţia privilegiată a sistemului este o curbă C_{ik}, pe care o vom numi curbă de separaţie (fig. 2).

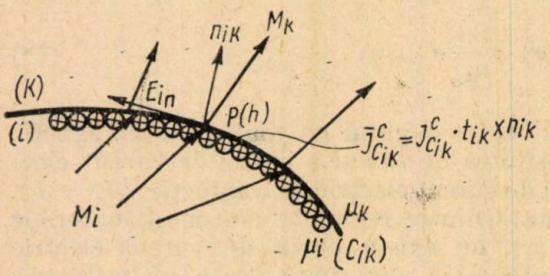


Fig. 2. — Secţiune transversală prin sistemul plan-paralel.

Expresiile (9) şi (9′) pentru densitatea de calcul şi respectiv pentru intensitatea de calcul a curentului electric rămîn valabile şi în acest caz.

Contribuţia pe care o aduce fiecare element de arc $\delta s'$ al curbei de separaţie C_l pe care există pînza de curent electric cu densitatea de calcul $J^c_{c_l}$, orientată după versorul $\boldsymbol{t}_{ik} \times \boldsymbol{n}_{ik}$, la componenta tangenţială în punctul $P(\boldsymbol{r})$ al curbei de separaţie C_{ik}, a vectorului inducţie magnetică produs în vid, se poate scrie direct

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{J^c_{c_l}(\boldsymbol{r}') \cdot \sin(\boldsymbol{t}_{ik}, \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \cdot \delta s',$$

unde $\boldsymbol{t}_{ik}$ este versorul direcţiei tangenţiale la curba C_{ik}, iar $(\boldsymbol{t}_{ik}, \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')$ este unghiul dintre vectorii $\boldsymbol{t}_{ik}$ şi $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'$, măsurat începînd de la $\boldsymbol{t}_{ik}$ în sens trigonometric direct pînă la $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'$.

În felul acesta, ecuațiile (17) și (19) devin:

$$J^c_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot J_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i-\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot\left[B^0_{t_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\int_{c_l}\frac{J^c_{c_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_{ik},\ \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\,\delta s'\right], \tag{20}$$

și respectiv,

$$J^c_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_i-\mu_k}{\mu_i+\mu_k}\cdot\left[B^0_{t_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\int_{c_l}\frac{J^c_{c_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_{ik},\ \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\cdot\delta s'\right], \tag{21}$$

pentru fiecare din cele m curbe de separație ale sistemului considerat.

4.2. *Medii feromagnetice ideale* ($\mu = \infty$). Pentru cazul cînd anumite regiuni ale domeniului considerat sînt constituite din materiale feromagnetice ideale, ecuațiile scrise mai sus se simplifică ca formă.

Dacă regiunea (i) este constituită din material feromagnetic ideal ($\mu_i = \infty$), ecuațiile (17), (19), (20) și (21) devin respectiv:

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = 2\,\frac{\mu_k}{\mu_0}\cdot\boldsymbol{J}_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{2}{\mu_0}\cdot\left\{\overline{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_{ik} + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\int_{S_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{s_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_{ik}\right\}, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\left\{\boldsymbol{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_{ik} + \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\int_{S_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{s_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_{ik}\right\}, \tag{23}$$

$$J^c_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) = 2\,\frac{\mu_k}{\mu_0}\cdot J_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{2}{\mu_0}\left[B^0_{t_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\int_{C_l}\frac{J^c_{c_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_{ik},\ \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\,\delta s'\right], \tag{24}$$

$$J^c_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\left[B^0_{t_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\int\frac{J^c_{c_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_{ik},\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\,\delta s'\right], \tag{25}$$

pentru fiecare regiune (i) constituită din material feromagnetic ideal.

4.3. *Medii perfect diamagnetice* ($\mu = 0$). În cazul cînd regiunea (i) este constituită din material perfect diamagnetic ($\mu_i = 0$), ecuațiile (17) și (19) capătă aceeași formă

$$\boldsymbol{J}^c_{s_{ik}}(\boldsymbol{r}) = -\frac{2}{\mu_0}\left\{\boldsymbol{B}^0_{s_{ik}}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_{ik} + \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\int_{Sl}\frac{\boldsymbol{J}^c_{S_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_{ik}\right\}; \tag{26}$$

de asemenea, ecuațiile (20) și (21) capătă forma comună

$$J^c_{c_{ik}}(\boldsymbol{r}) = -\frac{2}{\mu_0}\cdot\left[B^0_{t_{ik}}(\boldsymbol{r}) + \frac{\mu_0}{2\pi}\sum_{l=1}^{m}\int_{c_l}\frac{J^c_{c_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_{ik}, \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\,\delta s'\right], \quad (27)$$

pentru fiecare regiune (i) constituită din material perfect diamagnetic.

Se observă că, în acest caz, termenul corespunzător pînzei de curent electric de conducție, dacă aceasta ar exista pe suprafața corpurilor perfect diamagnetice, dispare din ecuațiile integrale stabilite mai sus.

4.4. *În cazul a m corpuri constituite din materiale magnetice diferite, de permeabilități* μ_j $(j = 1, 2, \ldots, m)$, *scufundate într-un mediu de permeabilitate* μ *astfel încît suprafețele închise* Σj *care mărginesc cele m corpuri față de mediul înconjurător de permeabilitatea* μ, *să nu se intersecteze unele cu altele*, ecuațiile (17), (19), (20) și (21) se transcriu respectiv :

$$\boldsymbol{J}^c_{\Sigma_j}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_j\,\mu}{\mu_j+\mu}\cdot\boldsymbol{J}_{\Sigma_j}(\boldsymbol{r}) + \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_j-\mu}{\mu_j+\mu}\left\{\boldsymbol{B}^0_{\Sigma_j}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_j + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\oint_{\Sigma_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{\Sigma_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_j\right\}, \quad (28)$$

$$\boldsymbol{J}^c_{\Sigma_j}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_j-\mu}{\mu_j+\mu}\left\{\boldsymbol{B}^0_{\Sigma_j}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{n}_j + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\left[\sum_{l=1}^{m}\oint_{\Sigma_l}\frac{\boldsymbol{J}^c_{\Sigma_l}(\boldsymbol{r}')\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\,\delta A'\right]\times\boldsymbol{n}_j\right\}, \quad (29)$$

$$J^c_{\Gamma_j}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_j\cdot\mu}{\mu_j+\mu}\cdot J_{\Gamma_j}(\boldsymbol{r}) + \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_j-\mu}{\mu_j+\mu}\cdot\left[B^0_{t_j}(\boldsymbol{r}) + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\oint_{\Gamma_l}\frac{J^c_{\Gamma_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_j, \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\,\delta s'\right], \quad (30)$$

$$J^c_{\Gamma_j}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0}\cdot\frac{\mu_j-\mu}{\mu_j+\mu}\cdot\left[B^0_{t_j}(\boldsymbol{r}) + \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\sum_{l=1}^{m}\oint_{\Gamma_l}\frac{J^c_{\Gamma_l}(\boldsymbol{r}')\cdot\sin(\boldsymbol{t}_j, \boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\,\delta s'\right], \quad (31)$$

pentru $j = 1, 2, \ldots, m$; în aceste ecuații, $\boldsymbol{n}_j$ este normala la Σ_j orientată dinspre corpul j înspre mediul de permeabilitate μ, iar $\boldsymbol{t}_j$ este versorul tangențial la curbele de separație închise Γ_j, orientat astfel încît $\boldsymbol{t}_j$, $\boldsymbol{n}_j$ și $\boldsymbol{J}_{\Gamma_j}$ să formeze, în această ordine, un triedru drept.

Ecuațiile integrale (28)—(31) corespunzătoare mediilor feromagnetice ideale (4.2.) și mediilor perfect diamagnetice (4.3.) se pot transcrie imediat.

5. CONCLUZII

În lucrare s-au obținut ecuațiile integrale ale densităților de calcul ale pînzelor de curent electric referitoare la suprafețele de discontinuitate ale vectorului magnetizație pentru sistemele fizice constituite din mai multe regiuni cu materiale magnetice liniare, omogene, izotrope și fără magnetizație permanentă, de permeabilități diferite, în prezența unui cîmp magnetic în regim static sau staționar.

În cazul cînd există materiale magnetizate permanent, se poate ține seama de aceasta adăugîndu-se la magnetizația temporară locală, magnetizația permanentă corespunzătoare.

Dacă există și materiale magnetice neomogene, expresiile (9) și (9′) ale densității de calcul și ale intensității de calcul ale curenților electrici se schimbă, iar în ecuațiile integrale stabilite, trebuie să se țină seama că permeabilitățile care intervin sînt funcțiuni de punct.

În cazul regimului cvasistaționar al cîmpului, ecuațiile integrale obținute își conservă de asemenea valabilitatea, însă repartiția densității curentului electric de conducție trebuie determinată ținîndu-se seama de legea inducției electromagnetice și de legea conducției electrice, în situația în care materialele magnetice care intervin au o conductivitate electrică apreciabilă.

Rezolvarea ecuațiilor integrale obținute, permite determinarea cîmpului magnetic și a mărimilor derivate care prezintă interes, prin calcularea inducției magnetice, în vid, produse de repartițiile de calcul ale curentului electric.

Ecuațiile integrale ale densităților de calcul ale pînzelor de curent electric se simplifică ca formă în cazurile particulare ale cîmpurilor plan-paralele, ale mediilor feromagnetice ideale și ale mediilor perfect diamagnetice. Acestea din urmă se întîlnesc în tehnică acolo unde există materiale conductoare perfecte (supraconductoare). Ecuațiile integrale satisfăcute de către densitățile pînzelor de curent electric induse pe suprafața conductoarelor perfecte se pot scrie și direct, punîndu-se condiția ca în interiorul acestora, intensitatea cîmpului magnetic să fie nulă, iar la suprafața lor să nu aibă componentă normală; ecuațiile care se obțin sînt tocmai cele stabilite la paragraful 4.3. constituind un caz particular al cazului general tratat în lucrarea de față.

Analiza cazului particular (4.3.), adică a cazului conductoarelor perfecte, arată că ecuațiile integrale obținute în acest caz, pot fi utilizate și pentru determinarea cîmpului magnetic cvasistaționar în prezența conductoarelor masive obișnuite induse (nu numai a conductoarelor perfecte), la frecvențe suficient de înalte. În această situație, densitățile de calcul (26), (27) ale pînzelor de curent electric sînt tocmai densitățile pînzelor de curent electric induse pe suprafața conductoarelor masive ale sistemului.

În fine, trebuie subliniat că, așa cum rezultă din modul cum a fost construit raționamentul la paragraful 2, avînd repartițiile de calcul ale curentului electric, este necesar să se calculeze întîi inducția cîmpului magnetic produs în vid de către aceste repartiții și numai după aceea, dacă interesează, intensitatea cîmpului magnetic ținîndu-se seama de permeabilitatea locală a mediului.

EXEMPLU DE CALCUL

Fie un corp cilindric circular drept, foarte lung, de rază a şi de permeabilitate μ_c situat într-un mediu de permeabilitate μ, infinit extins, în prezenţa unui cîmp magnetic exterior plan-paralel, de inducţie $\boldsymbol{B}^0$ (fig. 3). Utilizîndu-se relaţia (31) şi ţinîndu-se seama că $\sin(\boldsymbol{t}_{12}, \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') = -\frac{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}{2a}$, se obţine

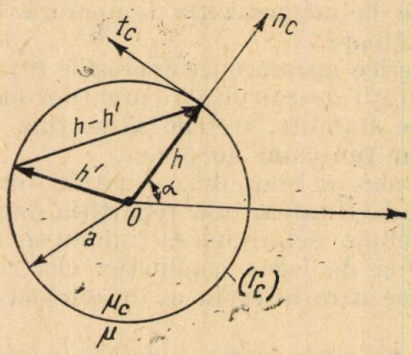


Fig. 3. — Secţiune transversală prin corpul cilindric circular drept.

$$J^c_{\Gamma_c}(\boldsymbol{r}) = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_c - \mu}{\mu_c + \mu} \cdot \left[B^0_{t_c}(\boldsymbol{r}) - \frac{\mu_0}{2\pi} \oint_{\Gamma_c} \frac{J^c_{\Gamma_c}(\boldsymbol{r}')}{2a} \delta s' \right]. \tag{32}$$

Înlocuindu-se $\delta s' = a\,\mathrm{d}\alpha'$, rezultă ecuaţia integrală

$$J^c(a, \alpha) = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_c - \mu}{\mu_c + \mu} \cdot \left[B^0_{t_c}(a, \alpha) - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} J^c(a, \alpha') \cdot \mathrm{d}\alpha' \right]. \tag{32'}$$

Pentru rezolvarea acestei ecuaţii, se notează integrala din membrul al doilea printr-o constantă K, se înmulţesc ambii membri ai ecuaţiei cu $\mathrm{d}\alpha$ şi se integrează de la 0 la 2π. Se obţine

$$\int_0^{2\pi} J^c(a, \alpha)\,\mathrm{d}\alpha \equiv K = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_c - \mu}{\mu_c + \mu} \left[\int_0^{2\pi} B^0_{t_c}(a, \alpha)\,\mathrm{d}\alpha - \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot K \cdot 2\pi \right], \tag{33}$$

de unde rezultă

$$K = \frac{\mu_c - \mu}{\mu_0\,\mu_c} \cdot \int_0^{2\pi} B^0_{t_c}(a, \alpha')\,\mathrm{d}\alpha', \tag{34}$$

în care s-a notat variabila α cu α'.

Prin urmare, din expresia (32'), cu (34) se găseşte densitatea de calcul căutată a pînzei de curent electric

$$J^c(a, \alpha) = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_c - \mu}{\mu_c + \mu} \left[B^0_{t_c}(a, \alpha) - \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\mu_c - \mu}{\mu_c} \int_0^{2\pi} B^0_{t_c}(a, \alpha') \cdot \mathrm{d}\alpha' \right]. \tag{35}$$

În situația în care cîmpul magnetic exterior plan-paralel prezintă simetrie în raport cu un plan care trece prin axa corpului, rezultă

$$\int_0^{2\pi} B_{t_c}^0(a, \alpha') \cdot \mathrm{d}\alpha' = 0,$$

iar expresia (35) devine

$$J^c(a, \alpha) = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_c - \mu}{\mu_c + \mu} \cdot B_{t_c}^0(a, \alpha). \tag{36}$$

Pentru corpul constituit din material feromagnetic ideal ($\mu_c = \infty$), expresia (36) se simplifică

$$J^c(a, \alpha) = \frac{2}{\mu_0} \cdot B_{t_c}^0(a, \alpha). \tag{36'}$$

Pentru corpul constituit din material perfect diamagnetic ($\mu_c = 0$), expresia (36) se transcrie

$$J^c(a, \alpha) = -\frac{2}{\mu_0} \cdot B_{t_c}^0(a, \alpha). \tag{36''}$$

Expresia (36'') reprezintă, în cazul corpului cilindric perfect conductor, densitatea pînzei de curent electric indusă pe suprafața acestuia, iar în cazul unui conductor obișnuit, în cîmp magnetic exterior la frecvențe suficient de mari, chiar densitatea pînzei de curent electric indusă pe suprafața conductorului.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. I, Lit. Învățămînt, București, 1955.
2. A. Timotin, V. Hortopan, *Lecții de bazele electrotehnicii*, vol. I, Editura didactică și pedagogică, București, 1964.
3. Г. А. Гринберг, *Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений*. Изд-во АН-СССР, 1948.

CÎMPUL MAGNETIC ŞI INDUCTIVITĂŢILE ÎNFĂŞURĂRILOR TRANSFORMATORULUI CU MIEZ TOROIDAL

DE

P. MANOLESCU

621.314.223.4.011.3.001.2

Analizîndu-se cîmpul r agnetic în transformatorul cu miez toroidal, se stabileşte expresia potenţialului magnetic vector în ipoteza unui cîmp cu simetrie cilindrică şi a unor medii liniare. Înfăşurările se consideră situate concentric cu miezul şi avînd întinderi unghiulare diferite şi variabile.

Cu ajutorul soluţiei obţinute se calculează inductivităţile proprii şi mutuale, apoi cele utile ale ambelor înfăşurări, care apoi se particularizează pentru diferitele valori practice ale unghiurilor de înfăşurare.

În încheiere se fac comparaţii între rezultatele obţinute şi cele cunoscute, precum şi aprecieri asupra valorilor limită ale permeanţelor de dispersie pe care le pot atinge diferitele construcţii de transformatoare de curent cu miez toroidal.

Transformatoarele de măsură de curent şi unele construcţii speciale de transformatoare de forţă se execută cu miezul feromagnetic în construcţie toroidală, în scopul eliminării întrefierurilor şi al măririi cuplajului magnetic al înfăşurărilor.

Ca şi la alte tipuri constructive de transformatoare, reactanţele utile şi mai ales reactanţele de dispersie sînt parametri importanţi care intervin în studiul şi proiectarea acestor aparate. Din păcate însă, în literatura de specialitate acestor reactanţe li s-a acordat o atenţie insuficientă, existînd puţine referiri la aceste cazuri. Dintre acestea, unele menţionează relaţii empirice, cu totul aproximative [2], iar altele dau simple aprecieri comparative cu transformatoarele clasice cu miezuri din coloane şi juguri [3], [4], [6], sau cîteva rezultate experimentale [1].

În lucrarea de faţă se stabilesc expresii de calcul ale cîmpului magnetic şi ale inductivităţilor înfăşurărilor transformatorului de măsură de curent cu miez toroidal. Ca în toate calculele de acest fel, se presupune fierul nesaturat şi se neglijează fenomenul de histerezis magnetic al miezului.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 113—133, 1969

1. MODELUL TEORETIC AL TRANSFORMATORULUI

Modelul de studiu, ales aşa fel încît să prezinte o generalizare a modelului fizic real, este considerat ca fiind alcătuit dintr-un tor cilindric (fig. 1) de înălţime h obţinut prin înfăşurarea în spirală strînsă între o rază interioară b şi una exterioară c, a unei fişii de tolă de transformator avînd permeabilitatea magnetică μ şi conductivitatea electrică σ constante; peste acest miez sînt dispuse întîi înfăşurarea secundară şi apoi înfăşurarea primară, avînd N_2 respectiv N_1 spire repartizate uniform pe aproape toată lungimea torului şi parcurse de curenţii i_1 respectiv i_2.

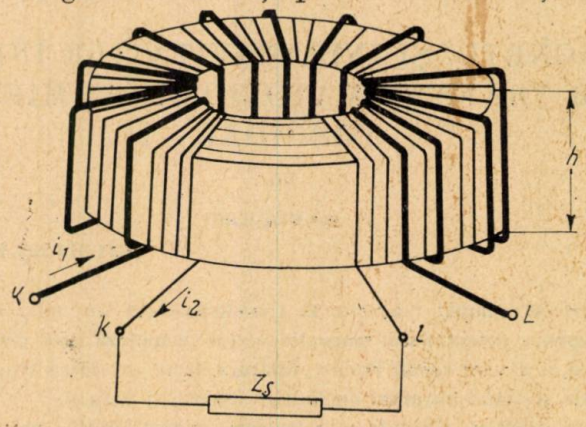


Fig. 1. — Model de studiu pentru transformatorul de curent cu miez toroidal.

Conductoarele celor două înfăşurări se consideră practic filiforme, adică avînd diametre de mărimi inferioare faţă de adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în material, ceea ce permite neglijarea efectului pelicular în aceste conductoare. Se ţine însă seama de izolaţia dintre înfăşurări prin considerarea unor raze interioare a respectiv $b' \simeq b$, şi exterioare d respectiv $c' \simeq c$, diferite pentru înfăşurări (fig. 2) şi faţă

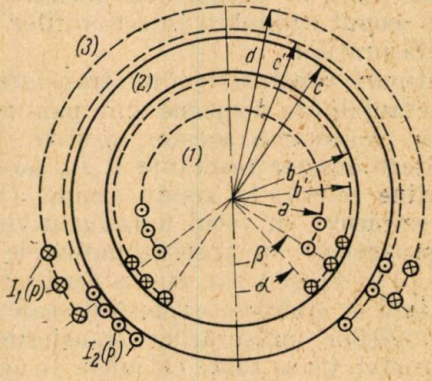


Fig. 2. — Situaţia înfăşurărilor.

de miez, deşi ulterior, avîndu-se în vedere transformatorul de curent, se va neglija izolaţia înfăşurării secundare faţă de miez.

2. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC ÎN MODELUL TRANSFORMATORULUI DE CURENT

În regim cvasistaţionar cîmpul magnetic poate fi determinat prin rezolvarea sistemului de ecuaţii vectoriale scrise pentru generalitate sub forma operaţională :

$$\begin{aligned} \text{rot } \boldsymbol{H}(M, p) &= \boldsymbol{J}(M, p), \\ \text{div } \boldsymbol{B}(M, p) &= 0, \\ \boldsymbol{B}(M, p) &= \mu \cdot \boldsymbol{H}(M, p), \end{aligned} \tag{1}$$

şi care exprimă legea circuitului magnetic, a fluxului magnetic şi a legăturii dintre intensitatea şi inducţia magnetică, în cazul unor medii liniare şi izotrope şi în absenţa condiţiilor iniţiale de cîmp. Cea de a doua ecuaţie din (1) permite introducerea unui potenţial magnetic vector $\boldsymbol{A}(M, p)$ definit prin relaţiile :

$$\begin{aligned} \text{rot } \boldsymbol{A}(M, p) &= \boldsymbol{B}(M, p), \\ \text{div } \boldsymbol{A}(M, p) &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

cu care sistemul (1) se reduce la ecuaţia de tip Poisson

$$\Delta \boldsymbol{A}(M, p) = -\mu \boldsymbol{J}(M, p), \tag{3}$$

în regimurile în care $\boldsymbol{J} \neq 0$, sau la ecuaţia de tip Laplace

$$\Delta \boldsymbol{A}(M, p) = 0, \tag{4}$$

în acelea în care $\boldsymbol{J} = 0$.

Ecuaţia (4) este valabilă pentru întregul spaţiu cu excepţia miezului feromagnetic, unde ecuaţia de rezolvat este de tipul (3). Se poate însă utiliza un artificiu de calcul [9] prin care fiecare din tolele pachetului care alcătuieşte miezul feromagnetic poate fi înlocuită cu o suprafaţă de grosime neglijabilă, parcursă de acelaşi flux şi de aceeaşi densitate de curent, dar avînd parametrii μ_s şi σ_s modificaţi faţă de cei iniţiali μ şi σ (vezi Anexa 1). În acest fel, în loc să se rezolve o ecuaţie de tip Poisson pentru această regiune, se rezolvă tot o ecuaţie Laplace, neglijîndu-se prezenţa tolei care devine doar o suprafaţă de discontinuitate pentru Φ şi J, ţinîndu-se seama numai de spaţiile dintre tole, în care se stabileşte cîmpul ca şi în absenţa tolei, cu o viteză egală practic cu viteza luminii în vid.

În acest fel rămîne de rezolvat cîte o ecuaţie Laplace

$$\Delta \boldsymbol{A}_k(M, p) = 0 \qquad k = 1, 2, 3, \tag{5}$$

pentru diferitele regiuni ale modelului considerat.

Alegînd un sistem de coordonate cilindrice cu originea în centrul torului şi considerînd miezul destul de înalt pentru ca efectul părţilor frontale ale torului să poată fi neglijat, se poate admite că potenţialul magnetic vector are componentă numai după axa z şi depinde doar de coordonatele r şi φ, adică

$$\boldsymbol{A}_k = \boldsymbol{u}_z \cdot A_k(r, \varphi, p). \tag{6}$$

Rezultă că ecuațiile Laplace în mărimi vectoriale (5) devin ecuații Laplace în mărimi scalare de forma

$$\Delta A_k(r, \varphi, p) = 0 \qquad k = 1, 2, 3. \tag{7}$$

Pentru determinarea cu mai multă ușurință a potențialului magnetic vector se separă în cele ce urmează contribuțiile la acest potențial din partea fiecărei înfășurări, aplicîndu-se principiul suprapunerii efectelor, valabil în ipoteza regimului liniar adoptată inițial.

Astfel, notînd cu A_k^{I} și A_k^{II} potențialul magnetic vector produs în regiunea k de către înfășurările primară și respectiv secundară, potențialul magnetic rezultant va fi dat de suma lor

$$A_k = A_k^{\mathrm{I}} + A_k^{\mathrm{II}}. \tag{8}$$

2.1. CÎMPUL PRODUS DE ÎNFĂȘURAREA PRIMARĂ

În locul rezolvării ecuației (7) s-a preferat în cele ce urmează să se însumeze potențialele magnetice produse într-un punct oarecare de diferitele porțiuni elementare ale pînzelor de curent primare, cuprinse între unghiurile φ_1 și $\varphi_1 + \mathrm{d}\varphi_1$ (fig. 3), considerate purtătoare a unor curenți $J_1 d\varphi_1$ în direcția axială [7]. Aici J_1 este densitatea unghiulară de curent, egală cu $N_1 I_1(p)/2\rho$, corespunzînd unei repartizări uniforme

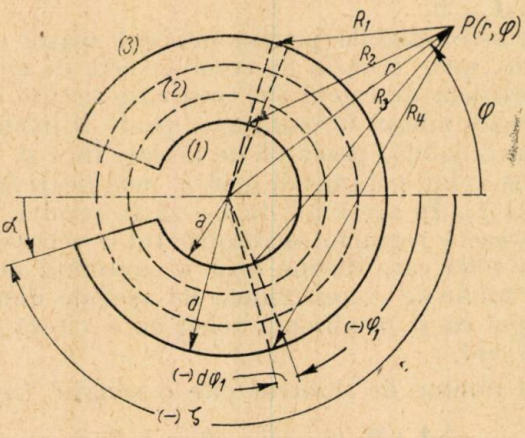


Fig. 3. — Referitoare la calculul potențialului magnetic vector al înfășurării primare.

a curentului primar. Fiecare din aceste elemente poate fi considerat generator al unui potențial magnetic elementar $\mathrm{d}A_k$, dirijat tot axial și avînd expresia

$$\mathrm{d}A_k(r, \varphi, p) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{N_1 I_1(p)\, \mathrm{d}\varphi_1}{2\zeta} \ln R,$$

deci cele patru elemente determinate de unghiul φ_1, respectiv $-\varphi_1$, dau în punctul $P(r, \varphi)$ un potenţial magnetic

$$dA(r, \varphi, p) = \mu_0 \frac{N_1 I_1(p)}{4\pi\zeta} (\ln R_1 - \ln R_2 - \ln R_3 + \ln R_4)\, d\varphi_1.$$

Folosind pentru $\ln R$ dezvoltările în serie cunoscute din [7] pag. 65, rezultă

$$dA(r, \varphi, p) = \mu_0 \frac{N_1 I_1(p)}{2\pi\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{a^n - d^n}{r^n} \cos n\varphi_1 \cos n\varphi d\varphi_1,$$

care, după integrare între limitele $\varphi_1 = 0$ şi $\varphi_1 = \zeta$, dă

$$A_3^{\mathrm{I}}(r, \varphi; p) = \mu_0 \frac{N_1 I_1(p)}{2\pi\zeta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \frac{a^n - d^n}{r^n} \sin n\zeta \cos n\varphi \quad r \geqslant d. \qquad (9.\,a)$$

Similar se obţin expresiile pentru celelalte două zone ale figurii

$$A_2^{\mathrm{I}}(r, \varphi; p) = \mu_0 \frac{N_1 I_1(p)}{2\pi\zeta} \left[\zeta \ln \frac{d}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{a^n}{r^n} - \frac{r^n}{d^n} \right) \sin n\zeta \cos n\varphi \right] \quad d \geqslant r \geqslant a, \qquad (9.\,b)$$

şi

$$A_1^{\mathrm{I}}(r, \varphi; p) = \mu_0 \frac{N_1 I_1(p)}{2\pi\zeta} \left[\zeta \ln \frac{d}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{r^n}{a^n} - \frac{r^n}{d^n} \right) \sin n\,\zeta \cos n\varphi \right] \quad a \geqslant r. \qquad (9.c)$$

2.2. CÎMPUL PRODUS DE ÎNFĂŞURAREA SECUNDARĂ

Procedînd în mod analog ca la punctul 2.1 sau înlocuind formal în expresiile (9) pe $N_1 I_1(p)$ cu $-N_2 I_2(p)$, a cu b', d cu c' şi ζ cu θ, se obţin expresiile potenţialului magnetic vector în cele trei zone distincte după valorile lui r:

$$A_3^{\mathrm{II}}(r, \varphi; p) = -\mu_0 \frac{N_2 I_2(p)}{2\pi\theta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \frac{b'^n - c'^n}{r^n} \sin n\theta \cos n\varphi \quad r \geqslant c' \qquad (10.\,a)$$

$$A_2^{\mathrm{II}}(r, \varphi; p) = -\mu_0 \frac{N_2 I_2(p)}{2\pi\theta} \left[\theta \ln \frac{c'}{r} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{b'^n}{r^n} - \frac{r^n}{c'^n} \right) \sin n\,\theta \cos n\varphi \right] \quad c' \geqslant r \geqslant b', \qquad (10.\,b)$$

$$A_1^{\mathrm{II}}(r, \varphi; p) = -\mu_0 \frac{N_2 I_2(p)}{2\pi\theta} \left[\theta \ln \frac{c'}{b'} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{r^n}{b'^n} - \frac{r^n}{c'^n} \right) \sin n\theta \cos n\varphi \right] \quad b' \geqslant r. \qquad (10.\,c)$$

Pe baza relaţiilor (8), (9) şi (10) se poate determina potenţialul magnetic vector în orice zonă şi apoi, pe baza lui, se pot calcula elementele care interesează, de exemplu intensitatea cîmpului magnetic, fluxurile magnetice prin înfăşurări, inductivităţile acestor înfăşurări ş.a.

3. CALCULUL INDUCTIVITĂŢILOR

Regimul considerat fiind liniar, se poate folosi principiul suprapunerii efectelor, respectiv se pot calcula în mod independent inductivităţile proprii şi mutuale ale celor două înfăşurări.

Pentru calculul inductivităţilor proprii şi mutuale se utilizează relaţiile cunoscute din lucrarea [5] prin care aceste mărimi sînt definite ca raporturi dintre fluxul magnetic care străbate suprafaţa limitată de conturul unui anumit circuit şi curentul care produce fluxul amintit, oricare alţi curenţi fiind consideraţi nuli.

Conform acestei definiţii

$$L_{jk} = \frac{\Phi_{jk}}{I_j} \tag{11}$$

este inductivitatea mutuală între circuitul j şi k, adică raportul dintre fluxul total Φ_{jk} produs de circuitul j parcurs de curentul I_j, prin circuitul k, şi curentul I_j.

De asemenea,

$$L_{jj} = \frac{\Phi_{jj}}{I_j} \tag{12}$$

este inductivitatea proprie a circuitului j, raport între fluxul total Φ_{jj} produs de curentul I_j prin acelaşi circuit, şi curentul I_j.

Pentru calculul fluxului magnetic fascicular se foloseşte relaţia dedusă din legea fluxului magnetic ţinînd seama şi de (2)

$$\Phi_{f_{jk}} = \int_{S_k} \boldsymbol{B}^{(j)} \mathrm{d}\,\boldsymbol{S}_k = \int_{S_k} \mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}^{(j)} \mathrm{d}\,\boldsymbol{S}_k = \int_{\Gamma_k} \boldsymbol{A}^{(j)}\,\mathrm{d}\,\boldsymbol{l}_k = h[\,|A^j|_{r_{k\cdot int}} - |A^j|_{r_{k,ext}}], \tag{13}$$

deoarece circuitul Γ_k este în cazul modelului ales, un dreptunghi cu înălţimea h, paralelă cu direcţia potenţialului vector $\boldsymbol{A}$, iar cealaltă latură este dispusă radial şi nu contribuie la integrala de contur.

Contribuţia tolelor considerate ca un număr m de suprafeţe, parcurse de fluxuri superficiale Φ_s, se obţine însumînd aceste fluxuri

$$\Phi_{f,\mathrm{Fe}} = \sum_{r=b}^{r=c} \Phi_s = \sum_{r=b}^{c} \mu_s\, h\, H_{t\,med,\,r} = \mu_s\, hm\, \frac{1}{c-b} \int_b^c H(r)\mathrm{d}r =$$

$$= \frac{\mu_s hm}{c-b} \int_b^c -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r}\,\mathrm{d}r = \frac{\mu_s}{\mu_0} \frac{hm}{c-b}\,[\,|A|_b - |A|_c].$$

Notînd k_u factorul de umplere al miezului cu tole, dat de relaţia

$$k_u = \frac{m\delta h}{(c-b)h} = m\frac{\delta}{c-b},$$

rezultă pentru fluxul fascicular prin fier, relaţia (vezi anexa 1)

$$\Phi_{f.\mathrm{Fe}} = \frac{\mu_s}{\mu_0}\frac{h\,k_u}{\delta}[|A|_b - |A|_c] = \frac{\mu}{\mu_0}h\,k_u,[|A|_b - |A|_c]. \tag{14}$$

Valoarea medie a acestui flux fascicular prin fier, care ocupă întreaga circumferinţă, este

$$\Phi_{\substack{f.\mathrm{Fe}\\ med.\varphi}} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\Phi_{f.\mathrm{Fe}}\,\mathrm{d}\varphi,$$

rezultînd pentru fluxul fascicular mediu produs de înfăşurarea primară

$$\Phi^{\mathrm{I}}_{\substack{f.\mathrm{Fe}\\ med.\varphi}} = \frac{1}{2\pi}\frac{\mu}{\mu_0}hk_u\int_{-\pi}^{\pi}[|A_2^{\mathrm{II}}|_b - |A_2^{\mathrm{II}}|_c]\,\mathrm{d}\varphi = \mu\frac{N_1I_1(p)}{2\pi}k_u\ln\frac{c}{b}, \tag{14.a}$$

iar pentru fluxul fascicular mediu produs de înfăşurarea secundară

$$\Phi^{\mathrm{II}}_{\substack{f.\mathrm{Fe}\\ med.\varphi}} = \frac{1}{2\pi}\frac{\mu}{\mu_0}hk_u\int_{-\pi}^{\pi}[|A_2^{\mathrm{II}}| - |A_2^{\mathrm{II}}|_c]\,\mathrm{d}\varphi = -\mu\frac{N_2I_2(p)}{2\pi}k_u\ln\frac{c}{b}. \tag{14.b}$$

Fluxul magnetic total se obţine apoi prin însumarea fluxurilor fasciculare prin toate spirele înfăşurării, sau, mai simplu, prin multiplicarea fluxului fascicular mediu cu numărul de spire al înfăşurării, adică

$$\Phi_{jk} = N_k\Phi_{\substack{fjk\\ med.\varphi}} = N_k\left[\frac{1}{2\varphi_k}\int_{-\varphi k}^{\varphi k}\Phi_{\substack{f.aer\\ (jk)}}\mathrm{d}\varphi + \Phi_{\substack{f.\mathrm{Fe}\\ med.\varphi}}\right], \tag{15}$$

unde $2\varphi_k$ este unghiul total pe care se extinde înfăşurarea k, egal cu ζ pentru primar şi θ pentru secundar.

Pentru determinarea inductivităţilor utile şi de dispersie, care prezintă un interes mai mare pentru studiul sau proiectarea transformatorului, se vor utiliza relaţiile obişnuite date în lucrarea [5] prin care aceste inductivităţi se exprimă în funcţie de inductivităţile proprii şi mutuale, determinate în prealabil conform relaţiilor (11) — (15) şi anume

$$L_{u_{jk}} = \frac{N_j}{N_k}|L_{jk}|, \tag{16}$$

respectiv

$$L_{d_{jk}} = L_{jj} - L_{u_{kj}}. \tag{17}$$

3.1. EXPRESIILE GENERALE ALE INDUCTIVITĂŢILOR PROPRII ŞI MUTUALE

1. *Inductivitatea proprie a înfăşurării primare* este, conform relaţiilor (12), (13), (14) şi (15):

$$L_{11} = N_1 \frac{\Phi_{f_{11}\,med.\,\zeta}}{I_1(p)} =$$

$$= \frac{N_1 h}{I_1(p)}\left[\frac{1}{2\zeta}\int_{-\zeta}^{\zeta}\{|A_2^{\mathrm{I}}|_a - |A_2^{\mathrm{I}}|_b + |A_2^{\mathrm{I}}|_c - |A_2^{\mathrm{I}}|_d\}\mathrm{d}\varphi + \Phi^{\mathrm{I}}_{f,\mathrm{Fe}\,med.\,\varphi}\right],$$

unde $|A_2^{\mathrm{I}}|_a$, $|A_2^{\mathrm{I}}|_b$ şi $|A_2^{\mathrm{I}}|_c$ sînt valorile obţinute făcînd $r = a$, respectiv $r = b$ şi $r = c$ în expresia lui A_2^{I} dată de (9. b). Înlocuind expresiile obţinute, integrînd şi grupînd termenii în mod convenabil se obţine în cele din urmă

$$L_{11} = \frac{\mu_0 N_1^2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{b}{a} + \ln\frac{d}{c} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta^2}\left(2 + \frac{a^n}{c^n} + \frac{b^n}{d^n} - 2\frac{a^n}{d^n} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{a^n}{b^n} - \frac{c^n}{d^n}\right)\frac{\sin^2 n\zeta}{n^3} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right]. \tag{18}$$

2. *Inductivitatea mutuală dintre înfăşurarea primară şi cea secundară.* Utilizînd relaţiile (11), (13), (14), (15) şi (9.b) se obţine

$$L_{12} = N_2 \frac{\Phi_{f_{12}\,med.\,\theta}}{I_1(p)} =$$

$$= -\frac{N_2 h}{I_1(p)}\left[\frac{1}{2\theta}\int_{-\theta}^{\theta}\{|A_2^{\mathrm{I}}|_{b'} - |A_2^{\mathrm{I}}|_b + |A_2^{\mathrm{I}}|_c - |A_2^{\mathrm{I}}|_{c'}\}\,\mathrm{d}\varphi + \Phi^{\mathrm{I}}_{f,\mathrm{Fe}\,med.\,\varphi}\right],$$

unde semnul minus arată că fluxul produs de primar are sensul opus fluxului propriu al secundarului. Efectuînd calculele şi neglijînd semnul minus care nu are importanţă, se obţine în cele din urmă expresia

$$L_{12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{b}{b'} + \ln\frac{c'}{c} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta\,\theta}\left(\frac{b^n - b'^n}{d^n} + a^n\frac{b^n - b'^n}{b^n b'^n} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{c'^n - c^n}{d^n} + a^n\frac{c'^n - c^n}{c^n c'^n}\right)\frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right]. \tag{19}$$

3. *Inductivitatea proprie a înfăşurării secundare.* Procedînd la fel ca la punctul 1, rezultă

$$L_{22} = N_2 \frac{\Phi_{f_{22}\,med.\,\theta}}{I_2(p)} =$$

$$= \frac{N_2 h}{I_2(p)}\left[\frac{1}{2\theta}\int_{-\theta}^{\theta}\{-|A_2^{\mathrm{II}}|_{b'} + |A_2^{\mathrm{II}}|_b - |A_2^{\mathrm{II}}|_c + |A_2^{\mathrm{II}}|_{c'}\}\,\mathrm{d}\varphi + \Phi^{\mathrm{II}}_{f,\mathrm{Fe}\,med.\,\varphi}\right],$$

unde s-a ţinut seama de sensul opus al potenţialului magnetic al secundarului faţă de cel al primarului. După înlocuirile respective şi efectuarea calculelor se obţine

$$L_{22} = \frac{\mu_0 N_2^2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{b}{b'} + \ln\frac{c'}{c} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\theta^2}\left(\frac{b^n - b'^n}{c'^n} + \frac{b^n - b'^n}{b^u} + \frac{c'^n - c^n}{c'^n} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + b'^n\frac{c'^n - c^n}{c^n c'^n}\right)\frac{\sin^2 n\theta}{n^3} + \mu_r k_n \ln\frac{c}{b}\right]. \tag{20}$$

4. *Inductivitatea mutuală dintre înfăşurarea secundară şi cea primară.* În mod asemănător cu punctul 2 se obţine relaţia

$$L_{21} = N_1 \frac{\Phi_{\substack{f.\,21\\ med.}}}{I_2(p)}\xi =$$

$$= -\frac{N_1 h}{I_2(p)}\left[\frac{1}{2\zeta}\int_{-\zeta}^{\zeta}\{-|A_1^{II}|_a + |A_2^{II}|_b - |A_2^{II}|_c + |A_3^{II}|_d\}\,d\varphi - \Phi^{II}_{\substack{f.\,Fe\\ med.\,\varphi}}\right],$$

care conduce în final la expresia

$$L_{21} = \mu_0\frac{N_1 N_2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{b}{b'} + \ln\frac{c'}{c} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta\theta}\left(a^n\frac{c'^n - b'^n}{c'^n b'^n} - \frac{c^n - b^n}{c^n} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{c'^n - b'^n}{d^n} - b'^n\frac{c^n - b^n}{b^n c^n}\right)\frac{\sin n\theta \sin n\zeta}{n^3} + \mu_r k_n \ln\frac{c}{b}\right]. \tag{21}$$

3.2. APROXIMAŢII ŞI SIMPLIFICĂRI POSIBILE

O primă aproximaţie, acceptabilă în toate cazurile practice privind transformatoarele de măsură şi protecţie este de a considera înfăşurarea secundară dispusă foarte aproape de miez, deci admiţînd $b' \simeq b$ şi $c' \simeq c$.

În acest caz expresiile inductivităţilor proprii şi mutuale devin:

$$L_{11} = \mu_0\frac{N_1^2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{bd}{ac} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta^2}\left(2 + \frac{a^n}{c^n} + \frac{b^n}{d^n} - 2\frac{a^n}{d^n} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{a^n}{b^n} - \frac{c^n}{d^n}\right)\frac{\sin^2 n\zeta}{n^3} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right], \tag{22}$$

$$L_{12} = \mu\frac{N_1 N_2 h}{2\pi}k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{23}$$

$$L_{22} = \mu\frac{N_2^2 h}{2\pi}k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{24}$$

$$L_{21} = \mu_0\frac{N_1 N_2 h}{2\pi}\left[-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta\theta}\left(2 + \frac{a^n}{c^n} + \frac{b^n}{d^n} - 2\frac{b^n}{c^n} - \frac{a^n}{b^n} - \frac{c^n}{d^n}\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right]. \tag{25}$$

Cu aceste expresii şi cu relaţiile (16) şi (17) se obţin pentru inductivităţile utile şi de dispersie următoarele expresii generale :

$$L_{u\,12} = \frac{N_1}{N_2}\,|L_{12}| = \mu\,\frac{N_1^2\,h}{2\,\pi}\,k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{26}$$

$$L_{d\,12} = L_{11} - L_{u12} = \mu_0\,\frac{N_2^2\,h}{2\,\pi}\left[\ln\frac{b\,d}{a\,c} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta^2}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(2 + \frac{a^n}{c^n} + \frac{b^n}{d^n} - 2\,\frac{a^n}{d^n} - \frac{a^n}{b^n} - \frac{c^n}{d^n}\right)\frac{\sin^2 n\zeta}{n^3}\right], \tag{27}$$

$$L_{u\,21} = \frac{N_2}{N_1}\,|L_{21}| = \mu_0\,\frac{N_2^2\,h}{2\,\pi}\left[\mu_r k_u \ln\frac{c}{b} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta\,\theta}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(2 + \frac{a^n}{c^n} + \frac{b^n}{d^n} - 2\,\frac{b^n}{c^n} - \frac{a^n}{b^n} - \frac{c^n}{d^n}\right)\frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3}\right] \simeq \mu\,\frac{N_2^2\,h}{2\,\pi}\,k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{28}$$

$$L_{d\,21} = L_{22} - L_{u\,21} = \mu_0\,\frac{N_2^2\,h}{2\,\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\zeta\,\theta}\left(2 + \frac{a^n}{c^n} + \frac{b^n}{d^n} - 2\,\frac{b^n}{c^n} - \right.$$

$$\left. - \frac{a^n}{b^n} - \frac{c^n}{d^n}\right)\frac{\sin n\zeta\,\sin n\theta}{n^3}. \tag{29}$$

Aceste expresii, încă destul de generale, sînt complicate şi greu de folosit, deşi seriile care intervin sînt rapid convergente, avînd forma generală $\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3}$ cu $0 \leqslant r \leqslant 1$.

Există însă posibilitatea practică de a simplifica expresiile găsite dacă se ţine seama de valorile concrete ale unghiurilor ζ şi θ curent folosite în construcţia acestor transformatoare.

Cazurile întîlnite mai frecvent în practică şi care pot fi analizate în ipoteza făcută în această lucrare, a unei construcţii cu pronunţată simetrie cilindrică, sînt următoarele :

1. $\theta = \pi$, $\zeta = \pi$,
2. $\theta = \pi$, $\zeta = \pi - \alpha_0$, α_0 mic ;
3. $\theta = \pi - \beta_0$, $\zeta = \pi - \alpha_0$, α_0 şi β_0 mici ;
4. $\theta = \pi - \beta_0$, $\zeta = \alpha_0$, α_0 şi β_0 mici ;

cazuri care se vor analiza în cele ce urmează.

3.2. INDUCTIVITĂŢILE UTILE ŞI DE DISPERSIE

1. Simplificarea maximă a expresiilor inductivităţilor rezultă pentru cazul cînd $\zeta = \pi$ şi $\theta = \pi$, corespunzător unor înfăşurări complete, atît primară cît şi secundară. În acest caz expresiile (22)—(25) capătă forma :

$$L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{b\,d}{a\,c} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right], \tag{22'}$$

$$L_{12} = \mu \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{23'}$$

$$L_{22} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{24'}$$

$$L_{21} = \mu \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}. \tag{25'}$$

Cu aceste expresii şi cu relaţiile (16) şi (17) se obţin pentru inductivităţile utile şi de dispersie expresiile :

$$L_{u\,12} = \frac{N_1}{N_2}|L_{12}| = \mu\frac{N_1^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{26'}$$

$$L_{d\,12} = L_{11} - L_{u\,12} = \mu_0 \frac{N_1^2 h}{2\pi}\ln\frac{b\,d}{a\,c}, \tag{27'}$$

$$L_{u\,21} = \frac{N_2}{N_1}|L_{21}| = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{28'}$$

$$L_{d\,21} = L_{22} - L_{u\,21} = 0. \tag{29'}$$

2. Cazul $\theta = \pi$ şi $\zeta = \pi - \alpha_0$, cu α_0 mic. În acest caz se pot folosi unele expresii aproximative de sumare a seriilor ce intervin în (22), deduse în [10] şi anexa 2 :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\zeta}{n^3} \simeq \alpha_0^2\left(\frac{3}{2} - \ln 2\ \alpha_0\right) \quad \zeta = \pi - \alpha_0 \simeq \pi \tag{30}$$

şi

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin^2 n\zeta}{n^3} \simeq -\alpha_0^2 \ln(1-r) \quad \zeta = \pi - \alpha_0 \simeq \pi \quad 0 \leqslant r < 1, \tag{31}$$

rezultînd pentru inductivităţi expresiile :

$$L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{bd}{ac} + \frac{\alpha_0^2}{(\pi-\alpha_0)^2}\left\{3 - 2\ln 2\,\alpha_0 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \ln\frac{\left(1-\frac{a}{d}\right)^2\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{c}{d}\right)}{\left(1-\frac{a}{c}\right)\left(1-\frac{b}{d}\right)}\right\} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right], \qquad (22'')$$

$$L_{12} = \mu \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \qquad (23'')$$

$$L_{22} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \qquad (24'')$$

$$L_{21} = \mu \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \qquad (25'')$$

şi apoi cu relaţiile (16) şi (17) considerînd $\pi - \alpha_0 \simeq \pi$, rezultă inductivităţile utile şi de dispersie :

$$L_{u12} = \mu \frac{N_1^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \qquad (26'')$$

$$L_{d12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{bd}{ac} + \frac{\alpha_0^2}{\pi^2}\left\{3 - 2\ln 2\alpha_0 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \ln\frac{\left(1-\frac{a}{d}\right)^2\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{c}{d}\right)}{\left(1-\frac{a}{c}\right)\left(1-\frac{b}{d}\right)}\right\}\right], \qquad (27'')$$

$$L_{u21} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \qquad (28'')$$

$$L_{d21} = 0. \qquad (29'')$$

3. Cazul $\theta = \pi - \beta_0$, $\zeta = \pi - \alpha_0$, cu α_0, β_0 mici. În acest caz, pe lîngă expresiile de aproximare a seriilor (30) şi (31) mai sînt folosite şi următoarele două, deduse în anexa 2 :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3} \simeq \frac{3}{2}\alpha_0\beta_0 - \frac{(\alpha_0+\beta_0)^2}{4}\ln(\alpha_0+\beta_0) + \frac{(\alpha_0-\beta_0)^2}{4}\ln|\alpha_0-\beta_0| \tag{32}$$

$$\zeta = \pi - \alpha_0 \simeq \pi \quad \theta = \pi - \beta_0 \simeq \pi$$

şi

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3} \simeq -\alpha_0\beta_0 \ln(1-r) \quad \zeta = \pi - \alpha_0 \simeq \pi \quad \theta = \pi - \beta_0 \simeq \pi$$

$$0 \leqslant r < 1. \tag{33}$$

Cu acestea rezultă pentru inductivităţile proprii şi mutuale expresiile următoare, în care s-au considerat de asemenea $\alpha_0 \ll \pi$ şi $\beta_0 \ll \pi$:

$$L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2 h}{2\pi}\left[\ln\frac{bd}{ac} + \frac{\alpha_0^2}{\pi^2}\left\{3 - 2\ln 2\alpha_0 + \ln\frac{\left(1-\frac{a}{d}\right)^2\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{c}{d}\right)}{(1-a/c)(1-b/d)}\right\} + \mu_r k_u \ln\frac{c}{b}\right] \tag{22'''}$$

$$L_{12} = \mu \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{23'''}$$

$$L_{22} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} k_u \ln\frac{c}{b}, \tag{24'''}$$

$$L_{21} \simeq \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi}\left[\mu_r k_u \ln\frac{c}{b} - \frac{\alpha_0\beta_0}{\pi^2}\left\{3 - \frac{(\alpha_0+\beta_0)^2}{2\alpha_0\beta_0}\ln(\alpha_0+\beta_0) + \frac{(\alpha_0-\beta_0)^2}{2\alpha_0\beta_0}\ln|\alpha_0-\beta_0| + \ln\frac{\left(1-\frac{b}{c}\right)^2\left(1-\frac{a}{b}\right)\left(1-\frac{c}{d}\right)}{\left(1-\frac{a}{c}\right)\left(1-\frac{b}{d}\right)}\right\}\right]. \tag{25'''}$$

Inductivităţile utile şi de dispersie, calculate pe baza relaţiilor (16) şi (17) sînt în acest caz următoarele:

$$L_{u12} = \mu \frac{N_1^2 h}{2\pi} k_u \ln \frac{c}{b}, \tag{26'''}$$

$$L_{d12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} \left[\ln \frac{bd}{ac} + \frac{\alpha_0^2}{\pi^2} \left\{ 3 - 2 \ln \alpha_0 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \ln \frac{\left(1 - \frac{a}{d}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)\left(1 - \frac{c}{d}\right)}{\left(1 - \frac{a}{c}\right)\left(1 - \frac{b}{d}\right)} \right\} \right], \tag{27'''}$$

$$L_{u21} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} k_u \ln \frac{c}{b}, \tag{28'''}$$

$$L_{d21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} \frac{\alpha_0 \beta_0}{\pi^2} \left[3 - \frac{(\alpha_0 + \beta_0)^2}{2 \alpha_0 \beta_0} \ln (\alpha_0 + \beta_0) + \right.$$

$$\left. + \frac{(\alpha_0 - \beta_0)^2}{2 \alpha_0 \beta_0} \ln |\alpha_0 - \beta_0| + \ln \frac{\left(1 - \frac{b}{c}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)\left(1 - \frac{c}{d}\right)}{\left(1 - \frac{a}{c}\right)\left(1 - \frac{b}{d}\right)} \right]. \tag{29'''}$$

4. Cazul $\theta = \pi - \beta_0$, $\zeta = \alpha_0$, cu α_0 şi β_0 mici. În acest caz expresiile de aproximare a seriilor ce intervin în (22) sînt (30) şi (31) iar a celor ce intervin în (25) sînt următoarele (vezi anexa 2):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3} \simeq \alpha_0 \beta_0 \ln 2 \quad \zeta = \alpha_0 << \pi, \ \theta = \pi - \beta_0 \simeq \pi, \tag{34}$$

şi

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin n\zeta \sin n\theta}{n^3} \simeq \alpha_0 \beta_0 \ln (1 + r) \quad \zeta = \alpha_0 < < \pi, \quad \theta = \pi - \beta_0 \simeq \pi$$

$$0 \leqslant r < 1. \tag{35}$$

Cu aceste aproximaţii rezultă pentru inductivităţile utile şi de dispersie expresiile:

$$L_{11} = \mu_0 \frac{N_1^2 h}{2\pi} \left[\ln \frac{bd}{ac} + 3 - 2 \ln 2 \ \alpha_0 + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{\left(1 - \frac{a}{d}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)\left(1 - \frac{c}{d}\right)}{\left(1 - \frac{a}{c}\right)\left(1 - \frac{b}{d}\right)} + \mu_r k_u \ln \frac{c}{b} \right], \tag{22^{IV}}$$

$$L_{12} = \mu \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} \; k_u \; \ln \; \frac{c}{b} \tag{23^{IV}}$$

$$L_{22} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} \; k_u \; \ln \; \frac{c}{b}, \tag{24^{IV}}$$

$$L_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} \left[\mu_r \; k_u \; \ln \; \frac{c}{b} - \frac{\beta_0}{\pi} \left\{ 2 \ln 2 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \ln \frac{\left(1 + \frac{a}{c}\right)\left(1 + \frac{b}{d}\right)}{\left(1 + \frac{b}{c}\right)^2 \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{c}{d}\right)} \right\} \right], \tag{25^{IV}}$$

iar pentru inductivităţile utile şi de disperie relaţiile :

$$L_{u12} = \mu \frac{N_1^2 h}{2\pi} \; k_u \; \ln \; \frac{c}{b}, \tag{26^{IV}}$$

$$L_{d12} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} \left[\ln \frac{bd}{ac} + 3 - 2 \ln 2 \; \alpha_0 + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{\left(1 - \frac{a}{d}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)\left(1 - \frac{c}{d}\right)}{\left(1 - \frac{a}{c}\right)\left(1 - \frac{b}{d}\right)} \right], \tag{27^{IV}}$$

$$L_{u21} = \mu \frac{N_2^2 h}{2\pi} \; k_u \ln \; \frac{c}{b}, \tag{28^{IV}}$$

$$L_{d21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 h}{2\pi} \frac{\beta_0}{\pi} \left[2 \ln 2 + \ln \frac{\left(1 + \frac{a}{c}\right)\left(1 + \frac{b}{d}\right)}{\left(1 + \frac{b}{c}\right)^2 \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{c}{d}\right)} \right]. \tag{29^{IV}}$$

4. CONCLUZII

1. Calculul cîmpului magnetic şi al inductivităţilor la transformatoarele cu miez toroidal, se poate efectua cu suficientă precizie şi într-un mod relativ simplu, pe baza relaţiilor (9) şi (10), respectiv (22)—(29), stabilite în prezenta lucrare pe cale analitică, pentru regimul liniar de funcţionare al transformatorului.

2. Determinarea inductivităţilor utile se poate efectua în orice situaţie constructivă a bobinelor, evident, păstrîndu-se dispoziţia lor pe toruri concentrice cu miezul, cu ajutorul formulelor (26) şi (28), de forma

$$L_u = \mu \frac{N^2 h}{2\pi} k_u \ln \frac{c}{b},$$

care constituie relaţia clasică de calcul întîlnită mai frecvent sub forma

$$L_u = \mu \frac{N^2}{2\pi r_m} k_u h (c - b),$$

practic identică cu cea precedentă, pentru $r_m = \frac{b + c}{2} > c - b$.

3. Pentru determinarea inductivităţilor de dispersie, relaţiile deduse diferă în mod sensibil după construcţia bobinelor. Situaţia optimă se prezintă în cazul cînd înfăşurarea secundară ocupă întreaga sau aproape toată lungimea torului, cînd inductivitatea sa de dispersie este practic nulă (29′′′) şi (29^{IV}). Ea depinde totuşi într-o măsură destul de însemnată de întinderea unghiulară a înfăşurării primare, crescînd cînd aceasta scade, cu pînă la două ordine de mărime. Valoarea maximă a inductivităţii de dispersie secundară se prezintă în ultimul caz analizat cînd înfăşurarea primară este practic o bobină plată. În acest caz, ordinul de mărime al permeanţei de dispersie a înfăşurării secundare este $\lambda_{d21} = \mu_0 \frac{1}{2\pi} \frac{\beta_0}{\pi} 2 \ln 2 = 0{,}0185 \mu_0$ pentru un unghi $\beta_0 = 15°$, deci o valoare extrem de redusă.

4. Inductivitatea de dispersie a înfăşurării primare este prezentă întotdeauna, neputînd fi redusă prin nici un mijloc sub valoarea dată de (27′). În acest caz, permeanţa de dispersie a înfăşurării primare este $\lambda_{d12} = \mu_0 \frac{1}{2\pi} \ln \frac{bd}{ac} \simeq 0{,}3 \mu_0$, pentru valori curent întîlnite în construcţia transformatoarelor de curent de 110 kV ($a \simeq 4$, $b \simeq 15$, $c \simeq 20$, $d \simeq 35$ cm). Această valoare poate fi depăşită de 3—5 ori în cazul cînd întinderea unghiulară a bobinei primare se reduce, ajungînd la o formă plată.

ANEXA 1

REDUCEREA TOLEI LA O SUPRAFAŢĂ ECHIVALENTĂ

În scopul simplificării rezolvării ecuaţiei de tip Poisson (3) în zona ocupată de miezul feromagnetic lamelat, se poate utiliza artificiul propus în [9] care constă în înlocuirea tolelor cu suprafeţe de grosime neglijabilă, parcurse de acelaşi flux magnetic şi de aceeaşi densitate de curent, dar avînd parametrii μ_s şi σ_s modificaţi faţă de cei iniţiali μ şi σ. Ţinînd

seama de simetria construcției, se poate considera că vectorul cîmp magnetic are direcția tangentă la suprafața tolei (fig. A 1.1), deci condiția de înlocuire a tolei se poate exprima prin relațiile

$$\Phi_s = \mu_s h \frac{H_{t1} + H_{t2}}{2} = \Phi = \int_{-d/2}^{d/2} \mu H h \mathrm{d}x. \qquad (A1-1)$$

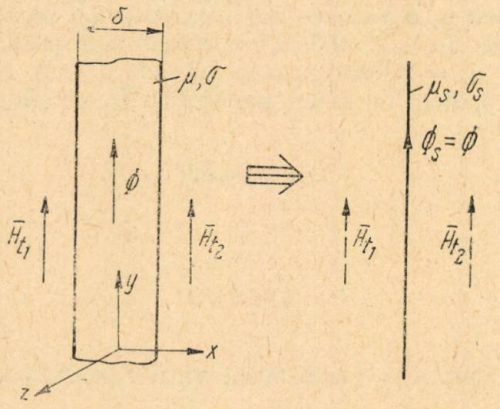


Fig. A.1.1. — Referitoare la reducerea tolei la o suprafață.

Aici H este cîmpul magnetic în tolă obținut ca soluție a ecuațiilor lui Maxwell, care conduc în cele din urmă la ecuația de tip Helmholtz

$$\Delta \boldsymbol{H} - p\mu\sigma \boldsymbol{H} = 0.$$

În sistemul de coordonate folosit în fig. A 1.1.*a* această ecuație se reduce la

$$\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{H}}{\mathrm{d}x^2} - p\mu\sigma \boldsymbol{H} = 0,$$

a cărei soluție generală, după determinarea constantelor de integrare, este

$$H = \frac{H_{t1} + H_{t2}}{2} \frac{\mathrm{ch}\gamma x}{\mathrm{ch}\,\frac{\gamma\,\delta}{2}} - \frac{H_{t1} - H_{t2}}{2} \frac{\mathrm{sh}\gamma\, x}{\mathrm{sh}\,\frac{\gamma\delta}{2}}, \qquad (A1-2)$$

unde $\gamma = \sqrt{p\,\mu\,\sigma}$.

Revenind la expresia fluxului prin tolă se obține

$$\Phi = \int_{-d/2}^{d/2} \mu H h \,\mathrm{d}x = \mu h \delta \frac{\mathrm{th}\,\frac{\gamma\delta}{2}}{\frac{\gamma\delta}{2}} \frac{H_{t1} + H_{t2}}{2}, \qquad (A1-3)$$

care, după identificare cu Φ_s', conduce la expresia lui μ_s

$$\mu_s = \mu\delta \frac{\mathrm{th}\,\frac{\sqrt{p\mu\sigma\delta^2}}{2}}{\frac{\sqrt{p\mu\sigma\delta^2}}{2}}. \qquad (A1-4)$$

Observație. Datorită prezenței factorului p în expresia lui μ_s, acesta poate fi privit ca o permeabilitate magnetică $\mu_s(p)$ dependentă de viteza de variație a cîmpului electromagnetic. În regim cvasisinusoidal, $p \simeq j\omega$ și rezultă $\frac{\sqrt{p\mu\sigma\delta^2}}{2} = (1+j)\frac{\delta/2}{a_p}$ unde a_p este adîncimea de pătrundere a cîmpului în tolă, de ordinul a 0,18 mm pentru $\mu_r \simeq 20\,000$. Rezultă atunci pentru μ_s o valoare complexă avînd o parte reală $(\mu_s)_{re} \simeq \mu\delta$ și una imaginară $(\mu_s)_{im} \simeq 0{,}3\mu\delta$, aproape neglijabilă față de partea reală. La valori $\mu_r = 2\,000$, $(\mu_s)_{re} \simeq \mu\delta$ cu o mai bună aproximație, iar $(\mu_s)_{im} \simeq 0{,}1\,\mu\delta$, deci cu totul neglijabil. În concluzie se poate considera practic

$$\mu_s \simeq \mu\,\delta. \tag{A 1.5}$$

ANEXA 2

SUMAREA UNOR SERII TRIGONOMETRICE

1. Seria $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx \sin ny}{n^3}$ pentru unghiurile x și y mici se poate suma după cum urmează [8]:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx \sin ny}{n^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n(x-y) - \cos n(x+y)}{2n^3} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\int_0^{u=x-y} du \int_0^u \ln(2\sin u/2)\,du - \int_0^{u=x+y} du \int_0^u \ln(2\sin u/2)\,du\right] \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{2}\int_{x+y}^{x-y} du\, u(\ln u - 1) = \frac{1}{2}\left|\frac{u^2}{2}(\ln u - 1) - \frac{u^2}{4}\right|_{x+y}^{x-y} = \tag{A2.1}$$

$$= \frac{1}{2}\left[-\frac{3}{4}(x-y)^2 + \frac{3}{4}(x+y)^2 + \frac{(x-y)^2}{2}\ln|x-y| - \right.$$

$$\left. - \frac{(x+y)^2}{2}\ln(x+y)\right] = \frac{3}{2}xy - \frac{(x+y)^2}{4}\ln(x+y) + \frac{(x-y)^2}{4}\ln|x-y|.$$

Se constată că pentru $x = y$, seria și aproximația ei devin

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 nx}{n^3} \simeq x^2\left(\frac{3}{2} - \ln 2x\right), \tag{A2.2}$$

menționată în lucrarea [10].

2. Aceeași serie, pentru cazul cînd $x = \alpha_0$ și $y = \pi - \beta_0$, valorile unghiurilor α_0 și β_0 fiind mici, devine

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha_0 \sin n(\pi - \beta_0)}{n^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha_0 (-1)^{n+1} \sin n\beta_0}{n^3} =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin (2k+1)\alpha_0 \sin (2k+1)\beta_0}{(2k+1)^3} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2k\alpha_0 \sin 2k\beta_0}{(2k)^3} =$$

$$\equiv \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k\alpha_0 \sin k\beta_0}{k^3} - 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin (k2\alpha_0) \sin (k2\beta_0)}{8k^3} \simeq$$

$$\simeq \frac{3}{2}\alpha_0\beta_0 - \frac{(\alpha_0+\beta_0)^2}{4} \ln(\alpha_0+\beta_0) + \frac{(\alpha_0-\beta_0)^2}{4} \ln|\alpha_0-\beta_0| -$$

$$-\frac{1}{4}\left[\frac{3}{2}2\alpha_0 2\beta_0 - \frac{(2\alpha_0+2\beta_0)^2}{4}\ln(2\alpha_0+2\beta_0) + \right.$$

$$\left. + \frac{(2\alpha_0-2\beta_0)^2}{4} \ln|2\alpha-2\beta_0|\right] = \frac{(\alpha_0+\beta_0)^2}{4}\ln 2 - \frac{(\alpha_0-\beta_0)^2}{4}\ln 2 =$$

$$= \alpha_0\beta_0 \ln 2 = 0{,}6931\alpha_0\beta_0 . \qquad \text{(A2.3)}$$

3. Seria $\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin^2 nx}{n^3}$, pentru $0 \leqslant r < 1$ și x mic, se poate suma plecînd de la suma cunoscută [8], pagina 164 :

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin nx = \frac{r \sin x}{1 - 2r\cos x + r^2} \quad 0 \leqslant r < 1,$$

care se integrează termen cu termen de două ori în raport cu x, rezultînd succesiv :

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\cos nx}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{n} - \frac{1}{2}\ln\frac{1+r^2-2r\cos x}{(1-r)^2} \equiv$$

$$\equiv -\frac{1}{2}\ln(1 + r^2 - 2r\cos x),$$

apoi

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin nx}{n^2} = -\frac{1}{2}\int_0^x \ln(1 + r^2 - 2r\cos x)\,dx,$$

și

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\cos nx}{n^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{n^3} + \frac{1}{2}\int_0^x dx \int_0^x \ln(1 + r^2 - 2r\cos x)\,dx. \qquad \text{(A2.4)}$$

Seria inițială poate fi scrisă acum, x fiind mic

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin^2 nx}{n^3} = \sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{1 - \cos n\,2x}{2\,n^3} =$$

$$= -\frac{1}{4}\int_0^{y=2x} dy \int_0^y \ln\,(1 + r^2 - 2r\,\cos\,y)\,dy \simeq -\frac{1}{4}\cdot$$

$$\cdot \int_0^y dy \int_0^y \ln\,(1-r)^2\,dy = -\frac{\ln\,(1-r)}{2}\,\frac{y^2}{2}\Bigg|_0^{y=2x} =$$

$$= -\,x^2 \ln\,(1-r) \quad 0 \leqslant r < 1. \tag{A 2.5}$$

Observație. Pentru $r \to 1$ aproximația obținută își pierde sensul. În acel caz este valabilă expresia (A2.2).

4. Seria $\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin\,nx\,\sin\,ny}{n^3}$ pentru unghiurile x și y mici se poate suma pe aceeași cale ca la puncte 1 și 3 rezultînd :

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin\,nx\,\sin\,ny}{n^3} \equiv \sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\cos\,n\,(x-y) - \cos\,n\,(x+y)}{2\,n^3} =$$

$$= \frac{1}{4}\left[\int_0^{u=x-y} du \int_0^u \ln\,(1 + r^2 - 2r\,\cos\,u)\,du - \int_0^{u=x+y} du \cdot\right.$$

$$\left.\cdot \int_0^u \ln\,(1 + r^2 - 2r\,\cos\,u)\,du\right] \simeq \frac{1}{4}\int_{x+y}^{x-y} du \int_0^u \ln\,(1-r)^2\,du =$$

$$= \frac{\ln\,(1-r)}{4}\; u^2\Big|_{x+y}^{x-y} = -\,xy\,\ln\,(1-r). \tag{A2.6}$$

Pentru $x = y$ expresia obținută devine (A2.5).

5. Aceeași serie pentru cazul cînd $x = \alpha_0$ și $y = \pi - \beta_0$, valorile unghiurilor α_0 și β_0 fiind mici, devine :

$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin\,n\alpha_0\,\sin\,n\,(\pi - \beta_0)}{n^3} \equiv \sum_{n=1}^{\infty} r^n \frac{\sin\;n\alpha_0\,(-1)^{n+1}\;\sin\;n\beta_0}{n^3} =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} r^{2k+1} \frac{\sin\,(2k+1)\,\alpha_0\;\sin\,(2k+1)\,\beta_0}{(2\,k+1)^3} -$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} r^{2k} \frac{\sin\,2k\,\alpha_0\,\sin\,2k\,\beta_0}{(2\,k)^3} = \sum_{k=1}^{\infty} r^k \frac{\sin\,k\alpha_0\,\sin\,k\,\beta_0}{k^3} - \tag{A2.7}$$

$$- 2\,\frac{1}{8}\sum_{k=1}^{\infty} (r^2)^k \frac{\sin\,(k2\alpha_0)\,\sin\,(k2\alpha_0)}{k^3} \simeq$$

$$\simeq -\,\alpha_0\,\beta_0 \ln\,(1-r) - \frac{1}{4}\,[-\,2\alpha_0\,2\beta_0\,\ln\,(1-r^2)] =$$

$$= \alpha_0\,\beta_0\,\ln\frac{1-r^2}{1-r} = \alpha_0\,\beta_0\,\ln\,(1+r).$$

BIBLIOGRAFIE

1. G. AICHHOLZER, *Über Streufeldverlauf und Streufeldaufteilung bei Einfasen und Ringkerntransformatoren*, ETZ—A **88**, 5, 120—123 (1967).
2. N. I. BACIURIN, *Transformatorî toka*, Moscova 1964.
3. J. GOLDSTEIN, *Die Messwandler*, Basel 1952.
4. E. JEZIERSKI, *Transformatoare electrice — construcţie şi proiectare*, Ed. tehnică, 1966.
5. R. RĂDULEŢ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. II, Ed. Energetică de Stat, 1954.
6. R. RICHTER, *Maşini electrice*, vol. IV, Transformatorul, Bucureşti, Ed. tehnică, 1960.
7. R. W. SMYTHE, *Static and Dynamic Electricity*, Mc. Graw-Hill Co., 1950.
8. G. P. TOLSTOV, *Serii Fourier*, Ed. tehnică, 1955.
9. A. ŢUGULEA, C. FLUERAŞU, *Cu privire la noţiunile de permeabilitate superficială şi conductivitate superficială*, St. cerc. energ. electr., **18**, 4 (1968).
10. A. ŢUGULEA, *Calculul prin încadrare al permeanţelor în cîmpuri cu simetrie*, Teză doctorat, 1958.

ATENUAREA PENDULAŢIILOR ROTORULUI MOTORULUI SINCRON LA FUNCŢIONAREA ÎN REGIM DE SARCINĂ VARIABILĂ PERIODIC

DE

P. OPRIŞAN

621.313.323.016.33

Acţionarea agregatelor cu cuplu rezistent variabil periodic în timp, cazul compresoarelor cu piston, este însoţită de efecte perturbatoare care deranjează funcţionarea altor consumatori şi instalaţii din apropiere. Oscilaţiile curentului absorbit determină variaţii ale tensiunii sistemului iar pendulaţiile rotorului conduc, în unele cazuri, la vibraţii care se pot transmite şi amplifica. Într-o lucrare anterioară a fost prezentat un procedeu care permite atenuarea oscilaţiilor curentului din indus. În lucrarea de faţă se prezintă posibilitatea reducerii pendulaţiilor rotorului pînă la limita neglijării lor.

1. INTRODUCERE

1.1. Datorită performanţelor energetice superioare, motoarele sincrone realizate astăzi într-o gamă largă de puteri sînt utilizate la acţionarea unui mare număr de mecanisme care funcţionează în regim de lungă durată.

În cazul acţionării compresoarelor cu piston, din cauza prezenţei la arbore a cuplului rezistent variabil periodic, cu periodicitate constantă, rotorul motorului sincron pendulează în jurul valorii medii a unghiului intern în timp ce curentul absorbit din reţea oscilează între limite determinate de variaţia cuplului rezistent şi parametrii interni ai maşinii.

Atît oscilaţiile curentului din indus cît şi pendulaţiile mecanice ale rotorului devin supărătoare pentru ceilalţi consumatori şi instalaţii din apropiere.

Oscilaţiile curentului determină variaţii ale tensiunii pe linie, mai ales în cazul consumatorilor de putere însemnată, iar pendulaţiile mecanice

ale rotorului conduc la vibrații care se pot transmite și amplifica prin fenomenul de rezonanță.

1.2. Combaterea eficientă a acestor neajunsuri a impus cercetarea unor aspecte variate ale comportării mașinii sincrone în regimuri dinamice.

Astfel, după ce în [4] se studiază influența pendulării rotorului asupra curentului din indus pe baza relațiilor stabilite în [6], se ajunge la un procedeu a cărui aplicare permite atenuarea oscilațiilor de curent pînă la limita neglijării lor. Procedeul, care constă în excitarea motorului sincron cu o tensiune variabilă periodic, este prezentat în [5] împreună cu rezultatele analitice și verificările experimentale.

Analiza regimului de pendulații întreținute conduce la stabilirea unei expresii a cuplului electromagnetic comodă pentru calcule, [3] și care permite urmărirea pe cale analitică a influenței amplitudinii de pendulare a rotorului asupra variației cuplului pe timpul unei pendulații complete.

Problema este reluată în [1] iar rezultatele analitice sînt completate și verificate prin determinări experimentale, grație posibilității de a urmări și măsura variația reală a unghiului intern al mașinii sincrone în regimul menționat.

1.3. Pornind de la aceste realizări anterioare în lucrarea de față se prezintă posibilitatea atenuării pendulațiilor rotorului și asigurarea unui mers liniștit al mașinii.

Procedeul utilizat constă în excitarea motorului sincron cu o tensiune variabilă periodic, frecvența de variație fiind egală cu frecvența de pendulare a rotorului.

Întrucît același procedeu este utilizat și în scopul atenuării oscilațiilor de curent, realizarea regimurilor de oscilații minime pentru curent sau unghiul intern este condiționată numai de alegerea corespunzătoare a parametrilor componentei alternative a tensiunii de excitație, amplitudine și fază, parametri diferiți între ei pentru fiecare din cele două regimuri.

1.4. În cele ce urmează, determinările analitice se efectuează pentru mașina idealizată pentru care pierderile sînt neglijate, circuitul magnetic nesaturat iar tensiunea magnetică repartizată sinusoidal în întrefier. Rețeaua la care este conectat motorul se consideră de putere foarte mare ceea ce înseamnă că tensiunea și frecvența rămîn practic constante.

2. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MOTORULUI SINCRON ÎN REGIM DE PENDULAȚII ÎNTREȚINUTE

2.1. Ecuația de echilibru a cuplurilor motorului sincron în forma sa generală este

$$\frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} + M_e = M_r, \tag{2.1}$$

în care M_e reprezintă cuplul electromagnetic, M_r este cuplul rezistent iar J și p sînt momentul de inerție și respectiv numărul perechilor de poli ai mașinii.

Cum expresia unghiului intern în regimul pendulațiilor întreținute, considerate sinusoidale, este

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 \sin \Omega_p t, \tag{2.2}$$

δ_1 fiind amplitudinea iar Ωp pulsația de pendulare a rotorului, relația (2.1) devine

$$-\frac{J}{p}\delta_1 \Omega_p^2 \sin \Omega_p t + M_e = M_r. \tag{2.3}$$

Cuplul electromagnetic M_e se determină din expresia generală a puterii la bornele mașinii sincrone

$$P = u_d i_d + u_q i_q, \tag{2.4}$$

considerată egală cu puterea electromagnetică în cazul neglijării pierderilor din indus.

Introducînd în (2.4) expresiile componentelor curentului și ale tensiunii la borne după cele două axe

$$i_d = \frac{E_d}{X_d} - \frac{U \cos \delta}{X_d(P)}, \tag{2.5}$$

$$i_q = \frac{U \sin \delta}{X_q(p)}, \tag{2.6}$$

$$u_d = U \sin \delta, \tag{2.7}$$

$$u_q = U \cos \delta, \tag{2.8}$$

$X_d(p)$ și $X_q(p)$ fiind reactanțele operaționale longitudinală și transversală, se obține în final expresia puterii

$$P = P_0 + P_1 \sin(\Omega_p t + \gamma_1) + P_2 \sin(2\Omega_p t + \gamma_2) + \ldots \tag{2.9}$$

și respectiv a cuplului electromagnetic

$$M_e = M_0 + M_1 \sin(\Omega_p t + \gamma_1) + M_2 \sin(2\Omega_p t + \gamma_2) + \ldots, \tag{2.10}$$

în care componenta medie și amplitudinile armonicilor superioare sînt:

$$M_0 = \frac{UE_d}{X_d} \sin \delta_0 + U^2 \frac{\sin 2\delta_0}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) + U^2 \delta_1^2 \frac{\sin 2\delta_0}{4}\left(\frac{\cos \varphi_1}{X_{d,1}} - \frac{\cos \psi_1}{X_{q,1}}\right), \tag{2.11}$$

$$M_1 \cos \gamma_1 = \frac{UE_d}{X_d}\delta_1 \cos \delta_0 - U^2 \delta_1\left(\frac{\sin^2 \delta_0}{X_q} + \frac{\cos^2 \delta_0}{X_d}\right) + U^2 \delta_1\left(\frac{\sin^2 \delta_0}{X_{d,1}} \cos \varphi_1 + \frac{\cos^2 \delta_0}{X_{q,1}} \cos \psi_1\right), \tag{2.12}$$

$$M_1 \sin \gamma_1 = -U^2 \delta_1\left(\frac{\sin^2 \delta_0}{X_{d,1}} \sin \varphi_1 + \frac{\cos^2 \delta_0}{X_{q,1}} \sin \psi_1\right), \tag{2.13}$$

$$M_2 \cos \gamma_2 = U^2 \delta_1^2 \frac{\sin 2\delta_0}{4} \left(\frac{\sin \psi_1}{X_{q.1}} - \frac{\sin \varphi_1}{X_{d.1}} \right), \tag{2.14}$$

$$M_2 \sin \gamma_2 = - U^2 \delta_1^2 \frac{\sin 2\delta_0}{4} \left(\frac{\cos \varphi_1}{X_{d.1}} - \frac{\cos \psi_1}{X_{q.1}} \right), \tag{2.15}$$

calculate cu expresiile simplificate

$$\sin \delta \simeq \sin \delta_0 + \delta_1 \sin \Omega_p t \cos \delta_0, \tag{2.16}$$

$$\cos \delta \simeq \cos \delta_0 - \delta_1 \sin \Omega_p t \sin \delta_0, \tag{2.17}$$

care permit scrierea relațiilor într-o formă în care δ_1 apare explicit.

În relațiile (2.11)— (2.15) $X_{d.\nu}$ și $X_{q.\nu}$, reprezintă reactanțele operaționale în regim staționar corespunzătoare armonicilor de ordinul ν ale curenților iar φ_ν și ψ_ν defazajele reactanțelor operaționale $X_{d.\nu}$ și $X_{q.\nu}$ față de axa reală.

Cunoscîndu-se parametrii interni și funcționali ai mașinii se pot calcula componentele cuplului electromagnetic și stabili variația sa funcție de timp sau unghiul intern.

3. ATENUAREA PENDULAȚIILOR MECANICE ALE ROTORULUI

3.1. Dacă în locul excitației constante se aplică motorului sincron care funcționează în regim de pendulații întreținute o tensiune de excitație variabilă periodic, modulată, va apare în mașină pe lîngă componenta medie a t.e.m. induse E_0 și o componentă alternativă, astfel că, în cazul modulării sinusoidale [5], tensiunea indusă va fi:

$$E_d = E_0 + E_1 \sin (\Omega_p t + \beta_1), \tag{3.1}$$

avînd aceeași pulsație de pendulare Ω_p ca și cuplul rezistent. Componenta alternativă a t.e.m. induse, $E_1 \sin (\Omega_p t + \beta_1)$ comandată din exterior, va determina apariția unei componente suplimentare a cuplului electromagnetic, a cărei expresie rezultă prin introducerea în (2.4) a relației (3.1):

$$\Delta M_e = \frac{U E_1 \sin \delta_0}{X_{d.1}} \sin (\Omega_p t + \alpha_1) + \frac{U E_1 \cos \delta_0}{X_{d.1}} \delta_2 \sin \Omega_p t \sin (\Omega_p t + \alpha_1). \tag{3.2}$$

Cum cuplul rezistent rămîne neschimbat fiind determinat numai de natura agregatului acționat, ecuația cuplurilor în regim de excitație variabilă devine

$$- \frac{J}{p} \delta_2 \Omega_p^2 \sin \Omega_p t + M'_e + \Delta M_e = M_r, \tag{3.3}$$

cuplul suplimentar afectînd deci atît cuplul dinamic cît și componentele cuplului electromagnetic prin intermediul amplitudinii $\delta_{1(2)}$. Cuplul electromagnetic inițial M_e devine acum M'_e.

Se consideră că unghiul intern oscilează în continuare sinusoidal iar expresia sa

$$\delta = \delta_0 + \delta_2 \sin \Omega_p t, \tag{3.4}$$

se modifică numai prin variația amplitudinii de oscilație care devine δ_2, diferită de δ_1 corespunzătoare regimului inițial.

Așa cum rezultă din 3.2 componenta suplimentară ΔM_e este dependentă de parametrii controlabili α_1 și E_1.

Apare deci posibilitatea ca prin alegerea corespunzătoare a celor doi parametri, cuplul electromagnetic suplimentar să poată compensa variațiile cuplului dinamic și în anumite condițiuni să realizeze regimul de pendulații minime ale rotorului. Predeterminarea analitică a acestui regim poate fi făcută pe baza relației (3.3) în care se introduc expresiile determinate pentru M'_e și ΔM_e, ambele mărimi fiind funcții de δ_2, obținîndu-se în final următoarea relație:

$$k_1\delta_2 \sin(\Omega_p t + \xi_1) + k_2\delta_2^2 \sin(2\Omega_p t + \xi_2) + k_3 E_1 \sin(\Omega_p t + \alpha_1) + \\ + k_4 E_1\delta_2 (\sin\alpha_1 \sin 2\Omega_p t - \cos\alpha_1 \cos 2\Omega_p t) = \\ = k_1\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1) + k_2\delta_1^2 \sin(2\Omega_p t + \theta_2), \tag{3.5}$$

în care

$$k_1\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1) + k_2\delta_1^2 \sin(2\Omega_p t + \theta_2) = \Delta M_r(t) \tag{3.6}$$

reprezintă numai componenta variabilă a cuplului rezistent determinată pe baza relației (2.3), componenta sa medie M_{r0} fiind echilibrată de componenta medie a cuplului electromagnetic, M_0.

Reținînd presupunerea că rotorul pendulează în continuare sinusoidal, amplitudinea de pendulare δ_2 din noul regim se determină din (3.5) prin raportare numai la oscilația fundamentală așa încît prin identificarea termenilor rezultă:

$$k_1\delta_2 \sin(\Omega_p t + \xi_1) = k_1\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1) - k_3 E_1 \sin(\Omega_p t + \alpha_1), \tag{3.7}$$

de unde δ_2 se obține pe baza relației dintre amplitudini și faze

$$\delta_2 = \frac{\sqrt{k_1^2\delta_1^2 + k_3^2 E_1^2 - 2k_1k_3\delta_1 E_1 \cos(\theta_1 - \alpha_1)}}{k_1}. \tag{3.8}$$

Amplitudinea de pendulare a rotorului, δ_2, apare prin urmare funcție de α_1 și E_1, restul parametrilor fiind cunoscuți. Modificarea unghiului intern în noul regim de funcționare, cu excitație variabilă, poate fi acum ușor urmărită. Parametrii regimului de pendulații minime rezultă direct din (3.8) și corespund condițiilor $\alpha_1 = \theta_1$ pentru defazaj și acea valoare a tensiunii induse pentru care derivata expresiei de sub radical, $y' = f(E_1)$, se anulează.

Eroarea rezultată prin neglijarea armonicilor superioare din relația (3.5) este relativ mică și scade și mai mult pe măsura micșorării amplitudinii de pendulare devenind cu totul neglijabilă în domeniul amplitudinilor reduse care ne interesează.

3.2. Tensiunea de excitație variabilă periodic poate fi modulată prin pulsații comandate, sinusoidale sau de altă formă.

În aplicațiile practice concrete se dovedește avantajoasă, prin simplitatea sa, modularea prin pulsații de formă dreptunghiulară. Se impune însă și în acest caz asigurarea posibilității de reglaj al parametrilor semnalului, amplitudine și fază, în vederea realizării unei compensări corespunzătoare

a oscilațiilor cuplului dinamic și prin urmare a atenuării pendulațiilor rotorului.

Analiza oscilogramei t.e.m. induse în cazul utilizării semnalelor dreptunghiulare [5] duce la stabilirea expresiei sale, pe baza căreia se calculează cuplul electromagnetic suplimentar, singura mărime din ecuația de echilibru a cuplurilor (3.3) afectată de schimbarea formei semnalului de comandă a excitației.

Astfel în cazul aceleiași mașini experimentate rezultă :

$$E_d = E_0 + \frac{8E_1}{\pi^2}\left[\sin(\Omega_p t + \beta_1) - \frac{1}{9}\sin(3\Omega_p t + \beta_3) + \dots\right], \quad (3.9)$$

și respectiv

$$\Delta M_e = \frac{8UE_1}{\pi^2 X_{d,1}} \sin(\Omega_p t + \alpha_1)\,[\sin\delta_0 + \delta_1 \cos\delta_0 \sin\Omega_p t] - \\ - \frac{8UE_1}{9\pi^2 X_{d,3}} \sin(3\,\Omega_p t + \alpha_3)\,[\sin\delta_0 + \delta_1 \cos\delta_0 \sin\Omega_p t], \quad (3.10)$$

expresia fiind obținută similar prin introducerea în (2.4) a relației (3.3) după reținerea primilor doi termeni care intervin cu o pondere mai însemnată.

Amplitudinea de pendulare a rotorului în noul regim se stabilește pe baza acelorași relații de calcul, simplificările acceptate inițial referitoare la variația sinusoidală a unghiului intern și neglijarea armonicilor superioare din ecuația cuplurilor rămînînd neschimbate.

Se obține egalitatea

$$k_1\delta_2 \sin(\Omega_p t + \xi_1) = k_1\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1) - k_3' E_1 \sin(\Omega_p t + \alpha_1), \quad (3.11)$$

diferită de (3.7) numai prin constanta $k_3 = \frac{U}{X_{d,1}} \sin\delta_0$ devenită acum $k_3' = \frac{8U}{\pi^2 X_{d,1}} \sin\delta_0$.

4. EFECTELE SIMULTANE ALE EXCITAȚIEI VARIABILE PERIODIC

Excitarea motorului sincron în regim de sarcină pulsatorie cu o tensiune variabilă periodic determină modificări importante ale parametrilor săi funcționali influențînd astfel comportarea mașinii din regimul cvasistaționar. Atît pulsațiile curentului cît și ale unghiului intern, specifice regimului de pendulații întreținute, pot fi reduse la valori minime înlăturîndu-se sau reducîndu-se efectele lor nocive.

Calculul analitic arată că nu poate fi realizat un regim de atenuare optimă a oscilațiilor simultan pentru curent și unghiul intern dar că realizarea acestui regim pentru un singur parametru afectează într-o anumită măsură și legea de variație a celuilalt.

În cazurile analizate privind atenuarea pulsațiilor curentului [5] s-a obținut și o modificare a amplitudinii de pendulare a rotorului de care trebuie să se țină seama la calculul curentului compensat. De asemenea dacă se urmărește atenuarea pendulațiilor rotorului trebuie predeterminat efectul excitației variabile asupra curentului absorbit, calculul efectuîndu-se pe baza relațiilor :

$$i_d = \frac{E_0}{X_d} - U\frac{J_0}{X_d}\cos\delta_0 + 2U\frac{J_1}{X_{d,1}}\sin\delta_0\sin(\Omega_p - \varphi_1) - \tag{4.1}$$

$$- 2U\frac{J_2}{X_{d,2}}\cos\delta_0\cos(2\Omega_p t - \varphi_2) - \frac{E_1}{X_{d,1}}\sin(\Omega_p t + \alpha_1),$$

$$i_q = U\frac{J_0}{X_q}\sin\delta_0 + 2U\frac{J_1}{X_{q,1}}\cos\delta_0\sin(\Omega_p t - \psi_1) + \tag{4.2}$$

$$+ 2U\frac{J_2}{X_{q,2}}\sin\delta_0\cos(2\Omega_p t - \psi_2),$$

J_0, J_1, J_2 fiind funcțiile Bessel de speța I de argument δ_1.

Valorile parametrilor α_1 și E_1 corespunzătoare regimului de oscilații minime ale curentului sînt diferite de valorile pentru care se obține regimul cu pendulații mecanice minime.

5. ANEXE

ANEXA 1

Se consideră regimul de pendulații întreținute neatenuate, caracterizat prin următorii parametri :

$$U = 1 \text{ u.r.}; \quad E_d = 1{,}61 \text{ u.r.}; \quad \delta_0 = 50°; \quad \delta_1 = 23°; \quad f_p = 1{,}65 \text{ Hz}.$$

Expresia cuplului electromagnetic (2.10) prin introducerea parametrilor cunoscuți devine :

$$M_0 = 1{,}056 + 1{,}008\sin\Omega_p t + 1{,}07\cos\Omega_p t +$$

$$+ 0{,}131\sin 2\Omega_p t - 0{,}106\cos 2\Omega_p t. \tag{5.1}$$

Variația sa pe parcursul unei perioade de oscilație a unghiului intern are loc după curba 1, figura 5.1. Dacă se neglijează componenta M_2 redusă ca valoare, așa cum rezultă din (5.1), variația are loc după o elipsă, curba 2, abaterile față de primul caz fiind neînsemnate.

Centrul elipsei este situat pe curba cuplului mediu $M_0 = f(\delta)$, corespunzătoare regimului de pendulații și diferită de curba caracteristică regimului staționar fără pendulații, pentru care $\delta_1 = 0$.

Conform calculelor, cuplul mediu dezvoltat de motor în regim de pendulații întreținute este mai mare decît în regimul staționar fără pendulații la aceeași valoare a unghiului intern mediu. Pentru exemplificare se prezintă în figură și curbele componentei medii a cuplului pentru două

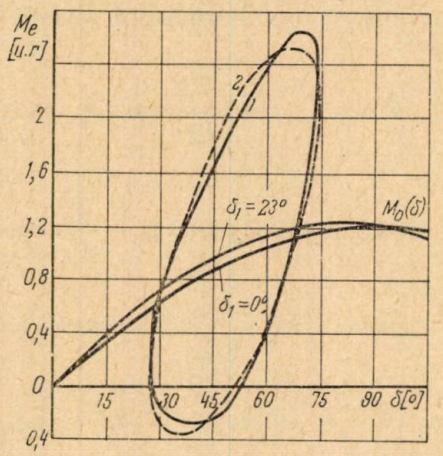


Fig. 5.1. — Variația cuplului electromagnetic corespunzătoare unei pendulații complete a roții polare.

valori ale amplitudinii unghiului intern, $\delta_1 = 0°$ și $\delta_1 = 23°$. Se constată că pentru intervalul $0° < \delta < 90°$, $M_{0(\delta_1 = 23°)} > M_{0(\delta_1 = 0°)}$.

ANEXA 2

2.1. În cazul mașinii experimentate, ținînd seama de valorile numerice ale parametrilor, cuplul dinamic raportat la cuplul nominal devine

$$M_d = -2{,}38\delta_1 \sin \Omega_p t. \tag{5.2}$$

Momentul de inerție al mașinii s-a determinat experimental $J = 6{,}83$ Nms² iar cuplul nominal este $M_n = 153$ Nm și $p = 2$.

Amplitudinile armonicilor cuplului electromagnetic, prin substituire în (2.11) — (2.15), sînt

$$\begin{aligned} M_1 \cos \gamma_1 &= 2{,}505\delta_1, \quad M_1 \sin \gamma_1 = 2{,}672\delta_1, \\ M_2 \cos \gamma_2 &= 0{,}815\delta_1^2, \quad M_2 \sin \gamma_2 = -0{,}66\delta_1^2. \end{aligned} \tag{5.3}$$

Expresiile (5.3) sînt aceleași care intervin și în (5.1), deosebindu-se numai prin faptul că δ_1 apare explicit (de exemplu, $M_1 \cos\gamma_1 = 2{,}505\delta_1 = 1{,}008$ pentru $\delta_1 = 0{,}401$ radiani, valoare corespunzătoare regimului considerat în anexa 1).

Cu acestea, ecuația de echilibru a cuplurilor (2.3) devine

$$\begin{aligned} &\delta_1 (0{,}125 \sin \Omega_p t + 2{,}672 \cos \Omega_p t) + \\ &+ \delta_1^2 (0{,}815 \sin 2\Omega_p t - 0{,}66 \cos 2\Omega_p t) = \Delta M_r (t), \end{aligned} \tag{5.4}$$

sau sub formă restrînsă

$$2{,}672\delta_1 \sin(\Omega_p t+\theta_1) + 1{,}05\delta_1^2 \sin(2\Omega_p t+\theta_2) = \Delta M_r(t). \qquad (5.5)$$

Defazajul θ_1 al fundamentalei cuplului rezistent față de fundamentala unghiului intern rezultă din (5.4) pe baza raportului amplitudinilor componentelor, $\theta_1 = \text{arc. tg } 2{,}672/0{,}125 = 87°20'$.

În regim de excitație variabilă ecuația cuplurilor (3.5) devine

$$2{,}672\delta_2 \sin(\Omega_p t + \xi_1) + 1{,}05\delta_2^2 \sin(2\Omega_p t + \xi_2) +$$

$$+ 4{,}14\, E_1 \sin(\Omega_p t + \alpha_1) + 3{,}47\, E_1\delta_2(\sin\alpha_1 \sin 2\Omega_p t - \cos\alpha_1 \cos 2\,\Omega pt) =$$

$$= 2{,}672\delta_1 \sin(\Omega_p t + \theta_1) + 1{,}05\,\delta_1^2 \sin(2\Omega_p t + \theta_2). \qquad (5.6)$$

Cunoscînd parametrii regimului inițial necompensat (în cazul nostru $\delta_1 = 0{,}401$ rad), amplitudinea de pendulare a rotorului în noul regim rezultă din egalitatea (3.7)

$$2{,}672\ \delta_2 \sin(\Omega_p t + \xi_1) = 1{,}07 \sin(\Omega_p t + \theta_1) -$$

$$- 4{,}14\, E_1 \sin(\Omega_p t + \alpha_1), \qquad (5.7)$$

pe baza relației

$$\delta_2 = \frac{\sqrt{1{,}145 + 17{,}1\, E_1^2 - 8{,}85\, E_1 \cos(\theta_1 - \alpha_1)}}{2{,}672} \qquad (5.8)$$

din care se deduc parametrii regimului de pendulații minime $\alpha_1 = \theta_1 = 87°20'$ și $E_1 = 0{,}259$ $U u.r.$ pentru care $y'(E_1) = 0$.

2.2. Expresia (5.8) permite stabilirea legii de variație a amplitudinii de pendulare a rotorului în regim de excitație variabilă funcție de parametrii α_1 și E_1.

Astfel funcția $\delta_2 = f(\alpha_1)$ este prezentată în figura 5.2 și ilustrează influența hotărîtoare a fazei componentei alternative a tensiunii induse asupra atenuării pendulațiilor rotorului. Pentru valori ale parametrului cuprinse între 0 și 360 grade, δ_2 variază între limite largi, atingînd o valoare minimă, $\delta_2 = 0$, corespunzătoare regimului de atenuare optimă.

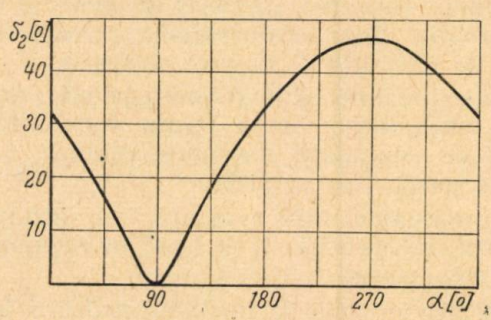


Fig. 5.2. — Influența defazajului α_1, asupra amplitudinii de pendulare a rotorului.

Influența celui de al doilea parametru asupra amplitudinii pendulațiilor se poate urmări în figura 5.3 în care se prezintă caracteristica $\delta_2 = f(E_1)$ calculată la defazaj optim.

Curba 1 corespunde utilizării pulsațiilor sinusoidale iar curba 2 pulsațiilor dreptunghiulare, deosebindu-se între ele în principal prin valoarea tensiunii induse la care se produce regimul de pendulații minime.

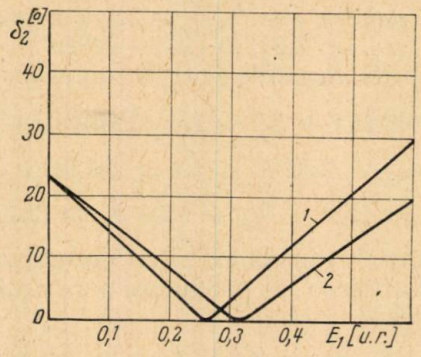


Fig. 5.3. — Influența tensiunii induse E_1 asupra amplitudinii de pendulare a rotorului în cazul pulsațiilor de comandă sinusoidale, curba 1 și dreptunghiulare, curba 2.

Urmează că stabilirea corectă a valorilor parametrilor α_1 și E_1 conduce la determinarea unui regim de oscilații minime ale rotorului. În schimb alegerea lor necorespunzătoare poate amplifica oscilațiile din regimul necompensat înrăutățind funcționarea mașinii.

ANEXA 3

Determinările experimentale au fost efectuate pe o mașină cu parametrii : $P = 24$ kw, $U = 220/380$V, $\cos \varphi = 1$, $n = 1\,500$ rot/min. Cuplul rezistent la arbore, variabil periodic în timp, a fost modelat prin excitarea generatorului de curent continuu, acționat de motorul sincron, cu o tensiune variabilă periodic. S-au oscilografiat : curentul absorbit, unghiul intern și curentul de excitație al mașinii sincrone.

În figura 5.4*a* se prezintă oscilograma mărimilor din regimul de pendulații întreținute neatenuate iar în figura 5.4*b* oscilograma acelorași mărimi în regimul de pendulații mecanice minime, excitația variabilă fiind modulată prin pulsații sinusoidale.

Eficacitatea procedeului este evidentă. Amplitudinea de pendulare a rotorului se reduce substanțial, $\delta_1 = 14{,}4°$ în regimul inițial devenind $\delta_{1(2)} \simeq 2{,}75°$ după compensare.

Rezultate similare se obțin și în cazul utilizării impulsurilor dreptunghiulare. Astfel pornindu-se de la regimul inițial neatenuat, $\delta_1 = 15°$ figura 5.5*a* se ajunge prin forțarea ritmică a excitației la regimul de pendulații minime, $\delta_{1(2)} \simeq 2°$ figura 5.5*b*.

Indiferent deci de forma pulsațiilor utilizate — sinusoidale sau dreptunghiulare — excitația variabilă, permite reducerea pendulațiilor rotorului pînă la limita neglijării lor.

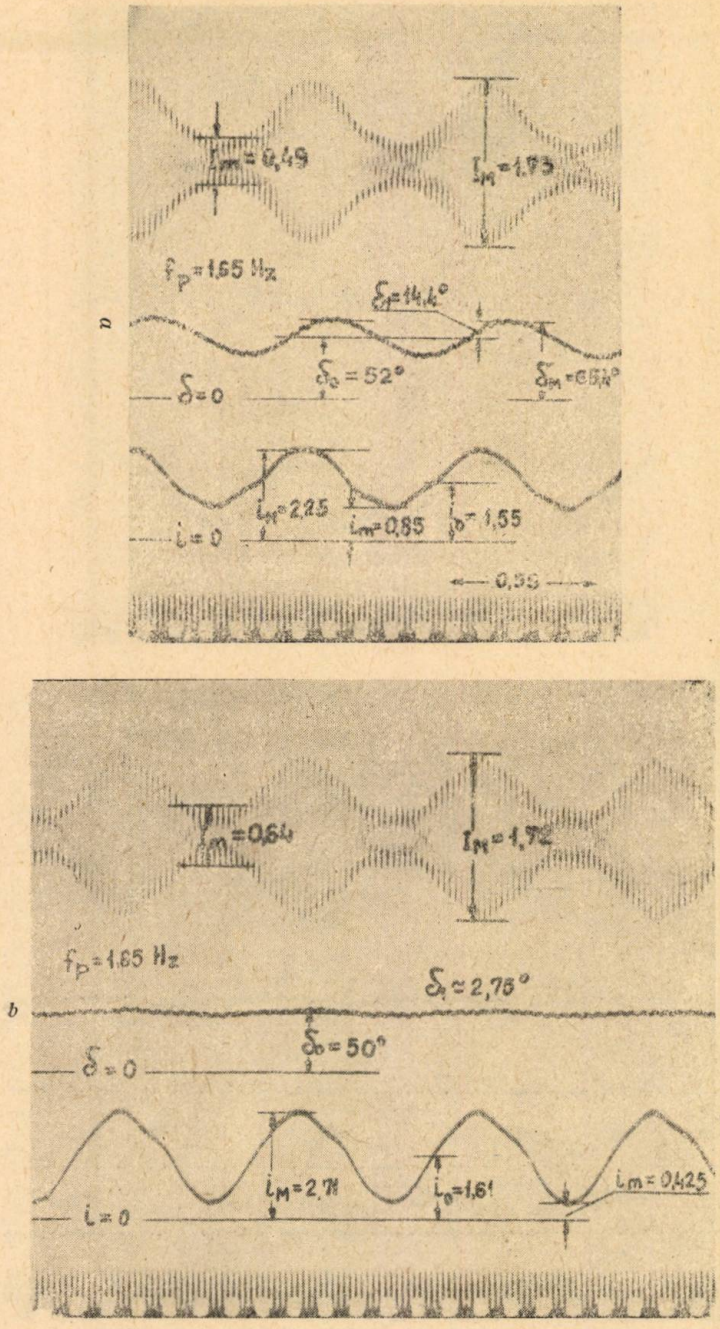


Fig. 5.4. — Oscilograma curentului prin indus, unghiului intern şi curentului de excitaţie:
a) — în regim de pendulaţii întreţinute neatenuate;
b) — în regim de excitaţie variabilă comandată prin pulsaţii sinusoidală şi pendulaţii mecanice minime.

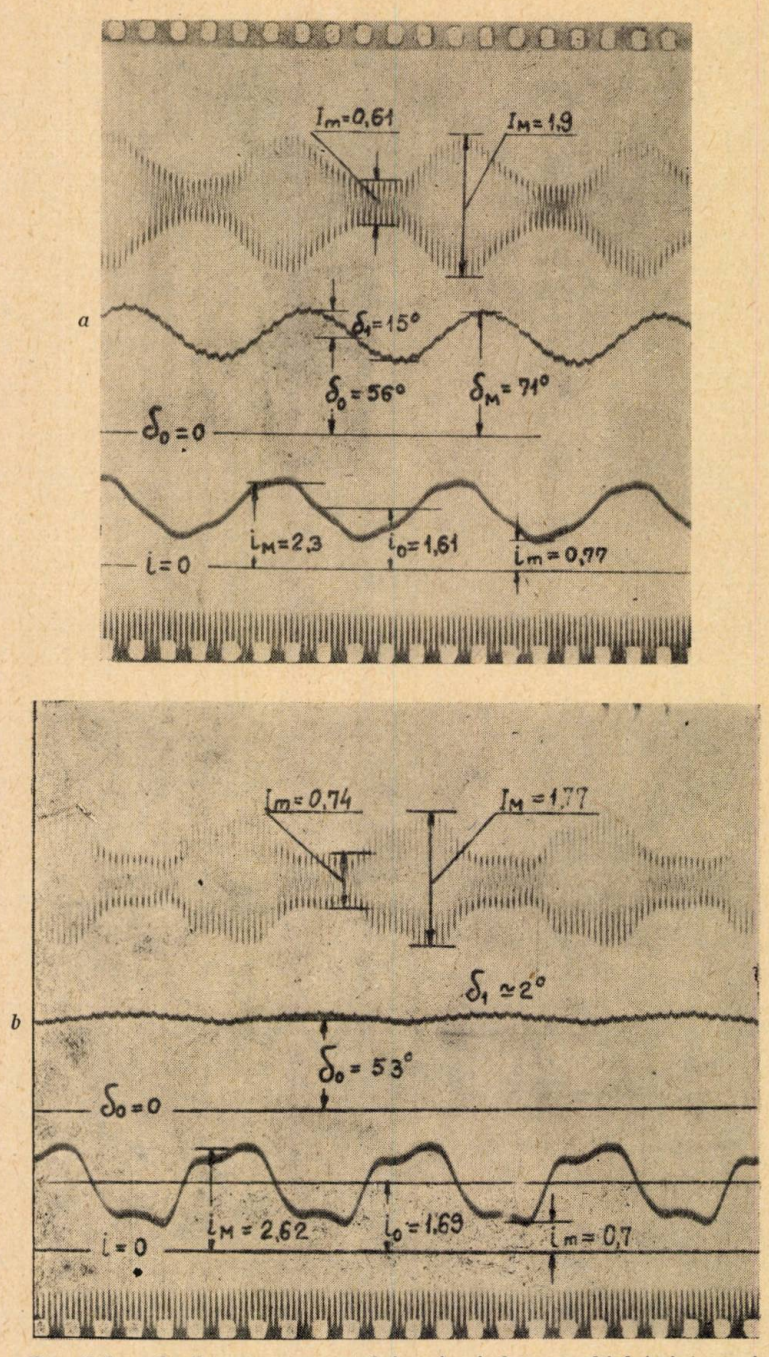


Fig. 5.5. — Oscilograma curentului prin indus, unghiului intern şi curentului de excitaţie:
a) — în regim de pendulaţii întreţinute neatenuate;
b) — în regim de excitaţie variabilă comandată prin pulsaţii dreptunghiulare şi pendulaţii mecanice minime.

Confirmînd integral rezultatele analitice, determinările experimentale justifică prin urmare ipotezele de calcul acceptate inițial.

6. CONCLUZII

6.1. Excitația variabilă periodic permite combaterea eficientă a efectelor dăunătoare ce însoțesc funcționarea motorului sincron în regim de sarcină pulsatorie. Pendulațiile mecanice ale rotorului pot fi reduse pînă la limita neglijării lor totale asigurîndu-se mașinii un mers liniștit.

6.2. Determinările experimentale au confirmat calculele analitice și evidențiat aplicabilitatea practică a procedeului. Existența unor abateri între rezultatele obținute pe cele două căi, — teoretic regimul de atenuare optimă corespunde amplitudinii de pendulare nulă, experimental acestui regim i-au corespuns amplitudini neglijabile dar diferite de zero — se atribuie ipotezelor simplificatoare acceptate în calcul; în timp ce calculul corespunde unei mașini idealizate, determinările experimentale s-au făcut pe o mașină reală.

6.3. Într-o lucrare anterioară [5] s-a demonstrat posibilitatea atenuării oscilațiilor curentului care însoțesc pendulațiile mecanice ale rotorului, prin același procedeu. Analiza arată că realizarea simultană a regimurilor de oscilații minime pentru curent și unghiul intern nu este posibilă, fiecărui regim fiindu-i caracteristici alți parametri ai t.e.m. variabile induse, defazaj și amplitudine, dar că atenuarea optimă a oscilațiilor fie numai pentru curent fie numai pentru unghiul intern afectează într-o anumită măsură și legea de variație a celuilalt.

LISTA NOTAȚIILOR

$k_{1,2,3,4}$ — constantele din ecuația de echilibru al cuplurilor (3.5), avînd următoarele expresii:

$$k_1 = \frac{\sqrt{(M_1 \cos \gamma_1 + M_f)^2 + (M_1 \sin \gamma_1)^2}}{\delta_1},$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{(M_2 \cos \gamma_2)^2 + (M_2 \sin \gamma_2)^2}}{\delta_1^2},$$

$$k_3 = \frac{U \sin \delta_0}{x_{d,1}}, \qquad k_3' = \frac{8\, U \sin \delta_0}{\pi^2 x_{d,1}}, \qquad k_4 = \frac{U \cos \delta_0}{2\, x_{d,1}},$$

$\theta_{1,2}$ — defazajele armonicelor cuplului rezistent față de curba unghiului interior

$$\theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{M_1 \sin \gamma_1}{M_1 \cos \gamma_1 + M_f}, \qquad \theta_2 = \operatorname{arctg} \frac{M_2 \sin \gamma_2}{M_2 \cos \gamma_2},$$

BIBLIOGRAFIE

1. C. BĂLĂ, P. OPRIȘAN, *Undamped oscillations of synchronous machine*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotehn. et Energ., Ed. de l'Académie, **11**, *2*, 167—181 (1966).
2. H. FISCHER, R. PENSELER, D. RUMPEL, *Einsteuerung der Polradstellung bei Synchron — Kompressormotoren unter Last*, ETZ—A, **85**, *3*, 65—81 (1964).
3. E. IA. KAZOVSKII, *Perehodnîe proțessî v elektriceskih mașinah peremennogo toka*, Iz. Akademii nauk SSSR., Moskva-Leningrad 1962.
4. V. N. NEDELCU, *Influența pendulării rotorului mașinii sincrone cu poli aparenți asupra curenților statorului*, Comunicările Academiei, **VI**, *7*, 863—870, (1956).
5. P. OPRIȘAN, *Recherches sur le fonctionnement du moteur synchrone en régime d'oscillations entretenues et d'excitation periodiquement variable*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., Ed. de l'Académie, **13**, *2*, 245—253 (1968).
6. R. P. PARK, *Two reaction theory of synchronous machines*, TAIEE, *48*, 716 (1929).
7. I. D. URUSOV, L. N. FEDULOV, V. F. FEDOROV, *Iskusstvennoe dempfirovanie v moscinîh sinhronnîh mașinah*, Elektricestvo, *7*, 13—18 (1961).

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MOTORULUI UNIVERSAL CU COLECTOR

DE

AL. FRANSUA şi L. CONSTANTINESCU

621.313.14

În lucrare se reiau cîteva aspecte ale teoriei generale a motorului universal cu colector, susceptibile la simplificări din punct de vedere practic, în speţă din punctul de vedere al proiectării acestui tip de motor electric. Se propun şi se justifică cîteva ipoteze simplificatoare care nu alterează corectitudinea rezultatelor, dar care conduc la o economie de calcul şi la o facilitare a acestuia.

Lucrarea vine în sprijinul proiectanţilor de micromotoare electrice, permiţîndu-le o abordare a proiectării motorului universal cu colector de pe premize noi, premize care elimină etape de calcul laborioase şi neesenţiale.

Motorul universal cu colector a căpătat în ultimii ani o largă utilizare în cele mai variate acţionări electrice şi, mai ales, în industria electrocasnică. Creşterea vertiginoasă a procentului de motoare de acest tip în contextul producţiei electrotehnice naţionale din diferite ţări dezvoltate din punct de vedere tehnic, a ridicat problema optimizării proiectării motorului universal un colector şi implicit a declanşat o activitate de cercetare teoretică şi practică. Pe această linie se înscrie şi lucrarea de faţă.

Schema de principiu a motorului universal cu colector este reprezentată în figura 1, în care s-a notat prin litera A înfăşurarea rotorică, prin E — înfăşurarea statorică de excitaţie, prin p — periile şi, în continuare: U_N — tensiunea nominală de alimentare, I_N — curentul nominal absorbit de la reţeaua de alimentare, n_N — turaţia nominală a motorului, γ — unghiul de decalaj al periilor din axa neutră (a cărui valoare creşte proporţional cu turaţia motorului şi care este standardizat la 15°, 30°, 45°).

Pentru explicitarea influienţei decalării periilor din axa neutră asupra funcţionării motorului, s-a reprezentat în figura 2. *a* o secţiune transversală prin maşina reală, cu periile decalate cu unghiul γ din axa neutră, iar în figura 2. *b* o secţiune transversală printr-o maşină echivalentă, cu periile plasate în axa neutră.

Se ia în consideraţie pentru simplitate o maşină cu doi poli de excitaţie, cu bobina polară formată din w_e spire. Dacă solenaţia produsă de o bobină se notează $\theta_e = w_e I_e$, atunci solenaţia totală de excitaţie va fi $2\,\theta_e = 2\,w_e I_e$.

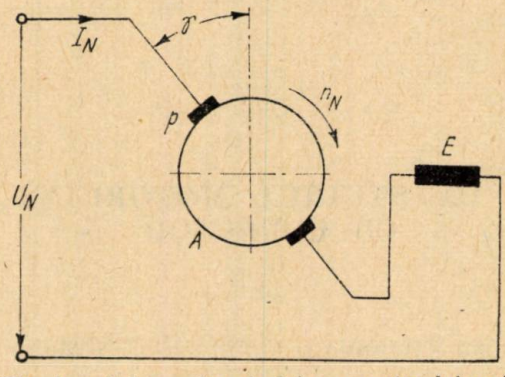


Fig. 1. — Schema de principiu a motorului universal cu colector.

Decalarea periilor din axa neutră cu un unghi γ, conduce la apariţia unei solenaţii de reacţie, care poate acţiona adiţional sau diferenţial faţă de solenaţia de excitaţie, în funcţie de sensul în care se decalează periile (pentru un acelaşi sens de rotaţie). Pentru sensul de decalare al periilor reprezentat în figura 2. *a*, solenaţia de reacţie acţionează diferen-

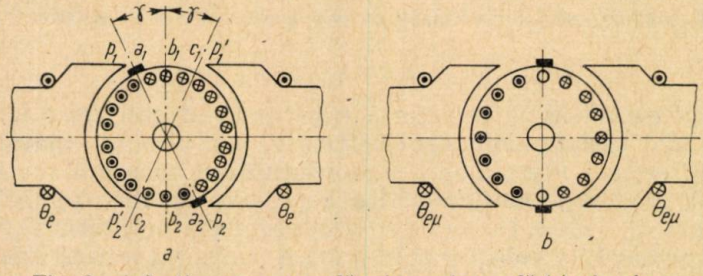


Fig. 2. — Secţiune transversală prin maşina reală (a) şi prin cea echivalentă (b).

ţial, fiind în consecinţă o solenaţie demagnetizantă. Această solenaţie, notată θ_γ, este produsă de spirele a_1a_2, b_1b_2 şi c_1c_2, cuprinse între axele p_1p_2 şi $p_1'p_2'$ şi parcurse de curentul unic $I_A = I_e = I$. Solenaţia demagnetizantă de reacţie θ_γ slăbeşte solenaţia de excitaţie, solenaţia rezultantă devenind $2\,\theta_{e\mu} = 2\,\theta_e - \theta_\gamma$.

Pe baza acestor consideraţii se poate imagina uşor o maşină echivalentă, cu periile plasate în axa neutră şi ale cărei bobine de excitaţie parcurse de acelaşi curent I produc o solenaţie fictivă, echivalentă, $2\,\theta_{e\mu}$. Echivalarea celor două maşini este posibilă prin modificarea numărului conductoarelor rotorice în modul următor: dacă N este numărul conductoarelor rotorice ale maşinii reale, atunci maşina echivalentă urmează a fi prevăzută cu un număr de conductoare rotorice egal cu diferenţa

dintre N și conductoarele care participă la formarea spirelor de reacție a_1a_2, b_1b_2 și c_1c_2. Noul număr de conductoare echivalente va fi $N_\gamma = N \cos \gamma$, ceea ce conduce la modificarea valorii t.e.m. de rotație induse în înfășurarea rotorică și a cuplului electromagnetic. Din relațiile cunoscute :

$$E = \frac{p}{a} N n \Phi, \tag{1}$$

și

$$M = \frac{p}{2\pi a} N I \Phi, \tag{2}$$

modificînd numărul conductoarelor rotorice din N în $N_\gamma = N \cos \gamma$, rezultă expresiile t.e.m. și cuplului electromagnetic echivalent :

$$E_\gamma = E \cos \gamma \tag{1.a}$$

și

$$M_\gamma = M \cos \gamma. \tag{2.a}$$

Se poate remarca că solenația de excitație echivalentă, $2\theta_{e\mu}$, produsă de bobinele statorice, este influențată de mărimi ale înfășurării rotorice originale, respectiv de solenația de reacție θ_γ.

Pe baza celor expuse pînă acum, în vederea scrierii ecuațiilor de funcționare și a determinării diagramei de fazori, se poate imagina o schemă de principiu detaliată, reprezentată în figura 3, în care :

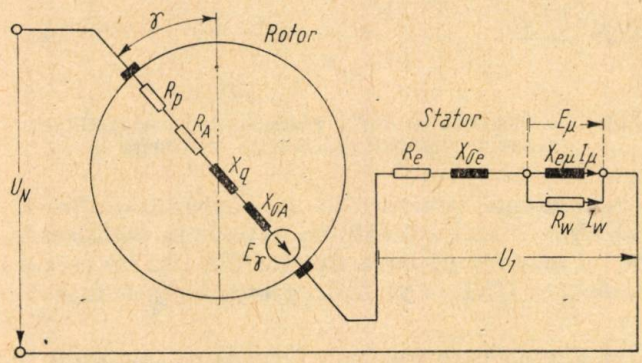


Fig. 3. — Schemă de principiu detaliată a motorului universal cu colector.

R_p este rezistența contactului alunecător perie-colector ;
R_A — rezistența înfășurării rotorice ;
X_q — reactanța corespunzătoare reacției transversale a rotorului ;
$X_{\sigma A}$ — reactanța de dispersie a rotorului ;
E_γ — t.e.m. de rotație indusă în înfășurarea rotorică, cu corecția datorită decalării periilor din axa neutră cu unghiul γ ;
R_e — rezistența înfășurării de excitație (statorice) ;
$X_{\sigma e}$ — reactanța de dispersie a statorului ;
$X_{e\mu}$ — reactanța de magnetizare a statorului și rotorului (fluxul util este determinat atît de solenația de excitație cît și de solenația de reacție demagnetizantă longitudinală) ;
R_w — rezistența fictivă echivalentă a pierderilor din fierul statorului ;

$I_A = I_e = I_N$ — intensitatea curentului absorbit;
U_N — tensiunea reţelei de alimentare;
I_μ — componenta de magnetizare a curentului absorbit;
E_μ — t.e.m. indusă prin transformare de către fluxul util;
U_1 — tensiunea aplicată statorului.

Pe baza schemei echivalente generalizate din figura 3, se poate construi diagrama de fazori generalizată, reprezentată în figura 4.

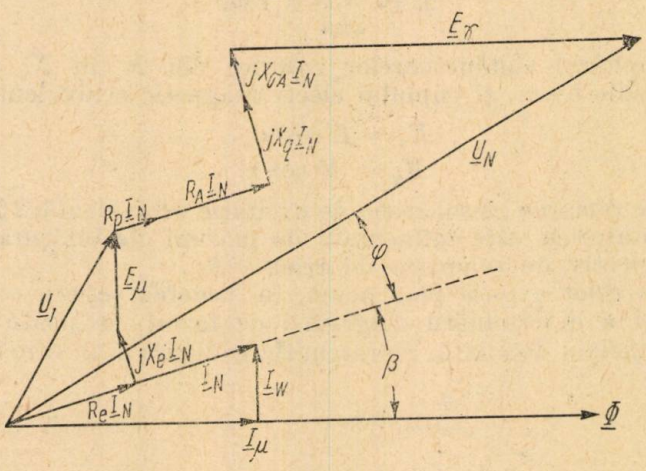


Fig. 4. — Diagrama de fazori generalizată, corespunzătoare schemei de principiu generalizate din figura 3.

Schema echivalentă generalizată şi diagrama de fazori corespunzătoare comportă simplificări admisibile, expuse în continuare şi care sînt ilustrate la modul concret pe baza datelor din fişa de calcul a motorului universal cu colector UNI — 34 A de proveniență franceză, de care am amintit:

a) O primă simplificare constă în neglijarea unghiului β (fig. 4), format de fazorul intensităţii curentului absorbit I_N şi de fazorul componentei de magnetizare a acestuia I_μ. Neglijarea unghiului β este admisă (valoarea acestuia reprezintă cîteva grade) şi se datoreşte neglijării componentei wattate a curentului absorbit I_w, în comparaţie cu componenta de magnetizare I_μ, ceea ce se traduce prin asimilarea componentei de magnetizare cu însuşi curentul absorbit, $I_\mu \approx I_N$. Calculînd sin β cu datele din fişa de calcul, rezultă:

$$\sin\beta = \frac{I_W}{I_N} = \frac{I_W E_\mu}{I_N E_\mu} = \frac{P_{Fee}}{I_N E_\mu} = \frac{R_{Fee} I_N}{I_N E_\mu} = \frac{R_{Fee} I_N^2}{E_\mu} = \frac{\Delta U_{Fee}}{E_\mu} = \frac{3{,}9}{51} = 0{,}0765.$$

Rezultă $\beta \approx 5°$, deci neglijarea lui este justificată;

b) O a doua simplificare constă în înlocuirea schemei serie-paralel a înfăşurării de excitaţie (fig. 5.*a*), printr-o schemă echivalentă serie (fig. 5.*b*) posibilă în ipoteza $X_{e\mu}^2 \ll R_w^2$.

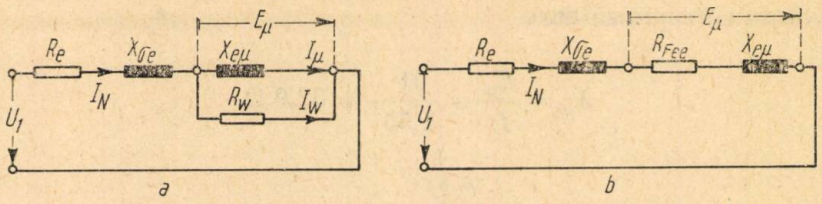


Fig. 5. — Schema echivalentă a înfășurării de excitație.

Într-adevăr, dacă neglijarea mărimii R_w^2 în comparație cu $X_{e\mu}^2$ este justificată, atunci impedanța echivalentă a circuitului din figura 5. *a* care are expresia

$$Z_{we\mu} = \frac{R_w \, jX_{e\mu}}{R_w + jX_{e\mu}} = \frac{jX_{e\mu} R_w (R_w - jX_e)}{R_w^2 + X_{e\mu}^2} = \frac{X_{e\mu}^2}{R_w^2 + X_{e\mu}^2} R_w + j \frac{R_w^2}{R_w^2 + X_{e\mu}^2} X_{e\mu}, \tag{4}$$

poate fi exprimată sub forma

$$Z_{we\mu} \approx \frac{X_{e\mu}^2}{R_w} + jX_{e\mu} = R_{Fee} + jX_{e\mu}, \tag{5}$$

deoarece pentru $X_{e\mu}^2 \ll R_w^2$, rezultă evident

$$\frac{X_{e\mu}^2}{R_w^2 + X_{e\mu}^2} R_w \approx \frac{X_{e\mu}^2}{R_w^2} R_w = \frac{X_{e\mu}^2}{R_w} = \frac{P_{Fee}}{I_N^2} = R_{Fee}, \tag{6}$$

și

$$j \frac{R_w^2}{R_w^2 + X_{e\mu}^2} X_{e\mu} \approx j \frac{R_w^2}{R_w^2} X_{e\mu} = jX_{e\mu}. \tag{7}$$

Justificarea ipotezei simplificatoare $X_{e\mu}^2 \ll R_w^2$ rezultă din fișa de calcul a motorului UNI — 34 A, în care

$$P_{Fee} = \Delta U_{Fee} I_N = 3{,}9 \cdot 1{,}55 = 6{,}04 \text{ W},$$

și cum $E_\mu = 51$ V, rezultă

$$R_w = \frac{E_\mu^2}{P_{Fee}} = \frac{51^2}{6{,}04} = 430\,0\,\Omega.$$

Dacă componenta wattată a curentului este

$$I_w = \frac{E_\mu}{R_w} = \frac{51}{4300} = 0{,}01185 \text{ A},$$

componenta de magnetizare va fi

$$I_\mu = \sqrt{I_N^2 - I_w^2} = \sqrt{1{,}55^2 - 1{,}185^2 \cdot 10^{-4}} \approx 1{,}55 \text{ A} = I_N$$

şi reactanţa corespunzătoare

$$X_{e\mu} = \frac{E_\mu}{I_\mu} = \frac{51}{1{,}55} = 32{,}9\ \Omega.$$

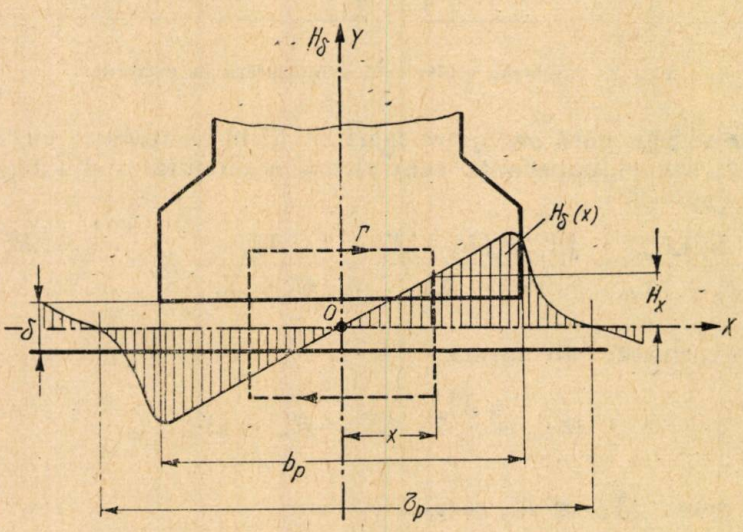


Fig. 6. — Secţiune transversală desfăşurată, printr-o piesă polară statorică.

Raportul pătratelor celor două mărimi este

$$\frac{X_{e\mu}^2}{R_w^2} = \frac{1{,}08 \cdot 10^3}{18{,}4 \cdot 16} = 5{,}87 \cdot 10^{-5},$$

sau pentru determinarea erorii de calcul rezultate în urma simplificării, din raportul

$$\frac{R_w^2}{R_w^2 + X_{e\mu}^2} = \frac{18{,}6 \cdot 10^6}{18{,}4 \cdot 10^6 + 1{,}08 \cdot 10^3} \approx 0{,}9999,$$

se constată şi mai evident că valoarea acesteia de $1/10^4$ este cu totul neglijabilă ;

c) O a treia şi ultimă ipoteză simplificatoare utilizată în lucrarea de faţă, se construieşte pe baza neglijării reactanţelor X_q, $X_{\sigma A}$ şi X'_{σ_e}.

Pentru calcularea reactanţei X_q corespunzătoare reacţiei transversale a rotorului, se aplică legea circuitului magnetic unui contur închis Γ, străbătînd de două ori întrefierul la distanţa x în dreapta şi în stînga axei de simetrie a unui pol statoric, contur care se închide după cum se vede în figura 6, prin piesa polară şi prin fierul rotorului.

Pentru secțiunea piesei polare statorice reprezentate în figura 6, s-au utilizat următoarele notații :

δ este grosimea întrefierului ;
b_p — lățimea piesei polare desfășurate, la granița cu întrefierul ;
τ_p — pasul polar desfășurat ;
H_δ — intensitatea cîmpului magnetic în întrefier ;
H_x — intensitatea locală a cîmpului magnetic din întrefier, la cota x, în dreptul punctului de frontieră prin care latura conturului Γ străbate întrefierul.

În continuare, se presupun îndeplinite următoarele condiții :
— întrefierul este uniform sub piesa polară ;
— intensitatea cîmpului magnetic în întrefier satisface condiția de simetrie $H_\delta(x) = -H_\delta(-x)$;
— permeabilitatea magnetică a fierului se presupune a fi infinită în comparație cu cea a aerului, ceea ce atrage după sine neglijarea intensității cîmpului magnetic din fier în comparație cu valoarea acesteia din aer ;
— se consideră mașina funcționînd în regim nesaturat, ceea ce presupune existența unei distribuții a intensității cîmpului magnetic din întrefier ca cea din figura 6.

Legea circuitului magnetic $\oint_\Gamma \overline{H}\,\overline{ds} = \theta$, aplicată conturului închis Γ, se scrie în aceste condiții sub următoarea formă

$$2H_{\delta x}\delta = \theta_{ax}. \tag{8}$$

Dacă N este numărul total al conductoarelor din componența spirelor înfășurării rotorice, atunci numărul de conductoare cuprinse în interiorul conturului Γ va fi $N_\Gamma = \frac{N}{\pi D} 2x$, în care D este diametrul exterior al rotorului.

Dacă curentul total absorbit de înfășurarea rotorică este I_A, iar numărul căilor de curent în paralel este $2a$, atunci $I_a = \frac{I_A}{2a}$ va fi valoarea intensității curentului dintr-o cale de curent, curent care străbate deci conductoarele rotorice și în consecință, solenația θ_{ax} are expresia

$$\theta_{ax} = \frac{N}{\pi D} 2xI_a = \frac{N}{\pi D} 2x \frac{I_A}{2a} = \frac{NI_A}{\pi Da} x. \tag{9}$$

Intensitatea cîmpului magnetic în dreptul abscisei x capătă în acest caz valoarea

$$H_{\delta x} = \frac{N I_A}{2 \pi a \delta D} x. \tag{10}$$

Energia magnetică localizată în întrefier în dreptul unui pol are expresia

$$W_{mp} = \int_V \frac{BH}{2} dv, \tag{11}$$

care aplicată în situaţia prezentată în figura 6, devine

$$W_{mp} = 2\int_V \frac{BH}{2}\,dv = 2\int_0^{\frac{b_p}{2}} \frac{\mu_0 H_{\delta x}^2}{2}\, l\delta\, dx, \tag{11.a}$$

deoarece $B_{\delta x} = \mu_0 H_x$, iar elementul de volum este $dv = l\delta\, dx$.

Înlocuind din (10) expresia intensităţii cîmpului magnetic în (11.a) şi integrînd, se obţine succesiv

$$W_{mp} = 2\,\frac{\mu_0 l\delta}{2}\cdot\frac{N^2 I_A^2}{4\pi^2 a^2 \delta^2 D^2}\int_0^{\frac{b_p}{2}} x^2\,dx = \frac{\mu_0 l N^2 I_A^2 b_p^3}{4\pi^2 a^2 D\delta 24}, \tag{11.b}$$

iar energia magnetică localizată în întreg întrefierul maşinii, rezultă a fi

$$W_m = 2p\,W_{mp} = \frac{p\,\mu_0 l N^2 I_A^2 b_p^3}{48\,\pi^2 a^2 D^2 \delta}. \tag{12}$$

Dar între energia magnetică localizată în întrefier şi inductivitatea transversală a maşinii, există relaţia

$$W_m = \frac{1}{2} L_q I_A^2. \tag{13}$$

Înmulţind ambii membri cu ω, şi cum $\omega L_q = X_q$, se obţine din (12) şi (13) expresia reactanţei X_q, şi anume

$$X_q = \frac{\pi f p\,\mu_0 l N^2 b_p^3}{12\,\pi^2 a^2 D^2 \delta}. \tag{14}$$

Dar $b_p = \alpha_i \tau_p$, în care $\alpha_i \approx 0{,}7$ este coeficientul de acoperire polar care aproximează distribuţia liniilor de forţă ale cîmpului magnetic din întrefier în dreptul tălpii polare, iar $\tau_p = \frac{\pi D}{2p}$ este pasul polar.

Cum pe de altă parte numărul de spire al înfăşurării rotorice este $w_A = k w_{sA} = \frac{N}{2}$, în care k este numărul de lamele de colector iar w_{sA} este numărul de spire din componenţa unei secţii a înfăşurării rotorice, rezultă relaţiile :

$$\pi^2 D^2 = 4p^2 \tau_p^2,$$
$$N = 2\,w_A = 2k\,w_{sA},$$

care înlocuite în (14), conduc la o nouă expresie a reactanţei X_q şi anume

$$X_q = \frac{\pi f \mu_0}{12}\cdot\frac{l k^2 w_{sA}^2 \alpha_i^3 \tau_p}{a^2 \delta p} = k_{xq}\frac{l k^2 w_{sA}^2 \alpha_i^3 \tau_p}{a^2 \delta p}, \tag{14.a}$$

în care prin k_{xq} s-a notat raportul constant

$$k_{xq} = \frac{\pi f \mu_0}{12} = \frac{\pi 50 \cdot 4\ \pi 10^{-7}}{12} = 1{,}65{,}10^{-5}\text{H/ms}.$$

Cu datele din fișa de calcul a motorului studiat, în care : $l = L =$ $= 4$ cm, $\alpha_i = 2/3$, $\tau_p = \frac{\pi D}{2} = \frac{\pi \cdot 3{,}4}{2} = 5{,}34$ cm, $\delta = 0{,}45$ mm, $2a = 2{,}2\ p = 2$, $k = 24$, $w_{sA} = 28$, rezultă $X_q = 10{,}4\ \Omega$ și deci $E_q = X_q I_N = 10{,}4 . 1{,}55 =$ $16{,}2$ V.

Calculele s-au efectuat în ipoteza funcționării mașinii în regim nesaturat. În realitate mașina funcționează în regim saturat, în zona neliniară

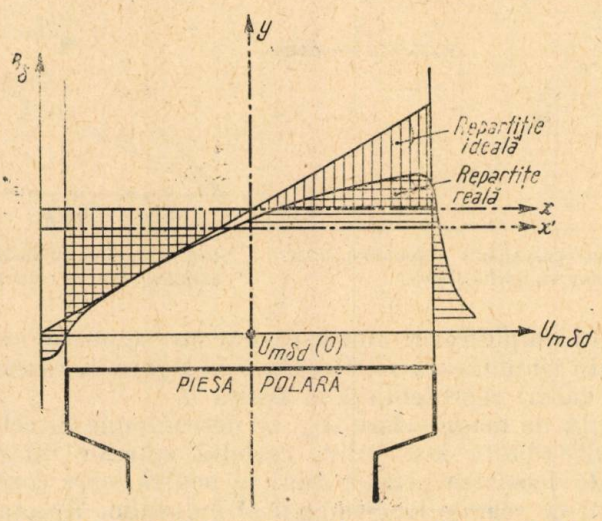


Fig. 7. — Repartiția inducției magnetice în întrefier în dreptul piesei polare.

a caracteristicii de magnetizare, situație care schimbă substanțial rezultatele integrării. Energia magnetică localizată în întrefier în dreptul piesei polare, proporțională cu suprafața mărginită de curba de magnetizare, va fi mult mai redusă decît în cazul precedent (fig. 7). Calculînd reactanța X_q în condiții reale de funcționare, care presupun prezența saturației circuitului magnetic, se obțin pentru aceasta valori apreciate la circa 40% din valoarea obținută în ipoteza neglijării saturației (1).

Pe baza acestor considerații, se poate aproxima reactanța $X_q \approx 5\Omega$ (și implicit t.e.m. $E_q \approx 7{,}7$ V), a cărei valoare corectată justifică neglijarea ei.

Neglijarea reactanțelor de dispersie ale statorului și rotorului este deasemenea justificată. Deoarece factorul de dispersie se aproximează în (2) la valoarea $\sigma = 1{,}05$, reactanța de dispersie a statorului va fi $X_{\sigma e} =$ $= 0{,}05\ X_{e\mu} = 0{,}05 . 32{,}9 = 1{,}645\ \Omega$, deci reprezintă doar cinci sutimi din reactanța de magnetizare $X_{e\mu}$.

În privinţa neglijării reactanţei de dispersie a rotorului, se calculează în prealabil conform (2) şi (3), căderea de tensiune corespunzătoare acestei reactanţe (în care $\lambda_s = 2{,}2$) şi anume

$$E_{\sigma A} = \frac{2\pi\lambda_s}{2a \cdot 2p} f l I_N w_A^2 = \frac{2\pi 2{,}2}{2.2} 50.4.1{,}55.670^2.10^{-8} = 2{,}45\text{V}, \quad (15)$$

valoare neglijabilă în comparaţie cu cea a t.e.m. de rotaţie şi care conduce şi la o valoare a reactanţei de dispersie $X_{\sigma A} = E_{\sigma A}/I_A = 2{,}45/1{,}55 = 1{,}58\ \Omega$, neglijabilă şi aceasta în comparaţie cu valoarea reactanţei de magnetizare $X_{e\mu}$.

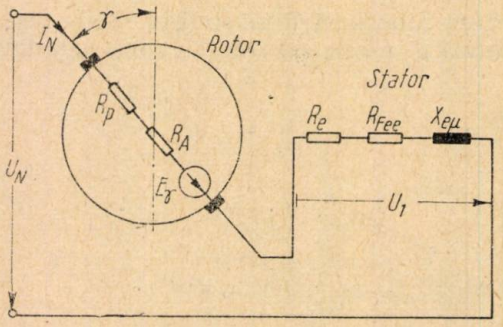


Fig. 8. — Schema echivalentă după adoptarea ipotezelor simplificatoare.

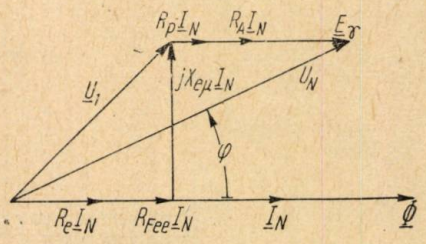


Fig. 9. — Diagrama de fazori corespunzătoare schemei echivalente din figura 8.

Adoptînd simplificările motivate mai sus, se poate construi o schemă echivalentă simplificată reprezentată în figura 8, căreia îi corespunde diagrama de fazori reprezentată în figura 9.

Reactanţa de magnetizare $X_{e\mu}$, se descompune în cele două componente, una distribuită statorului, cealaltă spirelor înfăşurării rotorice determinate de decalarea periilor din axa neutră, care contribuie la generarea cîmpului de reacţie longitudinal al indusului. Reactanţa circuitului maşinii va fi

$$X_{e\mu} = X_{ee} - 2X_{eA} + X_{AA},$$

în care X_{ee} este reactanţa proprie a înfăşurării de excitaţie, X_{AA} este reactanţa proprie a porţiunii din înfăşurarea rotorică care participă la formarea cîmpului de reacţie longitudinal, iar X_{eA} este reactanţa mutuală dintre cele două înfăşurări considerate.

Deoarece însă reactanţele sînt proporţionale cu patratul numărului de spire al înfăşurării considerate, şi cum numărul de spire w_e al înfăşurării statorice de excitaţie este sensibil mai mare decît numărul de spire rotorice de reacţie w_{Ar}, din relaţiile cunoscute

$$\frac{X_{ee}}{w_e^2} = \frac{X_{eA}}{w_e w_{Ar}} = \frac{X_{AA}}{w_{Ar}^2},$$

rezultă următoarele inegalităţi între reactanţe:

$$X_{ee} > X_{eA} \quad \text{şi} \quad X_{eA} > X_{AA}.$$

Notînd $X_{e\mu e} = X_{ee} - X_{eA}$ și $X_{e\mu A} = X_{eA} - X_{AA}$, rezultă descompunerea reactanței globale de magnetizare

$$X_{e\mu} = X_{e\mu e} - X_{e\mu A},$$

descompunere care permite o nouă reprezentare a schemei echivalente simplificate (vezi fig. 10) și a diagramei de fazori corespondente (fig. 11).

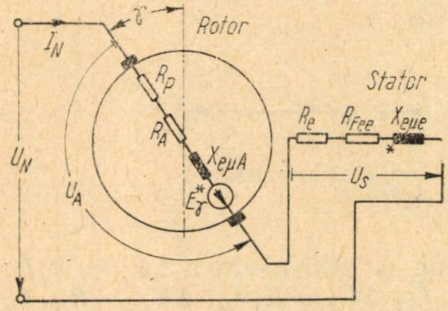


Fig. 10. — O nouă formă de reprezentare a schemei echivalente de la figura 8.

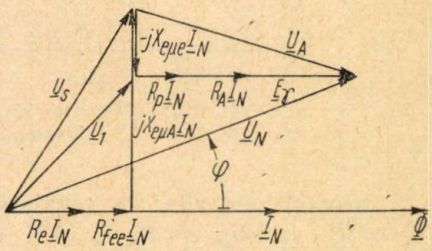


Fig. 11. — Diagrama de fazori corespunzătoare schemei echivalente de la figura 10.

Schema echivalentă și diagrama de fazori se mai pot reprezenta într-o formă nouă, dacă se procedează la descompunerea t.e.m. în componentele ei. Pentru aceasta, se scrie bilanțul puterilor din rotor : $P_A = P_m + P_{FeA} + P_{2N}$, în care P_m sînt pierderi mecanice, P_{FeA} — pierderi în fierul rotoric, iar P_{2N} — puterea utilă nominală dezvoltată la arbore. Aceste puteri pot fi puse sub forma unor pierderi echivalente Joule, de forma RI^2, utilizînd implicit rezistențe echivalente, și anume : $P_m = M_m\,\Omega = R_m I_N^2$, $P_{FeA} = R_{FeA} I_N^2$ și $P_{2N} = M_{2N}\,\Omega = R_{2N} I_N^2$. Cum pe de altă parte $P_A = E_\gamma I_N$, rezultă $E_\gamma = R_m I_N + R_{FeA} I_N + R_{2N} I_N$. Schema echivalentă completă

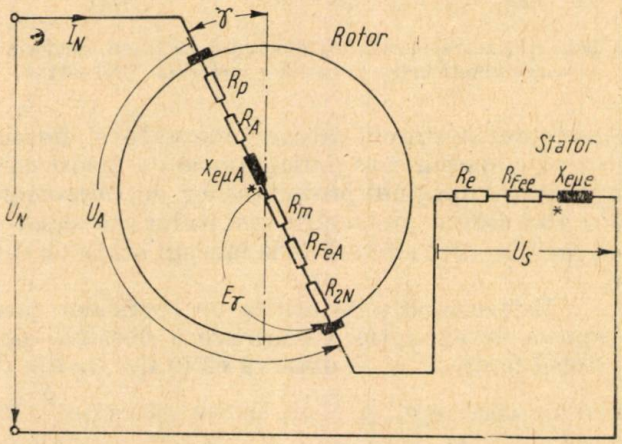


Fig. 12. — Schema echivalentă de la figura 10, cu explicitarea reactanței $X_{e\mu A}$.

capătă aspectul redat în figura 12, iar diagrama de fazori corespunzătoare este redată în figura 13.

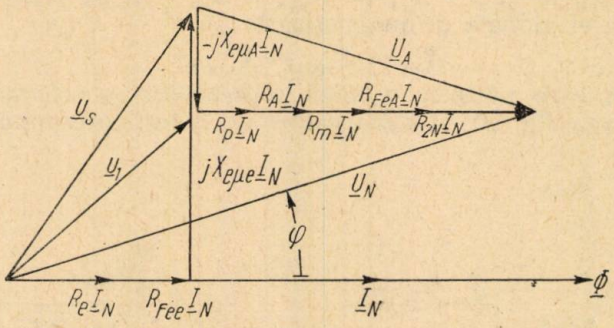


Fig. 13. — Diagrama de fazori corespunzătoare schemei echivalente de la figura 12.

Notînd căderile de tensiune reale şi echivalente : $\Delta U_p = R_p I_N$, $\Delta U_e = R_e I_N$, $\Delta U_{Fee} = R_{Fee} I_N$, $\Delta U_A = R_A I_N$, $\Delta U_m = R_m I_N$, $\Delta U_{FeA} = R_{FeA} I_N$, $\Delta U_{2N} = R_{2N} I_N$ şi aranjînd mai convenabil fazorii, se obţine diagrama de fazori din figura 14.

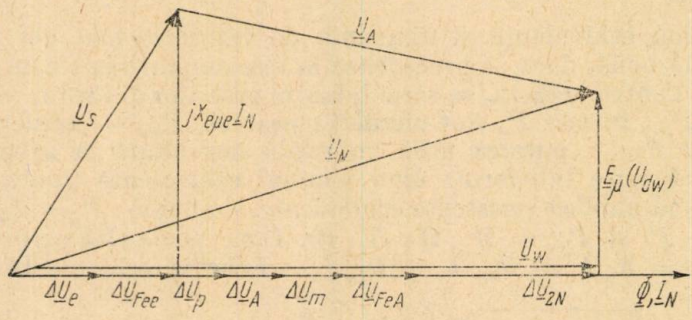


Fig. 14. — Ultima reprezentare a diagramei de fazori, conformă cu cea conţinută în fişa de calcul a motorului UNI—34 A.

Justificînd ipotezele simplificatoare adoptate şi, implicit, justificînd schemele echivalente simplificate şi diagramele de fazori corespunzătoare, lucrarea de faţă vine în sprijinul proiectanţilor de micromotoare electrice, permiţîndu-le o abordare a proiectării motorului universal cu colector de pe premize noi, premize care elimină de la început etape de calcul laborioase şi neesenţiale.

Observaţie : Este comod a se utiliza un coeficient care să aprecieze reducerea solenaţiei de excitaţie, ca urmare a decalării periilor din axa neutră. Cu ajutorul figurii 2. *a*, se observă că în fiecare din sectoarele delimitate de arcele de cerc p_1p_1' şi p_2p_2', se vor găsi cîte $\frac{N}{2\pi} 2\gamma = \frac{N\gamma}{\pi}$ conductoare rotorice, care vor forma $\frac{N\gamma}{\pi}$ spire de reacţie. Solenaţia de reacţie va fi deci $\theta_\gamma = \frac{N\gamma}{\pi} I_N$, iar solenaţia de excitaţie rezultantă

$2\theta_{e\mu} = 2\theta_e - \theta_\gamma = m\,(2w_e I_N)$, în care m este coeficientul de reducere a solenației. Deci

$$m = 1 - \frac{N\gamma}{2w_e\pi} = 1 - \frac{N\gamma}{2w_e\,180^\circ} = 1 - \frac{N\gamma}{4w_e\,90^\circ}. \qquad (16)$$

Deoarece numărul total al spirelor înfășurării de excitație este $2w_e$, iar cel al spirelor înfășurării rotorice $w_A = N/2$, raportul lor $k_w = 2w_e/w_A = 4w_e/N$ introdus în (16), conferă o expresie nouă coeficientului m și anume

$$m = 1 - \frac{\gamma}{90k_w} = \frac{90k_w - \gamma}{90k_w}. \qquad (16.a)$$

BIBLIOGRAFIE

1. AL. FRANSUA, *Calculul tensiunii electromotoare creată de cîmpul transversal de reacție al indusului motorului universal cu colector*, St. cerc. energ. anul IX, 325—335, *2*, (1959).
2. K. METZLER, *Rasceot universalnih colectornih dvigatelei*, Gosenergoizdat, Moscva-Leningrad, 1932.
3. SSL. CHANG, JH KARR, *Ac series motors — a design method*, Transactions AIEE, 69 (partea II), 1257 (1950).
4. HC. STANLEY, *An analysis of the Induction Motor*, Transaction AIEE, 59 (partea II), 603—607, 1940.
5. JB. HEAVISIDE, *Sources of errors in a.c. servos*, Control Engrg (USA), vol. 11, 2, 85—86 (1964).
6. B. DUBICKI, *Calculul înfășurărilor motoarelor mici monofazate cu colector*, Archivum elektrotechniki, III, caietul 3, *361* (1954).
7. P. CHAREY, J. LUARD, *Metode de control rapid al motoarelor universale*, dosar 69232 IDT.

CU PRIVIRE LA TEORIA VIBRATORULUI ELECTROMAGNETIC REACTIV ELEMENTAR

DE

CAROL SAAL

621.313.17

Prin liniarizarea caracteristicii staționare a forței medii electromagnetice în vecinătatea întrefierului de repaus, se ajunge la o ecuație de mișcare neomogenă de tip Hill, reductibilă la o ecuație de tip Mathieu. Se studiază ecuația de mișcare în diferite ipoteze, în funcție de întrefierul mediu, arătîndu-se că o ecuație de mișcare de tip banal se obține ca un caz particular al ecuației Mathieu.

În cazul descrierii mișcării armăturii de către soluția ecuației Mathieu, se studiază influența raportului dintre frecvența proprie de rezonanță mecanică a echipajului mobil și dublul frecvenței tensiunii de alimentare, trăgîndu-se concluzii referitoare la obținerea unei mișcări stabile.

Vibratoarele electromagnetice reactive sînt frecvent utilizate în practica industrială, acolo unde apare necesitatea obținerii de accelerații ale unor corpuri mai mult sau mai puțin granulare, în scopul deplasării lor, tasării etc. Datorită anumitor avantaje, printre care simplitatea constructivă și robustețea, folosirea lor se extinde mai ales acolo unde nu există posibilitatea unor vibratoare pneumatice sau hidraulice.

O teorie simplificată a vibratoarelor este prezentată în [1]; în [2] se fac alte considerații, plecîndu-se de la o anumită lege admisă de variație a inductivității bobinei de excitație, în funcție de deplasarea instantanee a armăturii față de stator și admițînd inițial o deplasare armonică a armăturii mobile, de pulsație dublă față de tensiunea rețelei de alimentare. Unele aspecte ale dinamicii vibratoarelor electromagnetice reactive sînt prezentate și în lucrarea [3].

În această lucrare se va prezenta o nouă teorie a vibratorului electromagnetic reactiv, bazată în principal pe liniarizarea caracteristicii staționare a forței electromagnetice medii în funcție de întrefier, în vecinătatea întrefierului de repaus.

NOTAȚII

A_i — secțiunea întrefierului util,
f_{em} — forța electromagnetică instantanee, care acționează asupra armăturii vibratorului,
F_m — amplitudinea forței electromagnetice precedente,
g — accelerația gravitațională,
i — curentul instantaneu de excitație,
k_r — rigiditatea echivalentă a sistemului mecanic oscilant,
l, l_0 — întrefierurile instantanee dintre armătură și stator, respectiv de repaus,
l_J, l_A — lungimile liniei medii de cîmp magnetic prin jugul statoric, respectiv armătură,
m — masa echivalentă a sistemului mecanic oscilant,
R — rezistența activă a bobinei de excitație,
u_a — tensiunea de borne a bobinei de excitație (valoare instantanee),
U — tensiunea de borne a bobinei de excitație (valoare efectivă),
x — deplasarea instantanee a armăturii față de poziția sa de repaus,
w — numărul de spire al bobinei de excitație,
β — rezistența vîscoasă echivalentă sistemului oscilant mecanic,
Φ_u, Ψ_u — fluxurile magnetice utile fascicular, respectiv total (de înlănțuire),
Ψ_σ — fluxul magnetic total de dispersie,
μ_0 — constanta magnetică,
μ_r — permeabilitatea magnetică relativă a fierului,
Λ_σ — permeanța magnetică de dispersie,
Λ_u — permeanța magnetică utilă,
ν — raportul dintre frecvența mecanică proprie de oscilație a sistemului oscilant și cea a dublului frecvenței de alimentare,
ω — pulsația tensiunii de alimentare,
σ — raportul dintre fluxul magnetic de dispersie și cel util.

Se va presupune că vibratorul reactiv elementar este constituit dintr-un miez feromagnetic lamelat în U, pe care este dispusă o bobină

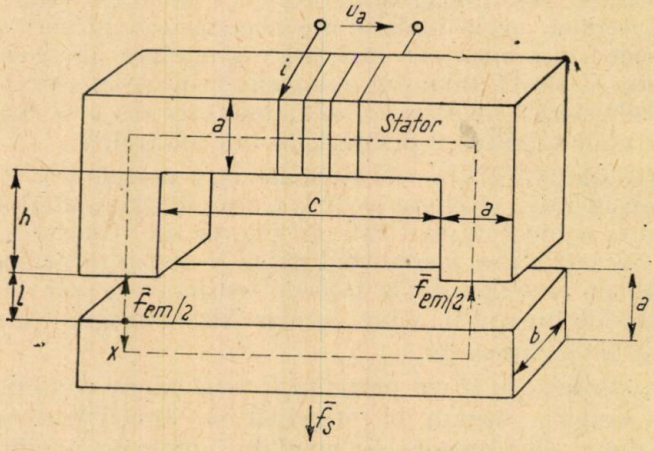


Fig. 1. — Vibrator electromagnetic reactiv elementar (miez feromagnetic în U).

de excitație, alimentată de la o rețea de tensiune alternativă mono-

fazată (figura 1), așa cum sînt construite majoritatea vibratoarelor reactive.

Dacă tensiunea de borne este u_a, forța electromagnetică instantanee care acționează asupra armăturii mobile fiind f_{em}, apare ca evidentă dependența :

$$f_{em} = f_{em}(l, t), \tag{1}$$

l semnificînd întrefierul instantaneu dintre armătură și polii magnetici statorici, iar t timpul.

1. PREMISE DE CALCUL

Pentru studierea funcționării vibratorului se vor admite următoarele premise de calcul : a) întrefier uniform, de secțiune egală cu cea a suprafeței polare ; b) fluxul magnetic fascicular util Φ_u se presupune funcție numai de tensiunea u_a și de poziția armăturii

$$\Phi_u = \Phi(u_a, l), \tag{2}$$

neluîndu-se în considerare căderea de tensiune pe rezistența activă a înfășurării de excitație ; c) saturația miezului feromagnetic, ca și curenții turbionari, nu vor fi luate în saturație ; d) masa statorului se consideră infinită.

2. FORȚA ELECTROMAGNETICĂ DE ATRACȚIE

Cu ipotezele de mai sus, forța electromagnetică de atracție a armăturii este de tip Maxwell

$$f_{em} = k\Psi_u^2. \tag{3}$$

Mărimea constantă k va fi definită mai jos (relația (7)). Deducerea egalității (3) se face comod prin aplicarea uneia din teoremele forțelor generalizate ale lui Lagrange.

Cînd armătura este în repaus, întrefierul va fi $l = l_0 = \text{const.}$, vibratorul constituind un electromagnet de curent alternativ cu armătura imobilă. În această situație, în ipoteza unei tensiuni armonice u_a la bornele bobinei de excitație, cît și a neglijării rezistențelor activă a bobinei și echivalentă pierderilor în fier, se obține în regim permanent

$$\Psi_u = \Psi_{um} \sin \omega t, \tag{4}$$

amplitudinea Ψ_{um} a fluxului util de înlănțuire Ψ_u depinzînd de întrefierul l_0 de repaus. Avînd în vedere relația (4), rezultă

$$f_{em} = k\Psi_{um}^2 \sin^2 \omega t = \tilde{f}_{em}(1 - \cos 2\omega t), \tag{5}$$

unde $\tilde{f}_{em}$, valoarea medie a forței electromagnetice este

$$\tilde{f}_{em} = \frac{1}{2} k\Psi_{um}^2. \tag{5'}$$

Se remarcă imediat că forţa electromagnetică instantanee posedă o pulsaţie dublă faţă de pulsaţia tensiunii de alimentare, lucru de altfel bine cunoscut.

Dependenţa dintre fluxul total util în întrefier Ψ_u şi fluxul total Ψ al bobinei este de forma

$$\Psi_u = \frac{\Psi}{1+\sigma}, \text{ cu } \sigma = \frac{\Psi_\sigma}{\Psi_u}, \tag{6}$$

Ψ_σ fiind fluxul total de dispersie a bobinei de excitaţie. Inductivitatea echivalentă fluxului magnetic util total din întrefier este

$$L_u = \frac{1}{2kl}, \text{ cu } k = \frac{1}{\mu_0 w^2 A_i}, \tag{7}$$

A_i reprezintă secţiunea unui întrefier, iar w numărul de spire al bobinei de excitaţie a vibratorului. S-a apreciat cîmpul magnetic în întrefier ca omogen.

În ce priveşte forţa medie electromagnetică de atracţie a armăturii, în ipotezele admise în capitolul 1, pentru $l = l_0 = \text{const.}$ aceasta rezultă a fi de forma ([4], p. 37)

$$\tilde{f}_{em} = k\left(\frac{U}{\omega}\right)^2 \cdot \frac{1}{(1+\sigma)^2}, \tag{8}$$

cunoscîndu-se că într-un grafic cartezian această dependenţă staţionară este, în general, de forma indicată în figura 2 [4], [5]. Factorul σ, pentru

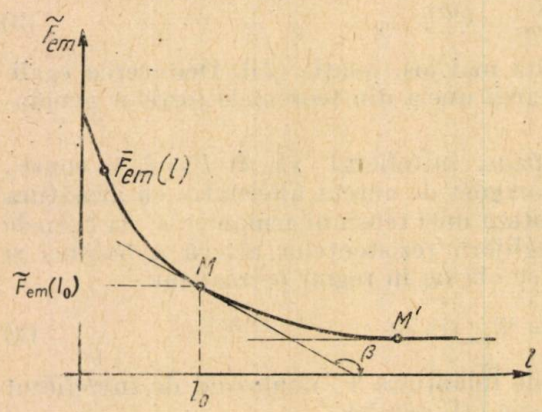


Fig. 2. Caracteristica staţionară $\tilde{f}_{em}(l)$ a unui electromagnet de curent alternativ monofazat, în U.

vibratorul examinat şi cu cotele indicate în figura 1, folosind [6], are expresia

$$\sigma = \frac{\Psi_\sigma}{\Psi_u} = \frac{\Lambda_\sigma}{\Lambda_u} = \lambda l, \tag{9}$$

unde

$$\lambda = \frac{h\left(\frac{b}{c} + \frac{2a}{c + \frac{1}{2}a\pi}\right)}{2A_i}. \tag{10}$$

3. ECUAȚIILE VIBRATORULUI

Una din ecuațiile care vor descrie funcționarea vibratorului este ecuația de echilibru a tensiunilor

$$\frac{d\Psi}{dt} + Ri = u_a, \tag{11}$$

dacă se neglijează Ri în raport cu ceilalți termeni, relația (11) devine

$$\frac{d\Psi}{dt} \simeq u_a; \tag{11'}$$

alte ecuații sînt:

$$\Psi_u = \frac{\Psi}{1 + \lambda l}, \tag{12}$$

$$i = \frac{1}{\mu_{rJ}} \cdot kl_J\Psi + \Psi_u k\left(\frac{l_A}{\mu_{rA}} + 2l\right). \tag{13}$$

Ultima ecuație se obține prin aplicarea legii circuitului magnetic pe conturul închis format de linia de cîmp utilă mediană. Aici l_A, l_J semnifică lungimile liniilor de cîmp medii prin armătură, respectiv stator, iar μ_{rJ}, μ_{rA} reprezintă permeabilitățile magnetice relative, corespunzătoare statorului, respectiv armăturii. Ecuațiile (11'), (12), (13) se mai completează cu (5) și cu ecuația de mișcare a armăturii (15).

Întrefierul instantaneu fiind

$$l = l_0 - x, \tag{14}$$

armătura mobilă se va deplasa conform ecuației de mișcare

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + f_s = f_{em}, \tag{15}$$

presupunînd că armătura nu bate în polii statorici, iar statorul este imobil. Aici f_s reprezintă suma forțelor rezistente, diferite de cele inerțiale, care acționează asupra armăturii vibratorului.

4. ANALIZA FUNCȚIONĂRII VIBRATORULUI

Luînd în considerare expresia (5) a forței electromagnetice instantanee, ecuația de mișcare (15) devine

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + f_s = \tilde{f}_{em}(1 - \cos 2\omega t). \tag{15'}$$

Dezvoltînd forța medie $\tilde{f}_{em}(l) = \tilde{f}_{em}(l_0 - x)$ în serie Taylor și reținînd numai primii doi termeni, se obține

$$\tilde{f}_{em}(l) \simeq \tilde{f}_{em}(l_0) - x\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{f}_{em}}{\mathrm{d}l}\right)_{l=l_0}, \tag{16}$$

ceea ce este echivalent cu liniarizarea caracteristicii staționare $\tilde{f}_{em}(l)$ în vecinătatea întrefierului de repaus l_0; relația (16) va fi cu atît mai valabilă, cu cît deplasările x în jurul întrefierului de repaus vor fi mai reduse.

Se remarcă posibilitatea punerii relației (16) și sub forma

$$\tilde{f}_{em}(l) \simeq \tilde{f}_{em}(l_0)(1 - Gx), \tag{17}$$

cu

$$G = \frac{1}{\tilde{f}_{em}(l_0)}\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{f}_{em}}{\mathrm{d}l}\right)_{l=l_0} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\tilde{f}_{em}(l_0)}, \tag{17'}$$

β fiind unghiul făcut de tangenta geometrică la curba $\tilde{f}_{em}(l)$ în punctul M, de coordonate $[l_0, \tilde{f}_{em}(l_0)]$, cu axa absciselor Ol (figura 2). Cu aceste considerații, ecuația de mișcare (15') capătă aspectul

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + f_s = \tilde{f}_{em}(l_0)(1 - Gx)(1 - \cos 2\omega t). \tag{18}$$

În lucrarea [4], folosind o schemă de calcul indicată în [7], se indică o schiță de programare pentru rezolvarea unei ecuații similare cu (18), însă cu f_s = const., în vederea utilizării unui calculator analogic. În funcționarea vibratorului, f_s nu este o forță constantă (a se vedea relația (20)).

Înainte de a pune ecuația de mișcare sub o altă formă, se va observa că G din expresia (17') poate fi calculat analitic, recurgînd la relația (8), rezultă

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{f}_{em}}{\mathrm{d}l} = -k\left(\frac{U}{\omega}\right)^2 \lambda \cdot \frac{2}{(1 + \lambda l)^3} \tag{19}$$

și

$$G = -\frac{2}{1 + \lambda l_0}, \tag{19'}$$

λ este dat de relația (10), pentru vibratorul electromagnetic în U considerat.

La un vibrator la care suspensia armăturii se face prin resorturi, aşa cum este uzual (de exemplu la vibratoarele AEG de tip MV [8]), forţa static rezistentă neinerţială poate fi bine aproximată prin

$$f_s = mg + k_r x + \beta \frac{dx}{dt}, \tag{20}$$

presupunînd mărimile m, k_r şi β constante. Ecuaţia de mişcare a armăturii vibratorului (18) devine

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + k_r x = \tilde{f}_{em}(l_0)(1 - Gx)(1 - \cos 2\omega t) - mg; \tag{21}$$

efectuînd schimbarea de variabilă $z_1 = \omega t$, relaţia (21) trece în

$$\frac{d^2x}{dz_1^2} + b\frac{dx}{dz_1} + (a' + 2q'\cos 2z_1)x = f(z_1), \tag{22}$$

unde

$$a' = \frac{1}{m\omega^2}[k_r + G\tilde{f}_{em}(l_0)], \quad b = \beta/\omega m, \quad 2q' = -\frac{G}{m\omega^2}\cdot\tilde{f}_{em}(l_0),$$

$$f(z_1) = \frac{1}{m\omega^2}[\tilde{f}_{em}(l_0)(1 - \cos 2z_1) - mg]. \tag{23}$$

Ecuaţia de mişcare liniarizată (22) este de tipul Hill, neomogenă [9]. Ecuaţii de tip asemănător se obţin şi în studierea unor fenomene fizice înrudite; astfel A. Moraru ajunge, studiind pornirea prin oscilaţii a micromotorului sincron monofazat, la o ecuaţie de mişcare de acelaşi tip [10]. V. Česonis şi S. Kudarauskas, în studiul stabilităţii mişcării unui oscilomotor sincron, ajung de asemenea la o ecuaţie de tip Hill [11].

Ecuaţia (22) poate fi adusă la forma cunoscută a ecuaţiei Mathieu, adică

$$\frac{d^2x_1}{dz^2} + (a + 2q\cos 2z)x_1 = f_1(z), \tag{24}$$

indicată în [9] paragraful 6.22, dacă se folosesc schimbările de variabile:

$$x = x_1 e^{-\frac{1}{2}bz}; \quad z = z_1.$$

Coeficienţii a şi $2q$, cît şi $f_1(z)$, sînt:

$$a = a' - b^2/4 = \frac{1}{m\omega^2}\left[k_r + G\tilde{f}_{em}(l_0) - \frac{\beta^2}{4m}\right]; \quad 2q = 2q';$$

$$f_1(z) = e^{\frac{1}{2}bz} f(z) = e^{\frac{1}{2}bz}\cdot\frac{\tilde{f}_{em}(l_0)(1 - \cos 2z) - mg}{m\omega^2}. \tag{25}$$

Dată fiind liniarizarea caracteristicii staţionare $\tilde{f}_{em}(l)$, concluziile ce se vor trage vor fi valabile pentru amplitudini X_m reduse ale deplasării instantanee x a armăturii.

Din relaţiile (25) se observă că parametrii a şi q nu sînt independenţi, fiind legaţi între ei prin relaţia

$$A = a + 2q = \left[k_r - \frac{\beta^2}{4m}\right]/m\omega^2; \tag{26}$$

pentru un vibrator dat, alimentat cu o frecvenţă constantă, mărimea A este constantă, cît timp parametrii echivalenţi m, β, k_r ai sistemului mecanic oscilant nu suferă variaţii în timp. Dacă vibratorul electromagnetic funcţionează în gol, se poate considera $\beta \ll m\omega$.

4.1. CAZUL $|(\mathrm{d}\tilde{f}_{em}/\mathrm{d}l)_{l=l_0}| \ll |\tilde{f}_{em}\, l_0)|$

Pentru îndeplinirea inegalităţii pronunţate indicate mai sus, punctul M de funcţionare (figura 2) se va găsi în M', respectiv întrefierul de repaus trebuie să aibă o astfel de valoare, încît punctul de funcţionare corespunzător acestui întrefier să se găsească pe porţiunea practic paralelă la axa Ol a caracteristicii mecanice staţionare $\tilde{f}_{em}(l)$.

4.1.1. Ecuaţia de mişcare

În condiţiile de mai sus, ecuaţia de mişcare de tip Mathieu (24) trece într-o ecuaţie diferenţială cu coeficienţi constanţi de ordinul II; într-adevăr, dacă punctul de funcţionare se află în M', $|G| \simeq 0$, deducîndu-se

$$a = \frac{k_r}{m\omega^2}; \quad q = 0, \tag{27}$$

obţinîndu-se în continuare

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \rho\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \gamma x = D - N\cdot\cos 2\omega t, \tag{28}$$

cu notaţiile:

$$\rho = \beta/m\,;\ \gamma = k_r/m\,;\ D = \frac{\tilde{f}_{em}(l_0)}{m} - g\,;\ N = D + g. \tag{29}$$

Soluţia particulară a ecuaţiei (29), corespunzătoare regimului permanent, este

$$x_p = \frac{D}{\gamma} - X_m\cos(2\omega t - \alpha), \tag{30}$$

în care

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\omega\rho}{\gamma - 4\omega^2}\right),\quad X_m = \frac{N}{\sqrt{4\omega^2\rho^2 + (\gamma - 4\omega^2)^2}}. \tag{31}$$

Se observă că

$$\frac{D}{\gamma} = \frac{1}{\gamma}\left[\frac{\tilde{f}_{em}(l_0)}{m} - g\right] = \frac{\tilde{f}_{em}(l_0) - mg}{k_r}$$

reprezintă deplasarea pe care o capătă armătura vibratorului din poziția de repaus, sub influența forței electromagnetice medii $\tilde{f}_{em}(l_0)$, corespunzătoare întrefierului de repaus l_0. În practică $\tilde{f}_{em}(l_0) > mg$ și prin urmare $D/\gamma > 0$. Cum întrefierul dintre armătură și stator este

$$l_0 - x_p = l_0 - \frac{D}{\gamma} + X_m \cos(2\omega t - \alpha),$$

întrefierul mediu este $l_0' = l_0 - D/\gamma < l_0$. Se remarcă însă că $l_0' \simeq l_0$, deoarece în practică $l_0 \gg D/\gamma$.

Deplasarea în regim permanent a armăturii, măsurată însă față de poziția caracterizată de întrefierul l_0', este

$$x_p' = x_p + l_0 - l_0' = -X_m \cos(2\omega t - \alpha). \tag{32}$$

4.1.2. Curentul de excitație al vibratorului

Legea de variație a curentului vibratorului este dată de relația (13); considerarea unor valori finite pentru permeabilitățile relative μ_{rA}, μ_{rJ} ale părților feromagnetice — armătură, respectiv stator — conduce la complicații mari. În cazul lipsei saturației magnetice, ceea ce se apropie de cazul real, apreciind μ_{rA} și μ_{rJ} foarte mari, curentul instantaneu se redă aproximativ prin

$$i = 2k\Psi_u l = \frac{2}{\mu_0 w^2 A_i} \cdot \Psi_u (l_0' + x_p'), \tag{33}$$

deoarece întrefierul instantaneu l poate fi exprimat astfel

$$l = l_0' + x_p'. \tag{34}$$

Pentru poziția medie a armăturii în mișcare l_0', fluxul total util are expresia

$$\Psi_u = \frac{\Psi}{1 + \lambda l_0} = \frac{U_m \sin \omega t}{\omega(1 + \lambda l_0')},$$

dacă tensiunea la bornele bobinei de excitație se consideră armonică

$$u_a = U_m \cos \omega t,$$

având în vedere (11′). Relația (33) devine

$$i = K(l_0' + x_p') \sin \omega t, \tag{35}$$

unde

$$K = \frac{kU_m}{\omega(1 + \lambda l_0')} = \frac{2U_m}{w^2 \mu_0 A_i (1 + \lambda l_0')}. \tag{35'}$$

Relaţia (35) poate fi transformată, avînd în vedere egalitatea (32)

$$i = K\left[l_0' - \frac{N\cos(2\omega t - \alpha)}{\sqrt{4\omega^2\rho^2 + (\gamma - 4\omega^2)^2}}\right]\sin\omega t = I_{rm}\,[\sin\omega t + \\ + M\sin(\omega t - \alpha) - M\sin(3\omega t - \alpha)] \tag{36}$$

cu

$$I_{rm} = Kl_0',\quad M = \frac{N}{2l_0\sqrt{4\omega^2\rho^2 + (\gamma - 4\omega^2)^2}} = \frac{X_m}{2l_0}. \tag{37}$$

Pe baza relaţiei (36), prin neglijarea armonicei de ordinul trei a curentului instantaneu, care posedă o asemenea armonică, se poate ajunge la o diagramă circulară, de tipul celei arătate în [1]. Produsul $I_{rm}\,M$ are semnificaţia amplitudinii componentei de mişcare a fundamentalei curentului; I_{rm} este amplitudinea componentei de repaus a curentului vibratorului, cînd $X_m = 0$, $M = 0$ (armătura vibratorului fiind imobilă). Valoarea eficace a curentului se redă prin expresia

$$I = \frac{I_{rm}}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + 2M\cos\alpha + 2M^2}. \tag{38}$$

Se poate arăta că există un factor de putere optim al vibratorului, legat de condiţii de ordin mecanic, dacă vibratorul este cuplat cu un receptor mecanic oscilant cu o conexiune, constituit din elemente liniare şi bilaterale; acest calcul nu este redat aici.

4.1.3. Inductivitatea bobinei de excitaţie

Fluxul magnetic de înlănţuire al bobinei de excitaţie fiind Ψ, inductivitatea proprie a acestei bobine este

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{\Psi_u(1 + \lambda l_0')}{i}.$$

Curentul i fiind dat de relaţia (33), se obţine

$$L = \frac{L_0'}{l_0' + x_p'}, \tag{39}$$

în care

$$L_0' = \frac{1 + \lambda l_0'}{2k} = \frac{(1 + \lambda l_0')\,\mu_0 w^2 A_i}{2};$$

deoarece în permanenţă $l_0' > |x_p'|$, se poate scrie aproximativ

$$L_0' \simeq L_0\left(1 - \frac{x_p'}{l_0'}\right), \tag{40}$$

unde

$$L_0 = L_0'/l_0' \tag{41}$$

are semnificaţia inductivităţii proprii a bobinei corespunzătoare întrefierului l_0'. Comparînd relaţia (40) cu relaţia

$$L = L_0 \exp(-gx_p' + rx_p'^2) \simeq L_0(1 - gx_p' + rx_p'^2),$$

indicată în [2], se vede că neglijînd $rx_p'^2$, ceea ce se poate face pentru x mici, relaţiile coincid, L_0 trebuind să fie dat de egalitatea (41); în ultima relaţie, g este $l_0'^{-1}$, spre deosebire de alte relaţii din această lucrare, unde îşi menţine sensul de acceleraţie gravitaţională.

4.2. CAZUL $|(\mathrm{d}\tilde{f}_{em}/\mathrm{d}l)_{l=l_0}| \neq |\tilde{f}_{em}(l_0)|$.

Acest caz se întîlneşte la întrefieruri de repaus mici; în această situaţie, $G \neq 0$, ecuaţia de mişcare neomogenă de tip Mathieu (24) trebuind tratată ca atare.

Iniţial se va examina soluţia ecuaţiei omogene

$$\frac{\mathrm{d}^2x_1}{\mathrm{d}z^2} + (a + 2q\cos 2z)\,x_1 = 0. \tag{42}$$

Integrala generală a acestei ecuaţii este de forma

$$x_1 = C_1 \mathrm{e}^{\mu z}\varphi(z) + C_2 \mathrm{e}^{-\mu z}\varphi(z), \tag{43}$$

aici μ, exponentul caracteristic, este un număr real sau imaginar, dependent de valorile parametrilor a şi q, $\varphi(z)$ reprezentînd o funcţie Mathieu periodică determinată, în z, cu perioada π sau 2π, după valorile parametrilor a şi q; C_1 şi C_2 reprezintă constante de integrare [9], [10]. Se demonstrează că integrala generală (43) a ecuaţiei (42) este sau nu stabilă, după poziţia ocupată de punctul de coordonate (q, a) în planul parametrilor (q, a), figura 3; soluţia va fi stabilă dacă μ este imaginar şi instabilă dacă μ este real.

Pe de altă parte, parametrii q şi a fiind legaţi prin relaţia (26), punctul reprezentativ (q, a) trebuie să se găsească pe dreapta

$$a = -2q + A,$$

de ordonată la origine $A = \left(k_r - \frac{\beta^2}{4m}\right)/m\omega^2$, în practică pozitivă, de pantă „-2". Examinarea curbei descendente $\tilde{f}_{em}(l)$ arată că în permanenţă

$$(\mathrm{d}\tilde{f}_{em}/\mathrm{d}l)_{l=l_0} < 0; \tag{44}$$

cazul limită $(\mathrm{d}\tilde{f}_{em}/\mathrm{d}l)_{l=l_0} = 0$, care se obţine pentru un întrefier de repaus suficient de mare, neinteresînd aici, deoarece ecuaţia (24) trece în acest caz în ecuaţia banală (28), studiată în paragraful 4.4.1. Aşadar, în permanenţă

$$q = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{m\omega^2}(\mathrm{d}\tilde{f}_{em}/\mathrm{d}l)_{l=l_0} > 0; \tag{45}$$

semnul lui a rezultă pozitiv dacă q este inferior lui $0{,}5A$. Prin urmare, punctul $P(q,a)$ se va găsi numai pe porţiunea îngroşată a dreptei din figura 4, adică teoretic numai în cadranele I şi IV.

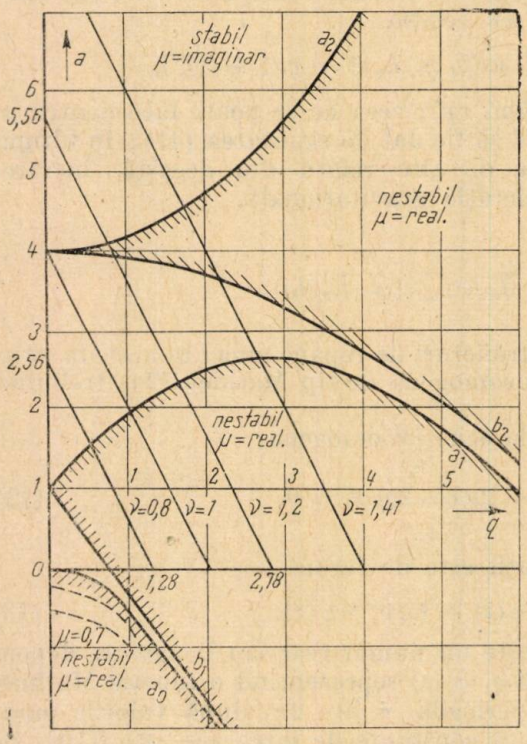


Fig. 3. Domenii de stabilitate şi instabilitate în planul parametrilor (q, a) ai ecuaţiei Mathieu. Poziţia dreptelor pe care se poate afla punctul de funcţionare $P(q,a)$, în funcţie de ν ($\beta = 0$).

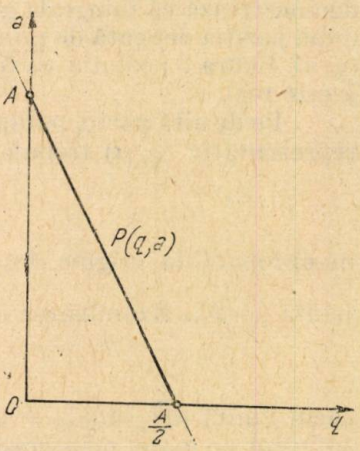


Fig. 4. Locul geometric al punctului de funcţionare $P(q, a)$, în planul parametrilor ecuaţiei Mathieu, pentru $\nu = \nu_0 = \text{const.}$ (segmentul de dreaptă îngroşat)

În cazurile particulare $m = \infty$ (armătură de masă infinită) sau $\omega = \infty$ (frecvenţa reţelei de alimentare infinită), se obţine imediat

$$A = 0, \qquad a = -2q = 0,$$

ecuația (42) trecînd în $(d^2x_1/dz^2) = 0$, de unde $x_1 = K_1 z + K_2$. Cu condițiile inițiale $x_1(0) = 0$, $(dx_1/dz)_{z=0} = 0$, rezultă $x_1 = 0$, mișcarea nefiind posibilă, lucru firesc.

În practică se caută ca sistemul mecanic oscilant să fie aproape de rezonanța mecanică clasică, dar totuși frecvența oscilațiilor proprii să nu fie egală cu frecvența fundamentalei forței electromagnetice care acționează asupra armăturii mobile a vibratorului. Această prescripție este justificată în literatură numai prin modificarea curselor realizate de armătura mobilă, care ar putea bate în stator; astfel, în [12] se indică drept favorabil un raport ν, dintre pulsația proprie Ω_0 de oscilație mecanică și cea a fundamentalei forței de acționare Ω, egal cu 1,2. Cum însă

$$\nu = \frac{\Omega_0}{\Omega} = \frac{(k_r/m)^{\frac{1}{2}}}{2\omega}, \tag{46}$$

egalitatea precedentă devine echivalentă cu

$$k_r = 4\nu^2\omega^2 m = \nu^2 k_{ro}, \tag{46'}$$

k_{ro} fiind rigiditatea echivalentă sistemului mecanic oscilant al vibratorului, pentru care se obține rezonanța mecanică clasică pe frecvența dată a forței electromagnetice de acționare.

Pentru determinarea condițiilor de funcționare stabilă a vibratorului, trebuie studiați q și a, respectiv poziția în care punctul $P(q, a)$ se găsește în primul cadran al planului (q,a). Se observă că

$$a = -2q + 4\nu^2 - \frac{\beta^2}{4m^2\omega^2}; \tag{47}$$

pentru diferiți ν, deci pentru diferite frecvențe de alimentare, se obține o familie de drepte paralele, de pantă „-2", care au ordonatele la origine $a_0 = 4\nu^2 - \beta^2/4m^2\omega^2$ și abscisele la origine $q_0 = 0{,}5a_0$. Se remarcă valoarea foarte mică a termenului $\beta^2/4m^2\omega^2$ față de $4\nu^2$, încît cu bună aproximație relația (47) poate fi scrisă

$$a = 2(2\nu^2 - q), \tag{47'}$$

cu mențiunea că q este la rîndul său mic în raport cu $2\nu^2$.

Pentru diferiți ν, în figura 3 s-au trasat pozițiile dreptelor din familia (47'), în planul parametrilor (q, a). Din examinarea acestor drepte, se relevă că punctul de funcționare poate fi situat în domeniile stabile situate între curbele a_2b_3 pentru $\nu \in (1{,}05\,;\ 1{,}45)$ și între curbele a_1b_2 pentru $\nu \in (0{,}25\,;\ 0{,}95)$; în ambele situații, valorile lui q trebuie să fie foarte mici, sub 0,1. Se observă că domeniul $\nu \in (0{,}95\,;1{,}05)$ ar trebui evitat, pentru a nu se cădea în zona de nestabilitate b_2a_2, atinsă în special pentru $\nu \in [1\,;\ 1{,}05]$, deci renunțînd la rezonanța mecanică clasică sau în imediata ei apropiere.

Făcînd apel la relațiile (23), (17), (8), (7), concluziile de mai sus vor fi valabile pentru curse relativ mici ale armăturii, în cazul domeniilor stabile, dacă

$$q = \frac{U^2}{\mu_0 w^2 \omega^2 \left(k_r - \dfrac{\beta^2}{4m^2}\right)(1 + \lambda l_0)^3} < 0{,}1. \tag{48}$$

Evident că relaţia (48) cît şi intervalele admise pentru parametrul ν, de care depinde dimensionarea resortului echivalent al sistemului oscilant, pentru masă şi frecvenţă de alimentare date, pot constitui criterii de verificare pentru funcţionarea stabilă a vibratorului electromagnetic reactiv.

În ce priveşte integrala particulară a ecuaţiei (24), x_{1f}, deşi principial ea poate fi obţinută dacă se cunoaşte integrala x_1, dată de relaţia (43), prin metoda variaţiei constantelor a lui Lagrange, expresia sa este ireductibilă la forme canonice, făcînd-o impracticabilă. Soluţia x_{1f} descrie numai începutul unei mişcări, pentru a cărei continuare nu se cunoaşte o expresie analitică. Integrala particulară x_{1f} a ecuaţiei (24) se caută de forma :

$$x_{1f} = \sum_{j=1}^{\infty} X_{mj} \cos (2jz - \varphi_j) ; \tag{49}$$

înlocuirea şi identificarea în (24) poate conduce la relaţii de recurenţă, care permit determinarea amplitudinilor diferitelor armonice, de care însă nu ne vom ocupa.

5. CONCLUZII

Plecîndu-se de la caracteristica mecanică staţionară a forţei electromagnetice medii care acţionează asupra armăturii mobile, forţa electromagnetică instantanee fiind socotită de tip Maxwell, prin liniarizarea sa în vecinătatea întrefierului de repaus se obţine o ecuaţie de mişcare de tip Hill. Studiul ecuaţiei de mişcare de tip Mathieu, neomogenă, la care se reduce ecuaţia de tip Hill pentru întrefieruri de repaus mici, a permis să se deducă unele indicaţii cu privire la posibilităţile de obţinere a unei mişcări stabile, legate de raportul dintre frecvenţa proprie de rezonanţă mecanică clasică a sistemului mecanic oscilant al vibratorului şi dublul frecvenţei tensiunii de alimentare, cît şi alţi parametri. În vecinătatea rezonanţei mecanice clasice, pentru frecvenţe imediat superioare sau inferioare, se poate obţine o funcţionare instabilă.

Ecuaţia de mişcare de tip Mathieu trece într-o ecuaţie de mişcare clasică, cu o forţă perturbatoare pulsatorie sinusoidală, pentru întrefieruri relativ importante. În această situaţie, s-au examinat mişcarea armăturii, curentul şi inductivitatea proprie a bobinei de excitaţie, în cazul unui regim permanent, confirmîndu-se unele rezultate cunoscute în literatură [1], [2].

APLICAŢIE

Fie un vibrator electromagnetic reactiv, la care se impun : pulsaţia tensiunii de alimentare $\omega = 314\ s^{-1}$; masa echivalentă sistemului mecanic oscilant $m = 20$ kg; puterea mecanică utilă $P_m = 500$ W; întrefierul de repaus $l_0 = 3{,}9.10^{-3}$m; amplitudinea mişcării armăturii $X_m = 3.10^{-3}$ m. Să se stabilească dacă funcţionarea sa se va face stabil sau nu, prin alegerea rigidităţii echivalente k_r a resorturilor vibratorului în funcţie de parametrul ν (raportul dintre frecvenţa mecanică clasică proprie de oscilaţie a sistemului oscilant şi cea a dublului frecvenţei de alimentare). Vibratorul se va considera la funcţionarea în gol (rezistenţa vîscoasă echivalentă $\beta \simeq 0$).

Pe baza relației (46), se obține

$$k_r = 4\omega^2\nu^2 m = \nu^2 k_{r0},$$

unde

$$k_{r0} = 4\omega^2 m = 4.314^2.20 = 7{,}88.10^6 \text{N/m} = 7{,}88.10^3 \text{N/mm}.$$

Dacă mișcarea ar avea loc în regim sinusoidal, atunci

$$P_m = \frac{1}{T_p}\int_0^{T_p} f_{em} \cdot \frac{dx'_p}{dt} \cdot dt = \tilde{f}_{em} V_m \sin\alpha = \omega F_m X_m \sin\alpha = \frac{1}{2} F_m V_m \sin\alpha,$$

P_m reprezentînd puterea mecanică activă, V_m amplitudinea vitezei armăturii, T_p perioada puterii mecanice instantanee, f_{em} forța electromagnetică instantanee care acționează asupra armăturii mobile, iar x'_p deplasarea în regim permanent a armăturii, dată de relația (32). V_m are expresia numerică

$$V_m = 2\,\omega X_m = 2.314.3.10^{-3} = 1{,}884 \text{ m/s}.$$

a) FUNCȚIONAREA LA REZONANȚĂ MECANICĂ CLASICĂ ($\nu = 1$; $2\omega = \Omega_0$)

Presupunînd că β este diferit de zero dar foarte apropiat de el, rezultă

$$\alpha = \text{arctg}\left[\frac{\beta}{2\omega(\nu^2 - 1)\text{m}}\right] \simeq \frac{1}{2}\pi \text{ rad};$$

forța electromagnetică medie necesară va fi:

$$\tilde{f}_{em} = \frac{P_m}{V_m \sin\alpha} = \frac{500}{1{,}884.1} = 265 \text{ N}.$$

Se verifică ușor că $l'_0 \simeq l_0 = 3{,}9$ mm, deoarece:

$$l'_0 = l_0 + \frac{\tilde{f}_{em} - mg}{k_{r0}} = 3{,}9 - \frac{265 - 20.9{,}81}{7{,}88.10^3} = 3{,}9 - 8{,}5.10^{-3}\text{mm}.$$

Dacă se admite pentru circuitul magnetic forma indicată în figura 1, cotele avînd valorile date în exemplul indicat în [2], pentru un vibrator cu aceleași date impuse, se obține, avînd

$$a = b = 5 \text{ cm}, \quad c = 8 \text{ cm}, \quad h = 5 \text{ cm}, \quad A_\ell = ab = 25 \text{ cm}^2,$$

mărimea λ, pe baza relației (10)

$$\lambda = \frac{h\left(\frac{b}{c} + \frac{2a}{c + \frac{1}{2}\pi a}\right)}{2A_\ell} = \frac{5\left(\frac{5}{8} + \frac{2{,}5}{5 + 0{,}5.5.3{,}14}\right)}{25.2} =$$

$$= 0{,}1\,(6{,}25 + 0{,}78)\text{ cm}^{-1} = 70{,}3\text{ m}^{-1}.$$

Mărimea G, dată de relaţia (19), va fi

$$G = -\frac{2\lambda}{1+\lambda l_0} = -\frac{2.70{,}3}{1+70{,}3.3{,}9.10^{-3}} = -111\ \mathrm{m}^{-1}.$$

Coeficientul q al ecuaţiei Mathieu rezultă

$$q = -\frac{1}{2}\cdot\frac{G}{m\omega^2}\cdot\tilde{f}_{cm}(l_0) = -\frac{2G}{k_{r0}}\cdot\tilde{f}_{em}(l_0) = \frac{2.111}{7{,}88.10^6} = 7{,}46.10^{-3}.$$

Pe baza egalităţii (26), rezultă coeficientul a:

$$a = \left(k_{r0} - \frac{\beta^2}{4m}\right)/m\omega^2 \simeq \frac{k_{r0}}{m\omega^2} = 4.$$

Punctul $P\,(7{,}46\cdot10^{-3};\ 4)$, din planul (q, a), figura 3, se găseşte în imediata apropiere a zonei de instabilitate cuprinsă între curbele b_2a_2; de aceea, orice foarte mică creştere a lui ν faţă de valoarea 1, adică orice foarte mică variaţie crescătoare a frecvenţei tensiunii de alimentare a vibratorului, poate conduce punctul $P\,(q, a)$ între curbele a_2b_2, deci într-un domeniu de funcţionare nestabilă.

b) FUNCŢIONAREA CU $2\omega > \Omega_0$ ($\nu > 1$)

În acest caz

$$q = -\frac{2\,\nu^2 G}{k_{r0}}\cdot\tilde{f}_{em}(l_0) = 7{,}46.\nu^2.10^{-3};$$

în virtutea egalităţii (47′),

$$a = 2\,(2\nu^2 - q) = 2\nu^2\,(2 - 7{,}46.10^{-3}) \simeq 4\ \nu^2.$$

Se remarcă de îndată verificarea concluziilor indicate la sfîrşitul subcapitolului 4.2.; de exemplu, dacă $\nu \in (1{,}05\ ;\ 1{,}45)$, se asigură o funcţionare stabilă.

Notă. Calculul a fost condus mai sus, pentru determinarea mărimii G, pe baza unei relaţii care nu ţin seama exact de poziţia bobinei de excitaţie pe miezul statoric. De aceea, cînd se va dispune de curba caracteristicii mecanice staţionare $\tilde{f}_{em}(l)$, calculul lui G se va putea efectua grafic, pentru întrefierul de repaus l_0 impus.

BIBLIOGRAFIE

1. A. I. Moskvitin, *Elektriceskie maşini vozvratno-postupatelinogo dvijenia*, M. — L., Ed. A.N.S. S.S.R., 1950.
2. A. E. Cesnokov, *K teorii i rasciotu elektromagnitnogo vibratora*, În Elektricestvo, **81**, *12*, 37—40 (1961).
3. B. I. Kriukov, *Dinamika vibraţionnîh maşin rezonansnogo tipa*, Ed. Naukova dumka, 172—179, Kiev, 1967.

4. W. Witt, *Einige Untersuchungen über das Betriebsverhalten von Elektro-Zugmagneten*, Dissertation von der Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Hochschule Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 1966.
5. Gh. Hortopan, *Aparate electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, 1967.
6. B. S. Sotskov, *Osnovî rasciota i proektirovania elektromehaniceskih elementov avtomaticeskih i telemehaniceskih ustroistv*. M. — L., Ed. Energhia, 1965.
7. W. Giloi, R. Lauber, *Analogrechnen*, Berlin — Göttingen — Heidelberg, Springer-Verlag, 1963.
8. * * * *AEG — Hilfsbuch* (ed. 8-a), Berlin-Grunewald, 1960.
9. N. W. McLachlan, *Theory and Application of Mathieu Functions*, Oxford, 1947.
10. A. Moraru, *Pornirea prin oscilații a micromotorului sincron monofazat*, St. cerc. energ. electr., **17**, *4*, 746 (1967).
11. V. Česonis, S. Kudarauskas, *Švytuoančio judesio sinchroninio sužadinamo variklio parametru reikšme darbo stabilumui*, Kauno Politechnikos Institutas, Ed. Mintis, Vilnius, 150—155, 1967.
12. * * * *Die Technik der elektrischen Antriebe*, **I**, Grundlagen (VEM Handbuch), Berlin, VEB Verlag Technik, 193, 1963.

INTERDEPENDENȚA ÎNTRE PARAMETRII ȘI CARACTERISTICILE DE FUNCȚIONARE ÎN MAȘINILE ASINCRONE

DE

C. APETREI

621.313.333.041

Se stabilesc relațiile de interdependență între parametrii și caracteristicile funcționale la mașina asincronă.

Cu ajutorul acestor relații se stabilesc condițiile de existență a soluțiilor și se indică modul de determinare a mașinii cu caracteristici impuse.

1. PROBLEMA

1.1. La proiectarea mașinilor asincrone printre datele temei de proiectare, în afara mărimilor nominale (putere, tensiuni, viteză de rotație, factor de putere etc.) poate interveni și precizarea anumitor caracteristici funcționale, ca de exemplu, cuplul și curentul de pornire, cuplul maxim etc. Asigurarea caracteristicilor indicate prin tema de proiectare se face cu abateri indicate în normele și specificațiile tehnice (vezi de exemplu [1]). Metodologic, procedura constă în dimensionarea mașinii la putere dată, determinarea parametrilor care intervin în schema echivalentă și ulterioara verificare a caracteristicilor funcționale precizate prin tema de proiectare ; calculul este reluat pînă la apropierea satisfăcătoare a soluției proiectate de cea impusă. Pe bază de experiență, în cazurile curente din practică, se poate asigura o soluție ale cărei caracteristici sînt apropiate de cele precizate în tema de proiectare.

Procedeul empiric indicat este însă laborios și poate întîmpina dificultăți principiale de nerezolvat în cazurile cînd exploatantul mașinii solicită caracteristici funcționale care se abat de la practica curentă a construcției mașinilor asincrone. Dificultățile se amplifică cînd se face trecerea de la soluția constructivă cu rotorul bobinat, la cea cu rotorul în s. c., cu parametrii „constanți" sau variabili.

1.2. Problema compatibilității între datele temei de proiectare (din punctul de vedere a anumitor caracteristici funcționale) și realizarea practică a mașinii, are un conținut principial nou în cazul proiectării mașinii asincrone pe baza unor criterii de optimizare tehnico-economică [2]. În acest caz soluția optimă prin considerarea sub formă explicită doar a unei singure condiții restrictive *) (condiția puterii nominale) este caracterizată de parametri (rezistențe și reactanțe) cu valori determinate. Ca atare, alunecarea nominală, cuplul și curentul de pornire, cuplul maxim etc. vor rezulta la anumite valori, care, în general, vor fi diferite de cele indicate prin tema de proiectare. Soluția aleasă în aceste condiții va fi evident o „soluție compromis" între optimul tehnico-economic și caracteristicile funcționale impuse.

Cunoașterea principială a gradului de libertate avut în rezolvarea acestei contradicții, ca și aprecierea calitativă și cantitativă a „soluției compromis" reprezintă probleme de interes practic.

1.3. În lucrarea de față se dă răspunsul la problemele formulate la punctele 1.1 și 1.2 prin considerarea mașinii asincrone în regim de funcționare motor în construcția cu rotorul bobinat sau în s. c., sub forma unei colivii, cu un singur sistem de bare. Se pornește de la schema echivalentă a mașinii asincrone și se stabilesc condițiile de compatibilitate între caracteristicile funcționale impuse și parametrii mașinii. Considerarea și a unor criterii de realizare practică a mașinii permite schițarea unei scheme de calcul a motorului asincron cu parametri funcționali impuși.

Problema constituirii schemelor echivalente și a gradului de precizie a parametrilor, ca și a caracteristicilor funcționale va fi luată în considerație ca un element secundar. De asemenea problema generală a determinării optimului tehnico-economic prin considerarea unui sistem complet de condiții restrictive**) formulate sub forma unor egalități sau inegalități, depășește cadrul lucrării de față.

2. INTERDEPENDENȚA PARAMETRILOR ȘI CARACTERISTICILOR FUNCȚIONALE LA STUDIUL ȘI PROIECTAREA MAȘINII ASINCRONE (CAZUL PARAMETRILOR CONSTANȚI)

2.1. În figura 1 este reprezentată schema echivalentă exactă a mașinii asincrone. Parametrii circuitului secundar sînt raportați la primar; toți parametrii caracteristici introduși, exceptînd alunecarea s, sînt considerați într-o primă etapă constanți.

Caracteristicile funcționale care vor fi luate în discuție sînt următoarele : alunecarea nominală sau alunecarea critică, caracteristicile funcționale de pornire, curentul și cuplul la pornire, cuplul maxim, randamentul și factorul de putere. Urmează să se determine relațiile de definiție a acestor caracteristici în funcție de parametrii schemei echivalente.

*) Valorile optime ale randamentului, factorului de putere etc. rezultă implicit la o asemenea formulare a problemei.

**) Printre acestea poate interveni și condiția cuplului de pornire, a cuplului maxim etc.

2.1.1. O primă relație între caracteristicile funcționale și parametrii schemei echivalente, relația alunecării, se poate stabili pe baza următoarelor considerații.

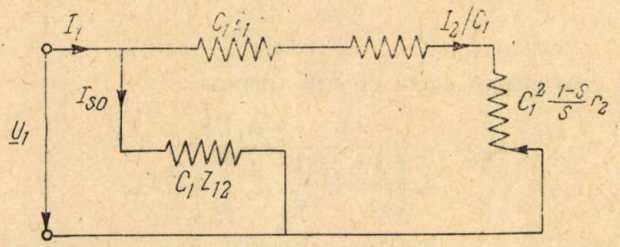


Fig. 1. — Schema echivalentă exactă a mașinii asincrone.

Din expresia cunoscută a alunecării :

$$s = \frac{p_2}{P_{12}}, \tag{1}$$

unde puterea electromagnetică P_{12} se definește prin relația aproximativă

$$P_{12} \simeq P_2 + p_2, \tag{2}$$

rezultă

$$p_2 = \frac{sP_2}{1-s}. \tag{3}$$

Înlocuind în (3) pierderile din circuitul secundar p_2 cu expresia

$$p_2 = m_1 r_2 I_2^2, \tag{4}$$

în care curentul I_2, la

$$C_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_{12}} \simeq 1 + \frac{x_{s1}}{x_{12}} = c_1, \tag{5}$$

are expresia

$$I_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + c_1 \frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_{s1} + c_1 x_{s2})^2}}, \tag{6}$$

se obține la : $s = s_n$; $P_2 = P_{2n}$; $U_1 = U_{1n}$;

$$\frac{r_2}{\left(r_1 + c_1 \frac{r_2}{s_n}\right)^2 + (x_{s1} + c_1 x_{s2})^2} = \frac{s_n}{1-s_n} \frac{P_{2n}}{m_1 U_{1n}^2}. \tag{7}$$

Dacă se are în vedere expresia alunecării corespunzătoare cuplului maxim, alunecarea critică

$$s_{cr} = \frac{c_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + (x_{s1} + c_1 x_{s2})^2}}, \tag{8}$$

şi se fac notaţiile

$$x_\sigma = x_{s1} + c_1 x_{s2}, \tag{9}$$

$$\beta = \frac{2r_1}{c_1 r_2}, \tag{10}$$

relaţia (7) se mai poate scrie şi sub forma

$$r_2 = \frac{(1-s_n)\, m_1 U_{1n}^2}{s_n \left(\frac{1}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n^2} + \frac{\beta}{s_n} \right) c_1^2 P_{2n}}, \tag{11}$$

care exprimă relaţia de interdependenţă între alunecările s_n, s_{cr} şi β, raportul rezistenţelor celor două circuite.

Expresia (11) se poate scrie sub o nouă formă, pornind de la expresia exactă a puterii electromagnetice P_{12}

$$P_{12} = P_2 + p_2 + (p_{mec} + p_{FeS}). \tag{2'}$$

Notînd cu η_n şi η_{en} randamentele maşinii prin considerarea pierderilor totale şi respectiv prin considerarea doar a pierderilor de bază din înfăşurări şi fier, exprimînd puterea utilă P_2 în raport cu puterea aparentă schimbată de maşină pe la borne, relaţia (11) se obţine sub forma

$$r_2 = \frac{1 - s_n}{c_1^2 \cos \varphi_n \left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}} \right) \left(\frac{s_n}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n} + \beta \right)}. \tag{11'}$$

În expresia (11') r_2 este exprimată în unităţi relative *) prin raportarea ei la impedanţa echivalentă U_{1n}/I_{1n}.

2.1.2. Relaţiile care definesc dependenţa cuplului maxim şi a cuplului de pornire în raport cu parametrii schemei echivalente, se stabilesc prin considerarea formulei exacte a lui Kloss

$$\frac{M}{M_{max}} = \frac{2 + \beta s_{cr}}{\frac{s}{s_{cr}} + \frac{s_{cr}}{s} + \beta s_{cr}}. \tag{12}$$

Din (12), la $s = s_n$, $M = M_n$ rezultă expresia cuplului maxim raportat la cuplul nominal sub forma

$$\frac{s_n^2 + s_{cr}^2 + \beta s_n\, s_{cr}^2}{(2 + \beta s_{cr}) s_n\, s_{cr}} = \frac{M_{max}}{M_n} = m, \tag{13}$$

iar la : $s = 1$ şi $M = M_p$ prin formarea rapoartelor

$$\frac{M_p}{M_n} = \frac{M_p}{M_{max}} \frac{M_{max}}{M_n} = m_p,$$

*) În continuare toţi parametrii care intervin în schema echivalentă a maşinii se vor exprima în unităţi relative prin rapoartare la aceeaşi impedanţă de referinţă U_{1n}/I_{1n}.

rezultă

$$\frac{s_n^2 + s_{cr}^2 + \beta s_n s_{cr}^2}{[1+s_{cr}^2(1+\beta)]s_n} = m_p. \tag{14}$$

În relaţiile (13) şi (14) β şi s_{cr} sînt definiţi în funcţie de r_1, r_2, x_σ şi deci cuplul maxim şi cuplul de pornire se pot exprima în raport cu parametrii schemei echivalente; relaţiile (13) şi (14) se scriu sub forma indicată pentru uşurinţa calculului ce va fi expus ulterior.

2.1.3. Expresia curentului de pornire raportat se stabileşte pe baza următoarei relaţii aproximative:

$$i_p = \frac{I_{1p}}{I_{1n}} \simeq \frac{I_{2p}}{I_{2n}}, \tag{15}$$

care prin considerarea expresiei cuplului de pornire raportat

$$m_p = \frac{m_1 I_{2p}^2 r_2}{\Omega_1} \frac{s_n \Omega_1}{m_1 I_{2n}^2 r_2} = s_n \left(\frac{I_{2p}}{I_{2n}}\right)^2 = s_n i_p^2,$$

se poate scrie şi sub următoarea formă simplă

$$i_p = \sqrt{\frac{m_p}{s_n}}. \tag{16}$$

2.1.4. Expresia factorului de putere nominal, cos φ_n, se determină pe baza diagramei cercului a maşinii asincrone, reprezentată schematic în figura 2, după un procedeu analog celui utilizat în [3], la determinarea expresiei factorului de putere maxim.

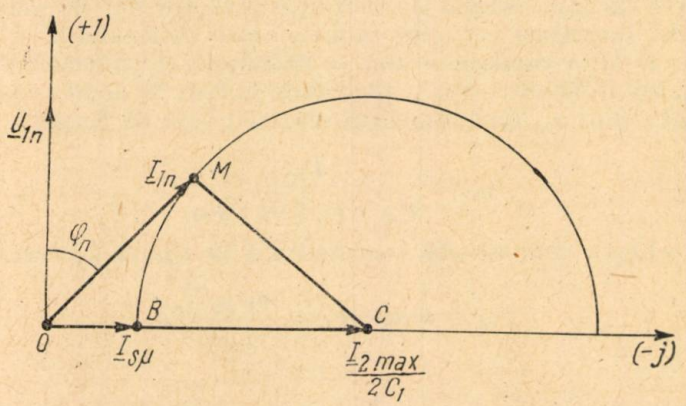


Fig. 2. — Diagrama cercului folosită pentru determinarea expresiei factorului de putere nominal.

Diagrama cercului din figura 2 s-a construit pe baza schemei echivalente din figura 1, considerînd toate rezistenţele nule, exceptînd rezistenţa echivalentă a circuitului secundar r_2/s.

Pe baza figurii 2 rezultă

$$\cos \varphi_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_n\right) = \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_n\right)},$$

unde :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_n\right) = \frac{I_{1n}^2 + \left(I_{s\mu} + \frac{I_{2max}}{2c_1}\right)^2 - \left(\frac{I_{2max}}{2c_1}\right)^2}{2I_{1n}\left(I_{s\mu} + \frac{I_{2max}}{2c_1}\right)}$$

în care dacă înlocuim curenții $I_{s\mu}$ și I_{2max} cu expresiile

$$I_{s\mu} = \frac{U_{1n}}{c_1 x_{12}}\,; \quad \frac{I_{2max}}{c_1} = \frac{U_{1n}}{c_1 x_\sigma},$$

iar reactanțele x_{12} și x_σ se exprimă în u.r. prin raportarea lor la impedanța echivalentă de referință U_{1n}/I_{1n}, se obține expresia factorului de putere nominal, sub forma

$$\cos \varphi_n = \frac{x_\sigma x_{12}}{2x_\sigma + x_{12}} \sqrt{\frac{1}{x_\sigma^2} - \left[\frac{1}{c_1}\left(\frac{1}{x_{12}^2} + \frac{1}{x_\sigma x_{12}} - c_1^2\right)\right]^2}. \tag{17}$$

În relația (17) a factorului de putere, paranteza ridicată la pătrat sub radical se poate neglija în raport cu primul termen și ca atare se poate considera cu suficientă exactitate expresia simplă

$$\cos \varphi_n \simeq \frac{x_{12}}{2x_\sigma + x_{12}} = f_n. \tag{17'}$$

Expresia (17′) care definește în mod aproximativ factorul de putere nominal este de fapt relația de definiție a factorului de putere maxim, în condițiile diagramei cercului, reprezentate în figura 2.

2.1.5. Relația randamentului se stabilește considerînd pierderile de bază p_1, p_2, din înfășurări și p_{Fe}, pierderile în fier. În aceste condiții expresia randamentului η_{en} (randamentul electric) este de forma

$$\eta_{en} = \frac{P_{2n}}{P_{2n} + p_1 + p_2 + p_{Fe}}. \tag{18}$$

Din schema echivalentă reprezentată în figura 1, rezultă

$$p_{Fe} = m_1 c_1 r_{12} I_{s0}^2 \simeq \frac{m_1 r_{12} U_{1n}^2}{c_1 x_{12}^2}, \tag{19}$$

iar

$$p_1 + p_2 = \frac{m_1}{c_1}(r_1 + c_1 r_2)\, I_{2n}^2. \tag{20}$$

Exprimînd : r_{12}, x_{12}, r_1, r_2 în u.r. și notînd

$$\frac{I_{2n}^2}{U_{1n} \cdot I_{1n}} = \left(\frac{I_{2n}}{I_{1n}}\right)^2 \cdot \frac{I_{1n}}{U_{1n}} = k_i \frac{I_{1n}}{U_{1n}},$$

prin înlocuirea lui (19) şi (20) în (18) se obţine

$$\eta_{en} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\eta_n c_1 \cos \varphi_n}\left[\frac{r_{12}}{x_{12}^2} + k_i(n_1 + c_1 r_2)\right]}. \tag{21}$$

Din (21) se poate exprima oricare din parametrii schemei echivalente în funcţie de η_{en}, $\cos\varphi_n$ şi ceilalţi 3 parametri, de exemplu, rezistenţa r_{12} are expresia

$$r_{12} = x_{12}^2\left[c_1 \cos \varphi_n\left(\frac{\eta_n}{\eta_{en}} - \eta_n\right) - k_i(r_1 + c_1 r_2)\right]. \tag{22}$$

În relaţia (22), randamentul η_{en} se poate aprecia în funcţie de randamentul total η_n, iar k_i se poate calcula cu următoarea expresie stabilită pe baza figurii 2

$$k_i = \left(\frac{I_{2n}}{I_{1n}}\right)^2 = \frac{x_{12}}{2x_\sigma + x_{12}}\left(1 - \frac{1}{c_1^2 x_{12}^2}\right).$$

2.2. Recapitulînd rezultatele stabilite sub forma relaţiilor (11′), (13), (14), (15), (17) sau (17′) şi (22) :

$$r_2 = \frac{1 - s_n}{c_1^2 \cos \varphi_n\left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}}\right)\left(\frac{s_n}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n} + \beta\right)}, \tag{11′}$$

$$m = \frac{s_n^2 + s_{cr}^2 + \beta s_n s_{cr}^2}{(2 + \beta s_{cr})\, s_n s_{cr}}, \tag{13}$$

$$m_p = \frac{s_n^2 + s_{cr}^2 + \beta s_n s_{cr}^2}{[1 + s_{cr}^2 (1 + \beta)]\, s_n}, \tag{14}$$

$$i_p = \sqrt{\frac{m_p}{s_n}}, \tag{15}$$

$$\cos \varphi_n = \frac{x_{12}}{2x_\sigma + x_{12}}, \tag{17}$$

$$r_{12} = x_{12}^2\left[c_1 \cos \varphi_n\left(\frac{\eta_n}{\eta_{en}} - \eta_n\right) - k_i(r_1 + c_1 r_2)\right], \tag{22}$$

unde :

$$s_{cr} = \frac{c_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + x_\sigma^2}}, \tag{8}$$

$$\beta = \frac{2r_1}{c_1 r_2}, \tag{10}$$

se poate observa că toate caracteristicile funcţionale care pot interesa direct studiul sau proiectarea unei maşini asincrone s_n, i_p, m_p, m, $\cos\varphi_n$, η_n se pot exprima în funcţie de cinci parametri ai schemei echivalente r_1, r_2, r_{12}, x_σ şi x_{12}.

Întrucît în relaţia curentului de pornire (15) nu intervin decît mărimi ce exprimă caracteristicile funcţionale, rezultă că din cele şase relaţii stabilite, doar cinci sînt relaţii independente : (11′), (13), (14), (17) şi (22). Aceste relaţii, la caracteristici funcţionale date, constituie un sistem de cinci ecuaţii cu cinci necunoscute.

Sistemul de ecuaţii astfel constituit va admite, în principiu, o soluţie în cazul cînd numărul caracteristicilor funcţionale impuse este egal cu cinci. Rezultă, deci, că la maşina asincronă cu parametri constanţi, la $n > 5$, unde n reprezintă numărul caracteristicilor funcţionale impuse, rezolvarea problemei în sensul determinării unei maşini, care să posede caracteristici impuse bine determinate, este imposibilă *) ; la $n < 5$ problema poate obţine o infinitate de soluţii.

Considerînd în continuare cazul $n = 5$, compatibilitatea problemei se stabileşte prin considerarea condiţiei, ca toţi parametrii caracteristici schemei echivalente să aparţină domeniului valorilor finite, diferite de zero şi pozitive.

2.2.1. Soluţionarea sistemului (11′), (13), (14), (17), (22) la : s_n, m_p, m, $\cos\varphi_n$, η_n daţi, se poate face direct, prin înlocuirea lui s_{cr}, din (8) şi (9) şi ulterioara lui rezolvare în raport cu r_1, r_2, r_{12}, x_σ, x_{12}.

Întrucît, însă, în acest caz în expresiile de calcul stabilite intervin diferenţe de pătrate de acelaşi ordin de mărime şi ca atare soluţiile pot fi afectate de erori relativ mari, se procedează în modul următor : se elimină din (13) şi (14) β şi se formează ecuaţia în s_{cr}, care se rezolvă. La s_{cr} determinat cu (13) sau (14) se calculează β. Ulterior din (11′), se determină r_2, din (9) r_1, din (8) x_σ, din (17) x_{12}, iar din (22) r_{12}. În paralel se determină şi condiţiile de compatibilitate ale soluţiei.

Din (13) şi (14) rezultă următoarele expresii pentru β :

$$\beta = \frac{m_p\left(\frac{1}{s_{cr}} + s_{cr}\right) - 2m}{(m - m_p)\, s_{cr}}, \tag{23}$$

$$\beta = \frac{\left(\frac{s_n}{s_{cr}} + \frac{s_{cr}}{s_n}\right) - 2m}{(m-1)\, s_{cr}}. \tag{24}$$

Din egalarea lui (23) cu (24) rezultă ecuaţia

$$\left[\frac{m - m_p}{s_n} - (m-1)\, m_p\right] s_{cr}^2 - 2m\,(1-m_p)\, s_{cr} + [(m-m_p)\, s_n - (m-1)\, m_p] = 0 \tag{25}$$

---

*) O asemenea situaţie poate interveni şi cînd curentul de pornire se defineşte cu relaţia „exactă", dedusă pe baza figurii 2, sub forma :

$$i_p = \sqrt{\frac{m_p}{s_n}\left(1 - \frac{1}{c_1^2 x_{12}^2}\right) + 1},$$

şi cînd numărul ecuaţiilor distincte creşte la şase, iar numărul necunoscutelor rămâne egal cu cinci.

care are soluţiile :

$$s_{cr\,1,2} = \frac{s_n}{(m-m_p)-(m-1)m_p s_n}\left[m(1-m_p) \pm \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{m_p(m-1)(m-m_p)\left(\frac{1}{s_n}+s_n-2\right)}\right]. \tag{26}$$

Din (26), la valori reale ale lui $s_{cr\,1,2}$, rezultă condiţiile banale de compatibilitate a soluţiilor $m > m_p$, $m > 1$. Totodată pentru regimul motor, $s_{cr} > 1$, şi ca atare, la valori curente adoptate pentru m, m_p, s_n, în faţa radicalului din expresia (26), trebuie considerat semnul pozitiv (pentru acest semn valoarea lui s_{cr} rezultată din (26) se va nota cu $\hat{s}_{cr}$).

Din (23) şi (24) la : $s_{cr} = \hat{s}_{cr}$, rezultă β_1 şi respectiv β_2 :

$$\beta_1 = \frac{m_p\left(\frac{1}{\hat{s}_{cr}}+\hat{s}_{cr}\right)-2m}{(m-m_p)\hat{s}_{cr}}, \tag{23'}$$

$$\beta_2 = \frac{\left(\frac{s_n}{\hat{s}_{cr}}+\frac{\hat{s}_{cr}}{s_n}\right)-2m}{(m-1)\hat{s}_{cr}} \tag{24'}$$

În mod teoretic la : $s_{cr} = \hat{s}_{cr}$, valorile β_1 şi β_2 trebuie să fie egale ; datorită erorilor de calcul $\beta_1 \simeq \beta_2$ şi ca atare se consideră valoare medie $\hat{\beta}$ unde

$$\hat{\beta} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}. \tag{27}$$

Valoarea lui $\hat{\beta}$ astfel determinată, urmează a fi verificată la condiţia de compatibilitate a soluţiei care se stabileşte prin considerarea relaţiei (22).

Din relaţia (22), punînd condiţia $r_{12} > 0$, rezultă

$$c_1 f_n \eta_n\left(\frac{1}{\eta_{en}}-1\right) - k_i(r_1 + cr_2) > 0, \tag{28}$$

care mai poate fi scrisă şi sub următoarea formă, considerînd (9)

$$c_1 f_n \eta_n\left(\frac{1}{\eta_{en}}-1\right) - c_1 k_i r_2\left(1+\frac{\beta}{2}\right) > 0. \tag{28'}$$

Dacă în (28') se înlocuieşte r_2 din expresia (11'), se obţine

$$\beta < \frac{c_1^2 f_n^2 \eta_n\left(\frac{1}{\eta_{en}}-1\right)\left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}}\right)\left(\frac{s_n}{s_{cr}^2}+\frac{1}{s_n}\right) - k_i(1-s_n)}{0{,}5\,k_i(1-s_n) - c_1^2 f_n^2 \eta_n\left(\frac{1}{\eta_{en}}-1\right)\left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}}\right)}. \tag{29}$$

Considerînd valoarea lui β dată de membrul din dreapta a inegalității, la : $s_{cr} = \hat{s}_{cr}$ ca valoare maximă, β_{max} și avînd în vedere că β aparține domeniului valorilor pozitive, finite și diferite de zero, condiția compatibilității soluției se poate scrie sub forma

$$0 < \hat{\beta} < \beta_{max}. \tag{30}$$

Pentru aprecierea încadrării valorii parametrului $\hat{\beta}$ în intervalul $0 \ldots \beta_{max}$, se poate considera o valoare medie β_{med}, rezultată la $s_{cr} = \hat{s}_{cr}$ și raport al pierderilor de bază în fier către pierderile de bază în înfășurări dat *). Notînd cu k_{Fi} raportul respectiv, din (22), cumulat cu (11'), rezultă :

$$\beta_{med} = \frac{c_1^2 f_n^2 \eta_n \left(\frac{1}{\eta_{en}} - 1\right)\left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}}\right)\left(\frac{s_n}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n}\right) - k_i (1 + k_{Fi})(1 - s_n)}{0{,}5\, k_i (1 + k_{Fi})(1 - s_n) - c_1^2 f_n^2 \eta_n \left(\frac{1}{\eta_{en}} - 1\right)\left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}}\right)} \tag{31}$$

Dacă $\hat{\beta}$ definit de (27) satisface condiția (30) și este apropiat de β_{med} (fără a fi necesar să fie strict egal), se poate trece în continuare la calculul lui r_2 din (11') și a celorlalți parametri.

Condiția $\hat{\beta} = \beta_{med}$ transformă sistemul inițial într-un sistem imposibil, întrucît introducerea condiției : $p_{Fe}/p_i = k_{Fi}$ este echivalentă cu introducerea unei noi ecuații de forma

$$\frac{r_{12}}{x_{12}^2 (r_1 + c_1 r_2) k_i} = k_{Fi}, \tag{32}$$

și deci numărul ecuațiilor sistemului format, este mai mare decît numărul necunoscutelor.

2.2.2. Schema, conform căreia se poate conduce calculul pentru determinarea unei soluții la caracteristici funcționale impuse, este redată în figura 3, care poate fi urmărită fără dificultate, pe baza considerațiilor făcute anterior.

Este de remarcat că întoarcerea reprezentată prin blocul $5 \rightarrow 1$, necesită reluarea calculelor prin ajustarea corespunzătoare a caracteristicilor inițiale impuse. Variația lui m, m_p, s_n se va face pe baza analizei importanței fiecărei caracteristici funcționale impuse, apelînd în primul rînd la creșterea cuplului maxim m. Această indicație practică rezultă din studiul răspunsului funcției $\beta = f(s_n, m_p, m)$ la variația celor 3 caracteristici și a constatării că de regulă cuplul maxim este limitat de către norme doar prin valoarea sa inferioară.

În ultimul bloc al schemei reprezentate în figura 3, s-au concentrat toate calculele necesitate de dimensionarea mașinii cu parametrii funcționali impuși. Stabilirea relațiilor de interdependență între para-

*) Acest raport rezultă de regulă din condiția realizării randamentului maxim η_{max} la sarcină a mașinii precizată.

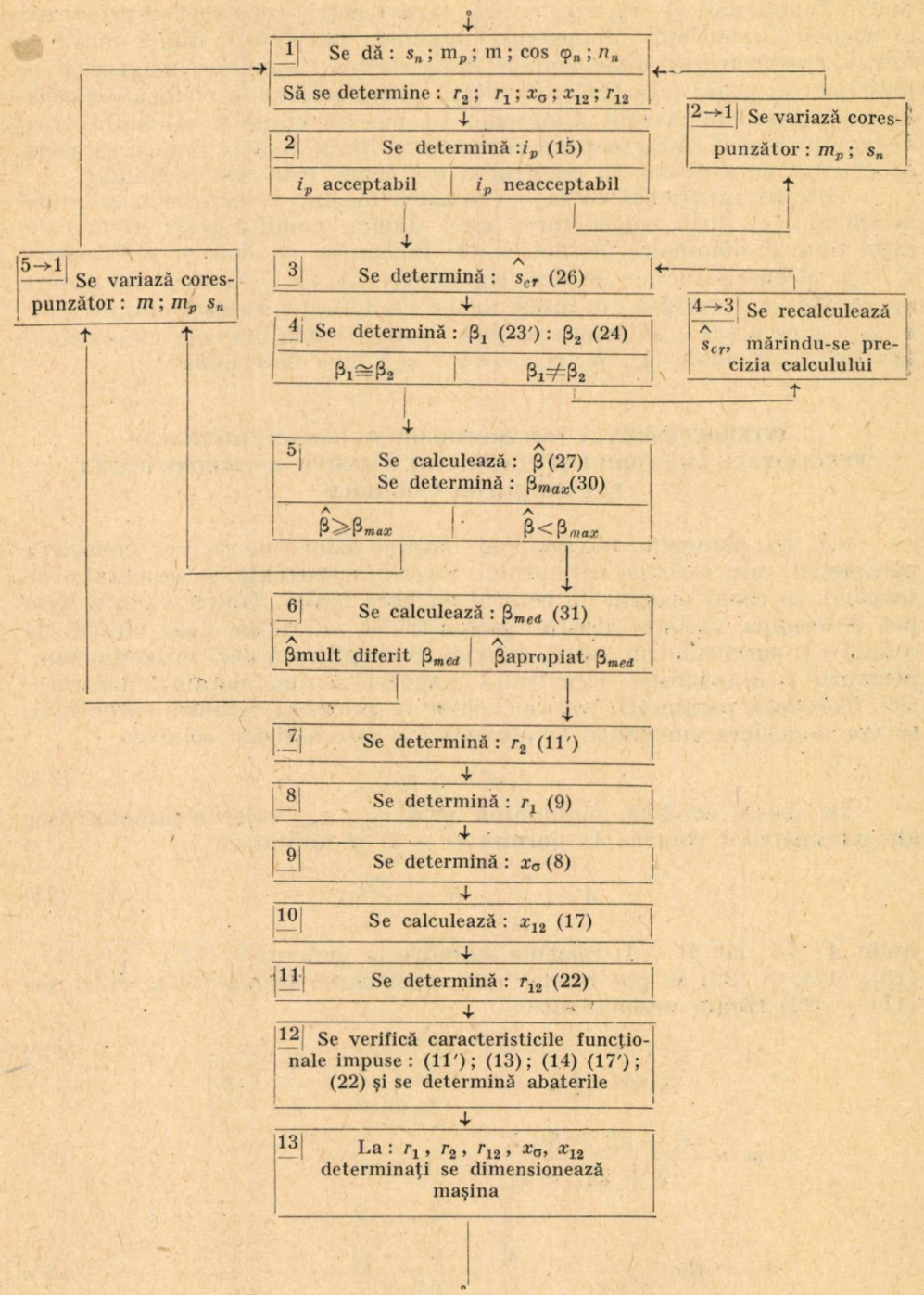


Fig. 3. — Schema logică de calcul a soluției în cazul mașinii cu parametri constanți.

metrii funcționali r_1, r_2, r_{12}, x_σ, x_{12} și parametrii constructivi principali ai mașinii (dimensiuni : diametrul, lungimea, întrefierul, dimensiunile și forma crestăturilor, dimensiunile înfășurărilor ; solicitări magnetice și electrice) se poate face fără dificultăți, prin apelarea la elemente clasice de proiectare ale mașinii asincrone. În această etapă a calculului este de reținut faptul că r_{12} poate fi variat între limite relativ mici și ca atare acest grad de libertate în rezolvarea problemei este relativ limitat.

Este de menționat că la optimizarea mașinii asincrone și ca atare la calculul ei, prin considerarea unei singure condiții restrictive, condiția puterii nominale, pierderile din înfășurări (și deci și rezistențele r_1, r_2), pierderile în fier (și deci rezistența r_{12}), ca și factorul de putere (și implicit x_{12}), rezultă din însăși modul de definiție a criteriului de optimizare și ca atare o asemenea mașină va avea patru din cele cinci caracteristici funcționale (s_n, m, m_p, $\cos\varphi_n$, η_{en}) bine determinate.

3. INTERDEPENDENȚA PARAMETRILOR ȘI CARACTERISTICILOR FUNCȚIONALE LA STUDIUL ȘI PROIECTAREA MAȘINII ASINCRONE (CAZUL PARAMETRILOR VARIABILI)

3.1. Ca parametri variabili ai mașinii asincrone se vor considera parametrii caracteristici circuitului rotoric (rezistența și reactanța de scăpări), în cazul mașinii cu rotorul cu bare înalte. Dintre cauzele care pot determina variația acestor parametri se va reține doar efectul de refulare al curentului în barele coliviei. Se neglijează deci influența temperaturii și a saturației circuitului magnetic asupra parametrilor rotorici. Totodată parametrii rotorici, chiar în prezența refulării curentului, se vor considera constanți, la alunecări s care satisfac condiția

$$s_n \leqslant s \leqslant s_{cr}. \tag{33}$$

În aceste condiții, desemnînd prin r_{2p}, $x_{\sigma p}$ valorile caracteristice ale parametrilor rotorici la pornire ($s = 1$) și notînd cu

$$A = \frac{r_2}{r_{2p}}, \quad B = \frac{x_{\sigma p}}{x_\sigma}, \tag{34}$$

unde $A > 1$, iar $B < 1$, relațiile stabilite la punctul 2, (11′), (13), (14), (15), (17), și (22) se pot rescrie sub următoarea formă (11′), (13), iar (17) și (22) rămîn neschimbate :

$$r_2 = \frac{1 - s_n}{c_1^2 \cdot \cos\varphi_n \left(\eta_n + 1 - \frac{\eta_n}{\eta_{en}}\right)\left(\frac{s_n}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n} + \beta\right)}, \tag{11′}$$

$$m = \frac{s_n^2 + s_{cr}^2 + \beta s_n s_{cr}^2}{(2 + \beta s_{cr}) s_n s_{cr}}, \tag{13}$$

$$m_p = A s_n \frac{\frac{1}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n^2} + \frac{\beta}{s_n}}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 (1 - B^2) + \left(\frac{\beta}{s_{cr}^2}\right)^2 + A(A + \beta)}, \tag{35}$$

$$i_p = \sqrt{\frac{1}{A} \cdot \frac{m_p}{s_n}}, \tag{36}$$

$$\cos\varphi_n = \frac{x_{12}}{2x_\sigma + x_{12}}, \tag{17}$$

$$r_{12} = x_{12}^2 \left[c_1 \cos\varphi_n \left(\frac{\eta_n}{\eta_{en}} - \eta_n \right) - k_i (r_i + c_1 r_2) \right]. \tag{22}$$

Dacă se observă că la A definit de (36) factorul de majorare k_r al rezistenţelor rezultă, iar la k_r dat factorul de diminuare al inductivităţii k_L şi deci şi β poate fi calculat, rezultă că relaţiile (11'), (13), (35), (36), (17) şi (22) pot forma un sistem de 6 ecuaţii cu 6 necunoscute (r_1, r_2, r_{12}, A, x_σ, x_{12}), cînd cele şase caracteristici funcţionale impuse sînt cunoscute (s_n, m, m_p, i_p, $\cos\varphi_n$, η_n).

Deci la maşina asincronă cu parametrii rotorici variabili, numărul n al caracteristicilor funcţionale impuse, pentru ca sistemul de ecuaţii să fie compatibil, în sensul existenţei a cel puţin unei soluţii bine determinate, creşte de la cinci la şase.

3.2. Rezolvarea sistemului de ecuaţii se face ca în cazul precedent, cu observaţia că la eliminarea lui β din (13) şi (35), relaţia (35) se utilizează sub următoarea formă simplificată

$$A s_n \frac{\frac{1}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n^2} + \frac{\beta}{s_n}}{\left(\frac{B}{s_{cr}}\right)^2 + A(A+\beta)} = m_p, \tag{35'}$$

în care deci s-a neglijat de la numitorul expresiei (35) termenul $\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 (1 - B^2)$, care de regulă este cu mult mai mic decît suma termenilor reţinuţi.

Cu această aproximaţie, din (13) rezultă

$$\beta = \frac{\frac{s_n}{s_{cr}} + \frac{s_{cr}}{s_n} - 2m}{s_{cr}(m-1),}, \tag{24}$$

iar din (35')

$$\beta = \frac{m_p \left[\left(\frac{B}{s_{cr}}\right)^2 + A^2 \right] - s_n A \left(\frac{1}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n^2} \right)}{A(1 - m_p)}. \tag{37}$$

Eliminînd β din (24) şi (37), se formează ecuaţia în s_{cr} de forma

$$\left[\frac{m - m_p}{s_n} - (m-1) m_p A \right] s_{cr}^2 - 2m(1 - m_p) s_{cr} + [(m - m_p) s_n - \frac{(m-1) m_p}{A} B^2 \Big] = 0,$$

care rezolvată, are soluţiile

$$s_{cr\,1,2} = \frac{s_n}{(m - m_p) - (m-1)\, m_p\, s_n\, A}\left\{m\,(1 - m_p) \pm \right.$$

$$\left. \pm \sqrt{(m-1)\, m_p \left[(m - m_p)\left(\frac{B^2}{A s_n} + A s_n - 1\right) - m\,(m - m_p)\, m_p - (m-1)\, B^2\right]}\right\}. \tag{38}$$

şi care la $A = B = 1$ reproduce soluţiile stabilite în cazul parametrilor constanţi sub forma expresiei (26).

Considerînd în faţa radicalului semnul pozitiv şi înlocuind în (38): $A s_n = \frac{m_p}{i_p^2}$, se obţine

$$\hat{s}_{cr} = \frac{s_n}{(m - m_p) - (m-1)\frac{m_p^2}{i_p^2}}\left\{m\,(1 - m_p) + \right.$$

$$\left. + \sqrt{(m-1)\, m_p \left[(m - m_p)\left(\frac{B^2\, i_p^2}{m_p} + \frac{m_p}{i_p^2} - 1\right) - m\,(1 - m_p) - m_p\,(m-1) B^2\right]}\right\}. \tag{38'}$$

La: $s_{cr} = \hat{s}_{cr}$, relaţiile (37) şi (24) definesc valorile lui β_1 şi respectiv β_2; deci

$$\beta_1 = \frac{m_p\left[\left(\frac{B}{s_{cr}}\right)^2 + A^2\right] - A s_n\left[\frac{1}{s_{cr}^2} + \frac{1}{s_n^2}\right]}{A\,(1 - m_p)}, \tag{37'}$$

$$\beta_2 = \frac{\frac{s_n}{s_{cr}} + \frac{s_{cr}}{s_n} - 2\,m}{(m-1)\, s_{cr}}. \tag{24'}$$

În continuare, determinarea lui $\hat{\beta}$ (27), verificarea condiţiei de compatibilitate a soluţiei (30) şi de încadrare a lui $\hat{\beta}$, în domeniul $0 \ldots \beta$ max se efectuează ca în cazul maşinii cu parametrii constanţi.

3.3. Schema logică de calcul reprezentată în figura 3, rămîne în principiu aceeaşi cu anumite modificări de procedură. În figura 4 se prezintă schema logică de calcul a parametrilor funcţionali, în cazul maşinii asincrone cu parametrii variabili.

Calculul lui k_r (blocul 3) se efectuează cu expresia

$$k_r = A\,(1 + k_{ib}) - k_{ib}, \tag{39}$$

unde conform [4]

$$k_{ib} = \frac{r_i}{r_b\, 2\, sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}} \simeq \frac{\rho_i\, D}{\rho_b\, lp}, \tag{40}$$

reprezintă raportul rezistenţei echivalente a segmentelor inelului de scurtcircuitare către rezistenţa barei coliviei; ρ_i, ρ_b, reprezintă rezistivi-

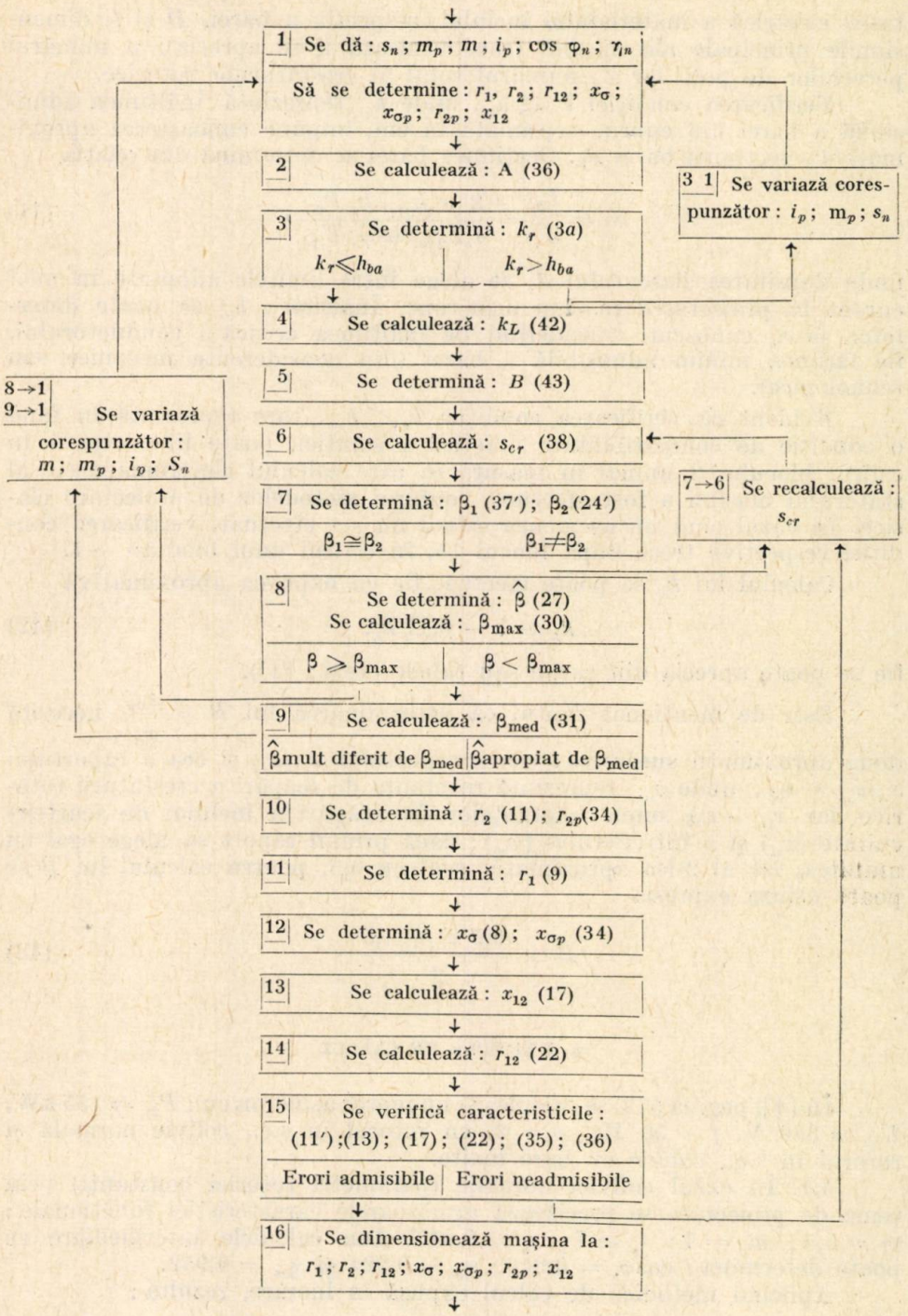


Fig. 4. — Schema logică de calcul a soluției în cazul mașinii cu parametri variabili.

tatea electrică a materialului inelului, respectiv a barei, D și l, dimensiunile principale ale mașinii (care urmează a se aprecia), p numărul perechilor de poli, iar Z_2 numărul total al crestăturilor rotorice.

Verificarea condiției $k_r \leqslant h_{ba}$, unde h_{ba} reprezintă înălțimea admisibilă a barei din cupru, exprimată în cm, impune cunoașterea aproximativă a secțiunei barei S_b. Secțiunea barei se determină din relația

$$S_b = \frac{I_{2b}}{J_b} = \frac{2\, w_1 k_{w1} \sqrt{k_i}\, P_{2n}}{J_b Z_2 \eta_n \cos\varphi_n\, U_{1n}}, \tag{41}$$

unde densitatea curentului J_b se alege între limitele adoptate în mod curent la proiectarea mașinii asincrone. Înălțimea h_{ba} se poate determina la S_b cunoscut, considerînd fie înălțimea critică a conductorului, fie lățimea minim admisibilă a barei (din considerente mecanice sau tehnologice).

Evident că verificarea condiției $k_r \leqslant h_{ba}$, care reprezintă în fond o condiție de compatibilitate practică a soluției, poate fi efectuată în cadrul blocului 3 numai în măsura în care calculul electromagnetic al statorului mașinii a fost efectuat, conform metodelor de proiectare clasice. În cazul cînd un asemenea calcul nu s-a efectuat, verificarea condiției respective trece după blocul 15, în cadrul unui bloc $15 \rightarrow 1$.

Calculul lui k_L se poate efectua, fie cu expresia aproximativă

$$k_L \simeq 1 - 0{,}17\, k_r, \tag{42}$$

fie se poate aprecia din curbe sau tabele (vezi : [4]).

Este de menționat faptul că determinarea lui $B = \frac{x_{\sigma p}}{x_\sigma}$ necesită două aproximații succesive : cea a raportului x_{s1}/x_{s2} și cea a raportului $x_{sc}/x_{si} + x_{s\delta}$, unde x_{sc} reprezintă reactanța de scăpări a crestăturii rotorice, iar $x_{si} + x_{s\delta}$ suma reactanțelor de scăpări a inelului de scurtcircuitare (x_{si}) și a întrefierului ($x_{s\delta}$); dacă primul raport se alege egal cu unitatea, iar al 2-lea aproximativ egal cu 0,5, pentru calculul lui B se poate utiliza expresia

$$B \simeq \frac{0{,}5\, k_L + 1{,}5}{2}. \tag{43}$$

4. EXEMPLE DE CALCUL

În [4], pagina 572, se calculează un motor asincron cu : $P_{2n} = 155$ kW, $U_{1n} = 380$ V, $f = 50$ Hz, $p = 2$, cu rotorul în s.c., colivie normală și rotorul în s.c., colivie cu bare înalte.

4.1. În cazul coliviei normale (parametri rotorici constanți) prin tema de proiectare se precizează următoarele caracteristici funcționale : $m = 3{,}5$; $m_p = 1$; $i_p = 7$; $s_n = 0{,}015$. Din calculele intermediare se poate determina : $\cos\varphi_n = 0{,}946$; $\eta_n = 0{,}924$ și $\eta_{en} = 0{,}952$.

Aplicînd metodica de calcul expusă în lucrare, rezultă :

$$\hat{s}_{cr} = 0{,}122\,; \quad \hat{\beta} = 4{,}210\,; \quad \beta_{max} = 4{,}570\,; \quad \beta_{med} = 1{,}885.$$

Deşi condiţia de compatibilitate este îndeplinită $0 < \hat{\beta} < \beta_{max}$, totuşi datorită diferenţei mari între $\hat{\beta}$ şi β_{med} (4,210 faţă de 1,885) este nerecomandabil ca maşina să se realizeze cu caracteristicile funcţionale impuse.

Modificînd caracteristicile funcţionale (doar m şi m_p) la valorile $m = 3.370$; $m_p = 0{,}752$, rezultă: $\hat{s}_{cr} = 0{,}1$; $\hat{\beta} = 1{,}702$; $\beta_{max} = 4{,}57$; $\beta_{med} = 1{,}87$.

La $\hat{s}_{cr} = 0{,}1$, $\hat{\beta} = 1{,}7$, prin efectuarea calculelor, conform schemei din figura 3, se obţin următorii parametri ai maşinii

$$r_1 = 0{,}0131 \text{ (u.r.)}; \; r_2 = 0{,}0152 \text{ (u.r.)}; \; x_\sigma = 0{,}146 \text{ (u.r.)};$$

$$x_{12} = 5{,}12 \text{ (u.r.)}; \; r_{12} = 0{,}476 \text{ (u.r.)},$$

care asigură realizarea caracteristicilor funcţionale impuse, cu erori mai mici decît 3%. De menţionat că la noile caracteristici impuse este respectată şi condiţia curentului de pornire cu o eroare de cca 1% (în prima variantă abaterea curentului de pornire rezultat faţă de cel impus este de ordinul a 16%).

4.2. În cazul coliviei cu bare înalte (parametri rotorici variabili) se impun următoarele caracteristici funcţionale

$$m = 2{,}5; \; m_p = 1{,}5; \; i_p = 6; \; s_n = 0{,}015; \; \eta_n = 0{,}924;$$

$$\cos\varphi_n = 0{,}946.$$

Conducînd calculele conform schemei de calcul din figura 4, se obţine $A = 2{,}77$; $k_n = 3{,}44$; $k_L = 0{,}415$; $B = 0{,}855$; $\hat{s}_{cr} = 0{,}0668$.

Din relaţia (24) rezultă $\beta_1 < 0$ şi ca atare condiţia de compatibilitate nu poate fi asigurată.

Modificînd caracteristicile funcţionale la valorile:

$$m = 3{,}12; \; m_p = 1{,}425; \; i_p = 7{,}15; \; s_n = 0{,}015; \; \eta_n = 0{,}924;$$

$$\cos\varphi_n = 0{,}946;$$

rezultă $A = 1{,}865$; $k_r = 2{,}19$; $k_L = 0{,}628$; $B = 0{,}91$; $\hat{s}_{cr} = 0{,}099$;

$$\hat{\beta} = 2{,}16.$$

Întrucît $\hat{\beta}$ satisface condiţiile de compatibilitate ($\beta_{max} = 4{,}86$, iar $\beta_{med} = 2{,}05$) se determină parametrii maşinii cu caracteristicile funcţionale impuse:

$$r_1 = 0{,}01685 \text{ (u.r.)}; \; r_2 = 0{,}0153 \text{ (u.r.)}; \; x_\sigma = 0{,}153 \text{ (u.r.)};$$

$$r_{2p} = 0{,}0285 \text{ (u.r.)}; \; x_{\sigma p} = 0{,}14 \text{ (u.r.)}; \; x_{12} = 5{,}65 \text{ (u.r.)};$$

$$r_{12} = 0{,}453 \text{ (u.r.)}.$$

La aceste valori ale parametrilor, caracteristicile funcţionale sînt asigurate cu erori sub 2%.

Se menţionează că modificarea caracteristicilor funcţionale iniţial impuse s-a făcut în cele 2 cazuri, în conformitate cu caracteristicile funcţionale efectiv obţinute în [4] pentru cele 2 exemple de calcul considerate.

5. CONCLUZII

5.1. Problema determinării mașinii asincrone cu caracteristici funcționale impuse, poate fi rezolvată complet, adoptînd una din schemele de calcul reprezentate în figurile 3 și 4. Cînd condiția (30) este satisfăcută, iar $\hat{\beta} \simeq \beta_{med}$ (relația (31)), calculul mașinii cu caracteristicile funcționale date poate fi efectuat direct, cu un grad de precizie ridicat (din verificările efectuate rezultă erori de ordinul procentelor pentru mașini a căror putere variază de la zeci de kW la mii de kW). În acest mod, se elimină calculul laborios (de aproximații succesive), caracteristic metodei clasice de proiectare a mașinii asincrone.

5.2. Compatibilitatea principală a caracteristicilor funcționale cu parametrii funcționali poate fi verificată fără conducerea integrală a calculului mașinii; este suficient să se verifice condiția stabilită sub forma (30), respectiv încadrarea lui $\hat{\beta}$ în domeniul $0 \ldots \beta_{max}$, prin comparare cu β_{med}, determinat de relația (31). Verificarea directă a compatibilității problemei, conform metodei indicate, prezintă interes practic îndeosebi în condițiile unicatelor sau a proiectării seriilor noi de mașini. Cînd condiția (30) nu este satisfăcută, mașina poate fi realizată doar la valori ale indicilor funcționali diferite de valorile impuse. Abaterile caracteristicilor rezultate față de cele impuse se pot determina în fiecare caz în parte, cu ajutorul relațiilor stabilite în lucrare.

5.3. Numărul maxim al caracteristicilor funcționale impuse la proiectarea unei mașini asincrone este egal cu cinci sau șase, după cum mașina este cu parametrii rotorici constanți sau variabili. La $n > 5$, respectiv $n > 6$, problema devine imposibilă; la $n < 5$, respectiv $n < 6$, problema poate admite o infinitate de soluții.

Cînd calculul mașinii se efectuează conform criteriilor de optimitate tehnico-economică gradul de libertate în soluționarea problemei este limitat și acceptarea unei soluții compromis este necesară.

BIBLIOGRAFIE

1. STAS 1764—63, *Motoare asincrone trifazate normale de la 0.6... 100 kW și pînă la 500 V* (Caracteristici electrice).
2. C. APETREI, *Determinarea soluției optime în proiectarea mașinilor electrice*, St. cerc., energ., **12**, *1—A*, 117 (1962).
3. M. LIWSCHITZ, *Electric machinery*, vol. **II A—C** machines, New York, 1950.
4. I. M. POSTNICOV, *Proiectarea mașinilor electrice*, Kiev, 1952.

CONSIDERAŢII ASUPRA PRECIZIEI MODELĂRII ANALOGICE PRIN METODA DIFERENŢELOR FINITE A ECUAŢIILOR DE PROPAGARE PE O LINIE ELECTRICĂ

IE

I. ADĂMUŢ

621.3.092

În prezentul articol se analizează unele aspecte matematice privind rezolvarea ecuaţiilor de propagare de ordinul unu şi doi, pe o linie electrică, în lumina utilizării lor pe calculatorul electronic analogic.

Se determină şi se ordonează expresiile precise şi aproximate ale resturilor pentru diversele tipuri de diferenţe finite de ordinul unu şi doi. Se analizează influenţa pasului, a numărului de secţiuni şi a lungimii liniei asupra preciziei metodei.

Se indică şi modul de ridicare a preciziei rezolvării ecuaţiilor folosind diferenţe finite îmbunătăţite cu $n + 1$ termeni, n fiind numărul de secţiuni. Se determină expresia primelor două derivate spaţiale pentru cazul general şi se stabilesc ecuaţiile pentru obţinerea factorilor de pondere.

0. INTRODUCERE

Ecuaţiile cu derivate parţiale de tip hiperbolic, ca ecuaţia undelor, şi de tip parabolic, ca ecuaţia propagării căldurii, se pot rezolva cu o precizie satisfăcătoare pentru practică, prin exprimarea lor sub forma unor diferenţe finite [1], [2]. Întrucît structurile specifice acestei probleme — linii, bare — au o singură dimensiune, ecuaţiile de propagare analizate vor avea două variabile independente de naturi diferite x şi t. Transformarea ecuaţiilor pentru calcul numeric pe calculatoare digitale, impune discretizarea ambelor mărimi cu paşi proprii h şi k, egali sau diferiţi, [3], [4], [5]. Rezolvarea lor pe calculatoare analogice se poate face, fie prin discretizarea spaţiului şi menţinerea timpului ca variabilă continuă, — metoda cea mai potrivită pentru acest tip de calculatoare ce

au timpul ca variabilă independentă proprie, fie prin discretizarea timpului și menținerea spațiului ca variabilă continuă, fie prin discretizarea ambelor mărimi [1]. Evident că ultimele două căi sînt mai greu de rezolvat, necesitînd elemente de memorizare, de iterație, etc.

În prezenta lucrare se va analiza în cazul primei variante, cea mai frecvent utilizată, erorile de metodă, în funcție de lungimea liniei, de

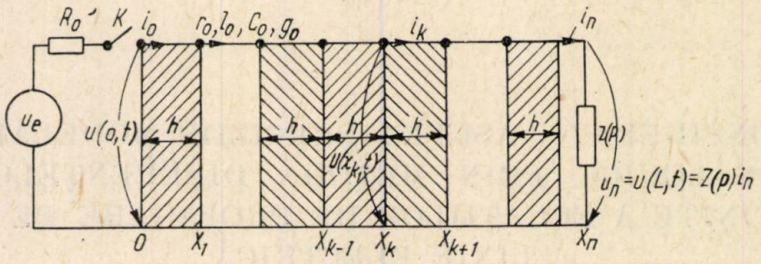


Fig. 1. — Schema unei linii lungi monofilare cu secțiunile pentru diferențe finite.

numărul de secțiuni în care se discretizează spațiul, de ordinul ecuațiilor rezolvate și de felul diferenței finite.

În literatura de specialitate este analizată problema în general și în mod special pentru calea a treia [3], [6], în scopul utilizării ei pe calculatoare digitale [4].

Se prezintă și se analizează și modul de ridicare a preciziei soluțiilor prin metoda diferențelor finite îmbunătățite.

1. ERORILE DE APROXIMARE ÎN CAZUL ECUAȚIILOR DE PROPAGARE DE ORDINUL UNU

Să considerăm o linie electrică aeriană de lungime L, de parametri lineici : r_0 (rezistența lineică), l_0 (inductivitate lineică) și c_0 (capacitatea lineică). Conductanța lineică g_0 o neglijăm, presupunînd linia perfect izolată (fig. 1).

Ecuațiile de propagare clasice de ordinul unu ale tensiunii și curentului sînt

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + l_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = c_0 \frac{\partial u}{\partial t}, \tag{1}$$

cu condițiile inițiale

$$u(x, 0) = i(x, 0) = 0, \tag{2}$$

și condițiile la limită

$$u(0, t) = u_0(t), \tag{3 a}$$

$$u(L, t) = Z(p)\, i(L, t). \tag{3 b}$$

Presupunînd linia alimentată cu tensiune continuă u_0, în regimul staționar $u(x, \infty)$ va avea valori constante pentru aceeași coordonată

spațială x. Pînă la atingerea valorilor staționare tensiunea va varia oscilatoriu conform ecuațiilor (1), (2), (3). În figura 2 *a* se arată alura tensiunii considerînd pe x variabilă continuă și pe t parametru, t_k reprezentînd o valoare instantanee oarecare din durata tranzitorie, iar $t\infty$, un moment mai mare sau cel puțin egal cu durata procesului tranzitoriu. Se observă că în cazul surselor de putere infinită, la extremitatea sursă,

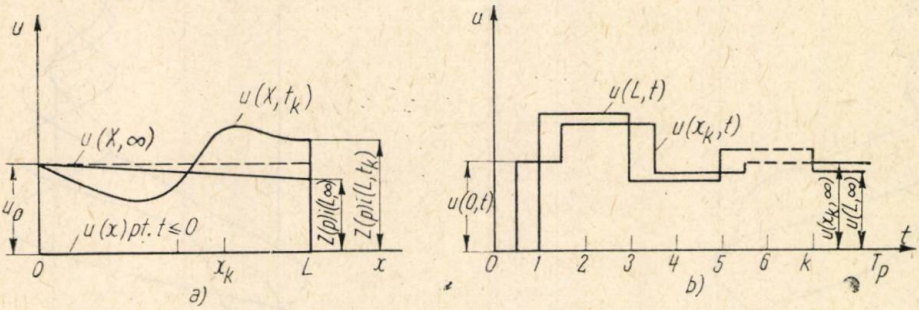


Fig. 2. — Curbele tensiunilor $u\,(x, t_k)$, t parametru și $u\,(x_k, t)$, x, parametru.

există un nod $u = u_0$. În schimb, la extremitatea receptor vor fi valori variabile care vor satisface în orice moment relația (3b). În figura 2 *b* se arată variația tensiunii în cazul, timpul t variabilă continuă și spațiul x parametru (variabilă discretă), $x_k < L$, reprezentînd un punct oarecare de pe linie. Dacă $t_p = \dfrac{L}{v_0}$ este timpul propriu de propagare a undei electromagnetice pe lungimea simplă a liniei, se observă variația tensiunii de la zero la $u\,(x_k, \infty)$. Dintr-o astfel de diagramă rezultă clar durata procesului tranzitoriu pentru diversele puncte ale liniei. Datorită condițiilor inițiale și la limită, din infinitatea de soluții a ecuațiilor (1) se reține ca valabilă numai aceea ce satisface ecuațiile (2), (3), [8].

În figura 3 se prezintă trei diagrame $u = f\,(x_k, t)$, obținute pe calculatorul analogic MECAN II [9], pentru o linie fără pierderi la funcționare în gol. Linia a fost modelată prin metoda lanțului de cvadripoli asemănătoare în principiu cu metoda diferențelor finite. S-au folosit 25 secțiuni egale, tensiunea de alimentare avînd variație în treaptă (fig. 3 *a*), cosinusoidală (fig. 3 *b*) și sinusoidală (fig. 3 *c*). Se observă că în fiecare punct x_k ($k = 1, 2, \ldots, 25$), tensiunea apare cu o întîrziere dependentă de poziția acestuia.

Scrise sub formă de ecuații cu diferențe finite pentru :

diferența în urmă $\nabla u_k = u_k - u_{k-1}$,

diferența în avans $\Delta u_k = u_{k+1} - u_k$,

și diferența centrală *), $\delta u_k = u_{k+1} - u_{k-1}$,

*) Diferența centrală de ordinul unu riguros definită are forma $\delta u_k = u_{k+\frac{1}{2}} - u_{k-\frac{1}{2}}$ [2], [3], [6]. Adoptarea acestei expresii presupune pentru calculatorul analogic secționarea liniei în $2n$ în loc de n secțiuni.

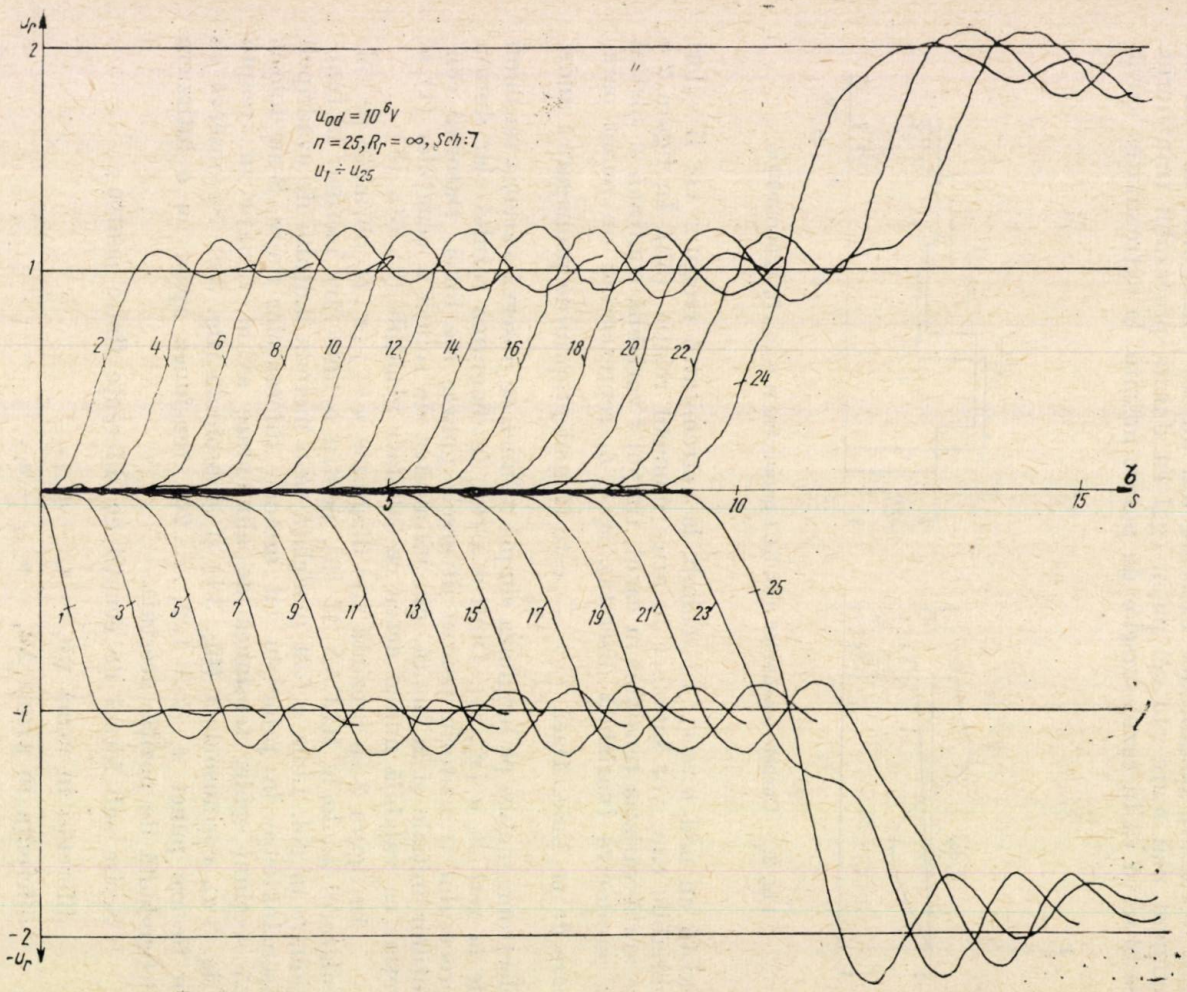


Fig. 3. — Variația undei de tensiune incidentă în timp în punctele de discretizare :

a) — tensiune treaptă ;

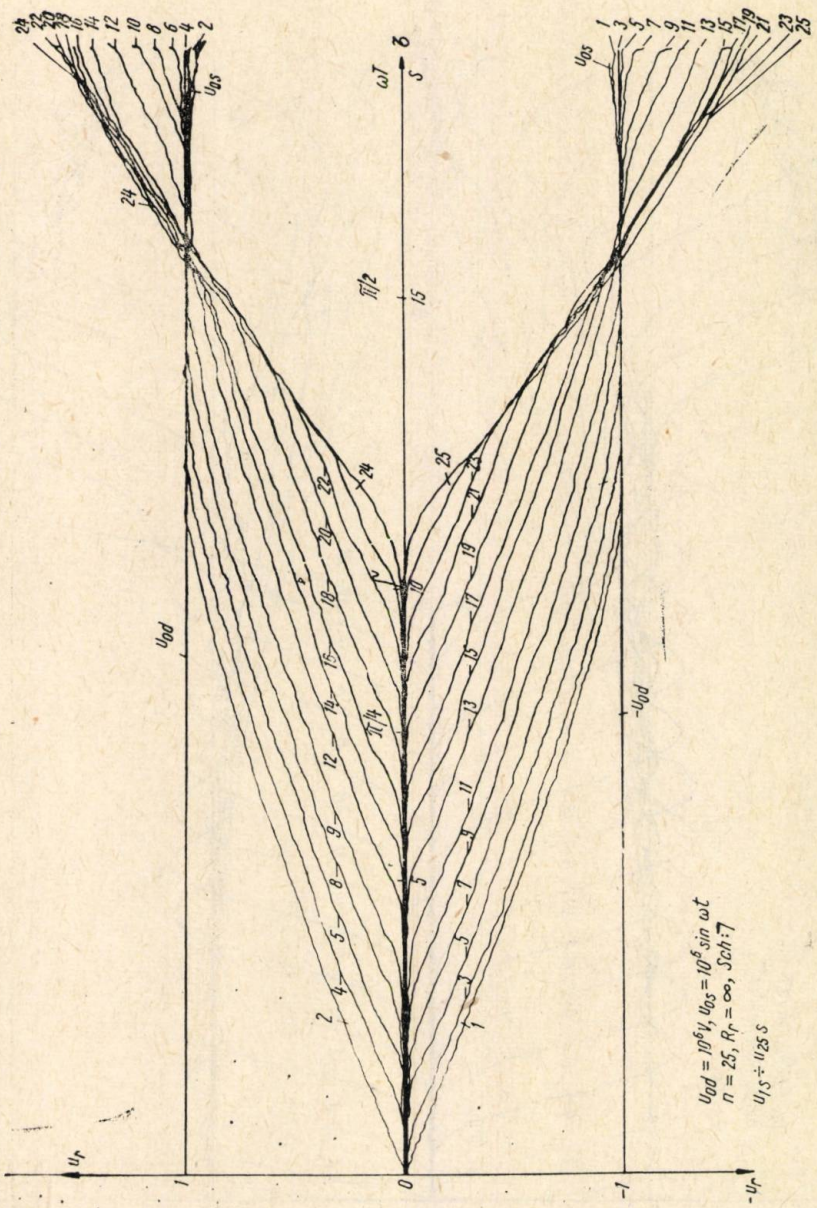


Fig. 3. — Variația undei de tensiune incidentă în timp în punctele de discretizare :
b) — tensiune sinusoidală ;

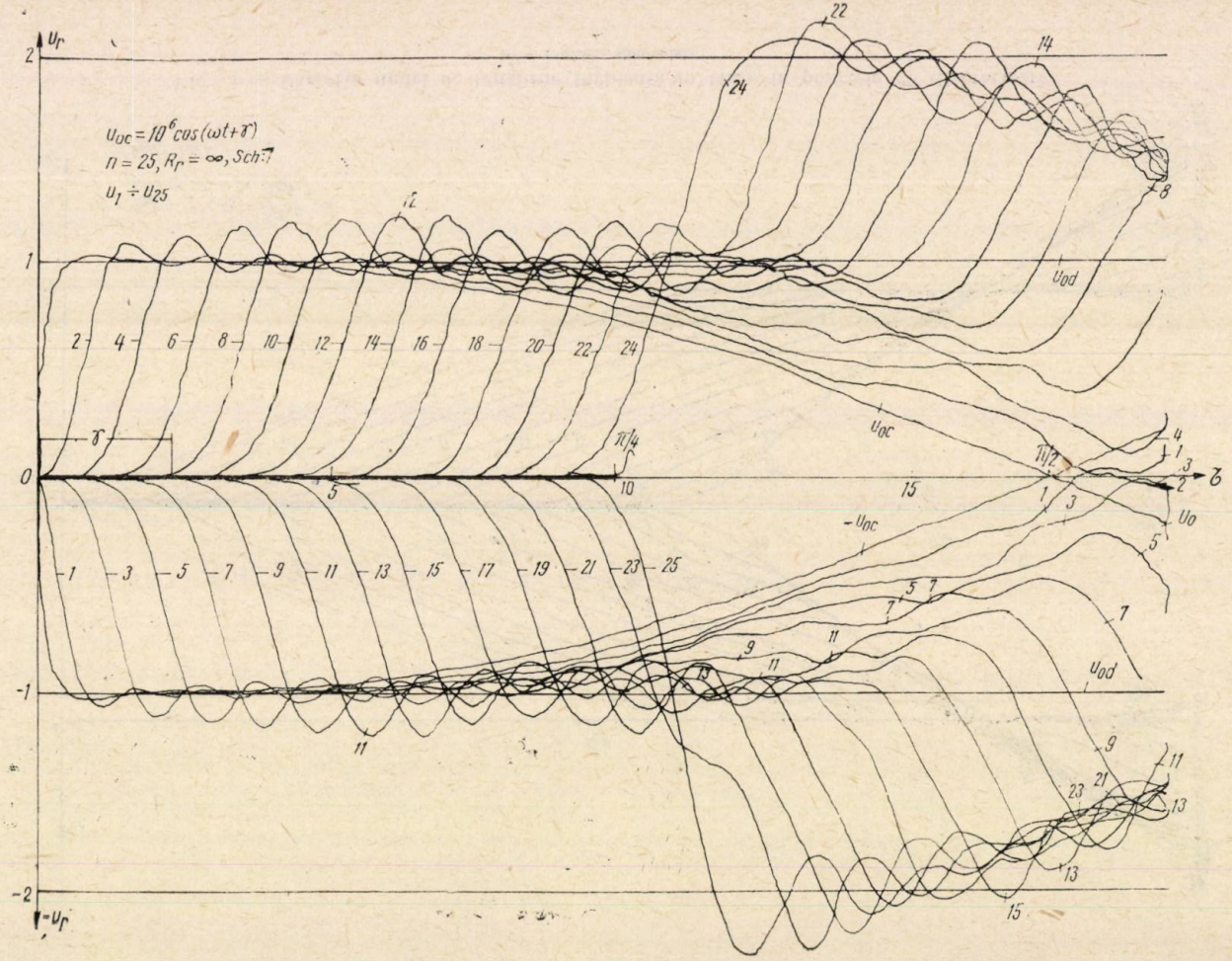


Fig. 3. — Variația undei de tensiune incidentă în timp în punctele de discretizare :

c) — tensiune cosinusoidală.

($k = 1, 2, \ldots, n$), n fiind numărul de puncte discrete ale liniei, ecuațiile (1) devin [2], [3]:

$$-\frac{\mathrm{d}i(x_k, t)}{\mathrm{d}t} = \frac{i(x_k, t)}{\tau_0} + \frac{1}{l_0}\frac{\nabla u(x_k, t)}{h} + \frac{h}{l_0}\sum_{j=2}^{m}\frac{(-h)^{j-2}}{j!} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mathrm{d}^j u(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j} \quad (k = 1, 2, \cdots, n; \quad m \to \infty), \tag{4 a}$$

$$-\frac{\mathrm{d}u(x_k, t)}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{c_0}\frac{\nabla i(x_k, t)}{h} + \frac{h}{c_0}\sum_{j=2}^{m}\frac{(-h)^{j-2}}{j!} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mathrm{d}^j u(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j} \quad (k = 1, 2, \cdots, n-1; \quad m \to \infty), \tag{4 b}$$

$$-\frac{\mathrm{d}i(x_k, t)}{\mathrm{d}t} = \frac{i(x_k, t)}{\tau_0} + \frac{1}{l_0}\frac{\Delta u(x_k, t)}{h} - \frac{h}{l_0}\sum_{j=2}^{m}\frac{h^{j-2}}{j!} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mathrm{d}u^j(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j} \quad (k = 0, 1, \cdots, n; \quad m \to \infty), \tag{5 a}$$

$$-\frac{\mathrm{d}u(x_k, t)}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{c_0}\frac{\Delta i(x_k, t)}{h} - \frac{h}{c_0}\sum_{j=2}^{m}\frac{h^{j-2}}{j!} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mathrm{d}^j i(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j} \quad (k = 1, 2, \cdots, n-1; \quad m \to \infty), \tag{5 b}$$

$$-\frac{\mathrm{d}i(x_k, t)}{\mathrm{d}t} = \frac{i(x_k, t)}{\tau_0} + \frac{1}{l_0}\frac{\delta u(x_k, t)}{2h} - \frac{h^2}{2l_0}\sum_{j=3}^{m}[1-(-1)^j]\frac{h^{j-3}}{j!} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mathrm{d}^j u(x_k, t)}{\mathrm{d}t^j} \quad (k = 1, 2, \cdots, n-1; \quad m \to \infty), \tag{6 a}$$

$$-\frac{\mathrm{d}u(x_k, t)}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{c_0}\frac{\delta i(x_k, t)}{2h} - \frac{h^2}{2c_0}\sum_{j=3}^{m}[1-(-1)^j]\frac{h^{j-3}}{j!} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mathrm{d}^j i(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j} \quad (k = 1, 2, \cdots, n-1; \quad m \to \infty), \tag{6 b}$$

unde

$\tau_0 = \dfrac{l_0}{r_0}$ este constanta de timp a liniei,

$h = \dfrac{L}{n}$ — pasul secțiunii (fig. 1).

Menționăm că diferența centrală se poate aplica numai secțiunilor interioare; punctului x_n numai diferența în urmă, iar punctului x_0, numai diferența înainte.

În procesul de integrare pe calculatorul analogic a sistemelor de ecuații (4), (5), (6) se neglijează termenii Σ, care reprezintă restul dez-

voltării în serie Taylor în jurul punctului x_k. Se observă că restul $\sum\nabla$ este o serie alternată de produse de puteri pornind cu unu ale lui h, cu derivatele spațiale de ordin începînd cu doi; restul $\sum\Delta$ este o serie pozitivă ale aceloraşi produse ca şi la restul $\sum\nabla$. Restul $\sum\delta$ este o serie pozitivă de produse de puteri începînd cu doi ale lui h, cu derivatele spațiale de ordin impar începînd cu trei. Rezultă deci că se poate indica ordinea de mărime: $\sum\delta < \sum\nabla < \sum\Delta$. Este evident că mărimile derivatelor spațiale fiind mărimi dinamice, apariția în timp a unei alte ordini este posibilă.

Întrucît restul $\sum\nabla$ se adună, iar resturile $\sum\Delta$ şi $\sum\delta$ se scad, se poate spune că, în general, valorile tensiunilor şi curenților obținute pe calculator sînt aproximate în lipsă la diferențele în urmă şi în exces la diferențele centrale şi în avans.

Sumele Σ ale resturilor variază neliniar cu pasul h avînd factor comun pe h la diferențele în urmă şi în avans şi pe h^2 la diferența centrală a cărei convergență este deci mai rapidă. Dacă $h \to 0$, atunci restul devine nul. Dar o creştere excesivă a numărului de secțiuni are ca efect complicarea schemei pentru un aport neînsemnat în precizie.

Dacă în sumele Σ reținem numai termenii de gradul unu şi doi, expresiile aproximate ale resturilor vor fi:

$$\overline{R}_{k\nabla} = \frac{h}{2\,(l_0)\,(c_0)} \int_0^t \left[\frac{\mathrm{d}^2\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^2} - \frac{h}{3}\,\frac{\mathrm{d}^3\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^3} \right] \mathrm{d}t, \tag{7 a}$$

$$\overline{R}_{k\Delta} = -\frac{h}{2\,(l_0)\,(c_0)} \int_0^t \left[\frac{\mathrm{d}^2\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^2} + \frac{h}{3}\,\frac{\mathrm{d}^3\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^3} \right] \mathrm{d}t, \tag{7 b}$$

$$\overline{R}_{k\delta} = -\frac{h^2}{6\,(l_0)\,(c_0)} \int_0^t \frac{\mathrm{d}^3\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^3}\,\mathrm{d}t, \tag{7 c}$$

unde φ simbolizează mărimea u cu care se ia în calcule numai inductivitatea lineică l_0, respectiv mărimea i, cu care se ia numai capacitatea lineică, c_0.

Relațiile (7) arată că resturile aproximate sînt funcții parabolice de pasul h cu coeficienți variabili în timp. Pentru o modelare cît mai corectă, este necesar ca expresiile (7) să fie minime. Întrucît coeficienții variabilei h sînt integralele unor funcții care iau valori date în punctele limită, precizia modelării devine o problemă de calcul variațional constînd în determinarea extremalei minime [10].

Dacă în relațiile (7) înlocuim pe h cu L/n, notînd cu

$$A_k\,[\varphi\,(t)] = \int_0^t \frac{\mathrm{d}^2\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^2} \quad \text{şi} \quad B_k\,[\varphi\,(t)] = \int_0^t \frac{\mathrm{d}^3\varphi\,(x_k,\,t)}{\mathrm{d}x^2}$$

relațiile (7) devin :

$$\overline{R}_{k\Delta} = \frac{A_k[\varphi(t)]}{2(l_0)(c_0)} \cdot \frac{L}{n} - \frac{B_k[\varphi(t)]}{6(l_0)(c_0)} \frac{L^2}{n^2}, \tag{8 a}$$

$$\overline{R}_{k\Delta} = -\frac{A_k[\varphi(t)]}{2(l_0)(c_0)} \cdot \frac{L}{n} - \frac{B_k[\varphi(t)]}{6(l_0)(c_0)} \cdot \frac{L^2}{n^2}, \tag{8 b}$$

$$\overline{R}_{k\delta} = -\frac{B_k[\varphi(t)]}{6(l_0)(c_0)} \cdot \frac{L^2}{n^2}. \tag{8 c}$$

Relațiile (8) indică că resturile $\overline{R}_{k\nabla}$ și $R_{k\Delta}$ sînt funcții hiperbolice de gradul trei, iar $R_{k\delta}$, de gradul doi în raport cu numărul de secțiuni n. Considerînd restul aproximat al diferenței centrale pentru $n = 2$ ca unitate de referință, din relația (8 c) se obține pentru $n = 20$ un rest de 100 ori mai mic. Rezultă că la o mărire acceptabilă a numărului de secțiuni ($n = 15 \div 20$), gradul de precizie obținut pe calculatorul analogic este satisfăcător pentru problemele tehnico-inginerești [11], [12].

Dependența de lungimea liniei L a resturilor aproximate este parabolică de gradul doi. Rezultă deci că cu cît lungimea liniei este mai mare cu atît precizia pentru un număr dat de secțiuni, este mai mică. Așa dar la lungimi de linie mari, se va alege un număr mai mare de secțiuni.

2. ERORILE DE APROXIMARE ÎN CAZUL ECUAȚIILOR DE PROPAGARE DE ORDINUL DOI

Ecuația de propagare clasică de ordinul doi pentru o linie unifilară cu pierderi este

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = v_0^2 \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{1}{\tau_0}\frac{\partial\varphi}{\partial t}, \tag{9}$$

unde :

$v_0 = \dfrac{1}{\sqrt{l_0 c_0}}$ este viteza de propagare a undei electromagnetice de-a lungul liniei, iar τ_0 și φ au aceleași semnificații ca și la ecuațiile (4) și (7).

Analiza gradului de precizie la rezolvarea ecuației (9), pe calculatorul analogic prin metoda diferențelor finite, va fi limitată numai la compararea ei cu ecuațiile de ordinul unu.

Înlocuind derivata spațială cu cele trei tipuri de diferențe finite de ordinul doi [2], [3] și anume :

$$\nabla^2\varphi(x_k, t) = \varphi(x_k, t) - 2\varphi(x_{k-1}, t) + \varphi(x_{k-2}, t),$$

$$\Delta^2\varphi(x_k, t) = \varphi(x_{k+2}, t) - 2\varphi(x_{k+1}, t) + \varphi(x_k, t),$$

$$\delta^2\varphi(x_k, t) = \varphi(x_{k+1}, t) - 2\varphi(x_k, t) + \varphi(x_{k-1}, t),$$

și dezvoltînd funcțiile $\varphi(x_k \pm h, t)$ în serie Taylor se obține:

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\mathrm{d}\varphi(x_k, t)}{\tau_0\,\mathrm{d}t} + v_0^2\frac{\nabla^2\varphi(x_k, t)}{h^2} + 2v_0^2 h\sum_{j=3}^{m}(-h)^{j-3}\frac{2^{j-1}-1}{j!}\cdot$$

$$\cdot\frac{\mathrm{d}^j\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j}\quad (k = 2, 3, \cdots, n;\quad m \to \infty), \tag{10 a}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\mathrm{d}\varphi(x_k, t)}{\tau_0\,\mathrm{d}t} + v_0^2\frac{\Delta^2\varphi(x_k, t)}{h^2} -$$

$$-2v_0^2 h\sum_{j=3}^{m}h^{j-3}\frac{2^{j-1}-1}{j!}\frac{\mathrm{d}^j\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j}\quad (k=0, 1, 2\cdots, n-2;\quad m\to\infty), \tag{10 b}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\mathrm{d}\varphi(x_k, t)}{\tau_0\,\mathrm{d}t} + v_0^2\frac{\delta^2\varphi(x_k, t)}{h^2} -$$

$$-2v_0^2h^2\sum_{j=4}^{m}[1+(-1)^j]\frac{h^{j-4}}{j!}\frac{\mathrm{d}^j\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}x^j}\quad (k=1, 2, \ldots, n-1;\ m\to\infty). \tag{10 c}$$

Analiza relațiilor (10) prezintă aceeași formă și ordonare a valorilor aproximate și a resturilor ca și cea a ecuațiilor de ordinul unu, cu singura deosebire că seriile resturilor încep cu derivate de un ordin mai ridicat cu o unitate, avînd ca rezultat o mai mare precizie.

Comparînd rapoartele resturilor aproximate numai pentru diferența centrală la cele două tipuri de ecuații se obține

$$\frac{\overline{R}_{k\delta^2}}{\overline{R}_{k\delta^1}} = v_0^2(l_0)(c_0)\frac{\iint\frac{\mathrm{d}^4\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}x^4}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t}{\int\frac{\mathrm{d}^3\varphi(x_k, t)}{\mathrm{d}x^3}\,\mathrm{d}t}. \tag{11}$$

Întrucît derivatele își micșorează în general valoarea pe măsura creșterii ordinului lor, rezultă că relația (11) este subunitară.

3. ERORI DE APROXIMARE DIMINUATE. DIFERENȚE FINITE ÎMBUNĂTĂȚITE

La diferențele finite de ordinul unu și de ordinul doi se observă că pentru determinarea mărimii φ_k în punctul x_k $(k = 0, 1, \cdots, n)$, se folosesc valorile acesteia în două puncte distanțate cu pasul h $(x_k \div x_{k-1}$, $x_{k+1} \div x_k)$ sau cu $2h$ $(x_{k+2} \div x_k$, $x_{k+1} \div x_{k-1}$, $x_k \div x_{k-2})$ respectiv în trei puncte $(x_k \div x_{k-1} \div x_{k-2}$, $x_{k+1} \div x_k \div x_{k-1}$, $x_{k+2} \div x_{k+1} \div x_k)$, după felul și ordinul diferenței.

Pentru reducerea și mai substanțială a restului neglijat, voi folosi diferențe finite îmbunătățite [2], [3] formate cu mărimile din toate n punctele discrete. Procesele de propagare pe linii modelate pe calculatoare analogice se pot reprezenta cu o precizie satisfăcătoare pe un lanț de 10—15 cvadripoli [11], folosind ecuațiile Kirchhoff, echivalente dife-

rențelor finite de ordinul unu [12], la care primul termen al restului neglijat este derivată de ordinul doi sau trei. Întrucît la diferențele finite îmbunătățite primul termen al restului este o derivată de ordin mai mare, rezultă că în acest caz utilizarea unui număr mai mic de secțiuni decît cel menționat va da o precizie bună. La modelarea acestor ecuații efectuată pe calculatorul electronic analogic MECAN II [9] se apreciază că $n \leqslant 9$, limitarea provenind de la rezistențele decadice. Teoretic rezultă că n poate fi ales oricît de mare, practic, însă pot să apară limitări, datorită posibilității de apariție a unor valori mult diferențiate între diverșii factori de pondere.

Întrucît cu cît un punct x_k este mai depărtat de punctul în jurul căruia se face dezvoltarea în serie, contribuția mărimii φ_k este mai puțin importantă; s-ar putea forma și diferențe finite îmbunătățite care să conțină numai mărimile dintr-un număr de puncte limitat din vecinătatea lui.

3.1. DIFERENȚE FINITE ÎMBUNĂTĂȚITE DE ORDINUL UNU ȘI DOI CU n TERMENI

Considerăm un punct $x_j = j \cdot h$ sau $x_j = L - (n-j)\,h$ pe o linie divizată în n secțiuni egale, de pas $h = L/n$ (figura 4 *a*). Expresiile mărimii de stare φ în cele $n+1$ puncte discrete, dezvoltate în serie Taylor în jurul punctului x_j pînă la puterea a n—a sînt:

$$\varphi_0 = \varphi\,(x_j - jh,\, t) = \varphi_j - jh\,\varphi_j' + j^2\frac{h^2}{2!}\varphi_j'' + \cdots + (-j)^n\frac{h^n}{n!}\,\varphi_j^{(n)} + \cdots \qquad (12.0)$$

$$\varphi_1 = \varphi[x_j - (j-1)h, t) = \varphi_j - (j-1)h\varphi_j' + (j-1)^2\frac{h^2}{2!}\,\varphi_j'' + \ldots + [-(j-1)]^n\frac{h^n}{n!}\,\varphi_j^{(n)} + \ldots$$

. . . . . (12.1)

$$\varphi_{j-1} = \varphi(x_j - h,\, t) = \varphi_j - h\varphi_j' + \frac{h^2}{2!}\,\varphi_j'' + \cdots + (-1)^n\frac{h^n}{n!}\,\varphi_j^{(n)} + \cdots \qquad (12.j-1)$$

$$\varphi_j = \varphi\left(x_j = j\,\frac{L}{n},\, t\right) = \varphi_j \qquad (12.j)$$

$$\varphi_{j+1} = \varphi\,(x_j + h,\, t) = \varphi_j + h\varphi_j' + \frac{h^2}{2!}\,\varphi_j'' + \cdots + \frac{h^n}{n!}\,\varphi_j^{(n)} + \cdots \qquad (12.j+1)$$

. . . . . .

$$\varphi_{n-1} = \varphi\,[x_j + (n-j-1)h] = \varphi_j + (n-j-1)h\varphi_j' + (n-j-1)^2\frac{\varphi_j''}{2!}h^2 + \ldots + (n-j-1)^n\frac{h^n}{n!}\varphi_j^{(n)} + \ldots$$

$$(12.n-1)$$

$$\varphi_n = \varphi\,(L,\, t) = \varphi\,[x_j + (n-j)\,h,\, t] = \varphi_j + (n-j)\,h\,\varphi_j' +$$

$$+ (n-j)^2\frac{h^2}{2!}\,\varphi_j'' + \cdots + (n-j)^n\frac{h^n}{n!}\,\varphi_j^{(n)} + \cdots \qquad (12.n)$$

Condițiile pentru ca numai derivata întîi să aibă coeficientul diferit de zero sînt date de sistemul de n ecuații omogene în k_r, rezultate din însumare pe coloane a celor $n+1$ ecuații, înmulțite cu factorii de pondere k_j și anume:

$$\sum_{r=0}^{n} k_r = 0, \tag{13 a}$$

$$\sum_{r=0}^{n} (r-j)^s k_r = 0 \qquad (j = 1, 2, \cdots, n), \tag{13 b}$$

unde pentru același j, exponentul $s = 2, 3, 4, \cdots, n$.

Din însumarea pe coloane a celor $n+1$ relații, se obține expresia

$$h\varphi_j' \sum_{r=0}^{n} (r-j)\, k_r = \sum_{r=0}^{n} k_r\, \varphi_r, \tag{14}$$

de unde

$$\varphi_j' = \frac{\mathrm{d}\varphi_j}{\mathrm{d}x} = \frac{n}{L} \frac{\sum_{r=0}^{n} k_r\, \varphi_r}{\sum_{r=0}^{n} (r-j)\, k_r}. \tag{15}$$

Pentru a obține factorii de pondere, la determinarea derivatei a doua se folosește același sistem (12) în care exponentul $s = 1, 3, 4, \cdots, n$. Cu aceștia expresia derivatei a doua rezultă din condiția

$$\frac{h^2}{2!} \varphi_j'' \sum_{r=0}^{n} (r-j)^2 k_r = \sum_{r=0}^{n} k_r\, \varphi_r, \tag{16}$$

de unde

$$\varphi_j'' = \frac{\mathrm{d}^2 \varphi_j}{\mathrm{d}x^2} = \frac{2n^2}{L^2} \cdot \frac{\sum_{r=0}^{n} k_r\, \varphi_r}{\sum_{r=0}^{n} (r-j)^2 k_r}. \tag{17}$$

În cazul unei linii cu n secțiuni, diferențele finite îmbunătățite cu n termeni sînt de tipul în urmă pentru $j = n$, de tipul în avans pentru $j = 0$ și de tipul centrale pentru $j = \frac{n+1}{2}$, cînd n este impar. În celelalte puncte interioare diferențele finite îmbunătățite au o structură mixtă.

La determinarea factorilor de pondere k_r, remarcăm că pentru $n+1$ necunoscute avem n ecuații, ceea ce permite să se aleagă valoarea uneia dintre ele arbitrar. Aceasta va fi k_j care va fi considerată întotdeauna egală cu unitatea, pentru ca tensiunea în punctul respectiv să se aplice în valoarea sa totală. Factorii k_r vor rezulta ca un cît de deter-

minanți. Cu relația (15) putem rezolva pe calculatorul analogic sistemul de ecuații (1), iar cu relația (17) ecuația (9).

Detalii asupra modelării analogice a ecuațiilor la care derivata spațială este înlocuită cu astfel de diferențe sînt date în lucrarea [13].

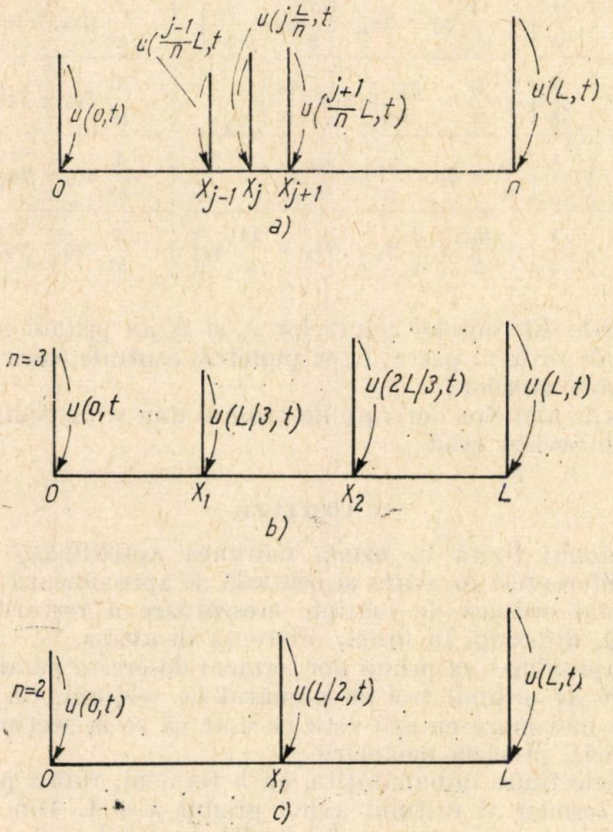


Fig. 4. — Schema de discretizare spațială a liniei în n secțiuni (a), în trei secțiuni; (b) și în două secțiuni (c).

3.2. DIFERENȚE FINITE ÎMBUNĂTĂȚITE PENTRU O LINIE DIVIZATĂ ÎN TREI SECȚIUNI EGALE

Numărul minim de secțiuni necesar pentru a alcătui diferențe finite îmbunătățite este trei (fig. 4, *b*, *c*) în care $j = 0, 1, 2, 3$. În acest caz restul neglijat are primul termen o derivată de ordinul patru. Expresiile derivatelor întîia și a doua în diversele puncte de pe linie, deduse în anexa 1, sînt cuprinse în tabela 1.

Din analiza diferențelor finite îmbunătățite cu trei termeni cuprinse în tabela 1, se constată următoarele:

— antisimetria termenilor situați la egală distanță de centrul liniei atît pentru ordinul unu, cît și pentru ordinul doi;

— pentru punctele centrale, diferența finită de ordinul doi este o diferență centrală;

Tabela 1

j	x_j	$\frac{d\varphi(x_j, t)}{dx}$	$\frac{d^2\varphi(x_j, t)}{dx^2}$
0	$x_0 = 0$	$\frac{1}{h}\left(-\frac{11}{6}\varphi_0 + 3\varphi_1 - \frac{3}{2}\varphi_2 + \frac{\varphi_3}{3}\right)$	$\frac{1}{h^2}(2\varphi_0 - 5\varphi_1 + 4\varphi_2 - \varphi_3)$
1	$x_1 = \frac{L}{3}$	$\frac{1}{h}\left(-\frac{\varphi_0}{3} - \frac{\varphi_1}{2} + \varphi_2 - \frac{\varphi_3}{6}\right)$	$\frac{1}{h^2}(\varphi_0 - 2\varphi_1 + \varphi_2)$
2	$x_2 = \frac{2L}{3}$	$\frac{1}{h}\left(\frac{\varphi_0}{6} - \varphi_1 + \frac{\varphi_2}{2} + \frac{\varphi_3}{3}\right)$	$\frac{1}{h^2}(\varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3)$
3	$x_3 = L$	$\frac{1}{h}\left(-\frac{\varphi_0}{3} + \frac{3}{2}\varphi_1 - 3\varphi_2 + \frac{11}{6}\varphi_3\right)$	$\frac{1}{h^2}(\varphi_0 - 4\varphi_1 + 5\varphi_2 - 2\varphi_3)$

— resturile diferențelor punctelor x_0 și x_3 au primul termen o derivată spațială de ordinul patru, ca și punctele centrale, ceea ce contribuie la uniformizarea erorilor;

— resturile ambelor derivate de ordinul unu și de ordinul doi, încep cu termeni de același grad.

4. CONCLUZII

La diferența finită în urmă, mărimea aproximată se obține în lipsă, iar la diferențele în avans și centrală se aproximează în exces.

În general ordinea de mărime crescătoare a resturilor este diferență centrală, diferență în urmă, diferență în avans.

Restul aproximat cu primii doi termeni descrește parabolic cu pasul h și hiperbolic de ordinul trei cu numărul de secțiuni. Cu cît lungimea unei linii este mai mare cu atît este necesar să se ia secțiuni mai multe pentru a se mări precizia modelării.

Diferențele finite îmbunătățite, cu n termeni, ridică precizia modelării, primul termen al restului avînd gradul $n + 1$. Din cauza numărului mare de rezistențe necesare la modelarea analogică a ecuațiilor de propagare pe această cale, $n \leqslant 9$.

ANEXA 1

DETERMINAREA COEFICIENȚILOR DE PONDERE LA DIFERENȚELE FINITE ÎMBUNĂTĂȚITE PENTRU $n = 3$

Dezvoltăm în serie Taylor în jurul punctului $x_0 = 0$

$$\varphi_0 = \varphi(0, t) = \varphi_0,$$

$$\varphi_1 = \varphi(h, t) = \varphi_0 + h\varphi_0' + \frac{h^2}{2!}\varphi_0'' + \frac{h^3}{3!}\varphi_0''' + \cdots,$$

$$\varphi_2 = \varphi(2h, t) = \varphi_0 + 2h\varphi_0' + 4\frac{h^2}{2!}\varphi_0'' + 8\frac{h^3}{3!}\varphi_0''' + \cdots, \quad \text{(A. 1)}$$

$$\varphi_3 = \varphi(3h, t) = \varphi_0 + 3h\varphi_0' + 9\frac{h^2}{2!}\varphi_0'' + 27\frac{h^3}{3!}\varphi_0''' + \cdots.$$

Condițiile (13) dau sistemul de ecuații :

$$\left.\begin{aligned} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 &= 0 \\ k_1 + 4\,k_2 + 9\,k_3 &= 0 \\ k_1 + 8\,k_2 + 27\,k_3 &= 0 \end{aligned}\right\}, \tag{A. 2}$$

cu soluțiile $k_0 = 1\,;\ k_1 = -\frac{18}{11}\,;\ k_2 = \frac{9}{11}\,;\ k_3 = -\frac{2}{11}$, (A. 3)

pentru derivata întîia φ_0' ; și sistemul

$$\left.\begin{aligned} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 &= 0 \\ k_1 + 2\,k_2 + 3\,k_3 &= 0 \\ k_1 + 8\,k_2 + 27\,k_3 &= 0 \end{aligned}\right\}, \tag{A. 4}$$

cu soluțiile : $k_0 = 1\,;\ k_1 = -\frac{5}{2}\,;\ k_2 = 2\,;\ k_3 = -\frac{1}{2}$, (A. 5)

pentru derivata a doua φ_0''.
Prima derivată rezultă din ecuația

$$h\varphi_0'\left(-\frac{18}{11} + \frac{18}{11} - \frac{6}{11}\right) = \varphi_0 - \frac{18}{11}\,\varphi_1 + \frac{9}{11}\,\varphi_2 - \frac{2}{11}\,\varphi_3, \tag{A. 6}$$

iar a doua derivată din ecuația

$$\frac{h^2}{2!}\,\varphi_0''\left(-\frac{5}{2} + 8 - \frac{9}{2}\right) = \varphi_0 - \frac{5}{2}\,\varphi_1 + 2\,\varphi_2 - \frac{\varphi_3}{2}. \tag{A. 7}$$

Expresiile explicite ale acestora sînt cuprinse în tabela 1.

Pentru punctul $x_1 = h$, procedînd la fel ca și pentru punctul $x_0 = 0$, se obține

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varphi\,(x_1 - h, t) = \varphi_1 - h\varphi_1' + \frac{h^2}{2!}\,\varphi_1'' - \frac{h^3}{3!}\,\varphi_1''' + \cdots, \\ \varphi_1 &= \varphi\,(x_1, t) = \varphi_1, \\ \varphi_2 &= \varphi\,(x_1 + h, t) = \varphi_1 + h\varphi_1' + \frac{h^2}{2!}\,\varphi_1'' + \frac{h^3}{3!}\,\varphi_1''' \cdots, \\ \varphi_3 &= \varphi\,(x_1 + 2\,h, t) = \varphi_1 + 2h\varphi_1' + 4\,\frac{h^2}{2!}\,\varphi_1'' + 8\,\frac{h^3}{3!}\,\varphi_1''' + \cdots. \end{aligned} \tag{A. 8}$$

Sistemele de ecuații în k_r, sînt :

$$\begin{aligned} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 &= 0, \\ k_0 + k_2 + 4\,k_3 &= 0, \\ -\,k_0 + k_2 + 8\,k_3 &= 0, \end{aligned} \tag{A. 9}$$

cu soluțiile : $k_0 = \frac{2}{3}$; $k_1 = 1$; $k_2 = -2$; $k_3 = \frac{1}{3}$, (A. 10)

pentru derivata întîia φ_1'; și

$$\begin{aligned} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 &= 0, \\ -k_0 + k_2 + 2k_3 &= 0, \\ -k_0 + k_2 + 8k_3 &= 0, \end{aligned} \tag{A. 11}$$

cu soluțiile $k_0 = -\frac{1}{2}$; $k_1 = 1$; $k_2 = -\frac{1}{2}$; $k_3 = 0$, (A. 12)

pentru derivata a doua φ_1''.

Ecuațiile de definiție a celor două derivate φ_1' și φ_1'' sînt

$$h\varphi_1'\left(-\frac{2}{3} - 2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}\varphi_0 + \varphi_1 - 2\varphi_2 + \frac{\varphi_3}{3}, \tag{A. 13}$$

respectiv

$$\frac{h^2}{2!}\varphi_1''\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{\varphi_0}{2} + \varphi_1 - \frac{\varphi_2}{2}, \tag{A. 14}$$

ale căror expresii explicite sînt date în tabela 1.

Pentru punctul $x_2 = 2h$ se obține dezvoltarea în serie Taylor :

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varphi(x_2 - 2h, t) = \varphi_2 - 2h\varphi_2' + 4\frac{h^2}{2!}\varphi_2'' - \frac{8h^3}{3!}\varphi_2''' + \cdots, \\ \varphi_1 &= \varphi(x_2 - h, t) = \varphi_2 - h\varphi_2' + h^2\frac{\varphi_2''}{2!} - h^3\frac{\varphi_2'''}{3!} + \cdots, \\ \varphi_2 &= \varphi(x_2, t) = \varphi_2 \\ \varphi_3 &= \varphi(x_2 + h, t) = \varphi_2 + h\varphi_2' + h^2\frac{\varphi_2''}{2!} + h^3\frac{\varphi_2'''}{3!} + \cdots. \end{aligned} \tag{A. 15}$$

Sistemele de ecuații pentru coeficienții de pondere a derivatelor φ_2' respectiv φ_2'' cu soluțiile corespunzătoare sînt :

$$\begin{aligned} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 &= 0, \\ 4k_0 + k_1 + k_3 &= 0, \\ -8k_0 - k_1 + k_3 &= 0, \end{aligned} \tag{A. 16}$$

cu rădăcinile $k_0 = \frac{1}{3}$; $k_1 = -2$; $k_2 = 1$, $k_3 = \frac{2}{3}$, (A. 17)

respectiv

$$\begin{aligned} k_0 + k_1 + k_2 + k_3 &= 0, \\ -2k_0 - k_1 + k_3 &= 0, \\ -8k_0 - k_1 + k_3 &= 0, \end{aligned} \tag{A. 18}$$

cu rădăcinile

$$k_0 = 0;\ k_1 = -\frac{1}{2};\ k_2 = 1;\ k_3 = -\frac{1}{2}. \qquad \text{(A. 19)}$$

Ecuațiile de definiție ale lui φ_2' și φ_2'' sînt

$$h\varphi_2'\left(-\frac{2}{3} + 2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{\varphi_0}{3} - 2\,\varphi_1 + \varphi_2 + \frac{2}{3}\,\varphi_3, \qquad \text{(A. 20)}$$

$$\frac{h^2\varphi_2''}{2!}\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = -\frac{\varphi_1}{2} + \varphi_2 - \frac{\varphi_3}{2}, \qquad \text{(A. 21)}$$

cu expresiile explicite în tabela 1.

Pentru punctul $x = L$ obținem dezvoltarea în serie Taylor:

$$\varphi_0 = \varphi\,(x_3 - 3\,h, t) = \varphi_3 - 3\,h\varphi_3' + 9\,h^2\frac{\varphi_3''}{2!} - 27\,h^3\frac{\varphi_3'''}{3!} + \cdots, \qquad \text{(A. 22)}$$

$$\varphi_1 = \varphi\,(x_3 - 2h, t) = \varphi_3 - 2h\,\varphi_3' + 4\,h^2\frac{\varphi_3''}{2!} - 8\,h^3\frac{\varphi_3'''}{3!} + \cdots,$$

$$\varphi_2 = \varphi\,(x_3 - h, t) = \varphi_3 - h\varphi_3' + h^2\frac{\varphi_3''}{2!} - h^3\frac{\varphi_3'''}{3!} + \cdots,$$

$$\varphi_3 = \varphi\,(x_3, t) = \varphi_3.$$

Rădăcinile ecuațiilor ce definesc pe φ' sînt

$$k_0 = -\frac{2}{11};\ k_1 = \frac{9}{11};\ k_2 = -\frac{18}{11};\ k_3 = 1; \qquad \text{(A. 23)}$$

iar ecuația de definiție este

$$h\varphi_3'\left(-3\cdot\frac{2}{11} + -2\cdot\frac{9}{11} + \frac{18}{11}\right) = -\frac{2}{11}\varphi_0 + \frac{9}{11}\varphi_1 - \frac{18}{11}\varphi_2 + \varphi_3, \qquad \text{(A. 24)}$$

cu φ_3' în tabela 1.

Rădăcinile ecuațiilor ce definesc pe φ_3'' sînt

$$k_0 = -\frac{1}{2};\ k_1 = 2;\ k_2 = -\frac{5}{2};\ k_3 = 1; \qquad \text{(A. 25)}$$

cu ecuația de definiție

$$h^2\frac{\varphi_3''}{2}\left(-\frac{9}{2} + 8 - \frac{5}{2}\right) = -\frac{\varphi_0}{2} + 2\,\varphi_1 - \frac{5}{2}\,\varphi_2 + \varphi_3. \qquad \text{(A. 26)}$$

BIBLIOGRAFIE

1. D. MacKay, M. E. Fisher, *Analogue Computing at Ultra High Speed*, London, Chapman Hall, 1962.
2. W. Ameling, *Aufbau und Wirkungsweise elektronischer Analogrechner*, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1963.
3. L. Collatz, *Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen*, Leipzig, Akademische Verlagegesellschaft, 1963.
4. В Вазов, Дж. Форсайт, *Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных*, Перевод с английского И. И. Л. Москва, 1963.
5. E. M. Stafford, D. J. Evans, N. G. Hingorani, *Calculation of traveling Waves on transmission systems by finite differences*, Proc. I.E.E., **112**, *5*, 941–948 (1965).
6. L. Collatz, *The numerical treatment of differential equations*, 2^{-nd} et 3^{d} edition Springer – Verlag, Berlin Heldelberg – New York, 1966.
7. H. G. Unger, *Theorie der Leitungen*, Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1967.
8. K. W. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik*, J. A. Barth Verlag, Leipzig, 1962.
9. V. M. Popov, N. N. Tătaru, T. N. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN. II*, St. cerc. energ. electr. **13**, *2*, 291 (1963).
10. Hort-Thoma, *Die Differential-gleichungen der Technik und Physik*, 7te Auflage J. A. Barth – Leipzig 1956.
11. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Contribution à la définition de la vitesse de propagation d'un signal sur les chaînes de quadripôles*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrot. et énerg., **11**, *3*, 341–369 (1966).
12. I. Adămuț, *Cercetări în problema propagării undelor electromagnetice pe linii cu pierderi folosind auxiliare moderne de calcul*, Institutul de energetică – Memoriu intern 1967; și articol în St. cerc. energ. electr., **18**, *4*, (1968).
13. I. Adămuț, *Cercetarea proceselor de propagare pe liniile electrice lungi cu pierderi prin metoda diferențelor finite, cu referire la calculatoare analogice*, Energetica, **17**, *4* (1969).

ASUPRA BILANȚULUI DE TIMP AL CALCULATORULUI INDUSTRIAL

DE

M. VARTOLOMEI

681.142 : 62.011.56

În lucrare sînt prezentate cîteva din principalele aspecte care intervin la funcționarea calculatoarelor în timp real, legate în special de utilizarea eficientă a timpului de lucru.

Este expusă în continuare o metodă de calcul pentru timpii de ocupare a echipamentului și o analiză a limitărilor impuse de întîrzierea datorită întreruperilor prioritare.

În ultima parte a lucrării se dau indicații asupra posibilităților de calcul al bilanțului de timp pe calculatoare universale, printr-o metodă de modelare propusă și utilizată de autor în lucrările sale anterioare.

1. ASPECTE DE PRINCIPIU ȘI FORMULAREA PROBLEMEI

1.1. GENERALITĂȚI

Prelucrarea informațiilor sau controlul unui proces printr-un echipament de calcul presupune existența unei unități centrale (calculator) și a dispozitivelor periferice (surse de semnale, dispozitive de afișare sau memorizare externă, etc.) legate între ele prin canale de comunicație adecvate.

Sistemul lucrează eficient atunci cînd capacitățile de prelucrare și de tranzit ale tuturor componentelor sînt astfel corelate încît să nu apară depășiri de capacitate și nici utilizări incomplete.

Utilizarea cît mai completă a capacității se obține în prezent la diverse echipamente prin multiprogramare și multiacces [1], [2].

1.2. LOGICA DE PRIORITATE

Existența în proces a mai multor mărimi ce trebuie controlate prin calculator sau numai existența a două sensuri ale schimbului de

informaţii a impus introducerea întreruperilor prioritare, ca mod de optimizare a utilizării timpului de lucru al calculatorului.

Programele de prelucrare de date şi de gestiune a organelor externe, într-un cuvînt toate programele cu care este înzestrat calculatorul sînt ordonate după urgenţa demarării şi executării lor. Se prevede posibilitatea ca, la apariţia unei solicitări de program prioritar, să se întrerupă programul în curs de execuţie (rupere de secvenţă efectivă) cu păstrarea rezultatului intermediar şi a adresei instrucţiunii următoare în memorii de lucru. După executarea programului cu prioritate mai mare se poate astfel continua programul întrerupt pînă la terminare sau pînă la apariţia altei întreruperi prioritare.

Cele arătate se obţin la diverse calculatoare, utilizînd următoarele procedee separat sau sub formă de combinaţii între ele :

— logică externă cablată ;
— logică internă cablată ;
— logică internă programată.

De exemplu, calculatoarele PSP77 şi PSP100 ale firmei franceze Jeumont—Schneider au cîte un registru static de 7 circuite basculante adică 8 nivele de prioritate obţinute prin logică internă cablată. Printr-un subprogram special, adică prin logică internă programată se pot obţine din fiecare nivel cîte 12 subnivele deci teoretic $8 \times 12 = 96$ programe distincte. Logica internă, atît programată cît şi cablată permite efectuarea întreruperilor prioritare în orice punct al programului în curs. Prin logica externă cablată se stabileşte deobicei numai ordinea de tratare în cazul mai multor solicitanţi pe acelaşi nivel intern de prioritate.

1.3. ANSAMBLUL PROCES-CALCULATOR

Într-un articol anterior [3] au fost analizate principalele aspecte ce trebuie cunoscute în legătură cu procesul şi calculatorul în vederea asamblării lor.

Pe baza studierii procesului se stabileşte lista informaţiilor ce se prelucrează, cu ordinea lor de prioritate.

Fiecare solicitare trebuie definită şi sub aspectul perioadei sau frecvenţei de repetiţie. Apariţiile neregulate vor fi caracterizate prin probabilitatea de apariţie într-un interval T sau printr-o frecvenţă medie de apariţie.

Pentru un calculator dat, cu timpii de executare a operaţiilor cunoscuţi, prezintă interes determinarea timpului de răspuns la diverse solicitări. Timpul de răspuns include timpul de calcul (depinzînd de lungimea programului), timpul de aşteptare a demarării (datorită programelor mai urgente în curs de execuţie) şi timpul consumat cu întreruperile prioritare de nivel superior. Problema aşteptării sau a deservirii în masă este tratată în diverse publicaţii [4], [5].

2. CALCULUL BILANȚULUI DE TIMP

2.1. ATRIBUIREA PRIORITĂȚII PROGRAMELOR

Prelucrarea informațiilor în timp real impune limite superioare timpilor de executare a operațiilor.

Operațiile trebuie astfel distribuite pe nivele de prioritate încît să fie satisfăcute aceste limitări cu minimum de complicare a programului și fără pierdere de timp pentru calculator.

Pentru fiecare întrerupere prioritară de nivel i, se definesc :

— frecvența maximă de apariție sau perioada minimă T_i ;

— timpul de prelucrare t_i. Acesta cuprinde timpul maxim de calcul plus timpul necesar pentru a trece pe nivelul i și timpul de revenire pe un nivel inferior. Timpul de comutare intervine atît în cazul logicii de prioritate cablate cît și programate.

Limitările de timp intervin în general prin perioada minimă de apariție a întreruperii prioritare de nivel i și prin întîrzierea maximă. În continuare vom introduce unul din modurile posibile de calcul, cu aplicații practice cunoscute [6], [7].

2.2. PERIOADA MINIMĂ A ÎNTRERUPERII PRIORITARE DE NIVEL i

Cunoscînd pentru fiecare nivel valorile T_i și t_i, problema este soluționată corect (în timp real) dacă sînt satisfăcute anumite relații între ele.

Perioada minimă T_i trebuie să fie superioară timpului maxim consumat între apariția și dispariția priorității.

Dispariția priorității se definește prin momentul în care calculatorul devine disponibil pentru a lucra pe un nivel inferior.

Pentru nivelul cel mai ridicat de prioritate putem scrie deci condiția $T_n > t_n$, în care :

T_n este perioada minimală pentru prioritatea n ;

t_n — timpul de ocupare pe prioritatea n.

Notăm prin θ_n^T timpul maxim de ocupare de către prioritatea n în decursul perioadei T. Dacă $T = d \cdot T_n$ se poate considera θ_n^T inferior mărimii $d \cdot t_n$, dacă se știe că semnalul prioritar n va apare de mai puțin de d ori în timpul $d \cdot T_n$.

Rezultă că θ_n^T este egal cu produsul prin t_n al numărului maxim de apariții ale priorității n în timpul perioadei T.

Mai mult, dacă t_n nu este constant, se poate utiliza în calcul valoarea lui medie în intervalul T.

θ_n^T este o funcție în scară și crescătoare de T. Pentru $T < T_n$, $\theta_n^T = t_n$.

Timpul minim rămas pentru funcționarea pe priorități mai mici ca n este, pentru perioada T_n egal cu $T_n - t_n$.

Pentru perioada T acest timp va fi $T - \theta_n^T$.

Evident, există timp liber numai dacă $T > \theta_n^T$ adică pentru $T > t_n$.

În cazul nivelului $n - 1$, perioada minimă T_{n-1} admisibilă pentru apariția unui semnal de prioritate $n - 1$ trebuie să fie superioară sau egală unei valori T, adică $T_{n-1} \geqslant T$.

Valoarea T se definește astfel ca timpul lăsat pentru prioritatea $n-1$ în timpul perioadei T, să fie egală cu t_{n-1} adică $T - \theta_n^T = t_{n-1}$.

Timpul maxim de ocupare pe nivelele n și $n-1$ este $t_n + t_{n-1}$ pentru o durată egală cu cea mai mică dintre perioadele T_n și T_{n-1}. Pentru o durată T, ocuparea va fi

$$\theta_{n-1}^T = \theta_n^T + \beta_{n-1}\,\bar{t}_{n-1},$$

unde:

$\bar{t}_{n-1}$ este valoarea medie a lui t_{n-1} în intervalul T;

β_{n-1} — numărul maxim de apariții posibile ale priorității $(n-1)$ în intervalul T.

Avem $1 \leqslant \beta_{n-1} \leqslant k_{n-1}$

în care

k_{n-1} este întregul imediat superior sau egal cu $\dfrac{T}{t_{n-1}}$.

Timpul liber minim lăsat pe nivelele de prioritate inferioare lui $(n-1)$ va fi, pentru un interval T, egal cu $T - \theta_{n-1}^T$.

Dacă $T \leqslant t_n + t_{n-1}$ rezultă $\theta_{n-1}^T = T$, și timpul liber este nul.

$\beta_{n-1}\,\bar{t}_{n-1}$ reprezintă durata de prelucrare pe nivelul de prioritate $n-1$ în decursul perioadei T.

Aceste relații se pot generaliza pentru un nivel i oarecare.

Durata maximă de ocupare pe nivelele superioare sau egale cu i va fi în decursul unei perioade T

$$\theta_i^T = \beta_i\,\bar{t}_i + \theta_{i+1}^T = \beta_i\,\bar{t}_i + \beta_{i+1}\,\bar{t}_{i+1} + \cdots + \beta_n\,\bar{t}_n.$$

β_j sînt numere întregi astfel ca $1 \leqslant \beta_j \leqslant k_j$, k_j fiind întregul imediat superior sau egal cu $\dfrac{T}{T_j}$.

β_j reprezintă numărul maxim de apariții ale priorității j în cursul perioadei T. Dacă timpul de comutație este același pentru toate nivelele, θ_i^T nu este dependent de rangul nivelelor superioare lui i ce intervin în calcul.

Timpul minim lăsat liber pentru nivelele inferioare lui i, în cursul perioadei T este $T - \theta_i^T$.

Dacă T este prea mic, acest timp devine nul. În particular dacă $T \leqslant t_n + t_{n-1} + \cdots + t_i$, atunci timpul liber este sigur nul, independent de valorile β_j.

De aici rezultă o concluzie extrem de importantă, și anume: cu cît nivelul de prioritate este mai mic, cu atît T trebuie să fie mai mare pentru ca timpul liber să nu fie nul.

Pentru nivelul $i-1$, perioada minimă $T_{i-1} \geqslant T$ (unde T este definit prin $T - \theta_i^T \geqslant t_{i-1}$). Se vede că T_{i-1} trebuie să fie cel puțin superior sumei

$$t_n + t_{n-1} + \ldots + t_i + t_{i-1}.$$

Timpul de comutație are o influență cu atît mai mare cu cît nivelul este mai jos. Dacă acest timp este constant și egal cu C oricare ar fi nivelul, el va da o creștere lui θ_i^T egală cu $(\beta_n + \beta_{n-1} + \ldots + \beta_i)\,C$,

expresie al cărei minim este egal cu $(n + 1 - i)\,C$. Aceasta întrucît au loc treceri de pe nivelele i, $i + 1$, ..., n pe nivelul $i - 1$, deci în total $n - (i - 1)$ treceri, iar $\beta_{min} = 1$.

Observație:

S-a considerat pînă acum că toate prioritățile erau puse pe 1 din exterior. Dacă o prioritate j este pusă pe 1 printr-un program care se desfășoară pe nivelul $i < j$, atunci trebuie să considerăm în calculul lui T_{j-1}, T_{j-2}, ..., T_{i+1} o valoare $\beta_j = 1$.

$$\theta_j^T = \bar{t}_j + \theta_{j+1}^T,$$

. . . . . .

$$\theta_{i+2}^T = \beta_{i+2}\bar{t}_{i+2} + \ldots + \bar{t}_j + \theta_{j+1}^T,$$

$$\theta_{i+1}^T = \beta_{i+1}\bar{t}_{i+1} + \ldots + \bar{t}_j + \theta_{j+1}^T.$$

Pentru nivelele $i - 1, \ldots, i - r$, β va fi un multiplu de β_i, multiplul fiind egal cu numărul de puneri pe 1 ale priorității j de către programul de pe nivelul i în cursul perioadei T.

Cînd nu este solicitat de alte nivele, calculatorul funcționează pe nivelul de prioritate zero. De obicei, exteriorul nu acționează direct acest nivel. Timpul de prelucrare minim disponibil pe acest nivel va fi în cursul perioadei T egal cu $T - \theta_1^T$.

În realitate timpul de care dispunem poate fi mai mare și se poate prevedea o ocupare de durată mai lungă.

2.3. ÎNTÎRZIEREA MAXIMĂ A RĂSPUNSULUI

Întîrzierea maximă pentru o întrerupere prioritară i este timpul care se scurge între apariția semnalului prioritar și răspunsul trimis în exterior. Dacă răspunsul apare în interiorul programului prioritar al nivelului i, întîrzierea maximă se determină la fel ca perioada minimă admisibilă pe acest nivel.

Dacă răspunsul apare după un timp de prelucrare $U_i \leqslant t_i$ și dacă R_i este întîrzierea pe nivelul i putem scrie

$$R_i - \theta_{i+1}^{R_i} = U_i.$$

Întîrzierea maximă este o constrîngere suplimentară la funcționarea în timp real.

Gestiunea organelor periferice este una din aplicațiile posibile ale acestei noțiuni.

Calculatorul trimite organului extern, de exemplu mașinii de scris, un semnal de acționare la momentul U_i față de începutul programului de prelucrare al priorității. După un timp v_i apare răspunsul organului extern.

Perioada maximă a acestui semnal va fi

$$\tau_i = R_i + v_i, \text{ sau}$$

$$\tau_i - v_i + \theta_{i+1}^{\tau_i - v_i} = U_i.$$

Pentru a reduce perioada τ_i este necesar să reducem U_i, adică să trimitem semnalul de acționare la începutul programului. Aceasta nu este totdeauna posibil datorită unei noi limitări.

Este necesar ca din timpul v_i să rămînă după ce se scade timpul consumat cu întreruperile prioritare de ordin superior cel puțin intervalul, $t_i - U_i$, necesar pentru terminarea calculului pe nivelul i, adică

$$v_i - \theta_{i+1}^{v_i} \geqslant t_i - U_i.$$

Întrucît $\theta_{i+1}^{v_i}$ depinde de ocuparea nivelelor superioare, pentru siguranță se iau valori din cele mai mici pentru $t_i - U_i$, adică valori mari pentru U_i și implicit pentru întîrzierea R_i ceea ce micșorează frecvența organului extern.

Ocuparea maximă pe nivelele inferioare sau egale cu i se stabilește cunoscînd perioada minimă T_i de apariție a semnalului prioritar i. Această mărime depinde de timpul minim de ocupare pe nivelul superior lui i, adică

$$M_{i+1}^{T} = \alpha_n \bar{t}_n + \ldots + \alpha_{i+1} \bar{t}_{i+1},$$

în care α_k sînt numerele minime de apariții ale diferitelor priorități. Putem acum scrie

$$T_i - v_i - M_{i+1}^{T_i - v_i} = U_i,$$

iar în cazul foarte frecvent cînd $M_{i+1}^{T} = 0$, vom avea $T_i = v_i + U_i$. Cunoscînd T_i se poate determina β_i, numărul maxim de apariții al priorității i și se deduce

$$\theta_i^T = \beta_i \bar{t}_i + \theta_{i+1}^T.$$

Observații:

În cazul cînd T este destul de mare, β_i se determină direct, cunoscînd numărul de semnale de acționare emis de program în acest timp.

Dacă perioada T este mare în raport cu τ_i, atunci se poate determina numărul de apariții d al priorității i în perioada T cu ajutorul raportului de ocupare $\frac{\theta_{i+1}^T}{T}$, scriind relația

$$(T - \mathrm{d}v_i) - \frac{\theta_{i+1}^T}{T}(T - \mathrm{d}v_i) = \mathrm{d}U_i,$$

din care se explicitează

$$d = \frac{T - \theta_{i+1}^T}{U_i + v_i - \frac{\theta_{i+1}^T}{T} v_i}.$$

Considerînd o valoare medie pentru v_i în intervalul T, se calculează mărimea d care poate servi la determinarea numărului de adrese de me-

morie necesare pentru stocarea informațiilor care se vor imprima în timpul uneiperioade T, în cazul cînd prioritatea i este afectată unui organ de ieșire.

Se poate de asemenea lua pentru β_i această valoare d.

2.4. UTILIZAREA CALCULELOR DE BILANȚ

Depozitarea diferitelor programe pe nivele de prioritate se face respectînd limitările de timp arătate mai sus.

În acest scop trebuie cunoscut timpul de execuție al fiecărui program parțial.

Nivelele de prioritate se afectează, pornind de la cel mai înalt, în ordinea creșterii perioadelor minime. Se face apoi calculul timpului de ocupare pentru fiecare nivel verificînd că perioadele minime și întîrzierile sînt superioare valorilor impuse prin tipul de calculator.

Dacă pentru un program nu este satisfăcută constrîngerea întîrzierii, trebuie trecut pe un nivel superior.

Dacă nu se poate îndeplini constrîngerea perioadei, se poate uneori reduce timpul de prelucrare t_i continuînd execuția programului pe un nivel inferior lui i.

Cunoașterea timpului rămas disponibil pe nivelul zero permite preluarea sarcinilor care nu erau prevăzute inițial.

Noile programe pot fi repartizate pe un nivel care are suficient timp liber, astfel ca aceste constrîngeri pe nivelele inferioare să fie întotdeauna satisfăcute.

2.5. BILANȚUL DE TIMP ÎN CAZUL MODELĂRII

Ca mijloc de investigație în ansamblul proces-calculator, în literatură [8], [9], se indică modelarea pe calculatoare numerice sau hibride.

Dacă se utilizează un calculator numeric, se poate imagina și un procedeu simplificat constînd din modelarea pe calculatorul universal numai a calculatorului industrial, cu intrările și ieșirile respective. Legătura cu procesul poate fi în acest caz înlocuită cu generarea în calculatorul universal a unor funcții pseudoleatoare sau cu un alt mod de atac al logicii de prioritate. Autorul rîndurilor de față a utilizat acest procedeu [3] pentru un ansamblu conținînd calculatorul PSP100. Într-o primă variantă, bilanțul de timp se putea studia prin încărcarea calculatorului cu programele necesare, transcrise pentru model și urmărind durata executării. Era necesar să se obțină proporționalitate între durata unei operații din calculatorul real și durata ei pe model, lucru dificil de realizat.

Ulterior a rezultat o altă posibilitate, mai ușor de aplicat în cadrul modelului prezentat în lucrarea [3], completîndu-i însă rutinele care modelează operații cu o adresă conținînd o constantă egală cu durata operației din calculatorul real, iar programele completîndu-se cu adrese de lucru care însumează duratele.

Asemenea experimentări pe model constituie o posibilitate eficientă de a verifica dacă echipamentul ales de proiectant satisface necesităţile de calcul în timp real din proces şi de a calcula rezervele de timp în vederea extinderii controlului şi asupra altor parametri.

BIBLIOGRAFIE

1. VAIDA DRAGOŞ, *Programarea calculatoarelor electronice*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1967.
2. M. PELEGRIN, *Calculatoare analogice şi numerice, aplicaţii în automatizări*, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1966.
3. M. VARTOLOMEI, *Studiul ansamblului proces-calculator de comandă prin modelare pe un calculator numeric universal*, St. cerc. energ., electr., 2 (1968).
4. GH. MIHOC, G. CIUCU, *Introducere în teoria aşteptării*, Ed. Tehnică Bucureşti, 1967.
5. * * * —Вычислительные методы и программирование. Издательство Московского Университета том VI, 1967-
6. JEUMONT-SCHNEIDER, *La tolerie forte de Galatz, data logging.*
7. * * * *Proiectele de execuţie pentru extinderea termocentralei Işalniţa — Craiova.*
8. D. GRECOV, M. VARTOLOMEI, *Utilizarea calculatoarelor electronice pentru conducerea automată a agregatelor din centralele mari ale sistemului energetic naţional*, Institutul de energetică al Academiei, 1967.
9. И. Я. ЛАНДАУ, *Применение ЭЦВМ для проэктирования ЭЦВМ — сборник Кибернетика*, Изд. Наука, Москва, 1967.

TRATAREA INFORMAȚIEI PRIVIND STRUCTURA TOPOLOGICĂ ȘI PARAMETRICĂ A REȚELEI ELECTROENERGETICE

DE

H. CRISTEA

621.3.012:621.316.11.001

Se scrie matricea de incidență după graful topologic neorientat și se utilizează ca bază pentru codificarea elementelor nenule ale matricei admitanțelor stocate în memoria calculatorului electronic, constituind informațiile inițiale primitive ale structurii rețelei. În continuare se prezintă o metodă de identificare coordonată a informațiilor cerute, privind structura parametrică și topologică, pentru calculul regimurilor sistemelor electroenergetice.

1. INTRODUCERE

Matricea $[Y]$ utilizată în scrierea ecuațiilor tensiunilor la noduri, pentru calculul regimurilor rețelelor electroenergetice [1] are următoarele calități principale, în comparație cu matricea $[Z]$:

a) se constituie ușor, prin simpla inspecție a grafului topologic al rețelei electroenergetice, fără a necesita operații complicate de calcul;

b) reflectă structura parametrică și topologică reală a rețelei electroenergetice;

c) are un număr procentual de elemente nenule cu atît mai mic cu cît rețeaua este mai vastă (matricea este goală).

Prin atașarea unei adrese în memoria calculatorului electronic, numai elementelor nenule ale matricei $[Y]$, se ocupă un număr raportat mai mic de adrese decît în cazul matricei $[Z]$ a rețelei vaste. Acest fapt introduce operații de calcul în plus pentru accesul la informația cerută, totodată fiind nevoie și de codificări suplimentare ale termenilor matricei. Majoritatea autorilor [1], [2] folosesc metoda atașării fiecărui element nenul al matricei unui cod convențional, avînd ca semnificație coordonatele elementului respectiv (numărul de ordine al liniei și coloanei) în matrice. Așa spre exemplu se atașează codul $00-k\,00-i$ (pentru calculatoare cu două instrucțiuni în adresă) în care fiecare jumătate de adresă formează o pseudoinstrucțiune cu cod nul, iar conținutul reprezentat în bază octală formează

numerele de ordine ale nodurilor incidente cu latura, a cărei incidență este codificată. Afară de acestea se mai introduc și anumite reguli convenționale, care stau la baza întocmirii subprogramului de acces la informația cerută.

Una din dificultățile metodei codificării constă în faptul că în transformările topologice funcțional echivalente ale rețelei electroenergetice în raport cu nodurile selecționate, modificarea codurilor se efectuează după reguli independente față de proprietățile structurii topologice și parametrice.

Se prezintă o metodă de identificare coordonată a informației cerute, pentru calculul regimurilor rețelei electroenergetice, folosind sistemul de ecuații nodale, și se stabilește volumul minim necesar de informații inițiale, privind structura parametrică și topologică a rețelei electroenergetice reflectată prin matricea $[Y]$. Pornindu-se de la matricea de incidență „noduri — laturi", care stă la baza codificării elementelor nenule ale matricei $[Y]$, accesul la informația cerută din memoria calculatorului se exprimă cu relații algebrice boleene prin efectuarea cărora se obține coordonata informației în număr de adrese, raportată la o adresă inițială.

2. NOȚIUNI DE BAZĂ

Elementele principale ale grafului topologic al rețelei electroenergetice sînt (fig. 1):

a) NODURILE — puncte de injecție ale curenților (puterilor);
b) LATURILE — reprezintă liniile de transport ce converg în noduri, fiind reprezentate în graf prin simple linii incidente la extremități cu noduri.

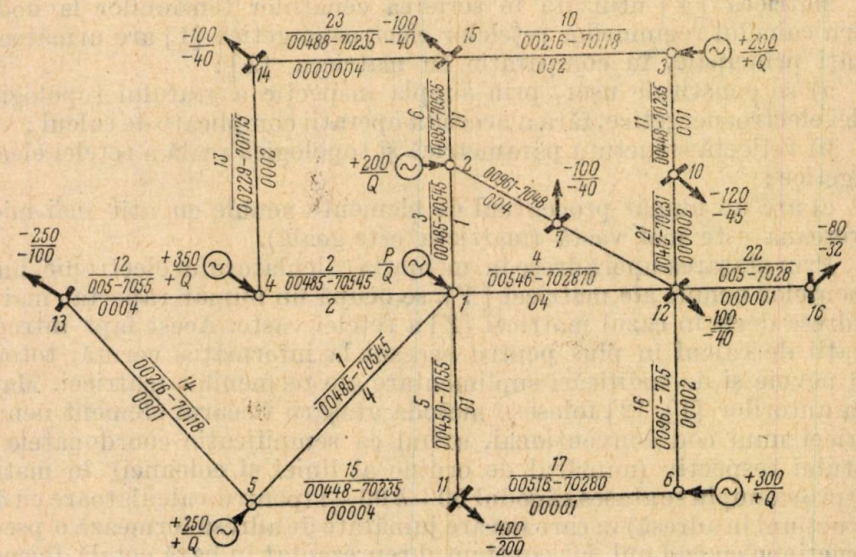


Fig. 1. — Graful topologic al rețelei sistemului electroenergetic.

Structura topologică a rețelei electroenergetice este strict determinată de matricea de incidență noduri-laturi ale cărei elemente sînt zero (0) și plus sau minus unu (± 1). Dacă se atribuie fiecărei laturi din graful topologic un sens de parcurgere, în matricea de incidență apar valori unitare pozitive sau negative după cum latura converge sau diverge în nod. La scrierea ecuațiilor de contur, orientarea sensului de parcurgere a laturilor este obligatorie. În ecuațiile nodale, elementele nediagonale au semn invers celui al elementelor diagonale și orientarea sensului de parcurgere a laturilor grafului topologic nu mai este obligatorie. În felul acesta fiecare linie a matricei de incidență va conține caractere semnificative binare egale cu unu (1) sau zero (0) în aceeași succesiune în care sînt înscrise valorile parametrilor (admitanțelor) în lista adreselor din memoria calculatorului. Dacă se numerotează cu $1,\ldots,i,\ldots k$, nodurile și cu $1,\ldots, j,\ldots l$, laturile rețelei, atunci numărul caracterelor binare (0 sau 1) din fiecare linie a matricei de incidență va fi egal cu L (numărul total de laturi). Dacă se interpretează conținutul fiecărei linii ca număr în bază binară (2), atunci exponentul bazei fiecărui caracter binar unitar, care corespunde unei laturi din lista parametrică, nu este altceva decît distanța în număr de adrese de la cea inițială pînă la adresa termenului corespunzător din listă. Spre exemplu linia (*11*), în tabela 1, interpretat ca număr în bază binară se scrie : $1.2^{-5}+1.2^{-15}+1.2^{-17}$. Aceasta înseamnă că numărîndu-se de la începutul listei, parametrul primei laturi care converge în nodul (*11*) se găsește depus în adresa $(b+5)$, al doilea în adresa $(b+15)$, iar al treilea în adresa $(b+17)$, (b fiind adresă de referință).

Conform considerentelor expuse mai sus, se atribuie incidenței nenule factorul $2^{-[3(\alpha-1)+\beta]} = 2^{-l}$ și se adoptă ca fiind codul parametrului legăturii dintre două noduri, în care se identifică :

α este numărul de ordine al triadei din matricea de incidență ;
β — numărul de ordine al caracterului binar în triadă ;
$l=3(\alpha-1)+\beta$ — numărul de zerouri din fața fiecărui caracter binar unitar al codului parametrului legăturii dintre două noduri.

Analog cu notația literală a valorilor numerice a elementelor nediagonale și diagonale ale matricei admitențelor (Y_{ik} și Y_{ii}), se procedează la notarea simbolică a codurilor $(i.k)$ și $(i.i)$ putîndu-se scrie de exemplu

$$(i\,.\,k) = 2^{-l}. \tag{1}$$

În această scriere simbolică a codurilor, exponentul bazei binare indică coordonata în număr de adrese (raportat la una de referință) a locului parametrului codificat în memoria calculatorului.

Expresia numerică a fiecărei linii a matricei de incidență convertită din bază binară în cea octală reprezintă tocmai suma codurilor tuturor laturilor incidente la nodul respectiv și formează codul nodal $(i.i)$

$$(i.i) = \sum_{\substack{k=1 \\ k\neq i}}^{N} (i.k). \tag{2}$$

Relația (2.2) este analogă celei existente între elementele diagonale și nediagonale ale matricei $[Y]$

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} Y_{ik}. \tag{3}$$

Astfel scrisă matricea de incidență (tabela 1) reprezintă expresia codificată a matricei $[Y]$, căreia îi corespunde o singură structură topo-

Tabela 1

Matricea de incidență a rețelei electroenergetice

α	1			2			3			4			5			6			7					
β	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	
	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20	21	22	23	24	25	26	27	
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					76
2	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					114
3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					003
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0					2006
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0					4014
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0					00003
7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0					004004
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0					001002
11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0					02005
12	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0					040027
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0					0005
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1					0002004
15	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1					0120004
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0					000001

logică bine determinată a rețelei electroenergetice. Proprietățile matricei de incidență „noduri-laturi" reprezentînd univoc topologia rețelei electroenergetice [4] pot constitui baza tratării informației privind structura topologică a rețelei, combinată cu calculul electronic.

3. RELAȚII ALGEBRICE BOLEENE UTILIZATE PENTRU IDENTIFICAREA COORDONATĂ A INFORMAȚIEI

În mod simbolic notîndu-se cu :

l_k — mulțimea laturilor incidente cu nodul k ;

l_i — mulțimea laturilor incidente cu nodul i ; expresia boleeană [4]

$$l_{ik} = l_i \cap l_k, \tag{4}$$

se interpretează în felul următor :

$l_{ik} \neq 0$ este intersecție nevidă, reprezintă mulțimea laturilor incidente cu nodurile i și k (în general una singură) ;

$l_{ik} = \varnothing$ — intersecție vidă, ceea ce înseamnă că între nodurile i și k nu există legături.

Dacă în locul simbolurilor se operează cu codurile matricei de incidență, se deduc următoarele relații :

a) Produsul logic a două coduri nodale (care se efectuează bit cu bit) se scrie :

$$(i.i) \cap (m.m) = (i.m) ; \tag{5}$$

Rezultatul produsului logic se interpretează după cum urmează :

$(i.m) = 0$ este intersecție vidă, nodul i nu este legat cu nodul m ;

$(i.m) = 2^{-l}$ — intersecție nevidă, rezultatul produsului logic este egal cu codul laturii dintre nodul k și i.

Urmărind într-adevăr operația în matricea de incidență (tabela 1) se observă că efectuînd produsul bit cu bit a două linii (i și m), condiția ca rezultatul să fie diferit de zero este ca unul din factorii 2^{-l} să aparțină codurilor nodale $(i.i)$ și $(m.m)$. Pentru nodurile legate între ele, avînd o singură legătură comună, rezultatul produsului logic este egal cu codul acesteia.

4. STOCAREA INFORMAȚIILOR INIȚIALE ÎN MEMORIA CALCULATORULUI

Structura topologică și parametrică a rețelei electroenergetice este definită cu ajutorul unor parametri (matricea admitanțelor în cazul analizat). Printre elementele structurii utilizate ca informații inițiale, în calculele regimurilor rețelei electroenergetice, sînt unele primitive care nu se pot deduce din combinația altora ci se scriu direct ca rezultat al prospectării grafului topologic al rețelei. Așa spre exemplu prin prospectarea grafului topologic al rețelei electroenergetice se poate scrie lista tuturor parametrilor legăturilor dintre noduri (admitanțelor nediagonale ale matricei $[Y]$). Alți parametri ai rețelei privind structura sînt cei derivați, scrișI conform unor relații matematice, ei utilizîndu-se de asemenea ca informații inițiale. De exemplu admitanțele diagonale se calculează după relația

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} y_{ik} . \tag{6}$$

Numărul parametrilor derivați ai structurii rețelei electroenergetice se stabilește în funcție de problema abordată.

Cum tendința actuală este de a trece în sarcina calculatoarelor electronice executarea tuturor operațiilor de calcul, este foarte important pentru ușurința manipulării informațiilor să se caute întotdeauna numărul minim de informații inițiale care formează clasa informațiilor primitive.

În cazul rețelei electroenergetice cu structura topologică și parametrică dată prin matricea $[Y]$, clasa informațiilor inițiale primitive este formată din :

a) Parametrii legăturilor dintre noduri (admitanțelor nediagonale ale matricei $[Y]$.

b) Codurile diagonale.

Toate celelalte informații inițiale pentru diferite probleme formează clasa parametrilor derivați și rezultă din operații efectuate asupra celor primitive, operații ce rămîn în sarcina calculatorului electronic, se pot calcula spre exemplu :

— elementele diagonale ale matricei admitanțelor ;

— codurile elementare nediagonale (5)

$$(i.i) \cap (m.m) = (i.m), \tag{5}$$

etc.

Conform acestor considerente, parametrii primitivi ai structurii rețelei electroenergetice reprezintă numărul minim de informații inițiale, pentru cazul matricei $[Y]$ aceștia se dau sub forma unor liste, după cum urmează :

LISTA 1. — Cuprinde codurile nodale $(i.i)$ stocate în memoria calculatorului electronic începînd de la o adresă inițială a (considerată ca referință), așezate în ordinea numerotării nodurilor rețelei electroenergetice și are forma

$$(i.i) \rightarrow (a + i).$$

LISTA 2. — Cuprinde valorile numerice ale parametrilor legăturilor (laturilor), admitanțele nediagonale Y_{im} stocate în memoria calculatorului electronic începînd de la adresa inițială de referință b așezate în ordinea succesiunii caracterelor binare corespunzătoare, din codul nodal și are forma

$$Y_{im} \rightarrow (b + l).$$

Stocarea în memoria calculatorului electronic a informațiilor inițiale primitive privind structura parametrică și topologică a rețelei electroenergetice sub această formă permite :

a) accesul simplu printr-o singură comandă la orice informație cerută ;

b) formarea prin „subprogram-calculator" a oricărei informații inițiale derivate, specifice calculului fiecărui regim al rețelei electroenergetice ;

c) introducerea ușoară a modificărilor topologiei rețelei electroenergetice ;

d) scrierea schemelor logice prescurtată sub forma unor formule algebrice.

5. IDENTIFICAREA COORDONATĂ A INFORMAȚIEI CERUTE

Accesul la adresele codurilor diagonale și termenilor nediagonali din memoria calculatorului, se efectuează prin program calculator cu cîte o singură adresă formată din două instrucțiuni prin care se asigură citirea

valorii codului sau parametrului dorit şi depunerea lui în registrul operativ. Prima instrucţiune conţine codul citirii din memorie şi adresa de referinţă a sau b la care se adaugă numărul de ordine i sau l scrise în bază octală.

Pentru identificarea coordonată a informaţiei iniţiale cerută din memoria calculatorului (spre exemplu a termenului nediagonal Y_{im}), se procedează în modul următor:

a) Se efectuează produsul logic

$$(i.m) = (\bar{i}.\bar{i}) \cap (m.m), \tag{7}$$

al cărui rezultat se interpretează de către calculator, astfel:
$(i.m) = 0$ — nodul i nu este legat cu nodul m, se ciclează $\bar{i}$;
$(i.m) = 2^{-l}$ — rezultatul obţinut este codul parametrului Y_{im} al laturei $i.m$, se trece la operaţia următoare din program;

b) Pentru identificarea parametrului Y din lista 2 se pot utiliza mai multe metode toate constînd în obţinerea exponentului l, utilizîndu-se procedee diferite.

b.1) Prin deplasarea la stînga bit cu bit a codului legăturii $(i.m)$, se numără zerourile din faţă caracterului binar unitar. Conţinutul contorului adunat la adresa de referinţă b formează numărul adresei $(b+l)$ în care este depus parametrul căutat, $(b+l)$ fiind deci coordonată în număr de adrese din memoria calculatorului, a elementului $(i.m)$ din matricea admitanţelor. Pentru aducerea conţinutului adresei $(b + l)$ în registrul operativ, se procedează aşa cum s-a arătat mai sus.

b.2.) Se logaritmează în baza 2 rezultatul produsului logic

$$\log_2 (i.m) = \log_2 2^{-l} = -l. \tag{8}$$

şi luîndu-se cu semn schimbat se obţine numărul de zerouri 1 din faţa caracterului binar unitar, în continuare procedîndu-se ca la punctul (b.1).

b.3) Dacă se folosesc informaţiile primitive stocate în memorie printr-un subprogram, calculatorul poate să-şi formeze codurile elementare ale legăturilor şi să le depună în memorie sub forma unei liste cu termenii aşezaţi în aceeaşi ordine ca şi în lista 2

$$(i.m) \rightarrow (c + l).$$

Cu rezultatul produsului logic se prospectează lista codurilor legăturilor, controlîndu-se de fiecare dată relaţia logică:

$$2^{-l} \oplus (k.i), \tag{9}$$

pe care calculatorul o interpretează în modul următor:

— $2^{-l} \oplus (i.m) \neq 0$: se adună o unitate la adresa de referinţă $(b + 1 \rightarrow b)$, prospectarea continuă;
— $2 \oplus (i.m) = 0$: se obţine $(b + l) \rightarrow b$ prospectarea încetează.

Ca observaţie generală ar fi faptul că numărul de caractere binare ale adreselor calculatoarelor electronice poate fi mult mai mic decît numărul de laturi al unei reţele vaste. Această limitare se poate înlătura în următoarele moduri:

a) Partajarea matricei de incidență în submatrici în așa fel încît linia să fie formată din cîteva numere în bază binară. Astfel codul nodal se depune într-un număr corespunzător de adrese în care s-a făcut partajarea, iar prospectarea codului se va face operîndu-se în serie adresele. Produsul logic a două coduri nodale se efectuează între adresele omologe din fiecare cod, rezultatul apărînd sub forma unei sume de produse

$$(i.j) = (i.i)_1 \cap (j.j)_1 + (i.i)_2 \cap (j.j)_2 + \ldots + (i.i)_x \cap (jj)_x; \qquad (10)$$

b) Construcția unui dispozitiv periferic atașat calculatorului electronic numeric sub forma unor registre, avînd un număr dorit de caractere binare, prevăzut cu un bloc aritmetic simplu avînd posibilități reduse de operații (produs logic, deplasări stînga — dreapta etc.).

Acest dispozitiv prevăzut cu un sistem de afișare și introducere simplă a datelor în registre ar putea constitui modelul structural matriceal al rețelei electroenergetice. Introducerea modificărilor de structură topologică se poate face pe cale normală sau automată prin semnalizatoarele de poziție ale fiecărui întrerupător de linie.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Editura Academiei, București, 1968.
2. H. Edelman, *Calculul electric al rețelelor interconectate. Baze matematice și aplicații tehnice*, Editura Tehnică, București, 1966.
3. H. Soubies — Camy, *Les tecniques binaires et le traitement de l'information*, Dunod, Paris, 1966.
4. N. G. Maksimovici, *Lineinte electriceschie tepii i ih preobrazovanie Gosenergoisdat*, Moscva — Leningrad, 1961.

Rezumatele articolelor apărute în „Revue Roumaine des Sciences Techniques, série Electrotechnique et Energetique", Tom 19, Nr. 1, 1969.

FLORIN STĂNCIULESCU

517.9. : 538.1

Metodă bazată pe convoluția în plan complex pentru rezolvarea problemelor de cîmp electromagnetic în medii neliniare

Se prezintă o metodă de rezolvare pentru problemele de cîmp electromagnetic în medii neliniare al căror nucleu îl constituie soluția ecuațiilor cu derivate parțiale neliniare, printr-un procedeu utilizînd convoluția în plan complex.

Prin acest procedeu bazat pe teorema convoluției complexe se rezolvă ecuații cu derivate parțiale ale cîmpului (parabolice, hiperbolice, eliptice) reducîndu-se rezolvarea unei serii de ecuații diferențiale liniare neomogene.

I. R. CIRIC

Asupra levitației electromagnetice a conductoarelor sferice

În lucrare se obține soluția aproximativă în problema levitației electromagnetice a unui conductor în formă de coajă sferică foarte subțire, situat în prezența unui sistem de spire circulare filiforme, parcurse de curent alternativ, a căror axă comună trece prin centrul conductorului sferic. Se consideră numai cazul cînd sistemul spirelor parcurse de curent alternativ este situat în exteriorul conductorului sferic.

De asemenea, se obține soluția exactă a aceleiași probleme, însă, pentru cazul sferei perfect conductoare, pentru care se studiază și stabilitatea statică după direcția verticalei. Rezultatele obținute în acest din urmă caz se compară cu acelea obținute în cazul sferei pline de conductivitate finită [1].

C. MOCANU

Contribuții la studiul conducției electrice în plasmă

În această lucrare se demonstrează pe considerente macroscopice, că legea conducției electrice în plasmă are în regim variabil în timp, o formă diferită de legea lui Ohm cu care coincide numai în regim staționar. În regim armonic permanent al mărimilor electrice și magnetice, se demonstrează variația în frecvență a conductivității electrice și a constantei lui Hall.

CONSTANTIN BĂLĂ

621.313.322

Distribuția fluxului magnetic în mașinile electrice multipolare cu statorul divizat

În mașinile electrice multipolare cu statorul divizat și joante de lărgimi diferite în jugul statorului, distribuția fluxului magnetic este dependentă de reluctanțele magnetice ale porțiunilor de circuit.

În prezenta lucrare se expune o metodă analitică de calcul a distribuției fluxurilor magnetice în mașina electrică multipolară cu întrefier constant sub poli și joante de lărgimi oarecari în jugul statorului. Rezultatele obținute sînt exprimate prin funcții universale de rapoartele reluctanțelor magnetice ale jugului și suma reactanțelor corespunzătoare ale celorlalte porțiuni de circuit magnetic.

M. MARINESCU, C. SAAL

621.313.37

Forțe de dislocație în motoarele electrice liniare de tip parametric

În funcționarea motoarelor electrice parametrice apar forțe electromagnetice care tind să îndepărteze armătura din poziția sa de echilibru și să o blocheze sub una din perechile de poli. Calcularea acestor forțe, datorite componentei de curent continuu, arată că acestea sînt echivalente cu o forță elastică negativă. În consecință, existența acestor forțe deplasează rezonanța către frecvențe mai joase. Existența lor implică, pentru funcționarea motorului liniar, necesitatea utilizării de resoarte, pentru compensarea și obținerea unei elasticități pozitive.

Lucrarea conține calculul analitic al acestor forțe și elaborarea unei metodici de măsurare, începînd cu determinări statice. Se descrie de asemenea dispozitivul experimental utilizat. Rezultatele experimentale sînt ilustrate prin curbe și diagrame, care confirmă concordanța dintre teorie și practică.

F. MANEA

358.551.23 : 621.315.051.2

Grafurile de fluență ale undelor în studiul liniilor electrice lungi

Grafurile de propagare și de transmisie a undelor conțin topologia, parametrii și ecuațiile undelor rețelelor electrice complexe (cu parametri uniform repartizați și concentrați). În lucrare se elaborează și se aplică grafurile de fluență pentru studiul unor regimuri tranzitorii de comutație a liniilor electrice lungi, pentru echivalența elementelor cu parametri uniform repartizați și concentrați și pentru studiul rețelelor complexe.

I. ADĂMUȚ

621.315.09

Propagarea undelor de tensiune pe o linie multifilară, fără pierderi, alimentată cu tensiuni treaptă neegale

Se prezintă rezultatele unei cercetări teoretice, și anume :

a) transformatele LAPLACE ale tensiunii și curentului unei linii tri și multifilare simetrice, alimentată cu tensiuni treaptă neegale ;

b) expresia tensiunii tranzitorii la bornele unei inductanțe conectată la extremitatea receptor a unei astfel de linii.

Indiferent de numărul conductoarelor, ($n \geqslant 2$), expresiile tensiunii și curentului conțin doi termeni, care reprezintă două unde simultane și diferite. Se prezintă și schema echivalentă a unei astfel de linii.

R. STERE, A. D. LANDAU

621.37.630

Studiul unui modulator cu diode varicap utilizat în amplificatoarele de curent continuu cu impedanță mare de intrare

Se studiază teoretic elementele și performanțele unui modulator în punte cu diode varicap. Se arată posibilitățile utilizării diodelor stabilizatoare ca diode varicap. Se deduce expresia tensiunii de ieșire în funcție de tensiunea continuă de intrare, dependența de frecvență a tensiunii de ieșire, influența tensiunii de alimentare asupra rezistenței de intrare în curent continuu și asupra armonicii a doua din tensiunea de ieșire, deriva nulului. În final sînt prezentate rezultatele experimentale.

V. RADCENCO

536.8

Contribuții la studiul teoretic al proceselor gazo-termodinamice din detectoarele cu proton

În lucrare este propusă o diagramă generală de calcul a detectoarelor cu proton care ia în considerare pierderile de frig provocate de destinderea și reconformarea incompletă, schimbul de căldură cu exteriorul și laminarea gazului în organele de distribuție. Pe baza analizei termodinamice a proceselor de umplere și evacuare a cilindrului a fost stabilită o expresie generală a raportului între temperatura absolută a gazului evacuat din cilindru T_E și cea de admisie T_A. S-a ajuns la concluzia că gradele de admisie și compresie influențează în sensuri contrarii ireversibilitatea proceselor de umplere și evacuare. În acest mod a devenit posibilă fundamentarea pe cale teoretică a existenței unor valori optime ale acestor mărimi pentru care raportul T_E/T_A este minim.

K. SCHULLER, M. RENERT

678.027

Plastifierea materialelor termoplastice granulare pe talerul rotativ al extruderului ROTOMELTOR

Se examinează transferul de căldură pe talerul rotativ al unui extruder de tip ROTOMELTOR, pe care materialul este plastifiat înainte de a fi introdus în canalul melcului.

Studiul se face utilizînd, pe de o parte, bilanţul termic general şi, pe de alta, urmărind procesul ce are loc pe o singură granulă. Rezultatele obţinute pe aceste două căi concordă practic. Ele corespund satisfăcător şi cu date practice cunoscute.

W. KOSS

662.613.1

Fuzibilitatea cenuşii combustibilului solid ars în focare ciclon

Se prezintă rezultatele cercetărilor efectuate de autor privind determinarea influenţei diferiţilor factori adimensionali asupra procesului de ardere a combustibilului în focare ciclon. Se dau relaţiile pentru 9 coeficienţi adimensionali, precum şi pentru coeficientul rezultativ care permit, în funcţie de viscozitatea zgurii şi de compoziţia cenuşii, să se determine dimensiunile geometrice ale focarului ciclon, limitele sarcinilor minime, vitezele aerului, sarcina specifică şi alte caracteristici ale focarului.

ECATERINA ARIE

621.311.1

Dimensionarea rezervei de avarie, ca subproblemă a studiului dezvoltării optime a sistemelor energetice

Problema complexă a dezvoltării optime a sistemelor electroenergetice poate fi partiţionată în subprobleme fără a se renunţa la tratarea unitară, prin utilizarea „coeficienţilor nodali de eficienţă economică", variabile duale care permit introducerea sub o formă simplificată (prin liniarizări iterative) a principiilor programării dinamice.

Ca exemplificare, se arată că pentru încadrarea în studiul de ansamblu a subproblemei neliniare a dimensionării rezervei de putere, se introduce un „preţ de calcul al energiei nelivrate" dedus din compararea funcţiilor criteriale corespunzînd diferitelor variante de dezvoltare anuală a centralelor electrice.

ST. KOVACS, S. MANEA

620.9

Bilanțul energetic general al Republicii Socialiste România pe anul 1966
Principalele nivele și fluxuri de energie

Se prezintă metodologia utilizată pentru elaborarea bilanțului energetic general al Republicii Socialiste România. Se analizează apoi principalele nivele și fluxuri de energie ale bilanțului energetic general pentru anul 1966 făcîndu-se de asemenea o comparație cu principalele date ale bilanțului energetic al anului 1959.

★

„INGENIEURS ET TECHNICIENS", este o revistă lunară, în limba franceză, editată la Paris (Paris IX, rue Tronchet director Ph. Pinel), privind progresul tehnic în industrie.

În revistă sînt prezentate : principalele manifestări internaționale cu caracter tehnic-industrial (expoziții, tîrguri, seminare, simpozioane, conferințe, congrese etc.) ; cele mai importante realizări în industria siderurgică și metalurgică, industria electrotehnică, în electronică, automatică, aeronautică etc. ; informații economice și articole de informare privind aplicarea unor noi tehnologii, perfecționări etc.

Numărul 222 al revistei din iulie-august 1968 cuprinde șase articole originale din diverse ramuri ale industriei ce interesează un cerc larg de ingineri și tehnicieni.

Articolele „Les gyroscopes avancés" (Giroscoape înaintate) de J. Spincourt și „Altération des fluides de coupe" (Alterarea fluidelor de tăiere) de René I. Brocard sînt reprezentative pentru revistă deoarece arată largul cerc de probleme pe care le tratează revista.

Se recomandă, în special inginerilor care activează în sectoarele de proiectare și în producție.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică, sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile : discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și va indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 3 exemplare, dactilografiate la două rînduri (2 000 de semne de pagină), inclusiv exemplarul original, fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa : bibliografia după standardele în vigoare pe calc în tuș, însoțite de cîte două copii și de o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cincișase rînduri în limba română și într-una din limbile ; engleză, franceză, germară, rusă, la alegere.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție : București, Șos. Vitan, nr. 236, sectorul 2.

V. V. GHIA, C. JIANU

621.69

CALCULUL COEFICIENTULUI DE DEBIT LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE ŞI RETUR FRONTAL

Lucrarea propune metoda de calcul şi o relaţie criterială pentru obţinerea coeficientului real de debit ξ la injectoarele mecanice cu cameră de turbionare şi retur frontal. Valorile coeficientului ξ obţinute experimental au fost prelucrate prin aplicarea teoremei π.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 3—12, 1969

I. IORDACHE

621.311.22

STABILITATEA FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE ÎN JETURI COAXIALE DE GAZE COMBUSTIBILE MĂRGINITE DE PEREŢI

Modelul fizic adoptat pentru stabilitatea flăcării a permis determinarea valorii maxime a parametrului de recirculare $\theta\,[^{*}_{r}]^{s}_{r}$ de la care flacăra devine instabilă.

Datele experimentale obţinute la arderea gazului metan în jeturi coaxiale cu aerul necesar arderii, au arătat o bună concordanţă cu datele de calcul.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 13—24, 1969

D. GRECOV, E. GUŢU-DĂMĂCEANU

662.611: 662.95

MODELAREA PROCESELOR DE STABILIZARE A FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ÎN CAZUL JETURILOR ÎNCRUCIŞATE

Se prezintă modelul fizic al procesului de stabilizare al flăcărilor în cazul jetului de gaze combustibile introduse sub un unghi oarecare în jetul principal de aer, luîndu-se în considerare caracteristicile geometrice ale arzătorului şi camerei de ardere. Relaţiile obţinute sub formă criterială permit calculul procesului de stabilizare în cazul flăcărilor jeturilor încrucişate. Se indică domeniile de stabilizare al flăcării pentru diverse geometrii, obţinute pe cale experimentală, însoţite de un exemplu de aplicare al metodei de calcul.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 25—38, 1969

S. FAUR, ŞT. MANEA, I. MINEA, C.A. VASILESCU

662.6: 621.436

INFLUENŢA UNOR VALORI ALE INDICILOR DE CALITATE AI MOTORINELOR ASUPRA COMPORTĂRII ACESTORA ÎN MOTORUL DIESEL

În lucrare se analizează efectul micşorării conţinutului de petrol din motorină asupra comportării acesteia în motor. Se arată că valoarea minimă a procentului de petrol este determinată din necesitatea de a avea motorine mai uşoare, de cantitatea de sulf din ţiţeiul de bază, de turaţia şi de gradul de supraalimentare al motorului. Studiul teoretic şi experimental arată că există o valoare optimă a indicelui diesel şi a temperaturii medii de fierbere care asigură consum specific minim de combustibil, solicitări mecanice minime şi tendinţa la depunere acceptabilă.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 39—55, 1969

V. V. GHIA, C. JIANU 621.69

LE CALCUL DU COEFFICIENT DE DÉBIT POUR LES INJECTEURS À CHAMBRE DE TOURBILLONNEMENT ET RETOUR FRONTAL

On propose une méthode de calcul et une relation critérielle pour obtenir le coefficient réel de débit pour les injecteurs mécaniques à chambre de tourbillonnement et retour frontal.

Les valeurs du coefficient obtenus expérimentalement furent interprétées en appliquant le théorème π.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 3—12, 1969

I. IORDACHE 662.61.662.95

STABILITÄT DIFFUSIV-TURBULENTER FLAMMEN IN KOAXIALEM EINGESCHLOSSENEM GASSTRAHL

Das physikalische Model, das für die Stabilität der eingeschlossenen diffusiv-turbulenten Flammen angewendet wurde, hat die Bestimmung des maximalen Wertes des Parameters der Rücklaufströmung $[\theta_r]_r^s$ ermöglicht, bei welchem die Flamme instabil wird.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 13—24, 1969

Д. ГРЕКОВ, ЕЛЕНА ГУЦУ-ДЭМЭЧАНУ 662.611:662.95

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СТАБИЛИЗАЦИИ ДИФФУЗИВНЫХ ПЛАМЕН В СЛУЧАЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ СТРУЙ

Представляется физическая модель процесса стабилизации пламени в случае подачи газовой струи топлива под некоторым углом к основной струе воздуха, принимая во внимание геометрические характеристики горелки и камеры сгорания. Полученные результаты даются в критериальной форме и позволяют рассчитывать процесс стабилизации в каждом данном случае. На основе эксперимента даются пределы стабилизации пламени для различных геометрий, а также пример применения метода расчета.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 25—38, 1969

S. FAUR, ST. MANEA, I. MINEA, C. A. VASILESCU 662.6: 621.436

EINFLUSS EINIGER QUALITÄTSWERTE AUF DAS VERHALTEN VON DIESELÖL IM DIESELMOTOR

Man untersucht den Einfluß der Verminderung der leichteren Fraktionen im Dieselöl auf die energetischen Prozesse im Motor. Es wird gezeigt, daß der kleinste Wert des Petroleumgehaltes im Kraftstoff von der Dichte des Dieselöls, von dem Schwefelgehalt des Erdöls und von der Geschwindigkeit und dem Aufladungsdruck der Motors bestimmt wird.

Die theoretischen und experimentellen Studien zeigen, daß es ein Optimum der Diesel-Indizes und der mittleren Siedetemperatur gibt, die zum kleinsten mittleren Kraftstoffverbrauch, einem Minimum der mechanischen Beanspruchungen und normalen Ablagerungsbildungen führen.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19. Nr. 1, p. 39—55, 1969

V. PIMSNER

621.438

CONSIDERAȚII PRIVIND STABILIREA PERFORMANȚELOR TURBINEI CU GAZE ÎN CIRCUIT ÎNCHIS

Turbomotoarele cu gaze în circuit închis pot funcționa cu diverse fluide de lucru la presiuni de lucru ridicate, dictate de condițiile specifice ale ansamblului instalației. Deoarece determinarea soluției constructive a turbinei se bazează pe unele relații deduse experimental, avînd aerul ca fluid de lucru, lucrarea scoate în relief că modificarea naturii chimice a fluidului de lucru nu permite transpunerea datelor experimentale pe baza teoriei similitudinii. Pentru a obține performanțe optime este necesară o analiză atentă a funcționării turbinei pe baza metodei prezentate în lucrare.

St. cerc. energ. electr. Tom., 19, Nr. 1, p. 57—64, 1969

C. A. VASILESCU, N. STOICA

621.43,018.2

CERCETĂRI PRIVIND UNELE PROCESE TERMICE DIN MOTOARELE CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE PREVĂZUTE CU CAMERE DE ARDERE ÎN PISTON

Camerele de ardere în piston, care încep să fie utilizate în ultimul timp, sînt avantajoase prin aceea că simplifică construcția chiulasei și conduc la o eficiență mai mare a procesului de ardere.

Lucrarea de față prezintă studii efectuate prin calculul ciclului real și încercări pe un motor monocilindric. Încercările s-au făcut cu o cameră de ardere dispusă în piston în care amestecul proaspăt nu avea o mișcare suplimentară.

În timpul încercărilor s-a variat turația, dozajul și avansul la declanșarea scînteii electrice la sarcină constantă. Lucrarea prezintă date privitoare la durata procesului de ardere și la apariția și intensitatea detonației.

Se discută importanța unei serii de factori restrictivi pentru utilizarea unor asemenea camere și se analizează performanțele previzibile.

St. cerc. energ electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 65—76, București, 1969

C. HAIDUC, P. VIDICAN

621.039: 621.391

METODA ȘI REZULTATELE ANALIZEI TERMODINAMICE A CICLURILOR CENTRALELOR NUCLEARO - ELECTRICE CU REACTORI RĂCIȚI CU GAZ

În articol se prezintă metoda de analiză termodinamică a ciclurilor CNE cu reactori nucleari energetici răciți cu gaz, și se dau rezultatele aplicării acestei metode pentru șase tipuri complexe de cicluri termodinamice de CNE.

Se analizează influența complexității ciclului termodinamic și a schemelor termice a generatorilor de abur asupra randamentului termic.

Metoda de analiză termodinamică poate fi utilizată cu succes pentru analiza eficacității termice și optimizarea parmetrilor celor mai complexe tipuri de cicluri ale reactorilor de tip AGR, HWGCR, GCR și pentru reactorii rapizi răciți cu gaz.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 77—97, 1969

I. R. CIRIC

538.111: 621.3.013

ECUAȚII INTEGRALE ALE CÎMPULUI MAGNETIC STAȚIONAR SAU CVASISTAȚIONAR

În lucrare se stabilesc ecuațiile integrale ale densităților de calcul ale pînzelor de curent electric de pe suprafețele de discontinuitate ale vectorului magnetizație, referitoare la un sistem constituit din materiale magnetice diferite, liniare, omogene, izotrope și fără magnetizație permanentă, în prezența unui cîmp magnetic produs de diferite surse, regimul cîmpului putînd fi cel static, cel staționar sau cel cvasistaționar. Pentru deducerea ecuațiilor integrale se utilizează modelul amperian al corpurilor magnetizate. Soluționarea acestor ecuații permite determinarea cîmpului magnetic produs de repartițiile date ale surselor, calculîndu-se inducția cîmpului magnetic produs în vid de repartițiile de calcul ale curentului electric.

În continuare, se obțin ecuațiile integrale corespunzătoare sistemelor plan-paralele, precum și ecuațiile integrale corespunzătoare mediilor feromagnetice ideale și mediilor perfect diamagnetice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 99—111, 1969

V. PIMSNER 621.438

ÜBER DIE BESTIMMUNG DER LEISTUNG DER GASTURBINE IM GESCHLOSSENEN KREISLAUF

Die Gasturbinen im geschlossenen Kreislauf können mit verschiedenen Medien unter denjenigen Drücken arbeiten die von den spezifischen Bedingungen der gesamten Anlage abhängen. Da die Festlegung der konstruktiven Lösung der Turbine auf einigen experimentellen Beziehungen mit Luft als Arbeitsmedium beruht, hebt die Arbeit hervor, daß die chemische Änderung des Arbeitsmediums die Übertragung der Versuchsergebnisse aufgrund der Ähnlichkeitstheorie nicht gestattet. Zwecks Erzielung der Optimalwerte ist eine genaue Untersuchung des Verhaltens der Gasturbine aufgrund der in dem Artikel erläuterten Methode nötig.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 57—64, 1969

C. A. VASILESCU, A. STOICA 621.43,018.2

ON SOME THERMAL PROCESSES WITHIN SPARK IGNITION MOTORS PROVIDED WITH PISTON COMBUSTION CHAMBERS

The piston combustion chambers lately employed are advantageous in that they simplify the design of the cylinder head and lead to a higher efficiency of the combustion process.

The present paper refers to studies on the calculation of the real cycle of such engines and on tests on single-cylinder motors. Tests have been performed with a piston combustion chamber in which the fresh mixture had no additional motion.

During the tests the number of revolutions, the dosage and the spark advance at constant load have varied. The paper presents data on the duration of the combustion process and the appearance and intensity of detonation.

A series of restrictive factors for such chambers and the envisaged performances are discussed.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 65—76, 1969

К. ХАЙДУК, П. ВИДИКАН 621.039:621.391

МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЦИКЛОВ АТОМНЫХ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ С ГАЗОВЫМИ РЕАКТОРАМИ

Дается методика термодинамического анализа циклов АЭС с газовыми энергетическими реакторами. Представлены результаты применения этой методики для шести типов комплексных термодинамических циклов для АЭС.

Анализируется влияние сложности термодинамического цикла и тепловых схем парогенераторов на коэффициент полезного действия.

Представленный метод для термодинамического анализа может быть использован для анализа тепловой экономичности и для оптимизации параметров самых сложных циклов для реакторов A.G.R., H.W.G.C.R., G.C.R. и для быстрых реакторов с газовым охлаждением.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 77—97, 1969

I. R. CIRIC

INTEGRAL EQUATIONS OF THE STATIONARY OR QUASI-STATIONARY MAGNETIC FIELD

The present paper establishes the integral equations of the calculation densities of the electrical current sheets on the discontinuity surfaces of the magnetization vector, for a system consisting of different isotropic, homogeneous linear materials, without permanent magnetization, in the presence of a magnetic field produced by various sources, the field regime being static, stationary or quasi-stationary. For deducing the integral equations the Amper model of magnetic bodies is used. The solution of these problems permits the determination of the magnetic field produced by the given distribution of sources by calculating the induction of the magnetic field produced in vacuum by the calculation distributions of the electrical current.

Further, the integral equations corresponding to plane parallel systems as well as the integral equations corresponding to ideal ferromagnetic media and perfect diamagnetic media are obtained.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 99—111, 1969

P. MANOLESCU

621.314.223.4.011.3.001.2.

CÎMPUL MAGNETIC ŞI INDUCTIVITĂŢILE ÎNFĂŞURĂRILOR TRANSFORMATORULUI CU MIEZ TOROIDAL

Analizîndu-se cîmpul magnetic în transformatorul cu miez toroidal, se stabileşte expresia potenţialului magnetic vector în ipoteza unui cîmp cu simetrie cilindrică şi a unor medii liniare. Înfăşurările se consideră situate concentric cu miezul şi avînd întinderi unghiulare diferite şi variabile.

Cu ajutorul soluţiei obţinute se calculează inductivităţile proprii şi mutuale, apoi cele utile ale ambelor înfăşurări, care apoi se particularizează pentru diferitele valori practice ale unghiurilor de înfăşurare.

În încheiere se fac comparaţii între rezultatele obţinute şi cele cunoscute, precum şi aprecieri asupra valorilor limită ale permeanţelor de dispersie pe care le pot atinge diferitele construcţii de transformatoare de curent cu miez toroidal.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19. nr. 1, p. 113—133, 1969

P. OPRIŞAN

621.313.323.016.33

ATENUAREA PENDULAŢIILOR ROTORULUI MOTORULUI SINCRON LA FUNCŢIONAREA ÎN REGIM DE SARCINĂ VARIABILĂ PERIODIC

Acţionarea agregatelor cu cuplu rezistent variabil periodic în timp, cazul compresoarelor cu piston, este însoţită de efecte perturbatoare care deranjează funcţionarea altor consumatori şi instalaţii din apropiere. Oscilaţiile curentului absorbit determină variaţii ale tensiunii sistemului iar pendulaţiile rotorului conduc, în unele cazuri, la vibraţii care se pot transmite şi amplifica. Într-o lucrare anterioară a fost prezentat un procedeu care permite atenuarea oscilaţiilor curentului din indus. În lucrarea de faţă se prezintă posibilitatea reducerii pendulaţiilor rotorului pînă la limita neglijării lor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 135—147, 1969

AL. FRANSUA şi L. CONSTANTINESCU

621.313.14

CONTRIBUŢII LA STUDIUL MOTORULUI UNIVERSAL CU COLECTOR

În lucrare se reiau cîteva aspecte ale teoriei generale a motorului universal cu colector, susceptibile la simplificări din punct de vedere practic, în speţă din punctul de vedere al proiectării acestui tip de motor electric. Se propun şi se justifică cîteva ipoteze simplificatoare care nu alterează corectitudinea rezultatelor, dar care conduc la o economie de calcul şi la o facilitare a acestuia.

Lucrarea vine în sprijinul proiectanţilor de micromotoare electrice, permiţîndu-le o abordare a proiectării motorului universal cu colector de pe premize noi, premize care elimină etape de calcul laborioase şi neesenţiale.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 149—161, 1969

CAROL SAAL

621.313.17

CU PRIVIRE LA TEORIA VIBRATORULUI ELECTROMAGNETIC REACTIV ELEMENTAR

Prin liniarizarea caracteristicii staţionare medii a forţei electromagnetice în vecinătatea întrefierului de repaus, se ajunge la o ecuaţie de mişcare neomogenă de tip Hill, reductibilă la o ecuaţie de tip Mathieu. Se studiază ecuaţia de mişcare în diferite ipoteze, în funcţie de întrefierul mediu, arătîndu-se că o ecuaţie de mişcare de tip banal se obţine ca un caz particular al ecuaţiei Mathieu.

În cazul descrierii mişcării armăturii de către soluţia ecuaţiei Mathieu, se studiază influenţa raportului dintre frecvenţa proprie de rezonanţă mecanică a echipajului mobil şi dublul frecvenţei tensiunii de alimentare, trăgîndu-se concluzii referitoare la obţinerea unei mişcări stabile.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 163—179, 1969

P. MANOLESCU

621.314.224.3.011.3.001.2

LE CHAMP MAGNÉTIQUE ET LES INDUCTANCES DU TRANSFORMATEUR À NOYAU TOROÏDAL

On analyse le champ magnétique dans le transformateur à noyau toroïdal et on établit l'expression du potentiel magnétique vecteur dans l'hypothèse d'un champ à symétrie cylindrique et des milieux linéaires. Les enroulements sont considérés situés concentriquement par rapport au noyau, et ayant des étendues différentes et variables.

Avec la solution obtenue on calcule les inductances propres et mutuelles, puis celles utiles pour les deux enroulements, qui sont particularisées plus loin pour différentes valeurs de l'angle d'enroulement.

On compare les résultats obtenus à ceux déjà connus et on présente quelques considérations sur les valeurs limite de perméances des fuites qu'on peut atteindre dans différentes constructions de transformateurs à noyau toroïdal.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 113—133, 1969

P. OPRIȘAN

621.313.323.016.33

L'ATTÉNUATION DES OSCILLATIONS DU ROTOR DU MOTEUR SYNCHRONE PENDANT LE FONCTIONNEMENT EN RÉGIME DE CHARGE PÉRIODIQUEMENT VARIABLE

La commande des agrégats à couple résistant périodiquement variable — le cas des compresseurs à piston — est accompagnée par des effets perturbateurs qui dérangent le fonctionnement des autres consommateurs et installations environants. Les oscillations du courant absorbé déterminent des variations de la tension du système, tandis que les oscillations du rotor conduisent, quelquefois, aux vibrations qui peuvent se transmettre et s'amplifier. Dans un travail antérieur on a présenté un procédé qui permet l'atténuation des oscillations du courant de l'induit. Dans le présent travail on expose la possibilité de réduire les oscillations du rotor jusqu'à une limite négligeable.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 135—147, 1969

AL. FRANSUA, L. CONSTANTINESCU

CONTRIBUTIONS TO THE STUDY OF THE UNIVERSAL COLLECTOR MOTOR

In this paper some conclusions of the general theory of the universal collector motor are reviewed. This theory may be practically simplified from the viewpoint of the design of this electric motor. Some simplifying assumptions are suggested and justified.

This paper is an aid to electric micromotor designers, providing a new approach of the universal collector motor, from premises that avoid sophisticated and non-essential calculus.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 149—161, 1969

CAROL SAAL

621.313.17

ON THE THEORY OF THE ELECTROMAGNETIC REACTIVE OSCILLATOR

By linearizing the stationary diagram of the mean electromagnetic force in the vicinity of the repose air-gap, one obtains the Hill's equation for the displacement of the moving armature and, finally, a nonhomogeneous Mathieu's equation. This last equation is studied, in different hypothesies depending on the mean air-gap; a linear differential equation of motion results as a particular case of the Mathieu's equation.

For the description of the armature's motion by the solution of Mathieu's equation one studies the influence of the ratio of the proper frequency of the mechanical resonance of the moving equipment to the double of the frequency of the supplying voltage and conclusions are drawn for the achievement of a steady motion.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 163—179, 1969

C. APETREI

621.313.333.041

INTERDEPENDENȚA ÎNTRE PARAMETRII ȘI CARACTERISTICILE DE FUNCȚIONARE ÎN MAȘINILE ASINCRONE

Se stabilesc relațiile de interdependență între parametrii și caracteristicile funcționale la mașina asincronă.

Cu ajutorul acestor relații se stabilesc condițiile de existență a soluțiilor și se indică modul de determinare a mașinii cu caracteristici impuse.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 181—198, 1959

I. ADĂMUȚ

621.3.092

CONSIDERAȚII ASUPRA PRECIZIEI MODELĂRII ANALOGICE PRIN METODA DIFERENȚELOR FINITE A ECUAȚIILOR DE PROPAGARE PE O LINIE ELECTRICĂ

În prezentul articol se analizează unele aspecte matematice privind rezolvarea ecuațiilor de propagare de ordinul unu și doi pe o linie electrică, în lumina utilizării lor pe calculatorul electronic analogic.

Se determină și se ordonează expresiile precise și aproximate ale resturilor pentru diversele tipuri de diferențe finite de ordinul unu și doi. Se analizează influența pasului, a numărului de secțiuni și a lungimii liniei asupra preciziei metodei.

Se indică și modul de ridicare a preciziei rezolvării ecuațiilor folosind diferențe finite îmbunătățite cu $n + 1$ termeni, n fiind numărul de secțiuni. Se determină expresia primelor două derivate spațiale pentru cazul general și se stabilesc ecuațiile pentru obținerea factorilor de pondere.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 199—216, 1969

M. VARTOLOMEI

681.142: 62.011.56

ASUPRA BILANȚULUI DE TIMP AL CALCULATORULUI INDUSTRIAL

În lucrare sînt prezentate cîteva din principalele aspecte care intervin la funcționarea calculatoarelor în timp real, legate în special de utilizarea eficientă a timpului de lucru.

Este expusă în continuare o metodă de calcul pentru timpii de ocupare a echipamentului și o analiză a limitărilor impuse de întîrzierea datorită întreruperilor prioritare.

În ultima parte a lucrării se dau indicații asupra posibilităților de calcul al bilanțului de timp pe calculatoare universale, printr-o metodă de modelare propusă și utilizată de autor în lucrările sale anterioare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19. Nr. 1, p. 217 — 224, 1969

H. CRISTEA

621.3.012:621.316.11.001

TRATAREA INFORMAȚIEI PRIVIND STRUCTURA TOPOLOGICĂ ȘI PARAMETRICĂ A REȚELEI ELECTROENERGETICE

Se scrie matricea de incidență după graful topologic neorientat și se utilizează ca bază pentru codificarea elementelor nenule ale matricei admitanțelor stocate în memoria calculatorului electronic, constituind informațiile inițiale primitive ale structurii rețelei. În continuare se prezintă o metodă de identificare coordonată a informațiilor cerute, privind structura parametrică și topologică, pentru calculul regimurilor sistemelor electroenergetice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 1, p. 225—232, 1969

C. APETREI

621.313.333.014

L'INTERDÉPENDANCE ENTRE LES PARAMÈTRES ET LES CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT DES MACHINES ASYNCHRONES

On établit des relations d'interdépendance entre les paramètres et les caractéristiques fonctionnelles de la machine asynchrone.

A l'aide de ces relations on établit les conditions de l'existence des solutions et on indique comment on détermine la machine ayant des caractéristiques imposées.

St. cerc. energ. electr., Tom 19, Nr. 1, p. 181—198, 1969

I. ADĂMUȚ

621.3.092

CONSIDÉRATIONS SUR LA PRÉCISION DU MODELAGE ANALOGIQUE PAR LA MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES, DES ÉQUATIONS DE PROPAGATION SUR UNE LIGNE ÉLECTRIQUE

Sont présentées quelques considérations en ce qui concerne la précision du modelage analogique des équations de propagation par la méthode des différences finies. En déterminant et en ordonnant les expressions des restes pour divers types de différence finie du premier et du second ordre, on analyse l'influence du pas, du nombre de sections, de la longueur de la ligne, de l'ordre et du type de la différence sur la précision de la méthode. On indique la manière d'élever la précision de la solution des équations par les différences finies améliorées à $n + 1$ termes, n étant le nombre des sections.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 199—216, 1969

M. VARTOLOMEI

681.142: 62.011.56

ON THE ON-LINE COMPUTER TIME BALANCE

The paper presents some principal problems of the real time of computer work, related to the efficient use of the work time.

A computing method for the holding times of the equipment and an analysis of the limits imposed by the delay due to the priority interruptions are given.

Finally, the paper gives some indications on the possibilities to compute the time-balance by using general purpose computers, with the aid of a mathematical modelling method suggested by the author.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 217—224, 1969

Х. КРИСТЯ

621.3.012 :621.316.11.001

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ И ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Пользуясь неориентированным графом, записывается своеобразная матрица падения, на основе которой кодируются ненулевые элементы матрицы проводимостей сети, накопленные в памяти вычислительной машины и использованные как первичные информации структуры сети. Далее дается метод координатной идентификации требуемой информации, относительно параметрической и топологической структуры сети для расчета режимов электроэнергетической системы.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 225—232, 1969

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

M. BRAȘOVAN și E. SERAGIN, **Metode noi de proiectare a acționărilor electrice**, 1968, 238 p., 11 lei.

ȘT. N. SĂVULESCU, **Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă**, 1968, 312 p., 15 lei.

V. V. GHIA, **Recirculația gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice**, 1966, 255 p., 8,75 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 599 p., 41 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrificației în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÎNCU, **Modelarea hidraulică în curenți de aer sub presiune**, 1967, 246 p., 11 lei.

AL. NICA, **Sisteme de lubrificație**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA și OLGA BIȚĂ, **Procese de lubrificație, frecare și uzură la suprafețele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, **Curgerea nestaționară a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p., 16 lei.

R. C. BOGDAN, **Analiza mecanică complexă și mecanoelectrică a mecanismelor plane**, 1968, 432 p., 23 lei.

I. P. [illegible] — c. 612*

43821

Lei 40.—

F 1736

R

REFERALVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., Tom 19, Nr. 2, p. 239–452, Bucureşti, 1969

Comitetul de redacție

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan, nr. 236.

F 1736

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

Tomul 19, nr. 2 1969

SUMAR

Economie energetică Pag.

V. CARACUDOVICI, Folosirea corelaţiilor multiple pentru fundamentarea prognozelor în domeniul consumului de energie 241

Termoenergetică şi termotehnică

S. PETRESCU, Determinarea lucrului mecanic în procesele termodinamice de viteză finită folosind metoda termodinamicii ireversibile fenomenologice 249

C. A. VASILESCU, Unele probleme ridicate de procesele energetice din motoarele diesel înalt supraalimentate 255

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, Stabilitatea şi lungimea flăcării turbionare la variaţia caracteristicii geometrice a sistemului arzător-focar 267

Electroenergetică şi electrotehnică

I. R. CIRIC, Levitaţia electromagnetică a conductoarelor masive sferoidale . . . 275

T. DORDEA, Asupra funcţionării în paralel a transformatoarelor electrice . . . 301

A. MORARU, Contribuţii la teoria motorului electromagnetic cu mişcare liniară. Ecuaţii şi caracteristici de funcţionare 315

E. POTOLEA, Aplicarea teoriei grafului la studiul reţelelor trifazate nesimetrice 337

I. ADĂMUŢ, Metode analogice de rezolvare a ecuaţiilor telegrafiştilor generalizate de ordinul unu 357

E. WAGNER, Contribuţii la calculul supratensiunilor de comutaţie la linii aeriene trifazate 377

I. LAPOHOS, Aparat pentru determinarea permitivităţii şi tg δ pentru materiale electroizolante sub formă de plăci subţiri la temperaturi de 20—130°C şi la o frecvenţă de 440 kHz 393

ED. RĂDĂCEANU, Asupra rezolvării unor probleme de comandă optimală prin metoda echivalenţei 401

V. RĂSVAN, O sinteză optimală pe baza unui criteriu integral pătratic pe interval finit şi infinit de conducere, pentru un obiect liniar şi invariant . . 415

M. MARINESCU, ŞT. DOBOŞ, I. MINEA, Procese de reducere catalitică a oxigenului în pila de combustie pe suport de cărbuni special trataţi 427

Recenzii 447

***** Material documentar** 449

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 239 — 452, Bucureşti, 1969

FOLOSIREA CORELAȚIILOR MULTIPLE PENTRU FUNDAMENTAREA PROGNOZELOR ÎN DOMENIUL CONSUMULUI DE ENERGIE

DE

V. CARACUDOVICI

620.9

Se prezintă un procedeu de aplicare a metodei corelațiilor multiple pentru separarea influenței factorilor de variație asupra consumului de energie dintr-un domeniu dat și utilizarea acestui procedeu la fundamentarea prognozelor statistice bazate pe corelații pentru sectoarele economiei la care dezvoltarea nu mai poate fi caracterizată printr-un singur indicator tehnic-economic.

În cazul în care corelația simplă dintre șirurile mărimilor statistice care reprezintă, de o parte, consumul de energie pentru un domeniu dat și, de cealaltă, un indicator economic sintetic caracteristic domeniului considerat, interpretate cu variabile aleatoare [$Y = f(X)$], nu dă rezultate suficient de precise pentru fundamentarea prognozelor statistice, trebuie să se recurgă la considerarea corelațiilor simultane dintre consumul de energie și doi sau mai mulți indicatori economici caracteristici [$Y = \varphi(X_1, X_2, ..., X_n)$], cunoscute în literatura de specialitate sub denumirea de corelații (sau regresii) multiple. În practică, această soluție se impune mai ales atunci cînd pentru domeniul considerat nu se poate găsi un singur indicator sintetic care să caracterizeze dezvoltarea economică și socială a lui și variația consumului de energie pentru acest scop, ci trebuie să se admită un sistem de indicatori, ca, de exemplu, pentru agricultură, pentru gospodăria casnică și comunală etc.

Se pune deci problema analizei dependenței statistice a unei variabile aleatoare Y, denumită aici variabilă dependentă (care reprezintă consumul de energie), în raport cu o serie de variabile independente $X_1, X_2, ..., X_n$ (care reprezintă sistemul de indicatori tehnici-economici caracteristici pentru domeniul considerat), problemă care poate fi rezolvată, în conformitate cu teoria corelațiilor multiple, dacă variabilele independente sînt alese în așa fel încît să fie legate prin intermediul unor coeficienți necunoscuți $K_1, K_2, ..., K_n$ de cele n componente ale variabilei dependente $(Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ și dacă există un număr N de observații experimentale asupra variabilelor $Y, X_1, X_2, ..., X_n$ mai mare ca numărul lor ($N > n + 1$).

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 241–247, 1969

Prognoza statistică a consumului de energie Y se reduce în acest caz la analiza prognozelor fiecăreia dintre componentele lui $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ în raport cu variabilele corespunzătoare $X_1, X_2, ..., X_n$ funcție de care au fost separate.

Și aici, ca și la interpretarea corelației simple pentru prognoze statistice, este necesar să se facă de la început o ipoteză asupra clasei funcțiilor de regresie (acesta constituind de altfel elementul cel mai subiectiv al prognozelor), în așa fel încît pentru observația de rang p din cele N observații disponibile să se poată scrie ecuația de regresie

$$Y_p = \varphi(X_{1p}, X_{2p}, \dots X_{np}, K_0, K_1, \dots K_n). \tag{1}$$

Alegerea clasei funcțiilor de regresie trebuie tratată cu toată atenția, pentru că condiționează în mare măsură valorile prognozelor care se obțin prin extrapolarea funcției de regresie.

Dacă se admite pentru ecuația de regresie forma liniară, ipoteza accesibilă în unele cazuri pentru problema pusă cînd nu se iau în considerație intervalele statistice prea mari, ecuația (1) ia forma

$$Y_p = K_0 + K_1 X_{1p} + K_2 X_{2p} + \dots K_n X_{np}. \tag{1'}$$

Avînd la dispoziție un număr de ecuații mai mare decît numărul necunoscutelor ($N > n + 1$), ecuația (1') nu poate fi satisfăcută pentru un ansamblu de valori $K_0, K_1, K_2, ..., K_n$ și trebuie să se adauge un termen rezidual ΔY_p, devenind

$$Y_p = K_0 + K_1 X_{1p} + K_2 X_{2p} + \dots K_n X_{np} + \Delta Y_p. \tag{1''}$$

Teoria regresiilor multiple permite să se determine parametrii necunoscuți $K_1, K_2, ..., K_n$ în așa fel, încît să conducă la termeni reziduali cît mai mici, adică să fie satisfăcută condiția

$$\sum_{p=1}^{N} \Delta Y_p = \text{minin}. \tag{2}$$

Dintre metodele cunoscute în literatura de specialitate pentru determinarea aproximativă a parametrilor funcțiilor de regresie, metoda pătratelor minime se consideră cea mai indicată, fiind mai intuitivă și mai comodă la utilizarea practică. Aplicînd această metodă, se obține în final sistemul de ecuații normale

$$\begin{aligned} &K_0 N + K_1 \Sigma X_1 + K_2 \Sigma X_2 + \dots = \Sigma Y, \\ &K_0 \Sigma X_1 + K_1 \Sigma X_1^2 + K_2 \Sigma X_1 X_2 + \dots = \Sigma X_1 Y, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &K_0 \Sigma X_n + K_1 \Sigma X_1 X_n + K_2 X_n + \dots = \Sigma X_n Y, \end{aligned} \tag{3}$$

din care rezultă coeficienții de regresie $K_0, K_1, K_2 ..., K_n$ sub forma

$$\begin{aligned} K_0 &= \Sigma (C_{1.1} + C_{1.2} X_1 + C_{1.3} X_2 + \dots C_{1.n+1} X_n) Y, \\ K_1 &= \Sigma (C_{2.1} + C_{2.2} X_1 + C_{2.3} X_2 + \dots C_{2.n+1} X_n) Y, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ K_n &= \Sigma (C_{n+1.1} + C_{n+1.2} X_1 + C_{n+1.3} X_2 + \dots C_{n+1.n+1} X_n) Y, \end{aligned} \tag{4}$$

în care C_{ij} reprezintă elementele de rang i și coloana j ale matricei inverse (cu $n+1$ coloane și $n+1$ rînduri):

$$C_{ij}\begin{bmatrix} N & \Sigma X_1 & \Sigma X_2 & \dots & \Sigma X_n \\ \Sigma X_1 & \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1 X_2 & \dots & \Sigma X_1 X_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma X_n & \Sigma X_1 X_n & \Sigma X_2 X_n & \dots & \Sigma X_n^2 \end{bmatrix}^{-1}. \tag{5}$$

Cunoașterea acestor coeficienți dă posibilitatea să se descompună variabila dependentă Y în componentele sale $Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_n$:

$$\begin{aligned} Y_0 &= K_0 N, \\ Y_1 &= K_1 \Sigma X_{1p}, \\ Y_2 &= K_2 \Sigma X_{2p}. \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \tag{6}$$

Admițînd ecuația de regresie sub forma sa generală, s-a introdus pe lîngă componentele $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$, corespunzătoare variabilelor dependente, și un termen liber Y_0, a cărui semnificație fizică nu poate fi justificată în majoritatea cazurilor și deci se pune problema examinării mărimii lui. Dacă Y_0 ar avea o mărime neglijabilă în raport cu celelalte componente, s-ar putea rezolva și problema pusă fără intermediul lui, admițîndu-se la început o ecuație de regresie simplificată

$$Y_p = K_1 X_{1p} + K_2 X_{2p} + \dots K_n X_{np}, \tag{1'''}$$

care ar da valori aproximative pentru coeficienții $K_1, K_2, \dots, K_n$. Dacă termenul constant nu poate fi neglijat, trebuie să se încerce eliminarea lui, operație care poate fi realizată cu ajutorul multiplicatorului Lagrange. Procedeul constă în determinarea coeficienților de regresie $K_1, K_n, \dots, K_n$ tot prin metoda pătratelor minime, ținînd însă seama de legătura suplimentară

$$\Sigma Y_p = K_1 \Sigma X_{1p} + K_2 \Sigma X_{2p} + \dots K_n \Sigma X_{nr}, \tag{3'}$$

care se introduce în locul primei ecuații normale din sistemul (3) simultan cu anularea termenului liber. Înlocuirea poate fi făcută numai dacă se introduce multiplicatorul Lagrange sub forma

$$\begin{aligned} &K_1 \Sigma X_1 + K_2 \Sigma X_2 + \dots = \Sigma Y, \\ &\lambda \Sigma X_1 + K_1 \Sigma X_1^2 + K_2 \Sigma X_1 X_2 + \dots = \Sigma X_1 Y, \\ &\lambda \Sigma X_2 + K_1 \Sigma X_1 X_2 + K_2 \Sigma X_2^2 + \dots = \Sigma X_2 Y, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned} \tag{3''}$$

restabilindu-se în acest fel $n+1$ ecuații cu $N+1$ necunoscute, printre care figurează și λ, care (ca și K_0) nu are o semnificație fizică, dar care nu intervine în prima ecuație după care se face separarea părților componente ale lui Y.

Aprecierea exactității cu care s-a realizat ajustarea cu linii drepte a sistemului de corelații multiple (drepte de regresie) se poate realiza

din punct de vedere statistic cu următorii parametri de validitate a rezultatelor :

— coeficientul de corelație multiplă R :

$$R = \sqrt{1 - \frac{\frac{\Sigma Y - Y'}{N - n - 1}}{\frac{\Sigma (Y - \bar{Y}')^2}{N - 1}}}; \tag{7}$$

— abaterea standard a regresiei σ_y :

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{\Sigma (Y - Y')^2}{N - 1}}; \tag{7'}$$

— abaterile standard ale fiecărui coeficient de regresie σ_{K_0}, σ_{K_1}, σ_{K_2}, ..., σ_{K_n} :

$$\begin{aligned} \sigma_{K_0} &= \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{Y}')^2}{N - 1} \cdot C_{1.1}}, \\ \sigma_{K_1} &= \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{Y}')^2}{N - 1} \cdot C_{2.2}}, \\ \sigma_{K_2} &= \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{Y}')^2}{N - 1} \cdot C_{3.3}}, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{7''}$$

în care s-a notat cu Y' mărimea variabilei dependente după ajustare și cu litere barate valorile medii ale variabilelor.

La aplicarea în practică a metodei corelațiilor multiple pentru realizarea unor prognoze statistice, un element deosebit de important îl reprezintă modul de alegere a variabilelor independente, de care depinde în ultimă analiză și calitatea rezultatelor obținute. Aceste variabile trebuie să îndeplinească cîteva condiții, printre care se pot semnala : să fie legate cît mai strîns de componentele corespunzătoare ale consumului de energie, să nu fie proporționale între ele, să fie cuprinse în evidențele statistice curente și să existe înregistrări statistice pe o perioadă mai lungă de timp și prevederi pentru perioadele viitoare.

Necesitatea cercetării modului în care se pot aplica corelațiile multiple în domeniul prognozei consumului de energie s-a ivit la analiza evoluției consumului de energie pentru unele dintre sectoarele economiei naționale și în special pentru agricultură și gospodăria casnică.

În cazul agriculturii, consumul de energie pentru o suprafață dată nu variază decît în mică măsură în raport cu producția agricolă, aceasta fiind influențată, la rîndul ei, de alți factori cu repercusiuni diferite asupra consumului de energie, ca, de exemplu, caracteristicile pedologice ale solului, condițiile climatice, gradul de irigare, administrarea de îngrășăminte chimice etc. Aici alegerea variabilelor independente este mai dificilă în special pentru examinarea influenței caracteristicilor pedologice ale solului și a condițiilor climatice.

În cazul gospodăriilor casnice, în general consumul de energie pentru gospodărie (sau pentru un ansamblu de gospodării) variază, pe de o parte, în raport cu suprafețele încăperilor de care se dispune și, pe de altă parte, în raport cu numărul persoanelor care alcătuiesc colectivitatea analizată, fără a se putea preciza cotele-părți din consum dependente de fiecare dintre factorii analizați. Aici cele două variabile independente sînt relativ ușor de exprimat: X_1 este suprafața locuințelor și X_2 numărul de persoane, ele corespunzînd condițiilor arătate mai sus.

Aplicarea practică a metodei corelațiilor multiple în prognoza consumului de energie se poate face în două moduri, după felul în care se consideră baza experimentală.

Dacă pentru un anumit domeniu dat se consideră ca o observație experimentală mărimea consumului de energie Y_p pe un anumit interval de timp, de exemplu consumul anual de energie, metoda corelațiilor multiple, după cum s-a arătat, poate fi aplicată pentru separarea influenței factorilor de variație dacă se dispune de o serie de consumuri de energie pentru un număr de intervale $N > n + 1$ (n fiind numărul factorilor considerați).

Admiterea formei liniare pentru funcția de regresie presupune însă repartizarea medie a influenței factorilor analizați asupra consumului de energie pe întregul interval, ceea ce reprezintă o soluție acceptabilă numai dacă structura acestui consum, în raport cu factorii analizați, nu se schimbă în timp. Această condiție nu a fost însă îndeplinită în majoritatea cazurilor analizate. Lacuna aceasta poate fi înlăturată dacă se consideră regresii multiple neliniare, problemă care va face, probabil, obiectul cercetărilor viitoare ale autorului.

O altă soluție este de a considera ca o observație experimentală mărimea consumului de energie Y_p pentru o porțiune din domeniul analizat, de exemplu consumul pe o regiune față de consumul pe țară. În acest caz, metoda poate fi aplicată dacă domeniul total analizat s-a împărțit într-un număr N de porțiuni care să satisfacă condiția $N > n + 1$, rezultînd pentru anul respectiv componentele consumului de energie în raport cu factorii analizați.

Repetînd această operație pentru o serie de ani și păstrînd aceleași variabile independente, se obțin șiruri statistice pentru fiecare dintre componentele mărimii Y, a căror evoluție viitoare poate fi analizată independent prin studierea corelațiilor $Y_1 = f_1(X_1)$, $Y_2 = f_2(X_2)$, ..., $Y_n = f_n(X_n)$ după metode specifice corelațiilor simple. Consumul total de energie într-un an viitor se obține în acest fel prin însumarea consumurilor parțiale determinate pentru anul respectiv.

Exemplificarea modului de separare a influenței factorilor de variație asupra consumului de energie în vederea fundamentării prognozelor statistice s-a făcut pentru un grup de 33 de gospodării casnice, care pot fi considerate și ca rezultat al unei selecții statistice reprezentative pentru un domeniu mai mare, de exemplu pentru o localitate.

Calculul numeric s-a făcut pentru doi ani 1962 și 1967, separați de un interval de timp de cinci ani, considerat suficient de mare pentru constatarea schimbărilor de structură survenite. Rezultatele obținute sînt cuprinse în tabela 1.

Tabela 1

Anul	Modul de calcul	Coeficienţii rezultaţi din calcul			Componentele lui Y calculate			Valoarea lui Y		Diferenţa
		K_0	K_1	K_2	$Y_0 = NK_0$	$Y_1 = K_1 \Sigma X_{1p}$	$Y_2 = K_2 \Sigma X_{2p}$	reală	calculată	valori absolute
1962	Ecuaţia de regresie completă	209,44	185,95	8,42	6912	21 384	15 201	29 646	29 673	27
	Ecuaţia de regresie simplificată	—	140,48	7,89	—	16 155	14 194	29 646	30 349	703
	Cu termen liber eliminat prin multiplicator Lagrange	—	136,63	7,74	—	15 712	13 924	29 646	29 636	10
1967	Ecuaţia de regresie completă	281,78	74,71	11,67	9299	9 115	21 858	40 270	40 272	2
	Ecuaţia de regresie simplificată	—	119,63	13,17	—	14 595	24 667	40 270	39 262	1 008
	Cu termen liber eliminat prin multiplicator Lagrange	—	125,25	13,34	—	15 280	24 986	40 270	40 266	4

De aici rezultă că, dacă se utilizează ecuația de regresie liniară completă de tipul (1'), se obțin termeni liberi cu valori mari, reprezentînd 20 — 30% din consumul total, și deci nu se poate separa pe această cale influența factorilor analizați. Ecuația de regresie simplificată, de tipul (1'''), duce la valori mai apropiate de cele reale decît prima variantă, dar dă totuși o diferență de peste 2% față de consumul de energie real. Prin eliminarea termenului liber după metoda arătată mai sus prin multiplicatorul Lagrange, se obțin cele mai bune valori care pot fi adoptate pentru fundamentarea prognozelor statistice.

Analizînd schimbarea de structură a consumului total de energie în cei doi ani luați în calcule, se constată că ponderea primului factor a scăzut de la 53% în 1962 la 38% în 1967 și a celui de-al doilea a crescut în mod corespunzător. Aceasta se explică prin faptul că, pe măsură ce crește nivelul de trai, crește înzestrarea gospodăriilor casnice cu o serie de aparate electrocasnice (frigidere, aparate de radio, televizoare etc.), al căror consum nu mai depinde așa de mult de numărul de persoane din gospodărie, cum depinde iluminatul, care acoperea majoritatea consumului la începutul intervalului analizat.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Nagy V. Caracudovici, S. Manea A. Scorțeanu, *Preevaluare a necesarului de energie prin metode globale*, memoriu intern Institutul de energetică, 1966.
2. Z. Hellwig, *Aproksymacja stochastyczana*, Warszawa, Panstwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, 1965.
3. E. Vedere, *Méthode de régression multiple appliquée dans l'analyse des courbes de charge*, Uniunea internațională a producătorilor și distribuitorilor de energie electrică (UNIPEDE), Congresul de la Baden Baden, 1961.
4. P. Schiller, *Méthodes d'analyse de la charge employées en Grande-Bretagne*. Congres UNIPEDE 1958, Raport, VIII A — 1.
5. G. Ott, *Exemple d'étude mathématique de la validité des résultats obtenus par la méthode de régression multiple appliquée à un échantillon*, Berliner Kraft und Licht, A. G.
6. I. Capanu, *Balanța producției, consumului și acumulării produsului social*, Rev. de statistică, XII *11* 1964).
7. C. Nagy, V. Caracudovici, S. Manea *Metodică pentru preevaluarea necesarului de energie pe ramuri industriale*, memoriu intern Institutul de energetică, 1967.

DETERMINAREA LUCRULUI MECANIC ÎN PROCESELE TERMODINAMICE DE VITEZĂ FINITĂ FOLOSIND METODA TERMODINAMICII IREVERSIBILE FENOMENOLOGICE*)

DE

STOIAN PETRESCU

536.71; 536.8

Se studiază cu ajutorul metodei oferite de termodinamica fenomenologică ireversibilă procesele de comprimare și destindere adiabate de viteză finită, obținîndu-se expresia lucrului mecanic pentru aceste procese:

$$dL = p_g (1 \pm K_1 w) \cdot dV,$$

în care p_g este presiunea gazului, w viteza pistonului, K_1 o funcție de temperatură, și de celelalte proprietăți ale sistemului, care poate fi determinată fie experimental, fie folosind în continuare o metodă structurală (cinetică sau statistică).

Se știe că termodinamica clasică a condus, din punctul de vedere al adevărului științific, numai la stabilirea unui cadru-limită în care se desfășoară fenomenele termice din natură. Amănuntele fenomenelor au trebuit căutate fie cu ajutorul experienței, fie cu ajutorul unor teorii a căror ipoteze să se apropie mai mult de realitate.

Preocupări legate de elaborarea unor asemenea teorii au existat chiar la creatorii termodinamicii clasice. Astfel Thomson Kelvin a dezvoltat o metodă de studiu a proceselor ireversibile termoelectrice. Deși rezultatele calitative și cantitative erau promițătoare, domeniul de aplicabilitate al metodei era foarte limitat, iar principiile care stăteau la baza ei erau introduse formal, fără nici un suport fizic. Din cauza acestor limite, metoda lui Thomson nu a putut conduce la dezvoltarea unei teorii coerente și suficient de generale a proceselor ireversibile.

*) Prezenta lucrare constituie o parte dintr-o comunicare prezentată la sesiunea științifică a Institutului politehnic București din 1—3 noiembrie 1968, intitulată *Studiu comparativ privind metodele și mărimile de apreciere a ireversibilității proceselor termodinamice.*

Abia începînd cu lucrările remarcabile ale lui Onsager din 1931 termodinamica fizică și cea chimică păşesc pe o nouă linie de dezvoltare, care se conturează treptat (prin contribuţiile lui I. Prigogine, P. Mazur, S. R. de Groot etc.), conducînd în ultimii 30 de ani la crearea unei noi ramuri a termodinamicii, și anume termodinamica fenomenologică a proceselor ireversibile, care ia în considerare realitatea vitezei finite de desfășurare a proceselor fizico-chimice [3], [4].

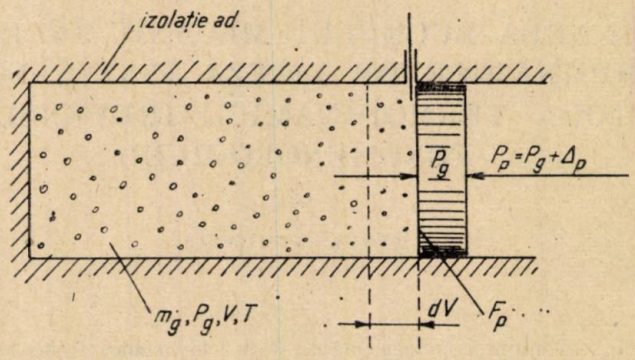


Fig. 1

Această metodă de tratare, deși a condus la rezultate remarcabile în fizică și chimie, nu și-a găsit încă o largă aplicare în termodinamica proceselor din mașinile termice.

În cele ce urmează dorim să încercăm folosirea metodei termodinamicii fenomenologice ireversibile la rezolvarea unei probleme din termodinamica tehnică, și anume să găsim o expresie a lucrului mecanic în procesele de comprimare și destindere cu viteza finită din mașinile termice cu piston.

Considerăm un gaz de masă m_g în starea p_g, V, T, aflat într-un cilindru izolat adiabat, obturat cu un piston etanș și fără frecare. În starea inițială, pistonul este acționat din exterior de presiunea

$$p_p = p_g + \Delta p, \tag{1}$$

iar din interior de presiunea gazului p_g.

În această stare, pistonul este fixat cu un opritor. Ridicînd opritorul, pistonul se va deplasa sub acțiunea surplusului de presiune Δp, cu viteza medie w, pe parcursul dV/F_p (unde F_p este aria pistonului).

A face teoria termodinamică a unui proces ireversibil înseamnă a găsi expresia sursei de entropie pentru procesul respectiv, apoi a identifica din această expresie forțele și fluxurile termodinamice conjugate care intervin în proces, după care se folosesc relațiile de liniaritate între forțele termodinamice și fluxurile termodinamice, precum și relațiile de reciprocitate ale lui Onsager [1], [3], [4].

Vom proceda în acest mod pentru procesul considerat anterior, și anume ne propunem să găsim mai întîi expresia sursei de entropie

$$\sigma = \frac{dS_i}{d\tau}, \tag{2}$$

care reprezintă viteza de creștere în timp a entropiei sistemului datorită ireversibilității interne care apare în sistem.

Conform principiului al doilea al termodinamicii pentru procesele ireversibile, putem scrie

$$dS = dS_e + dS_i, \tag{3}$$

adică variația de entropie a sistemului se datorește, pe de o parte, schimbului de căldură cu exteriorul (dS_e) și, pe de altă parte, ireversibilității interne care apare în sistem (dS_i).

În cazul procesului studiat, adiabata de viteză finită, schimbul de căldură este inexistent, deci

$$dS_e = \frac{dQ}{T} = 0. \tag{4}$$

Prin urmare,

$$dS = dS_i. \tag{5}$$

Raportînd la $d\tau$ — diferențiala timpului, se obține sursa de entropie:

$$\sigma = \frac{dS_i}{d\tau} = \frac{dS}{d\tau}. \tag{6}$$

Conform definiției matematice a entropiei,

$$dS = \frac{dU + p_g dV}{T}. \tag{7}$$

Folosind expresia matematică a primului principiu pentru procesele adiabate, putem scrie

$$dU = -dL. \tag{8}$$

Evident, lucrul mecanic efectuat din exterior asupra gazului (în ipoteza că masa pistonului este zero) va fi

$$dL = p_g dV. \tag{9}$$

Cu acestea expresia (7) devine

$$dS = \frac{-p_g dV + p_g dV}{T} = -\frac{\Delta p}{T} dV. \tag{10}$$

Înlocuind în (6), obținem expresia sursei de entropie pentru procesul considerat:

$$\sigma = \frac{dS_i}{d\tau} = -\frac{\Delta p}{T} \cdot \frac{dV}{d\tau}. \tag{11}$$

Conform principiului al doilea în formularea locală introdusă de termodinamica fenomenologică ireversibilă, sursa de entropie trebuie să fie întotdeauna pozitivă. Într-adevăr, se verifică în relația (11) că atît pentru comprimare ($dV < 0$, $\Delta p < 0$), cît și pentru destindere ($dV > 0$, $\Delta p < 0$) sursa de entropie este pozitivă.

Înlocuind în (11) expresia variației de volum dV funcție de viteza pistonului w.

$$dV = -F_p w d\tau, \tag{12}$$

se obține

$$\sigma = \frac{\Delta p}{T} F_p w. \tag{13}$$

În relația (12) s-a admis următoarea convenție de semne pentru viteza w: semnul plus pentru comprimare și semnul minus pentru destindere.

Din expresia sursei de entropie (13) identificăm factorul care reprezintă forța termodinamică și factorul care reprezintă fluxul termodinamic. Și anume putem considera ca forță termodinamică o mărime care să prindă cauza desfășurării procesului, în cazul de față o mărime care să-l conțină pe Δp, deci

$$X = \frac{\Delta p F_p}{T}, \tag{14}$$

iar fluxul termodinamic o mărime care să prindă efectul forței termodinamice

$$J = w. \tag{15}$$

Folosind una dintre ipotezele de bază ale termodinamicii ireversibile fenomenologice, și anume relația de liniaritate dintre fluxurile și forțele termodinamice, putem scrie

$$J = KX, \tag{16}$$

adică pentru cazul considerat

$$w = K \frac{\Delta p F_p}{T}. \tag{17}$$

Scoțînd pe Δp și înlocuindu-l în expresia presiunii pe piston (1), se obține

$$p_p = p_g + \frac{T}{K F_p} w \tag{18}$$

sau

$$p_p = p_g \left(1 + \frac{T}{K F_p p_g} w.\right) \tag{19}$$

Pentru a scoate în evidență diferența dintre cazul comprimării și cel al destinderii, putem considera că w cuprinde numai valoarea vitezei pistonului, punînd semnele corespunzătoare în fața liniei de fracție:

$$p_p = p_g \left(1 \pm \frac{T}{K F_p p_g} \cdot w\right), \tag{20}$$

în care vom lua semnul plus pentru comprimare și semnul minus pentru destindere.

Trebuie să remarcăm că, pentru procesul infinitezimal studiat, T și p_g pot fi considerate constante și, prin urmare, este de așteptat ca mărimea K (coeficientul fenomenologic din relația liniară forță-flux) să depindă de T și p_g. De asemenea această mărime va depinde și de celelalte proprietăți ale sistemului. Relația (20) se poate scrie deci

$$p_p = p_g(1 \pm K_1 w), \tag{21}$$

în care am notat

$$K_1 = f(T, p_g, F_p, \ldots). \tag{22}$$

Cu aceasta lucrul mecanic în procesele adiabate de viteză finită devine din (9)

$$\mathrm{d}L = p_g(1 \pm K_1 w)\,\mathrm{d}V. \tag{23}$$

Relația la care s-a ajuns este în concordanță cu aspectele calitative semnalate de majoritatea lucrărilor de termodinamică tehnică cu privire la comprimarea și destinderea de viteză finită. Și anume se știe că, în cazul comprimării cu viteză finită, lucrul mecanic consumat va fi mai mare decît lucrul mecanic reversibil ($w = 0$), iar în cazul destinderii lucrul mecanic dezvoltat va fi mai mic decît cel reversibil.

La fel ca în cazul tuturor relațiilor deduse folosind metoda termodinamicii fenomenologice ireversibile, expresia (23) nu se poate folosi cantitativ direct, deoarece metoda utilizată nu poate conduce la explicitarea coeficientului fenomenologic K și deci a funcției K_1.

Pentru a deduce această funcție K_1 este necesar să se recurgă fie la experiență, fie la o teorie structurală (cinetică sau statistică) prin care să ne apropiem mai mult de realitățile fizice care determină desfășurarea procesului considerat.

Plecînd de la unele raționamente calitative ale lui de Boer [2] și Sommerfeld [5] cu privire la interacțiunea gaz-piston, s-a tratat pe cale cinetică problema de mai sus [6], obținîndu-se următorul rezultat:

$$\mathrm{d}L = p_{mg}\left(1 \pm \frac{aw}{c_m} \pm \frac{bw^2}{c_m^2} \pm \ldots\right)\mathrm{d}V, \tag{24}$$

care, pentru $w \ll c_m$, se poate scrie

$$\mathrm{d}L = p_g\left(1 \pm \frac{aw}{c_m}\right)\cdot \mathrm{d}V, \tag{25}$$

unde

p_{mg} este presiunea medie momentană din gaz,
c_m — viteza medie moleculară din gaz,
a — coeficientul care depinde de natura gazului și de configurația geometrică a sistemului.

Comparînd relația (25) cu (23), se poate obține expresia funcției K_1:

$$K_1 = \frac{a}{c_m} = \frac{a}{\sqrt{3gRT_m}}, \tag{26}$$

în care

g este accelerația gravitațională,
R — constanta generală a gazului,
T_m — temperatura medie momentană a gazului.

În concluzie se constată că metoda termodinamicii fenomenologice ireversibile este aplicabilă unor procese de viteză finită din mașinile termice, conducînd la relații care descriu corect din punct de vedere calitativ aceste procese, însă obținerea unor relații utilizabile cantitativ nu se poate face decît recurgînd în continuare fie la experiență, fie la o teorie structurală (cinetică sau statistică).

BIBLIOGRAFIE

1. I. Bazarov, *Termodinamica*, București, Edit. tehnică, 1962.
2. J. de Boer, *Introducerea în fizica moleculară și termodinamică*, Moscova, Inostranaia literatura, 1962.
3. K. Guminski, *Termodinamica proceselor ireversibile*, București, Edit. Academiei, 1964.
4. I. Prigogine, *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes*, Springfield, Illinois, U.S.A., Charles C Thomas, Publisher.
5. A. Sommerfeld, *Thermodynamik und Statistik*, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Partig K.G., 1962.
6. L. Stoicescu, S. Petrescu, *Der erste Grundsatz der Thermodynamik für technische Prozesse, welche mit endlicher Geschwindigkeit und ohne Strömung verlaufen*, Buletinul Institutului politehnic București, **XXVI**, 5(1964).

UNELE PROBLEME RIDICATE DE PROCESELE ENERGETICE DIN MOTOARELE DIESEL ÎNALT SUPRAALIMENTATE *)

DE

C. A. VASILESCU

621.436.5

Supraalimentarea înaltă constituie o cale de viitor în dezvoltarea motoarelor diesel. Dacă se limitează presiunea maximă din cilindru la $p_2 = 150$ bar (pentru a reduce solicitările mecanice), apare o corelație între raportul de compresiune ε, gradul de supraalimentare π și modul de realizare al răcirii intermediare, care limitează parametrii ε și π. Răcirea intermediară ridică problema radiatorului eficient. Dacă se analizează și dezvoltarea procesului de ardere, se constată că trebuie luată în discuție și cifra cetanică a combustibilului. În articol se atrage atenția asupra tuturor acestor probleme, care vor constitui aspecte de cercetare în viitor.

Perspectiva dezvoltării motoarelor diesel o constituie supraalimentarea lor fie pentru a modifica curba de moment motor, fie pentru a realiza unități cu puteri litrice cît mai mari. Aplicarea cu consecvență a supraalimentării și creșterea presiunii la admisie pentru a obține supraalimentarea înaltă reprezintă o tendință în practica mondială, care se răsfrînge din ce în ce mai jos în gama puterilor motoarelor.

Dar creșterea presiunii de supraalimentare este legată de anumite servituți rezultate din mărirea solicitărilor. Solicitările termice pot în bună măsură să fie stăpînite prin anumite măsuri constructive, iar cele mecanice prin limitarea presiunii maxime. Apar astfel o serie de elemente noi în ceea ce privește procesele energetice din aceste tipuri de motoare.

În lucrarea de față se pune în discuție alegerea unor parametri constructivi și modul în care supraalimentarea înaltă influențează procesul de ardere în vederea stabilirii unor direcții de cercetare în acest domeniu.

*) Lucrare prezentată la Sesiunea tehnică-științifică I.C.P.A.T.-Brașov din 20 decembrie 1968.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 255—265, 1969

1. DEPENDENȚA GRADULUI DE SUPRAALIMENTARE DE RAPORTUL VOLUMETRIC DE COMPRESIUNE ȘI DE MODUL DE PRACTICARE AL RĂCIRII INTERMEDIARE

O cercetare cuprinzătoare a influenței supraalimentării asupra parametrilor fluidului de lucru din motorul diesel se poate face analizîndu-se un ciclu Seiliger cu gaze perfecte cu călduri specifice variabile

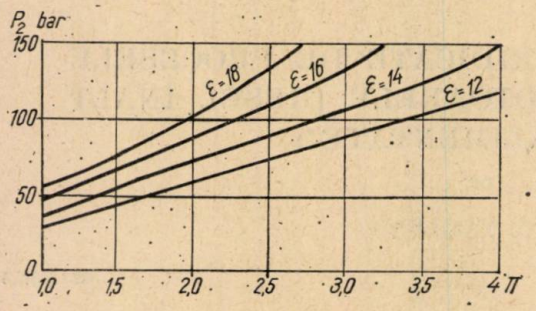


Fig. 1. — Valoarea presiunii de sfîrșit de compresiune p_2 în funcție de gradul de supraalimentare π și de raportul volumetric de compresiune ε.

cu temperatura [1] — [3]. Dacă o asemenea analiză nu poate oferi rezultate conforme cu realitatea, totuși permite să se stabilească corelații față de un nivel de supraalimentare acceptat azi ca fiind posibil de realizat.

Toți autorii sînt de acord că presiunea maximă, pentru a menține un nivel acceptabil al solicitărilor mecanice, trebuie limitată la o valoare, spre exemplu $p_{max} = 150$ bar. Această limitare conduce la necesitatea examinării corelației dintre gradul de supraalimentare π și raportul volumetric de compresiune ε. Într-adevăr, după cum se vede din figura 1, presiunea de sfîrșit de compresiune depinde atît de raportul de compresiune, cît și de gradul de supraalimentare. Se observă că la raport volumetric de compresiune $\varepsilon = 14$ presiunea de la sfîrșitul comprimării a atins valoarea $p_2 = 150$ bar la gradul de supraalimentare $\pi = 4$; peste această valoare a raportului volumetric de compresiune și cu limitarea de presiune maximă impusă, gradul de supraalimentare maxim admis va trebui să scadă. Corelarea dintre raportul volumetric de compresiune ε și valoarea gradului de supraalimentare-limită π în condițiile că la sfîrșitul compresiunii nu trebuie să se depășească presiune $p_2 = 150$ bar este redată în figura 2.

Se pune întrebarea dacă este posibilă o scădere a raportului volumetric de compresiune pentru a menține valori mari ale gradului de supraalimentare. Valorile ridicate ale raportului de compresiune sînt utilizate în primul rînd, pentru a facilita pornirea de la rece și, în al doilea rînd, pentru a asigura randamente cît mai înalte.

În figura 3 se prezintă cu linie plină temperaturile de sfîrșit de compresiune, cazul în care aerul nu este răcit.

Să admitem că nu s-ar practica răcirea intermediară a aerului admis și că pentru un motor diesel cu aspirație naturală raportul de compresiune $\varepsilon = 17$ ar fi satisfăcător din punctul de vedere al pornirii. După datele din figura 3 rezultă că temperatura teoretică $T_2 = 900$ °K este suficientă pentru a asigura o pornire netă. Dar această temperatură

poate fi asigurată, în cazul în care aerul este nerăcit, și în motorul cu $\varepsilon = 12$ de la grade de supraalimentare $\pi > 2{,}25$.

Necesități de mărire a încărcării motorului (pentru a beneficia din plin de avantajele supraalimentării înalte) și de limitare a solicitărilor termice conduc la răcirea aerului după compresor. În figura 3 s-a considerat (linii punctate) cazul răcirii intermediare ideale a aerului

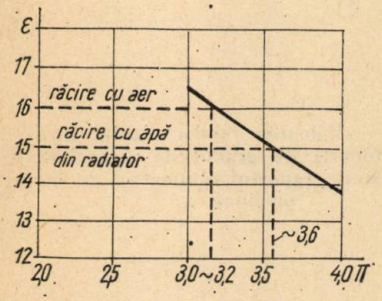


Fig. 2. — Dependența dintre raportul volumetric de compresiune ε și gradul de supraalimentare π la o presiune de sfîrșit de compresiune de $p_2 = 150$ bar.

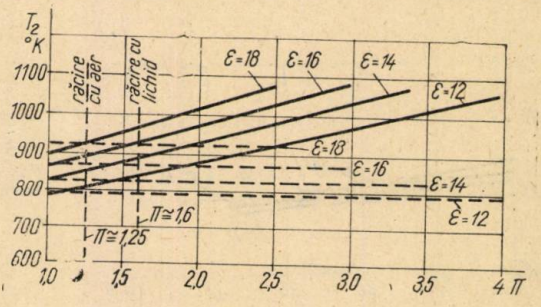


Fig. 3. — Temperatura de sfîrșit de compresiune T_2 în funcție de gradul de supraalimentare π pentru diferite valori ale raportului volumetric de compresiune ε; linie plină — aer nerăcit; linie întreruptă — răcire intermediară a aerului pînă la temperatura mediului.

admis pînă la temperatura mediului din care se realizează aspirația compresorului. În acest caz evident nu se poate micșora raportul de compresiune sub $\varepsilon = 17$, valoare considerată optimă pentru scopul propus. În realitate va exista o cădere de temperatură între aerul răcit și mediul exterior. Fie că răcirea intermediară se realizează cu însuși lichidul de răcire al motorului între ieșirea din radiator și intrarea în chiulasă. În acest caz, diferența de temperatură față de mediu a aerului răcit este de circa 40—50 grd, astfel că limita aplicării răcirii aerului la ieșirea din răcitorul intermediar are circa 343 °K, ceea ce corespunde la un raport de compresiune în compresor (teoretic) de $\pi = 1{,}60$. Prin urmare, pentru condițiile în care se face acest studiu este rațional ca răcirea intermediară cu apă în circuitul de răcire al motorului să se realizeze numai de la grade de supraalimentare de circa $\pi = 1{,}6$ înainte, deoarece sub aceste valori ale gradului de supraalimentare aerul la ieșirea din compresor are o temperatură mai scăzută decît lichidul de răcire.

În acest caz, temperatura limită de $T_2 = 900$ °K se obține la un raport volumetric de compresiune $\varepsilon = 15$, ceea ce permite (fig. 2) să se atingă grade de supraalimentare de ordinul $\pi = 3{,}6$ fără a depăși presiunea de 150 bar. Nu lipsită de interes și aplicată în ultimul timp este răcirea intermediară cu aer. În acest caz se vor putea obține diferențe de temperatură mai mici între aerul de alimentare răcit și mediul exterior, spre exemplu 20 grd, astfel că aerul la ieșirea din răcitor va avea temperaturi de ordinul a 313 °K. Făcînd același raționament ca mai sus la limită, răcirea cu aer începe să fie aplicabilă de la grade de supraalimentare mai scăzute, $\pi \simeq 1{,}25$. Se observă că în acest caz se poate reduce mai puțin raportul volumetric de compresiune la $\varepsilon = 16$, ceea ce conduce (fig. 2) la un grad de supraalimentare-limită de $\pi \simeq$ $\simeq 3{,}2$.

În același timp însă raportul volumetric de compresiune și gradul de supraalimentare influențează randamentul termic. Valorile calculate prezentate în figura 4 arată o influență neînsemnată a gradului de supraalimentare și o influență redusă a raportului volumetric de compresiune și, prin urmare, din acest punct de vedere nu trebuie introduse restricții suplimentare. Se urmărește puterea obținută pentru gradele de supra-

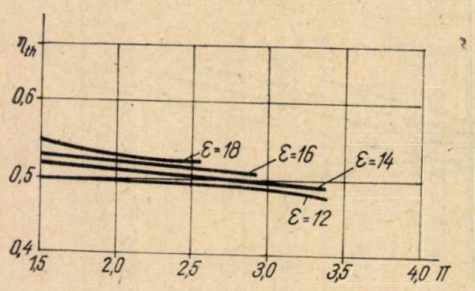


Fig. 4. — Valoarea randamentului termic η_{th} în funcție de gradul de supraalimentare π și de raportul volumetric de compresiune ε.

alimentare-limită în cele două situații de răcire intermediară. Se face ipoteza că, pentru motoare identice funcționînd la aceeași turație și la aceeași valoare a coeficientului excesului de aer, puterea dezvoltată depinde de cantitatea de aer, adică de densitatea lui și de randament; se va putea scrie pentru cele două sisteme de răcire intermediară (indicele r — răcire cu apă din radiator; indicele a — răcire cu aer)

$$\frac{P_r}{P_a} = \frac{\rho_r}{\rho_a}\frac{\eta_{thr}}{\eta_{tha}\xi} = \frac{\pi_r}{\pi_a}\frac{T_a}{T_r}\frac{1}{\xi} = \frac{3{,}6}{3{,}2}\cdot\frac{313}{343}\cdot\frac{1}{\xi} = \frac{1{,}03}{\xi},$$

unde ξ reprezintă un factor subunitar de micșorare a puterii efective, datorită antrenării ventilatorului care vehiculează aerul prin răcitorul intermediar. Rezultă că răcirea cu apă, deși mai ineficientă în ceea ce privește temperatura aerului admis, permite scăderea raportului volumetric de compresiune și prin aceasta atingerea unui grad de supraalimentare sporit, ceea ce va conduce la mărirea puterii motorului, este drept în mică măsură.

În realitate, factorul ξ depinde de gradul de supraalimentare în mare măsură; fără a avea pretenția de a face un calcul, se poate arăta ușor că în cazul unor ipoteze simple puterea absorbită de ventilator raportată la puterea efectivă a motorului se poate scrie $\frac{P_v}{P_e} \simeq K\left(\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right)$, astfel că, raportînd această putere la gradul de supraalimentare uzual azi de $\pi = 1{,}5$, se obține

$$\frac{\frac{P_v}{P_e}}{\left(\frac{P_v}{P_e}\right)_{\pi=1,5}} = \frac{\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\pi_{1,5}^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}.$$

În figura 5 se prezintă date calculate, care arată o creştere importantă a puterii absorbite de ventilator o dată cu creşterea gradului de supraalimentare.

Problema răcirii intermediare ridică însă aspecte legate de mărimea radiatorului; suprafaţa de schimb de căldură a acestuia creşte repede cu gradul de supraalimentare (fig. 6) şi pentru valorile luate în discuţie

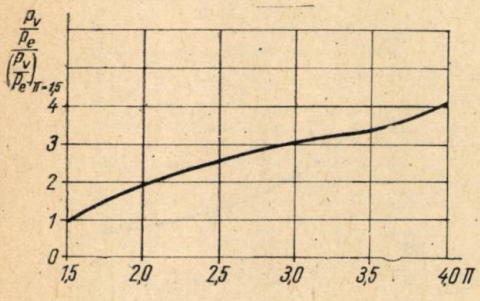


Fig. 5. — Variaţia puterii absorbite de ventilatorul de răcire a radiatorului aer-aer a sistemului de răcire intermediară a aerului admis în motor P_v, raportată la puterea motorului P_e, în funcţie de gradul de supraalimentare π.

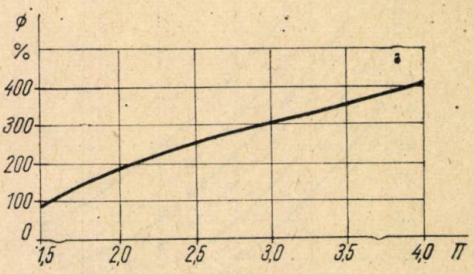


Fig. 6. — Valoarea suprafeţei raportată de răcire Φ (faţă de suprafaţa de răcire la $\pi=1,5$) a radiatorului pentru răcirea intermediară în funcţie de gradul de supraalimentare π.

pentru supraalimentarea-limită poate creşte cu peste 300% faţă de mărimea de la nivelul inferior al aplicării răcirii intermediare care s-a luat pentru gradul de supraalimentare, $\pi = 1,5$. Desigur că asemenea mărimi de radiatoare ridică probleme de spaţiu, probleme care devin şi mai grave dacă se consideră răcirea cu aer, unde suprafaţa de răcire este de la început mai mare.

Această creştere apreciabilă a mărimii radiatorului, asociată cu creşterea puterii absorbite de ventilator, pune în discuţie utilizarea răcirii intermediare cu aer la motoarele înalt supraalimentate.

2. DESFĂŞURAREA PROCESELOR DE ARDERE ÎN MOTORUL DIESEL ÎNALT SUPRAALIMENTAT

Desfăşurarea procesului de ardere în motorul diesel înalt supraalimentat este modificată datorită acţiunii a patru factori:

— mărirea cantităţii de combustibil injectată;
— modificarea legii de injecţie;
— modificarea duratei perioadei de întîrziere la aprindere;
— modificarea relativă a spaţiului care stă la dispoziţie pentru ardere.

Se poate considera în cazul răcirii intermediare că puterea creşte aproximativ proporţional cu gradul de supraalimentare. Prin urmare, şi cantitatea totală de combustibil injectată va trebui să crească proporţional cu acest factor.

Modificarea legii de injecție este determinată de cantitatea de combustibil care urmează să ardă la volum constant. Astfel, dacă se urmărește limitarea presiunii la $p = 150$ bar, cantitatea de combustibil ce urmează să ardă la volum constant (violent) χ_v va fi cu atît mai mică, cu cît gradul de supraalimentare și raportul volumetric de compresiune

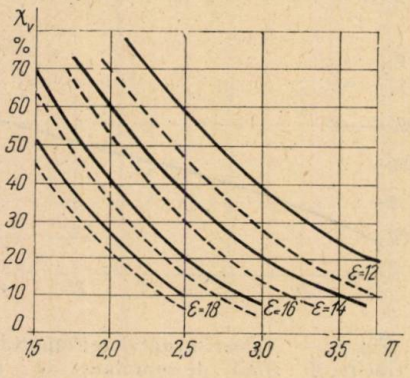


Fig. 7. — Variația cantității de combustibil care arde violent χ_v în funcție de gradul de supraalimentare π și de raportul volumetric de compresiune ε (valori calculate); cu linie întreruptă — cazul răcirii intermediare.

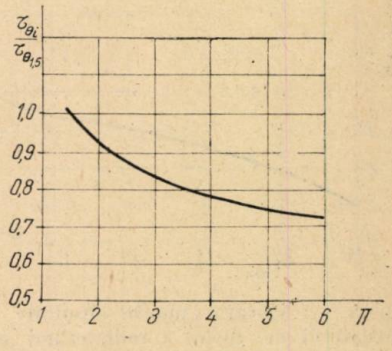


Fig. 8. — Variația duratei întîrzierii la aprindere $\tau_{\theta i}$ raportată la durata întîrzierii la aprindere pentru $\pi = 1{,}5$, cu gradul de supraalimentare π.

cresc; de asemenea această cantitate scade dacă se procedează la răcirea intermediară (fig. 7).

Se observă că la funcționarea la turații scăzute, la care și presiunea de supraalimentare livrată de grupul turbocompresor va fi mai redusă, este nevoie de o reglare corespunzătoare a sistemului de injecție pentru a arde o cantitate mai mare de combustibil la volum constant sau de găsirea unor metode (cum ar fi pistonul cu compresiune variabilă) pentru a menține randamentul ridicat al motorului.

Perioada de întîrziere la aprindere se micșorează datorită faptului că atît presiunea, cît și temperatura (dacă nu se produce răcire intermediară) cresc cu mărirea gradului de supraalimentare. În figura 8 s-a calculat cu formula lui Tolstov [4] perioada de întîrziere la aprindere $\tau_{\theta i}$; se constată scăderi de 20—25% în domeniul studiat. Această reducere a duratei întîrzierii la aprindere este favorabilă dezideratului anterior, în sensul că ușurează realizarea micșorării cantității de combustibil care urmează să ardă violent.

În ceea ce privește volumul camerei de ardere, se observă că pe măsură ce gradul de supraalimentare crește se mărește cantitatea de combustibil care urmează să ardă în același volum și, prin urmare, condițiile de ardere se înrăutățesc, volumul relativ micșorîndu-se.

La motorul cu injecție directă, cumularea micșorării cantității de combustibil care arde violent (și deci mărirea cantității de combustibil care urmează să ardă lent) cu mărirea generală a cantității de combustibil injectată și cu înrăutățirea condițiilor de ardere conduce la mări-

rea duratei arderii. Întinderea exagerată a arderii în destindere micşorează randamentul motorului şi măreşte încărcarea termică a camerei de ardere şi a paletelor turbinei. Asemenea efecte au fost semnalate în literatură [4].

Dar însăşi durata întîrzierii la aprindere poate influenţa durata arderii, astfel că întîrzierea la aprindere influenţează diferit durata arderii,

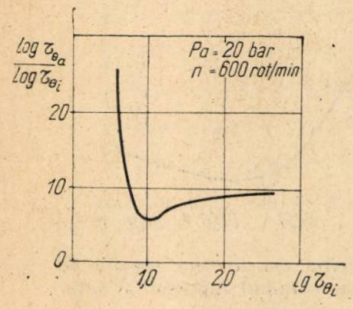


Fig. 9. — Variaţia raportului dintre durata arderii log τ_{θ_a} şi durata întîrzierii la aprindere log τ_{θ_i} în funcţie de durata întîrzierii la aprindere log τ_{θ_i}.

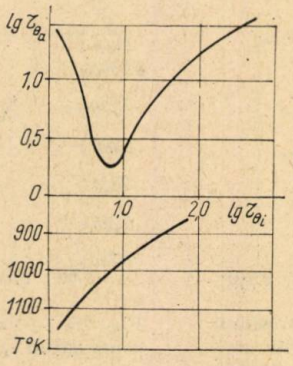


Fig. 10. — Variaţia duratei arderii log τ_{θ_a} în funcţie de durata întîrzierii la aprindere log τ_{θ_i} pentru diferite temperaturi T.

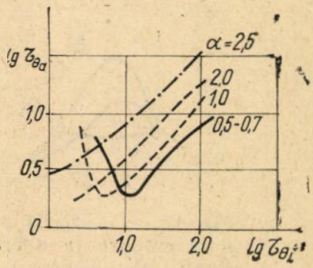


Fig. 11. — Variaţia duratei arderii log τ_{θ_a} în funcţie de durata întîrzierii la aprindere log τ_{θ_i} pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α.

după cum durata întîrzierii la aprindere este mai mică sau mai mare [5], [6].

Din experimentări efectuate în bombe, dar în care se reproduc condiţiile de motor, se constată (fig. 9) că există două domenii: domeniul perioadelor de întîrziere la aprindere mari, cînd prin micşorarea acestei durate scade durata arderii, şi domeniul perioadelor de întîrziere la aprinderi mici, cînd prin reducerea acestei durate viteza de ardere creşte.

Experienţele au arătat că temperatura influenţează acest proces. (fig. 10). Sokolik [7] stabileşte şi o corelaţie matematică:

— zona temperaturilor mici, $T \leqslant 873°K$, $\log \tau_{\theta_a} \simeq \log \tau_{\theta_i}$;
— zona temperaturilor medii, $873 \leqslant T \leqslant 973°K$, $\log \tau_{\theta_a} = \text{const}$;
— zona temperaturilor mari, $T \geqslant 1\,073°K$, $\log \tau_{\theta_a} \simeq \log \tau_{\theta_i}^{-n}$.

Această dependenţă este accentuată în cazul arderii cu valori mici ale coeficientului excesului de aer şi nu se mai semnalează la valori mari ale coeficientului excesului de aer. Prin urmare, la motorul cu injecţie directă, perioada de întîrziere la aprindere tinzînd să scadă şi există pericolul de a ajunge în situaţia de a mări durata arderii. Este deci necesar să se limiteze scăderea duratei întîrzierii la aprindere, acţionîndu-se atît asupra motorului (micşorarea temperaturii pieselor din camera de ardere, reducerea turbulenţei), cît şi asupra combustibilului, urmărindu-se o limitare a cifrei cetanice sau chiar studierea unor aditivi.

Mărirea cantităţii de combustibil injectată şi mărirea duratei arderii influenţează direct funcţionarea motorului. Să ne referim la lucrările

lui Lyn [8], care a calculat performanţele unui motor în cazul diferitelor legi de ardere, deci într-o primă aproximaţie legi de injecţie. Astfel (fig. 12) trecerea de la legea de injecţie triunghiulară la o lege dreptunghiulară (ca să permită injectarea unei cantităţi sporite de combustibil) micşorează aria diagramei, deci lucrul mecanic util; deplasarea arderii unei părţi importante de combustibil din zona de început înspre zona de mij-

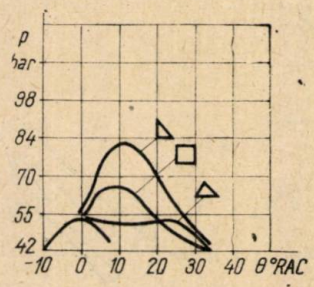


Fig. 12. — Variaţia presiunii p în cilindru în diferite momente ale ciclului θ pentru trei legi diferite de injecţie.

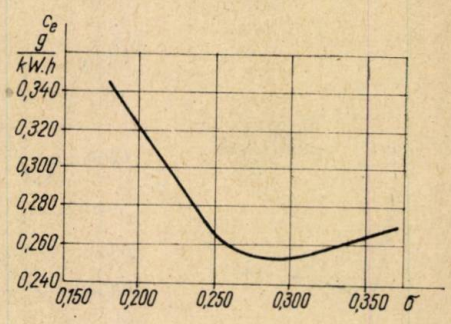


Fig. 13. — Variaţia consumului specific de combustibil c_e cu volumul raportat al antecamerei σ.

loc a procesului are de asemenea un efect de reducere a performanţelor motorului.

În cazul motoarelor cu antecameră, durata arderii se măreşte de asemenea. Micşorarea duratei arderii are două cauze: se reduce întîrzierea la aprindere în antecameră şi deci energia de expulzare se micşorează. Cantitatea de combustibil care va arde în camera principală se măreşte şi deci durata de ardere va creşte. Există posibilitatea ca prin varierea mărimii relative a antecamerei σ (raportul dintre volumul antecamerei şi al camerei de ardere) să se restabilească o ardere corectă, aşa cum se constată din figura 13, care analizează consumul specific de combustibil.

Se poate admite că amestecarea în camera principală va fi superioară la motorul cu antecameră faţă de motorul cu injecţie directă, astfel că pot exista situaţii în care durata arderii la un motor diesel supraalimentat cu antecameră să fie mai mică decît durata arderii la motorul diesel cu injecţie directă.

Cercetări proprii [9] au arătat că durata arderii este influenţată de mărimea antecamerei numai dacă aceasta are volumul optim ($\sigma = 0{,}3$, fig. 14); în realitate, antecamera se face ceva mai mică pentru a împiedica arderea cu fum şi bătaie şi pentru a reduce încărcarea termică a pistonului spălat de gaze. Experimentările arată că presiunea de supraalimentare practic nu influenţează durata arderii pentru valori în afara celor optime, $\sigma = 0{,}2$ şi $\sigma = 0{,}5$.

Datorită faptului că întîrzierea la aprindere are loc în camera secundară şi în camera principală se petrece de fapt o ardere lentă, presiunea creşte în mai mică măsură decît la motorul diesel cu injecţie directă (fig. 15) [10]. Această diagramă a arătat variaţia presiunii maxime pentru motorul cu injecţie directă (curba A) şi motorul cu ante-

cameră (curba *B*). Gradul de fum este în general mai mic pentru motorul cu antecameră, iar consumul specific de combustibil se apropie de cel al motorului cu injecție directă cînd acesta funcționează la valori reduse ale avansului de injecție, valori care eventual ar trebui acceptate

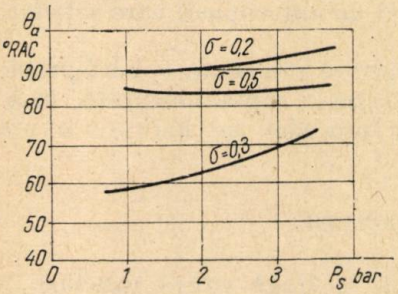


Fig. 14. — Durata arderii θ_a în funcție de presiunea de supraalimentare p_s pentru diferite volume raportate ale antecamerei σ.

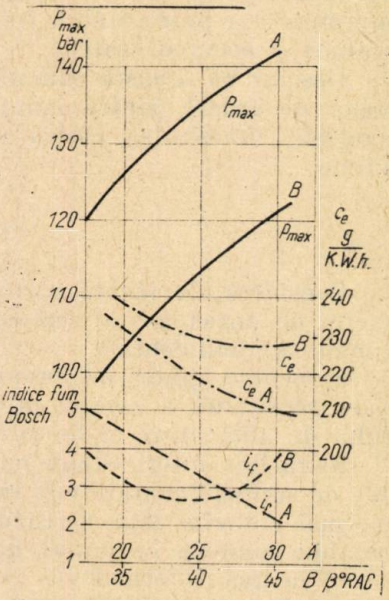


Fig. 15. — Variația presiunii maxime de ardere p_{max}, a consumului specific de combustibil c_e și a indicelui de fum i_f cu avansul de injecție β pentru: *A* — motoare cu injecție directă; *B* — motoare cu antecameră.

dacă se urmărește scăderea presiunii maxime. Este de presupus deci că la grade mari de supraalimentare, unde, pentru limitarea solicitărilor mecanice, motorul cu injecție directă ar urma să funcționeze cu avansuri la

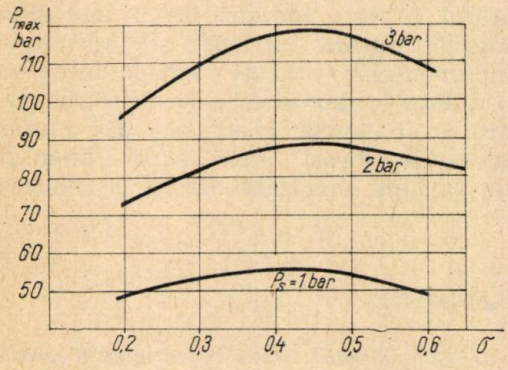


Fig. 16. — Variația presiunii maxime p_{max} în motorul cu antecameră în funcție de volumul raportat al antecamerei σ; p_s — presiunea de supraalimentare.

injecție reduse, s-ar putea obține valori ale consumului specific de combustibil apropiate de cele ale motorului cu antecameră, și aceasta în condițiile unei presiuni maxime de ardere mărită și ale unei tendințe evidente de funcționare cu fum. Ar părea că cel puțin pentru anumite ease de motoare funcționarea la grade mari de supraalimentare ar trebui

să fie asociată cu construirea motoarelor respective cu tipuri de cameră de ardere care să limiteze valoarea presiunii maxime, spre exemplu antecamera.

De altfel, după cum arată alte cercetări ale noastre [9], mărimea antecamerei poate influența presiunea maximă (fig. 16) și deci printr-un compromis s-ar putea stabili volumul de antecameră care satisface ținuta mecanică și economicitatea.

Desigur că această sumară discuție nu poate epuiza problema camerelor de ardere pentru motoarele înalt supraalimentate, însă rămîne de reținut necesitatea găsirii unor procedee de limitare a presiunilor maxime.

3. CONCLUZII

Considerațiile făcute permit să se tragă cîteva concluzii, care au caracter de anticipare al cercetărilor pentru dezvoltarea motoarelor diesel înalt supraalimentate :

a) pentru grade de supraalimentare reduse, răcirea intermediară cu aer reprezintă o soluție interesantă, asigurînd o răcire mai bună a aerului de alimentare al motorului ;

b) răcirea intermediară cu lichid din circuitul radiatorului permite grade de supraalimentare mai ridicate și rapoarte volumetrice de compresiune mai coborîte față de cazul răcirii intermediare cu aer, ceea ce în ansamblu conduce la puteri nominale ale motorului mai mari ;

c) răcirea intermediară a aerului comprimat din motor solicită cercetări dezvoltate asupra radiatoarelor în vederea micșorării dimensiunilor lor de gabarit ;

d) la motoarele diesel înalt supraalimentate este necesar să se dezvolte și să se utilizeze camere de ardere capabile să reducă atît presiunea maximă, cît și viteza de creștere a presiunii, spre exemple antecamera ;

e) necesitatea stăpînirii duratei arderii conduce la o mai bună cunoaștere a cauzelor care determină durata întîrzierii la aprindere ;

f) necesitatea asigurării randamentelor ridicate atît la încălzirea totală, cît și la încărcări parțiale conduce la dezvoltarea și utilizarea unor metode de reglare corespunzătoare a proceselor energetice din motor ;

g) combustibilii pentru motoarele diesel înalt supraalimentate vor trebui să aibă valori limitate și bine precizate ale cifrei cetanice.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Asupra calculului evoluției izentropice cu ajutorul tabelelor proprietăților termodinamice ale gazelor perfecte*, St. cerc. energ. electr., *4*, 571, (1959).

2. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Supraalimentarea motoarelor diesel*, București, Edit. tehnică, 1965.

3. W. Pflaum, W. Haase, *Allgemeines Verfahren zur Vorausberechnung vom Aufladema-schinen mit Abgasturbolader*, MTZ, *1*, 5—13, (1964).

4. D. A. Portnov, *Bistrohodnie turboporşnevie dvigatelei s vosplameneniem ot sjatia*, Moskva, Maşghiz, 1963.
5. I. V. Sviridov, *O protessah vosplamenania i goreniia v dvigateliah s vosplamenemiem ot sjatiia. Porşnevie dvigatelei vnutrennego sgorania*, Moskva, Izd. Akad. Nauk. S.S.S.R, 1956.
6. I. V. Sviridov, D. T. Riadov, *Experimentalnovo issledovanie protessa sgorania raspilennih topliv v bombei postveanogo obanea*, Sbornik dokladov Konferenţii *Sgoranii i sesabrajovaniie v dizeliah*, Moskva, 1958.
7. A. S. Sokolik, *Kinematiceskaia interpretaţiia*, M — protessa, Sbornik dokladov Konferenţii *Dvigatelei s vosplamenenii ot sjatiia*, Moskva, 1951.
8. W. W. Lyn, *Calculations of the effect of rate of heat release on the shape of cylinder-pressure diagram and cycle effeciency*. Proc. Instn. Mach., *1*, 34 (1960—1961)-
9. C. A. Vasilescu, B. Barbescu, *Influenţa presiunii de supraalimentare asupra parametrilor constructivi ai antecamerei*, Construcţia de maşini, *11*, 1968.
10. K. Gallois, *Injection directe et injection à preéhambre des moteurs à 4 temps et haute supralimentation*, Raport A-2 CIMAC, Londre, 1965.

STABILITATEA ȘI LUNGIMEA FLĂCĂRII TURBIONARE LA VARIAȚIA CARACTERISTICII GEOMETRICE A SISTEMULUI ARZĂTOR-FOCAR

DE

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

662.94

Dimensiunea relativă a incintei de ardere are o influență neglijabilă asupra traseului flăcării în focar și asupra lungimii de ardere dacă caracteristica geometrică arzător-focar, r/R, este mai mică decît 0,3. În aceste cazuri, flacăra turbionară își păstrează caracterul de independență în raport cu influența aerodinamică a pereților. În ceea ce privește stabilitatea arderii, cu creșterea valorii caracteristicii geometrice crește și limita de stabilitate, analog cu cazul flăcărilor liniare. De remarcat și faptul că momentul de trecere de la situația critică periferică la situația critică centrală este deplasat spre concentrația stoechiometrică cu atît mai mult, cu cît raportul r/R devine mai mic.

Ca o concluzie practică a lucrării apare soluția de utilizare a focarelor cu caracteristică geometrică mare, avantajoase atît ca utilizare a spațiului de ardere, cît și ca domeniu de stabilitate pe care îl asigură. De asemenea, pe baza cercetărilor efectuate apare o interesantă completare a modelului fizic al arderii turbionare, ceea ce ușurează simțitor metodica de calcul a focarelor turbionare.

În lucrările anterioare [1], [2] au fost analizate caracteristicile de bază ale flăcărilor turbionare pentru cazul unei anumite geometrii a sistemului arzător-focar, caracterizată printr-un raport r/R anumit. Este de analizat dacă o flacără turbionară se comportă la fel ca o flacără liniară, în sensul că parametrul r/R reprezintă un criteriu geometric de modelare, sau numai în anumite privințe poate fi acceptat drept criteriu geometric unic.

Problema pusă poate fi studiată analitic, urmărind care este efectul modificării diametrului incintei asupra distanței de acroșare și asupra lungimii frontului de flacără; în ceea ce privește stabilitatea arderii, aceasta se va putea analiza numai pe baza datelor experimentale.

Stabilitatea aprinderii este asigurată dacă grosimea stratului de reacție de la marginea jetului de amestec combustibil este

$$b = \frac{c_p (T_f - T_0) \cdot f(\mathcal{D})}{W_a},$$

unde

W_a este caracteristica izvoarelor interioare de căldură a zonei periferice de aprindere a jetului, mărime independentă de condiţiile geometrice [1],
c_p — căldura specifică a amestecului combustibil,
T_f — temperatura minimă de aprindere,
T_0 — temperatura amestecului combustibil,
$f(\mathcal{D})$ — o funcţie de difuzia jetului.

În privinţa funcţiei de difuzie a jetului, din lucrările lui Spalding rezultă [3] că nu este funcţie de raportul r/R, raza iniţială a jetului raportată la raza incintei, dacă raportul are valori mici şi deci jetul se poate comporta ca un jet liber.

Fluxul minim de energie liniară de aprindere va fi

$$Q_1 = w_a \cdot l \cdot b \cdot (T_f - T_0) \cdot c_p \cdot \rho,$$

furnizat de gazele de recirculare într-un proces de schimb de căldură şi masă, caracterizat prin funcţia de transmisie

$$\Phi_r = f(I_0, M_0, r/R),$$

unde

w_a este viteza jetului de amestec combustibil,
l — lungimea de contur de aprindere,
ρ — densitatea amestecului combustibil,
I_0 — impulsul iniţial al jetului,
M_0 — momentul cantităţii de mişcare a jetului.

Din măsurătorile făcute asupra unei instalaţii de determinare a schimbului de căldură între jeturi de amestec combustibil şi jeturi de gaze provenite din arderea amestecului respectiv [4], a rezultat că influenţa condiţiei geometrice r/R apare cu o pondere sensibilă abia la o distanţă de punctul iniţial de amestecare de ordinul $h/R = 2$, ceea ce face ca factorul r/R din funcţia Φ_r să nu aibă influenţă importantă asupra transmisiei de energie de aprindere decît la flăcări foarte lungi.

Fluxul de energie liniară de aprindere va fi

$$Q_1 = x_i (T_r - T_f) \Phi_r,$$

de unde rezultă, ţinînd seama de relaţiile anterioare, că distanţa de acroşare va fi

$$x_i = \frac{(T_f - T_0)^2}{T_r - T_f} \cdot c_p^2 \cdot w_a \frac{1}{W_a} \cdot \frac{f(\mathcal{D})}{\Phi_r}.$$

Se remarcă din această relaţie că distanţa de acroşare trebuie să fie relativ puţin influenţată de caracteristica geometrică r/R a sistemului arzător-focar, ţinînd seama de faptul că această caracteristică este mică (sub 0,3) în cazurile practice. De asemenea suprafaţa de simetrie a frontului de flacără nu trebuie să fie influenţată de caracteristica geometrică.

În ceea ce priveşte lungimea flăcării, viteza de ardere nefiind influenţată în mare măsură de condiţiile de contur ale flăcării în special cînd

aceasta se comportă în zona de ardere ca o flacără liberă, este de așteptat ca lungimea flăcării să nu fie funcție de caracteristica geometrică r/R.

În sfîrșit, în ceea ce privește stabilitatea-limită a arderii, considerînd o anumită analogie între jeturi liniare și jeturi turbionare, este de presupus că o dată cu scăderea valorii raportului geometric r/R, situîndu-ne în domeniul $r/R < 0{,}3$, stabilitatea va scădea. Explicația acestui fenomen a fost dată în lucrarea [5].

Verificarea experimentală a considerentelor expuse mai sus a fost făcută pe o instalație experimentală în care s-au realizat diferite rapoarte r/R, variindu-se însă numai raza incintei R pentru a putea realiza din punctul de vedere a jetului de amestec combustibil incident aceleași condiții inițiale: w_a, I_0 și M_0.

Domeniul de variație acoperit de cercetările experimentale a fost cuprins între $r/R = 0{,}28$ și $r/R = 0{,}18$, cu două trepte intermediare de verificare.

În urma determinării poziției frontului de flacără în focar pentru diferite viteze inițiale cuprinse între 15 și 50 m/s, diferite dozaje ale amestecului combustibil cuprinse între 6 și 11% CH_4 în amestec și diferite caracteristici geometrice cuprinse între 0,28 și 0,18, au fost trasate suprafețele de simetrie ale fronturilor de flacără în focarele studiate. În figura 1 sînt prezentate secțiunile suprafețelor de simetrie pentru cîteva regimuri caracteristice.

S-au trasat pe aceeași diagramă curbele caracteristice pentru situațiile extreme de variație a caracteristicii geometrice, 0,28 și 0,18. Situațiile intermediare, după cum se remarcă pe figură, nu prezintă interes, deoarece, chiar la caracteristici geometrice atît de diferite cum sînt extremele experimentate, curbele aproape se suprapun. S-a utilizat o scară a ordonatelor și absciselor în mărimi dimensionale pentru a scoate în evidență mai pregnant faptul că frontul de flacără nu suferă modificări importante o dată cu modificarea dimensiunilor incintei.

Abaterile mai mari care apar la viteze mici ale jetului incident (15 m/s) se datoresc faptului că influența condițiilor de perete a focarului se face simțită mai mult atunci cînd impulsul inițial al jetului este mic. În acest caz, devierea jetului de către curentul periferic recirculat este mai puternică.

Curbele reprezentînd secțiunile suprafețelor de simetrie ale fronturilor de flacără au fost trasate în figura 2 în coordonate adimensionale x/R și h/R.

Se observă că în aceste condiții suprapunerea curbelor este mai bună, coordonatele adimensionale ameliorînd diferența existentă între curbe ca urmare a modificărilor geometrice. Acest fapt s-a găsit și în cazul jeturilor liniare, cu un efect și mai puternic ținînd seama de diferențele mai mari care apăreau în raport cu jetul liber liniar.

În diagramele din figurile 1 și 2 au fost prezentate curbele pentru unghiul maxim de turbionare experimentat: $\theta = 60°$. La unghiuri mai mici, suprapunerea curbelor este și mai bună, ca urmare a faptului că flacăra se depărtează de perete.

Din cele verificate pe cale experimentală rezultă că explicarea teoretică dată pe baza modelului de flacără turbionată admis este corectă și că în funcția de transfer Φ_r poate fi neglijat termenul care ține seama

de condiţiile geometrice ale incintei. De asemenea apare ca o concluzie importantă faptul că, la rapoarte mici r/R, jetul în zona de aprindere are un impuls suficient de mare la viteze mai mari de 15 m/s, astfel încît să nu fie influenţat sensibil de zona de recirculaţie în ceea ce priveşte poziţia sa.

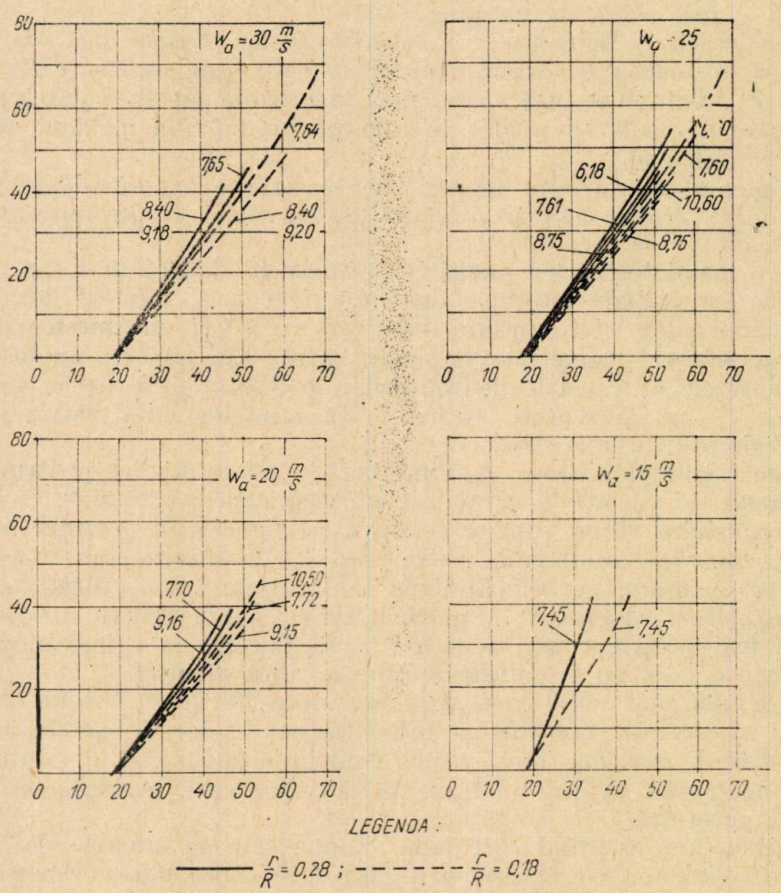


Fig. 1. — Secţiunile suprafeţelor de simetrie pentru fronturi de flacără turbionare.

Cea de-a doua problemă care urma să fie rezolvată era studiul dependenţei lungimii flăcării de caracteristica geometrică a focarului. Rezultatele experimentale sînt date în figura 3.

S-a adoptat pentru trasarea diagramelor atît sistemul scărilor dimensionale, cît şi sistemul adimensional. În sistemul dimensional se remarcă o diferenţă destul de mare între lungimea flăcării la $r/R = 0,28$ şi $r/R = 0,18$. Explicaţia pe care trebuie s-o acceptăm este că în arderea turbionară turbulenţa din focar are o mare influenţă asupra vitezei de ardere şi, în consecinţă, la viteze mari şi la diametre mari ale incintei turbulenţa fiind mărită, frontul de flacără se scurtează simţitor.

Faptul că nu caracteristica geometrică a sistemului arzător-focar este cauza modificării lungimii flăcării apare clar din trasarea curbelor în coordonate adimensionale (pe aceeaşi diagramă), unde se remarcă o creştere importantă a ecartului dintre cele două fascicule de curbe. Acelaşi lucru rezultă şi din faptul că pentru o incintă cu un diametru mai

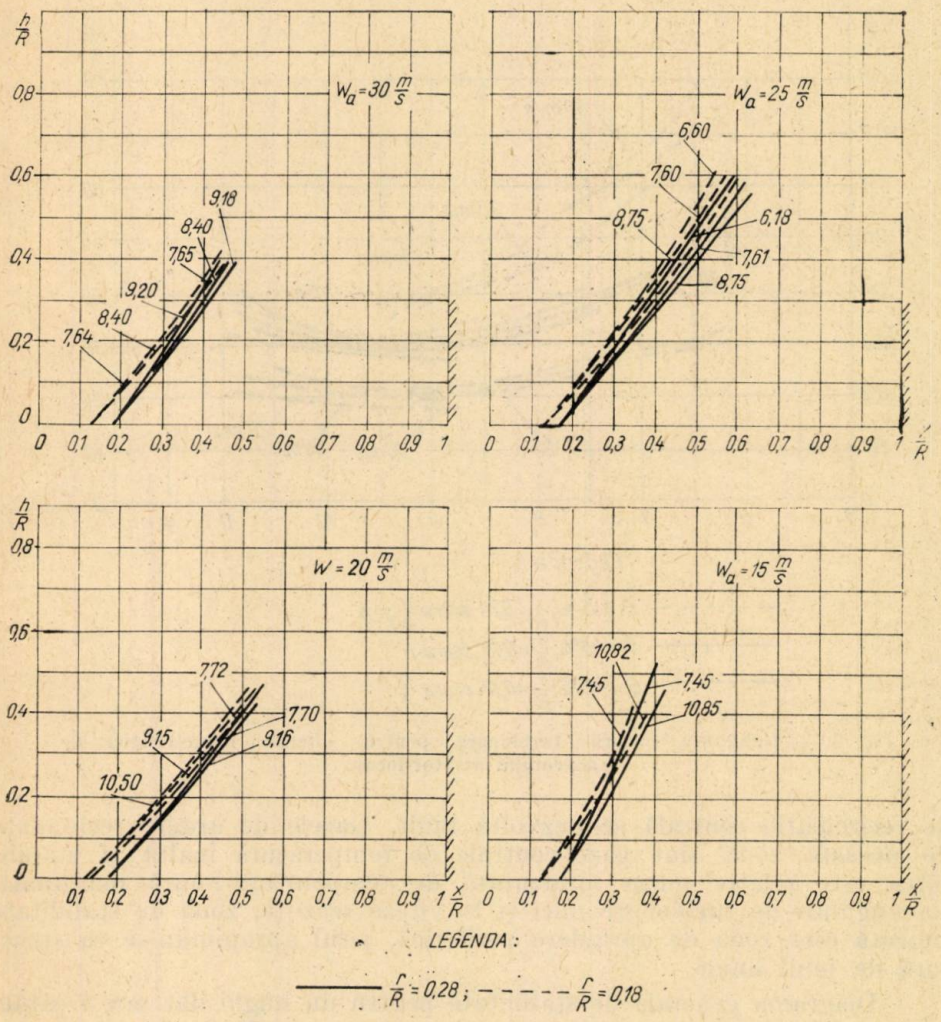


Fig. 2. — Secţiunile suprafeţelor de simetrie în coordonate adimensionale x/R şi h/R.

mic lungimea flăcării este mai diferită la variaţia vitezei iniţiale decît în cazul incintei cu un diametru mai mare. Viteza de ardere fiind în dependenţă exponenţială în raport cu turbulenţa, influenţa vitezei de înaintare va fi mai mare la incinte care dau turbulenţă mai mică decît la incintele care dau turbulenţă mare, avînd diametru mare.

O ultimă caracteristică asupra căreia raportul geometric r/R poate avea o influenţă sensibilă este limita de stabilitate a arderii.

Rezultatele experimentale obţinute ca urmare a unui număr mare de regimuri-limită experimentate sînt date în diagramele figurii 4.

La unghiuri de turbionare mari şi la viteze ridicate, stabilitatea centrală a arderii turbionare este ridicată ca urmare a faptului că zona

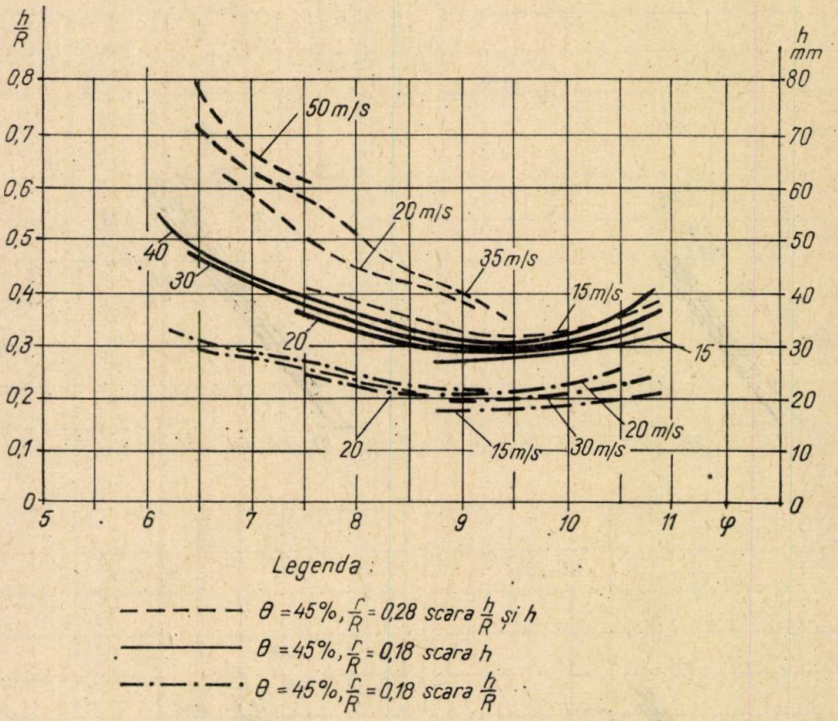


Fig. 3. — Lungimea flăcării turbionare pentru diferite caracteristici ale sistemului arzător-focar.

de recirculaţie centrală se dezvoltă mult. Gazele de ardere recirculate de această zonă sînt gaze centrale de temperatură înaltă şi stabilitatea este relativ puţin influenţată de temperatura-limită marginală. La unghiuri de turbionare mici şi la viteze scăzute, zona de stabilitate ridicată este zona de aprindere periferică, jetul apropiindu-se ca structură de jetul liniar.

Diagrama generală de stabilitate pentru un unghi dat sau o caracteristică de turbionare dată se compune în general din două curbe racordate, o ramură reprezentînd stabilitatea centrală şi o altă ramură reprezentînd stabilitatea periferică. Zona de racordare, în care stabilitatea centrală şi periferică este aproximativ la fel de eficace, reprezintă zona de tranziţie, în care există o oarecare labilitate a flăcării pentru un cîmp destul de larg de viteze.

Ca alură generală se remarcă faptul că la creşterea caracteristicii geometrice r/R stabilitatea scade foarte accentuat; astfel, la o scădere

a caracteristicii geometrice de la limita superioară experimentată, 0,28, pînă la limita inferioară, 0,18, stabilitatea scade cel puţin la jumătate, adică la acelaşi dozaj viteza-limită admisibilă este 50% din cea admisibilă la incintele cu caracteristică de valoare mică.

Un fapt interesant apare pe diagramă, şi anume stabilitatea centrală la unghiuri de turbionare mari şi la viteze ridicate, singura care

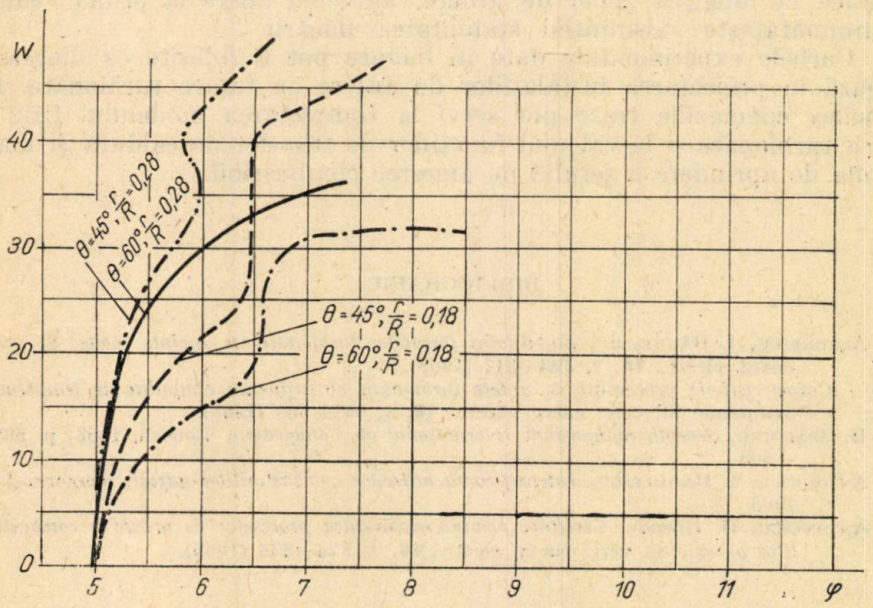


Fig. 4. — Limita de stabilitate a arderii turbionare în funcţie de caracteristica geometrică r/R.

poate fi luată în considerare la caracteristici geometrice mari (0,28), este completată şi de caracteristica de stabilitate periferică, care apare cu influenţa ei puternică la caracteristici geometrice mici (0,18); este vorba de curbele $\theta = 60°$.

Faptul că stabilitatea scade cu mărirea valorii caracteristicii geometrice este, ca şi în cazul jetului liniar, o consecinţă a micşorării vitezelor de recirculaţie în zona periferică, după cum la caracteristici geometrice mari (peste 0,4) apare din nou o scădere a stabilităţii, de data aceasta datorită micşorării dimensiunilor zonei de recirculaţie. De asemenea, din aceleaşi motive ca la jeturile liniare, influenţa dozajului asupra stabilităţii este mai mare în cazul dozajelor mici şi devine sensibilă pe măsură ce procesul se apropie de starea stoechiometrică.

În concluzie se poate aprecia că dimensiunea relativă a incintei de ardere are o influenţă mică, chiar neglijabilă pentru aplicaţiile practice, asupra traseului flăcării în focar şi asupra lungimii frontului de flacără. Această concluzie este valabilă pentru caracteristici geometrice r/R ale focarului turbionar mai mici decît 0,3, aceasta fiind limita pînă la care flacăra turbionară îşi păstrează caracterul de independenţă în raport cu influenţa aerodinamică a pereţilor. În ceea ce priveşte stabilitatea arderii, apare o analogie destul de marcată cu comportarea flăcă-

rilor liniare, cu observaţia că momentul de trecere de la situaţia critică periferică la situaţia critică centrală este deplasat spre concentraţia stoechiometrică cu atît mai mult, cu cît raportul r/R devine mai mic.

Ca o concluzie practică importantă apare aceea că în soluţiile prevăzute pentru focare este preferabil un raport geometric r/R mare, care nu duce la lungirea zonei de ardere, aşa cum apare la prima vedere, şi îmbunătăţeşte substanţial stabilitatea flăcării.

Curbele experimentale date în lucrare pot fi folosite ca diagrame de bază în proiectarea instalaţiilor de ardere cu focare turbionare. De asemenea concluziile trase pot servi la completarea modelului fizic al arderii turbionare şi la calculul funcţiilor de transfer de căldură şi masă în zona de aprindere a jetului de amestec combustibil.

BIBLIOGRAFIE

1. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Stabilitatea flăcărilor turbionare în incinte răcite*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 303–311 (1968).
2. — *Caracteristicile procesului de ardere turbionară şi influenţa cîmpului de temperaturi marginale*, St. cerc. energ. electr., **18**, *3*, 547–559 (1968).
3. D. B. SPALDING, *Seventh Symposium International on Combustion*, Londra, 1958, p. 595–603.
4. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Intensificarea arderilor combustibililor gazoşi*, memoriu I.E., 1968.
5. N. ANTONESCU, D. GRECOV, *Cercetări privind stabilitatea proceselor de ardere a combustibililor gazoşi*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4*, 823–838 (1966).

LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A CONDUCTOARELOR MASIVE SFEROIDALE

DE

I. R. CIRIC

538.122 : 621.3.013

Se studiază levitația electromagnetică a unui conductor în formă de elipsoid de revoluție (sferoid) situat în cîmpul magnetic cu simetrie axială al unor spire circulare parcurse de curenți alternativi de înaltă frecvență. Pentru aceasta se utilizează modelul sferoidului perfect conductor în prezența spirelor conductoare filiforme.

1. INTRODUCERE

Levitația electromagnetică a unui conductor masiv se produce la introducerea acestuia într-un cîmp magnetic exterior variabil în timp, ca urmare a interacțiunii dintre curenții turbionari induși în conductorul masiv de către cîmpul magnetic exterior și acest cîmp magnetic.

Sistemele cu levitație electromagnetică sînt concepute astfel încît forțele de levitație electromagnetică să acționeze după direcția verticalei, în sens opus sensului forțelor de gravitație, interesînd în mod special condițiile în care se realizează echilibrul acestor forțe, corpul masiv conductor rămînînd în stare de suspensie, „plutind pe cîmpul magnetic exterior".

Interesul pentru studiul sistemelor în care se manifestă levitația electromagnetică a corpurilor masive conductoare este determinat de posibilitățile de aplicare în practică a acestor sisteme; amintim în acest sens încălzirea și topirea materialelor electroconductoare evitînd contactul lor cu creuzetul, realizarea unor balanțe fără reazem corporal, suspendarea în vid a rotoarelor utilizate în navigația inerțială sau în anumite scopuri speciale. Rezultatele care se obțin la efectuarea unor astfel de studii sînt utile și în alte probleme, cum sînt, de exemplu, tratamentul termic prin curenți de înaltă frecvență sau ecranarea electromagnetică.

Din punctul de vedere al aplicațiilor practice interesează echilibrul stabil în sistemele cu levitație electromagnetică. Zona de stabilitate statică a unui conductor masiv în stare de echilibru într-un sistem cu

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 275—299 , 1969

levitaţie electromagnetică este regiunea din spaţiu în care trebuie plasat conductorul masiv pentru ca rezultanta forţelor de levitaţie electromagnetică şi de gravitaţie care acţionează asupra acestuia să fie orientată astfel încît să tindă să-l deplaseze spre poziţia în care se anulează această rezultantă. În studiul stabilităţii dinamice trebuie să se ţină seama de faptul că, atunci cînd corpul se află în mişcare în cîmpul magnetic exterior, repartiţia curenţilor turbionari induşi în acesta se modifică în raport cu situaţia în care corpul ocupă aceeaşi poziţie, însă se găseşte în stare de repaus ; forţele de natură electromagnetică depind nu numai de poziţia corpului în cîmpul magnetic exterior, ci şi de viteza lui de translaţie şi de rotaţie. Problema stabilităţii dinamice este încă mai dificilă decît aceea a stabilităţii statice, pentru soluţionarea ei fiind necesară rezolvarea unei probleme de electrodinamică a corpurilor în mişcare.

Pentru studiul riguros al sistemelor cu levitaţie electromagnetică este necesar să se integreze ecuaţiile corespunzătoare ale cîmpului electromagnetic cvasistaţionar din exteriorul conductoarelor masive şi din interiorul acestora [1]. Din cauza dificultăţilor de calcul, pînă în prezent nu au fost tratate pe această cale decît problemele cele mai simple : sfera conductoare în cîmpul magnetic al unor spire circulare coaxiale, presupuse filiforme, parcurse de curenţi alternativi de aceeaşi frecvenţă [2] şi cilindrul circular drept conductor în cîmpul magnetic al unui sistem de două conductoare rectilinii paralele cu cilindrul, presupuse filiforme, parcurse de curenţi alternativi de aceeaşi frecvenţă, egali şi de sensuri opuse [3]. Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unor sisteme mai generale decît acelea tratate în lucrările [2] şi [3] este cercetat în lucrările [4] şi [5]. Trebuie subliniat că, chiar în cazul acestor probleme mai simple, calculele numerice sînt laborioase, expresiile obţinute conţinînd funcţii speciale care nu sînt toate tabelate.

În două lucrări recente asupra levitaţiei electromagnetice a conductoarelor cilindrice drepte [6] şi a conductoarelor sferice [7], se arată că, pentru frecvenţele (de ordinul zecilor şi sutelor de mii de Hz) care interesează în problemele de levitaţie electromagnetică şi pentru corpurile masive induse de conductivitate finită, poate fi utilizat cu succes modelul acelorași corpuri maşive, presupuse însă ca fiind perfect conductoare. Aceasta se datoreşte faptului că adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic este foarte mică, la interacţiunea dintre curenţii turbionari induşi şi cîmpul de excitaţie exterior participînd doar un strat foarte subţire de la suprafaţa conductorului indus. Rezultatele numerice obţinute pe baza acestui model sînt practic aceleaşi cu rezultatele obţinute considerînd corpul masiv de conductivitate finită. În acelaşi timp, volumul de calcule numerice care trebuie efectuate atunci cînd se adoptă modelul corpului masiv perfect conductor este substanţial redus, expresiile obţinute acum fiind mult mai simple.

Pornindu-se de la aceste constatări, în lucrarea de faţă se studiază levitaţia electromagnetică a unui conductor masiv în formă de sferoid alungit sau turtit în prezenţa unor spire circulare conductoare presupuse filiforme, avînd ca axă comună axa de rotaţie a sferoidului şi fiind parcurse de curenţi alternativi de înaltă frecvenţă, considerîndu-se sferoidul perfect conductor. Trebuie făcută observaţia că integrarea ecuaţiilor cîmpului electromagnetic cvasistaţionar pentru cazul sferoidului de

conductivitate finită conduce la calcule extrem de laborioase, iar așa-numitele funcții de undă sferoidale [8] care intervin nu sînt suficient studiate pentru argumente complexe și nicidecum tabelate.

Fie prin urmare un sferoid perfect conductor ($\sigma = \infty$), alungit sau turtit, avînd axa de rotație de lungime $2a_0$, iar cealaltă axă de lungime $2b_0$, situat în cîmpul magnetic al unor spire circulare filiforme coaxiale, parcurse de curenți electrici, poziția uneia dintre spire fiind dată prin raza acesteia b_s și prin distanța d_s de la planul acesteia la centrul sferoidului (fig. 1 și 2).

Mediul în care sînt situate spirele inductoare și sferoidul indus se presupune neconductor ($\sigma = 0$) și nemagnetic, de permeabilitate practic egală cu permeabilitatea vidului, μ_0. În această situație se poate utiliza superpoziția efectelor, considerîndu-se cîmpul magnetic rezultant drept suprapunerea cîmpurilor magnetice pe care le-ar produce în prezența sferoidului perfect conductor fiecare dintre spirele inductoare dacă ar exista singură în aceeași poziție relativă față de sferoid și dacă ar fi parcursă de același curent.

În felul acesta, problema se reduce la studiul cîmpului magnetic condiționat de către o singură spiră parcursă de curent electric, situată în prezența sferoidului perfect conductor.

Sistemul considerat prezintă simetrie axială. Pentru rezolvarea problemei se utilizează sistemul de coordonate curbilinii ortogonale al sferoidului alungit (fig. 1), respectiv al sferoidului turtit (fig. 2) [9], în care η, ξ și φ sînt coordonatele sferoidale ale unui punct curent, $\xi = \xi_0$ este ecuația suprafeței sferoidului perfect conductor, iar η_s și $\xi_s > \xi_0$ sînt coordonatele sferoidale corespunzătoare punctelor spirei circulare parcurse de curentul electric de valoare instantanee i_s în sensul de creștere al coordonatei φ.

Datorită simetriei axiale a cîmpului magnetic, toate mărimile de cîmp depind numai de coordonatele η și ξ, inducția magnetică $\boldsymbol{B}$ avînd componente numai după versorii $\boldsymbol{u}_\eta$ și $\boldsymbol{u}_\xi$ orientați în sensul de creștere al coordonatelor η și ξ.

2. POTENȚIALUL VECTOR CONDIȚIONAT DE CĂTRE O SINGURĂ SPIRĂ

Efectuarea studiului propus se face utilizînd metoda separării variabilelor pentru integrarea ecuațiilor satisfăcute de potențialul magnetic vector $\boldsymbol{A}$, care, în condițiile problemei formulate, va avea o singură componentă $\boldsymbol{A}_\varphi$, dirijată tangențial în sensul de curgere a curentului (se alege div $\boldsymbol{A} = 0$), și nu va depinde de coordonata φ,

$$\boldsymbol{A}(\eta, \xi) = \boldsymbol{u}_\varphi A(\eta, \xi), \tag{1}$$

unde $\boldsymbol{u}_\varphi$ este versorul tangențial, orientat în sensul de creștere al coordonatei φ.

Coordonatele sferoidului alungit (η, ξ, φ) sînt legate de coordonatele carteziene (x, y, z) prin relațiile [8], [9]

$$\begin{aligned} x &= c[(1 - \eta^2)\ (\xi^2 - 1)]^{1/2} \cos\varphi, \\ y &= \varepsilon[(1 - \eta^2)\ (\xi^2 - 1)]^{1/2} \sin\varphi, \\ z &= c\eta\xi, \end{aligned} \tag{2}$$

iar parametri lui Lamé corespunzători sînt

$$h_\eta = c\left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad h_\xi = c\left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 - 1}\right)^{1/2}, \quad h_\varphi = c[(1 - \eta^2)(\xi^2 - 1)]^{1/2}, \quad (3)$$

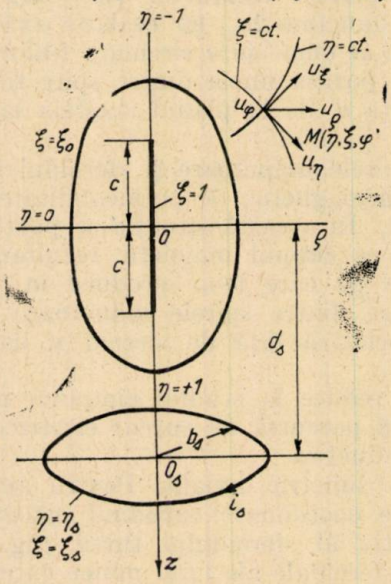


Fig. 1. — Alegerea coordonatelor sferoidului alungit.

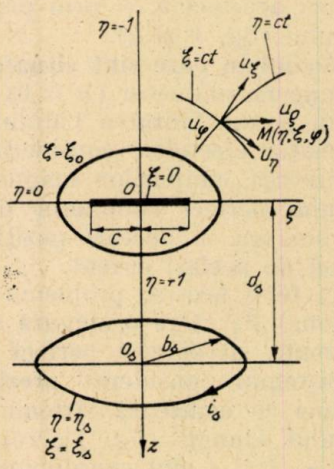


Fig. 2. — Alegerea coordonatelor sferoidului turtit.

unde $c = \sqrt{a_0^2 - b_0^2}$ este semidistanţa focală a sferoidului alungit. De asemenea există relaţiile

$$a_0 = c\xi_0; \quad b_0 = c(\xi_0^2 - 1)^{1/2}, \quad (4)$$

$$d_s = c\eta_s\xi_s; \quad b_s = c[(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 - 1)]^{1/2}. \quad (5)$$

Coordonatele sferoidului turtit (η, ξ, φ) sînt legate de coordonatele carteziene (x, y, z) prin relaţiile [8], [9]

$$x = c[(1 - \eta^2)(\xi^2 + 1)]^{1/2} \cos\varphi, \quad (6)$$

$$y = c[(1 - \eta^2)(\xi^2 + 1)]^{1/2} \sin\varphi,$$

$$z = c\eta\xi,$$

iar parametrii lui Lamé corespunzători sînt

$$h_\eta = c\left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{1 - \eta^2}\right)^{1/2}; \quad h_\xi = c\left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{\xi^2 + 1}\right)^{1/2}; \quad h_\varphi = c[(1 - \eta^2)(\xi^2 + 1)]^{1/2}, \quad (7)$$

unde $c = \sqrt{b_0^2 - a_0^2}$ este raza cercului focal al sferoidului turtit. De asemenea există relaţiile

$$a_0 = c\xi_0; \quad b_0 = c(\xi_0^2 + 1)^{1/2}, \quad (8)$$

$$d_s = c\eta_s\xi_s; \quad b_s = c[(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 + 1)]^{1/2}. \quad (9)$$

Observație. Relațiile (6) — (9), cu excepția parametrului h_ξ, se obțin din relațiile corespunzătoare (2) — (5) prin transformarea $\xi \to +j\xi$, $c \to -jc$, j fiind simbolul $j \equiv \sqrt{-1}$; parametrul h_ξ din (3) se transformă pînă la factorul $-j$ în cel din (7).

Ecuația satisfăcută de potențialul vector este

$$\Delta \boldsymbol{A} = 0 \quad (\xi \geqslant \xi_0), \tag{10}$$

cu excepția punctelor în care se găsește spira parcursă de curent, unde va apărea o singularitate specifică conductoarelor filiforme în formă de spiră circulară parcurse de curent.

Pentru determinarea constantelor de integrare se va ține seama și de faptul că pe suprafața $\xi = \xi_0$ a sferoidului perfect conductor există numai componentă tangențială a inducției magnetice sau, ceea ce este echivalent, că pe suprafața $\xi = \xi_0$ potențialul vector (1) este egal cu zero.

Ținînd seama de singularitatea potențialului vector $\boldsymbol{A}$ în punctele în care e situată spira conductoare filiformă parcursă de curent, este natural să se caute soluția sub forma

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}' + \boldsymbol{A}'', \tag{11}$$

unde $\boldsymbol{A}'$ satisface ecuația (10) fără restricții, iar $\boldsymbol{A}''$ este potențialul vector determinat de spira filiformă în ipoteza că ea s-ar găsi singură în întreg spațiul.

Ecuația satisfăcută de componenta scalară a potențialului vector se obține din (10) dacă se ține seama de expresia componentei după $\boldsymbol{u}_\varphi$ a laplaceanului unei funcții vectoriale de coordonate sferoidale. În cazul sferoidului alungit, din (10) se obține ecuația

$$(\Delta \boldsymbol{A})_\varphi = \frac{1}{c^2(\xi^2 - \eta^2)}\left[(1-\eta^2)^{1/2}\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}((1-\eta^2)^{1/2}A) + \right.$$
$$\left. + (\xi^2 - 1)^{1/2}\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}((\xi^2-1)^{1/2}A)\right] = 0. \tag{12}$$

În cazul sferoidului turtit, din (10) se obține ecuația

$$(\Delta \boldsymbol{A})_\varphi = \frac{1}{c^2(\xi^2 + \eta^2)}\left[(1-\eta^2)^{1/2}\frac{\partial^2}{\partial \eta^2}((1-\eta^2)^{1/2}A) + \right.$$
$$\left. + (\xi^2 + 1)^{1/2}\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}((\xi^2+1)^{1/2}A\right] = 0. \tag{13}$$

Observație. Ecuația (13) poate fi obținută din ecuația (12) prin transformarea $\xi \to \pm j\xi$, $c \to \mp jc$. Această transformare se va folosi peste tot în lucrare pentru obținerea rezultatelor corespunzătoare sferoidului turtit din acelea corespunzătoare sferoidului alungit.

2. 1. Potențialul vector A'' al unei spire circulare parcurse de curent electric în coordonate sferoidale

Se va considera întîi cazul coordonatelor sferoidului alungit. Fie spira din figura 1, ale cărei puncte au coordonatele $\eta = \eta_s$, $\xi = \xi_s$, parcursă de curentul i_s în sensul de creștere al coordonatei φ și situată singură în întreg spațiul. Vectorul densității de curent electric de conducție are o singură componentă diferită de zero, și anume în punctele spirei circulare filiforme, $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{u}_\varphi J$:

$$J = i_s \frac{\delta(\eta - \eta_s)\,\delta(\xi - \xi_s)}{(h_\eta\, h_\xi)_{\eta=\eta_s,\ \xi=\xi_s}} = i_s \frac{[(1-\eta_s^2)\,(\xi_s^2 - 1)]^{1/2}}{c^2(\xi_s^2 - \eta_s^2)}\,\delta(\eta - \eta_s)\,\delta(\xi - \xi_s), \tag{14}$$

în care $\delta(\eta - \eta_s)$ și $\delta(\xi - \xi_s)$ sînt „funcțiile" delta unidimensionale ale lui Dirac, cu singularitățile în $\eta = \eta_s$ și, respectiv, în $\xi = \xi_s$ [10].

Potențialul vector $\boldsymbol{A}'' = \boldsymbol{u}_\varphi A''$ are o singură componentă, întocmai ca și densitatea de curent, și satisface ecuația ($\mathrm{div}\boldsymbol{A}'' = 0$)

$$\Delta \boldsymbol{A}'' = -\mu_0 \boldsymbol{J}, \tag{15}$$

cu soluția pentru întreg spațiul, dată de integrala de volum

$$\boldsymbol{A}''(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_\infty} \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}\,\mathrm{d}v', \tag{16}$$

în care $\boldsymbol{r}$ este vectorul de poziție al punctului curent din spațiu, iar $\boldsymbol{r}'$ vectorul de poziție variabil după care se face integrarea. Relația vectorială (16) este valabilă pe componente sub aceeași formă numai în coordonate carteziene, în care caz componentele vectorilor $\boldsymbol{J}$ și $\boldsymbol{A}''$ se scriu

$$\begin{aligned} J_x &= -J\sin\varphi', & A_x'' &= -A''\sin\varphi', \\ J_y &= +J\cos\varphi', & A_y'' &= A''\cos\varphi, \\ J_z &= 0, & A_z'' &= 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Prin urmare,

$$A''\sin\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v_\infty} i_s \frac{[(1-\eta_s^2)\,(\xi_s^2-1)]^{1/2}}{c^2(\xi_s^2-\eta_s^2)}\,\delta(\eta' - \eta_s)\,\delta(\xi' - \xi_s)\sin\varphi' \frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}(h_\eta\, h_\xi\, h_\varphi)_{\substack{\eta=\eta' \\ \xi=\xi' \\ \varphi=\varphi'}}\,\mathrm{d}\eta'\mathrm{d}\xi'\mathrm{d}\varphi', \tag{18}$$

$$A''\cos = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v_\infty} i_s \frac{[(1-\eta_s^2)\,(\xi_s^2-1)]^{1/2}}{c^2(\xi_s^2-\eta_s^2)}\,\delta(\eta' - \eta_s)\,\delta(\xi' - \xi_s)\cos\varphi' \frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}(h_\eta\, h_\xi\, h_\varphi)_{\substack{\eta=\eta' \\ \xi=\xi' \\ \varphi=\varphi'}}\,\mathrm{d}\eta'\mathrm{d}\xi'\mathrm{d}\varphi'. \tag{19}$$

Datorită simetriei axiale a cîmpului determinat de spira circulară parcursă de curent, mărimile nu depind de coordonata φ și deci se poate lua φ arbitrar în expresiile (18), (19), avînd grijă să fie luată aceeași valoare a lui φ și în expresia lui $\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$. Dacă se alege $\varphi = 0$, rezultă

$$A'' = \frac{\mu_0 c i_s}{4\pi} \frac{[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}}{(\xi_s^2-\eta_s^2)} \int_{v_\infty} \frac{\delta(\eta'-\eta_s)\,\delta(\xi'-\xi_s)}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|_{\varphi=0}} \cos\varphi'(\xi'^2 - \eta'^2)\,d\eta' d\xi' d\varphi'. \tag{20}$$

În continuare se utilizează dezvoltarea lui $\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$ după armonicile sferoidului alungit [11]:

$$\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} = \frac{1}{c} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (-1)^m (2-\delta_{m_0})(2n+1) \left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\right]^2 P_n^m(\xi_<) Q_n^m(\xi_>) P_n^m(\eta') P_n^m(\eta) \cos m(\varphi-\varphi'), \tag{21}$$

unde P_n^m și Q_n^m sînt funcțiile Legendre asociate de speța întîi și, respectiv, a doua de indici n și m, $\xi_<$ și $\xi_>$ sînt cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile ξ și ξ', iar δ_{m_0} care valorile $\delta_{m_0} = 0$ pentru $m \neq 0$ și $\delta_{m_0} = 1$ pentru $m = 0$. Relația (21) reprezintă, așadar, condensarea a două expresii, după cum $\xi' > \xi$ și invers.
Expresia (20) devine deci

$$A'' = \frac{\mu_0 i_s}{4\pi} \frac{[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}}{(\xi_s^2-\eta_s^2)} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (-1)^m (2-\delta_{m_0})(2n+1) \left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\right]^2 \times P_n^m(\eta) \int_{v_\infty} \delta(\eta'-\eta_s)\,\delta(\xi'-\xi_s) \cos\varphi'(\xi'^2 - \eta'^2) P_n^m(\xi_<) Q_n^m(\xi_>) P_n^m(\eta') \cos m\varphi'\,d\eta'\,d\xi'\,d\varphi'. \tag{22}$$

Datorită prezenței lui $\cos\varphi'$ în integralele $\int_0^{2\pi} \cos\varphi' \cos m\varphi' d\varphi'$, rezultă că vor fi diferiți de zero numai termenii din suma (22) care au $m = 1$. Se obține

$$A'' = -\frac{\mu_0 i_s}{2} \frac{[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}}{(\xi_s^2-\eta_s^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} P_n^1(\eta) \iint_{\eta',\xi'} \delta(\eta'-\eta_s)\,\delta(\xi'-\xi_s)(\xi'^2-\eta'^2) P_n^1(\xi_<) Q_n^1(\xi_>) P_n^1(\eta')\,d\eta'\,d\xi'. \tag{23}$$

Prin urmare, în cazul coordonatelor sferoidului alungit, potențialul vector A'' rezultă egal cu

$$A''(\eta,\xi) = -\frac{\mu_0 i_s}{2}[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}\cdot$$
$$\cdot P_n^1(\xi_<)Q_n^1(\xi_>)P_n^1(\eta_s)P_n^1(\eta), \tag{24}$$

în care $\xi_<$ și $\xi_>$ sînt cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile ξ și ξ_s.

Ținîndu-se seama de observația de la pagina 5, pentru cazul coordonatelor sferoidului turtit potențialul vector A'' rezultă egal cu

$$A''(\eta,\xi) = -j\frac{\mu_0 i_s}{2}[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}\cdot$$
$$\cdot P_n^1(j\xi_<)Q_n^1(j\xi_>)P_n^1(\eta_s)P_n^1(\eta), \tag{25}$$

în care $\xi_<$ și $\xi_>$ sînt cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile ξ și ξ_s.

2.2. Determinarea potențialului vector A'

Potențialul vector $\hat{A}'(11)$ ($A' = u_\varphi A'$) satisface fără restricții ecuația (12) în cazul sferoidului alungit și, respectiv, ecuația (13) în cazul sferoidului turtit. Soluțiile generale ale acestor ecuații se obțin prin metoda separării variabilelor. Impunîndu-se condițiile de mărginire ale soluțiilor pe axa de rotație $z(\eta = \pm 1)$ și la infinit, rezultă

$$A' = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Q_n^1(\xi) P_n^1(\eta) \tag{26}$$

în cazul sferoidului alungit și

$$A' = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Q_n^1(j\xi) P_n^1(\eta) \tag{27}$$

în cazul sferoidului turtit.

Se observă că potențialul vector A' corespunde curenților induși în sferoidul perfect conductor.

2.3. Determinarea potențialului vector A

Ținîndu-se seama de relațiile (11) (24) și (26), se obține pentru cazul sferoidului alungit

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Q_n^1(\xi) P_n^1(\eta) - \frac{\mu_0 i_s}{2}[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}\cdot$$
$$\cdot P_n^1(\xi_<)Q_n^1(\xi_>)P_n^1(\eta_s)P_n^1(\eta). \tag{28}$$

Impunîndu-se condiția $A = 0$ pe suprafața sferoidului $\xi = \xi_0$, rezultă pentru constanta de integrare expresia

$$C_n = \frac{\mu_0 i_s}{2} [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 - 1)]^{1/2} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} Q_n^1(\xi_s) P_n^1(\eta_s). \quad (29)$$

Prin urmare, potențialul vector condiționat de către o singură spiră parcursă de curent în prezența sferoidului alungit perfect conductor este

$$A(\eta, \xi) = \frac{\mu_0 i_s}{2} [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 - 1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \cdot$$
$$\cdot \left[\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} Q_n^1(\xi_s) Q_n^1(\xi) - P_n^1(\xi_<) Q_n^1(\xi_>) \right] P_n^1(\eta_s) P_n^1(\eta); \quad (30)$$

analog se obține potențialul vector rezultant în cazul sferoidului turtit:

$$A(\eta, \xi) = j \frac{\mu_0 i_s}{2} [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 + 1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \cdot$$
$$\cdot \left[\frac{P_n^1(j\xi_0)}{Q_n^1(j\xi_0)} Q_n^1(j\xi_s) Q_n^1(j\xi) - P_n^1(j\xi_<) Q_n^1(j\xi_>) \right] P_n^1(\eta_s) P_n^1(\eta), \quad (31)$$

în care $\xi_<$ și $\xi_>$ sînt cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile ξ și ξ_s.

3. MĂRIMILE DE CÎMP REZULTANTE ÎN CAZUL A N SPIRE INDUCTOARE

Se consideră acum situația în care există N spire circulare conductoare presupuse filiforme, parcurse de curenți electrici alternativi și situate în prezența sferoidului conductor, toate cele N spire fiind coaxiale și avînd ca axă comună axa de rotație a sferoidului. Se vor utiliza notațiile adoptate în figura 1 și 2.

Pentru a obține soluția generală în ipoteza că intensitățile curenților în spirele inductoare sînt impuse din exterior, se poate aplica suprapoziția soluțiilor particulare obținute în paragrafele precedente. Astfel, pentru potențialul vector rezultă

$$A(\eta, \xi) = \frac{\mu_0}{2} \sum_{s=1}^{N} i_s [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 - 1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \cdot$$
$$\cdot \left[\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} Q_n^1(\xi_s) Q_n^1(\xi) - P_n^1(\xi_<) Q_n^1(\xi_>) \right] P_n^1(\eta_s) P_n^1(\eta) \quad (32)$$

în cazul sferoidului alungit și

$$A(\eta, \xi) = j \frac{\mu_0}{2} \sum_{s=1}^{N} i_s [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 + 1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \cdot$$
$$\cdot \left[\frac{P_n^1(j\xi_0)}{Q_n^1(j\xi_0)} Q_n^1(j\xi_s) Q_n^1(j\xi) - P_n^1(j\xi_<) Q_n^1(j\xi_>) \right] P_n^1(\eta_s) P_n^1(\eta) \quad (33)$$

în cazul sferoidului turtit, în care din nou s-a folosit scrierea condensată $\xi_<$ și $\xi_>$ fiind cea mai mică și, respectiv, cea mai mare dintre mărimile ξ_s (corespunzătoare spirei considerate) și ξ.

Potențialul vector condiționat numai de către curenții induși în sferoidul perfect conductor este

$$A^{ind}(\eta,\xi) = \frac{\mu_0}{2}\sum_{s=1}^{N} i_s\,[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}\cdot$$
$$\cdot Q_n^1(\xi_s)\,Q_n^1(\xi)\,P_n^1(\eta_s)\,P_n^1(\eta) \tag{34}$$

în cazul sferoidului alungit și

$$A^{ind}(\eta,\xi) = j\frac{\mu_0}{2}\sum_{s=1}^{N} i_s\,[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}\frac{P_n^1(j\xi_0)}{Q_n^1(j\xi_0)},$$
$$\cdot Q_n^1(j\xi_s)\,Q_n^1(j\xi)\,P_n^1(\eta_s)\,P_n^1(\eta) \tag{35}$$

în cazul sferoidului turtit.

Cunoscîndu-se potențialul vector rezultant, se poate determina inducția magnetică sau intensitatea cîmpului magnetic, precum și densitatea pînzei de curent induse la suprafața sferoidului perfect conductor. Rezultă atît pentru cazul sferoidului alungit, cît și pentru cazul sferoidului turtit :

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} = \operatorname{rot}\boldsymbol{A} = \operatorname{rot}(\boldsymbol{u}_\varphi A) = -\frac{1}{h_\varphi}\boldsymbol{u}_\varphi\times\operatorname{grad}(h_\varphi A)\,; \tag{36}$$

— componentele inducției magnetice :

$$B_\eta = \frac{1}{h_\xi h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\xi}(h_\varphi A),$$
$$B_\xi = -\frac{1}{h_\eta h_\varphi}\frac{\partial}{\partial\eta}(h_\varphi A)\,; \tag{37}$$
$$B_\varphi = 0\,;$$

— densitatea pînzei de curent indusă la suprafața sferoidului $\xi = \xi_0$:

$$\boldsymbol{J}_s = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{u}_\xi\times\boldsymbol{B}\Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{u}_\xi\times\boldsymbol{u}_\eta B_\eta\Big|_{\xi=\xi_0} = -\boldsymbol{u}_\varphi\frac{1}{\mu_0}B_\eta\Big|_{\xi=\xi_0},$$
$$J_s = -\frac{1}{\mu_0}B_\eta\Big|_{\xi=\xi_0}. \tag{38}$$

3.1. Cazuri particulare

3.1.1. *Rezultatele pentru cazul sferei perfect conductoare* situate în cîmpul celor N spire inductoare se obțin fie din rezultatele corespunzătoare sferoidului alungit, fie din acelea corespunzătoare sferoidului turtit, dacă se fac în acestea următoarele înlocuiri în funcție de coordo-

natele sferice corespunzătoare (r, θ):

$$\xi_0 \to \infty, \quad \xi_s \to \infty, \quad \xi \to \infty; \quad \eta_s \to \cos\theta_s, \quad \eta \to \cos\theta, \quad c \to 0, \quad c\xi_0 \to r_0, \quad c\xi_s \to r_s, \quad c\xi \to r \tag{39}$$

și dacă se utilizează dezvoltările asimptotice ale funcțiilor Legendre asociate pentru argumete mari [12]:

$$P_n^1(z) \underset{|z|\to\infty}{\longrightarrow} \frac{(2n)!}{2^n\, n!\,(n-1)!} z^n, \quad Q_n^1(z) \underset{|z|\to\infty}{\longrightarrow} -\frac{n!\,(n+1)!\,2^n}{(2n+1)!\,z^{n+1}}. \tag{40}$$

Se obține expresia cunoscută [7], [12].

$$A(r,\theta) = \frac{\mu_0}{2} \sum_{s=1}^{N} i_s \sin\theta_s \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \left[\frac{r_<^n}{r_>^{n+1}} r_s - \left(\frac{r_0}{r_s}\right)^n \left(\frac{r_0}{r}\right)^{n+1} \right] P_n^1(\cos\theta_s) P_n^1(\cos\theta). \tag{41}$$

3.1.2. *Rezultatele pentru cazul particular al discului circular perfect conductor* în cîmpul celor N spire inductoare se obțin din rezultatele corespunzătoare sferoidului turtit dacă se face în acestea $\xi_0 = 0$ și dacă se folosește următoarea expresie [13]:

$$\frac{P_n^1(j0)}{Q_n^1(j0)} = \begin{cases} j\dfrac{2}{\pi} & \text{pentru } n \text{ impar}, \\ 0 & \text{pentru } n \text{ par}. \end{cases} \tag{42}$$

Se obține pentru potențialul vector expresia

$$A(\eta, \xi) = j\frac{\mu_0}{2} \sum_{s=1}^{N} i_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+1)]^{1/2} \left\{ j\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{[2n(2n-1)]^2} \cdot Q_{2n-1}^1(j\xi_s) Q_{2n-1}^1(j\xi) P_{2n-1}^1(\eta_s) P_{2n-1}^1(\eta) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \cdot P_1^n(j\xi_<) Q_n^1(j\xi_>) P_n^1(\eta_s) P_n^1(\eta) \right\}, \tag{43}$$

3.1.3. *Potențialul vector pentru cazul particular al sferoidului perfect conductor situat în cîmp magnetic exterior inițial uniform* se obține dacă în relațiile (32) și (33) se face ca ξ_s să tindă spre infinit ($\xi_s \to \infty$) și dacă, ținîndu-se seama de expresiile asimptotice (40), se reține din aceste relații doar primul termen. Rezultă

$$A(\eta, \xi) = B_0 \frac{c}{2} [(1-\eta^2)(\xi^2-1)]^{1/2} \left[1 - \frac{\ln\dfrac{\xi+1}{\xi-1} - \dfrac{2\xi}{\xi^2-1}}{\ln\dfrac{\xi_0+1}{\xi_0-1} - \dfrac{2\xi_0}{\xi_0^2-1}} \right] \tag{44}$$

pentru cazul sferoidului alungit și

$$A(\eta, \xi) = B_0 \frac{c}{2} [(1-\eta^2)(\xi^2+1)]^{1/2} \left[1 - \frac{\operatorname{arc\,ctg}\,\xi - \dfrac{\xi}{\xi^2+1}}{\operatorname{arc\,ctg}\,\xi_0 - \dfrac{\xi_0}{\xi_0^2+1}} \right] \quad (45)$$

pentru cazul sferoidului turtit, în care $B_0 = \frac{\mu_0}{2} \sum_{s=1}^{N} i_s \frac{1-\eta_s^2}{c\,\xi_s}$ este inducția magnetică a cîmpului exterior presupus omogen în toate punctele acestuia și orientat în sensul pozitiv al axei z.

Cazurile particulare ale sferei și discului circular situate în cîmp magnetic exterior inițial uniform, precum și toate mărimile care derivă direct din expresiile (39) — (45), se obțin prin efectuarea unor calcule simple.

4. FORȚA CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA SFEROIDULUI

Forța care se exercită asupra sferoidului conductor se poate calcula simplu prin două metode. O primă metodă de calcul constă în utilizarea tensorului tensiunii maxwelliene, și anume a componentei sale vectoriale după normala la suprafața sferoidului perfect conductor.

O a doua metodă de calcul, care se va folosi în cele ce urmează, se bazează pe faptul că forța care se exercită asupra sferoidului este egală și de sens contrar cu forța care se exercită asupra sistemului de spire inductoare, conform principiului acțiunii și reacțiunii, dacă se ține seama că sferoidul conductor indus, împreună cu spirele inductoare, formează în regim cvasistaționar un sistem mecanic izolat.

Forța care acționează asupra elementului de conductor filiform parcurs de curentul electric i se determină aplicînd formula lui Laplace:

$$\Delta \boldsymbol{F} = i\, \Delta \boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}^{ext}, \quad (46)$$

în care $\Delta \boldsymbol{l}$ este un vector care are modulul egal cu lungimea elementului de conductor și care este orientat în sensul curentului, iar $\boldsymbol{B}^{ext}$ este inducția cîmpului magnetic în care este plasat elementul de conductor, produsă de toate sursele cîmpului cu excepția curentului din conductorul asupra căruia se calculează forța.

Forța instantanee pe unitatea de lungime a spirei k va fi

$$\boldsymbol{f}_k = \frac{\Delta \boldsymbol{F}_k}{\Delta l_k} = i_k \boldsymbol{u}_\varphi \times \boldsymbol{B}_k^{ext} = i_k \left\{ \frac{1}{h_\varphi} \operatorname{grad} [h_\varphi (A - A_k)] \right\}_{\substack{\eta=\eta_k \\ \xi=\xi_k}}, \quad (47)$$

unde din potențialul vector rezultant A se scade potențialul vector A_k al cîmpului produs de către curentul din spira considerată, expresia trebuind să fie luată în punctele spirei considerate.

Datorită simetriei axiale a sistemului studiat, forțele rezultante care se exercită asupra fiecărei spire și asupra sferoidului vor fi orientate după axa z. Forța instantanee rezultantă care acționează asupra spirei

k se va putea scrie în felul următor:

$$\boldsymbol{F}_k = i_k \oint_{\Gamma_k} (\boldsymbol{u}_\varphi \times \boldsymbol{B}_k^{ext})\, \mathrm{d}l = -\boldsymbol{u}_z\, i_k\, 2\pi b_k\, B_{\rho k}^{ext}, \tag{48}$$

în care $\boldsymbol{u}_z$ este versorul orientării după sensul pozitiv al axei z, iar $B_{\rho k}^{ext}$ componenta vectorului $\boldsymbol{B}_k^{ext}$ perpendiculară pe axa z și orientată de la axa z în afară.

Pentru a simplifica calculele, se observă că pentru aflarea forței rezultante care se exercită asupra sferoidului trebuie să se însumeze forțele care s-ar exercita asupra fiecărei spire parcurse de curent în ipoteza că spirele s-ar găsi pe rînd în cîmpul magnetic condiționat numai de către curenții induși în sferoid, deoarece forțele care acționează asupra spirelor parcurse de curent condiționate de către cîmpul magnetic al celorlalte spire au rezultanta nulă, fiind forțe interioare în sistemul de spire inductoare considerat.

De aceea prezentarea soluțiilor sub forma (32) sau (33), în care este separată contribuția la potențialul vector rezultant a curenților din spirele conductoare și a curenților induși în sferoid, e deosebit de utilă pentru calculul forțelor.

Componentele inducției $\boldsymbol{B}^{ind}$ a cîmpului magnetic determinat numai de către curenții induși se calculează ținîndu-se seama de formulele (37) și (34) — (35).

Pentru cazul sferoidului alungit, de exemplu, rezultă

$$B_\eta^{ind} = \frac{\mu_0}{2c} \frac{1}{(\xi^2-\eta^2)^{1/2}} \sum_{s=1}^{N} i_s\, [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1}} \times$$

$$\times \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}\, Q_n^1(\xi_s)\, Q_n(\xi)\, P_n^1(\eta_s)\, P_n^1(\eta), \tag{49}$$

$$B_\xi^{ind} = -\frac{\mu_0}{2c} \frac{1}{(\xi^2-\eta^2)^{1/2}} \sum_{s=1}^{N} i_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times$$

$$\times \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}\, Q_n^1(\xi_s)\, Q_n^1(\xi)\, P_n^1(\eta_s)\, P_n(\eta), \tag{50}$$

unde s-a ținut seama de formulele satisfăcute de funcțiile Legendre asociate [13]

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}[(\xi^2-1)^{1/2} Q_n^1(\xi)] = n(n+1) Q_n(\xi),$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\eta}[(1-\eta^2)^{1/2} P_n^1(\eta)] = n(n+1)\, P_n(\eta). \tag{51}$$

Proiecția inducției magnetice $\boldsymbol{B}^{ind}$ după versorul $\boldsymbol{u}_\rho$ al direcției perpendiculare pe axa z, orientată de la axa z în afară (fig. 1 și 2), este

$$B_\rho^{ind} = B_\eta^{ind}\, \boldsymbol{u}_\eta \cdot \boldsymbol{u}_\rho + B_\xi^{ind}\, \boldsymbol{u}_\xi \cdot \boldsymbol{u}_\rho. \tag{52}$$

Ţinîndu-se seama de relaţiile (2) — (3), se deduce

$$\boldsymbol{u}_\xi \cdot \boldsymbol{u}_\rho = -\frac{\eta(\xi^2-1)^{1/2}}{(\xi^2-\eta^2)^{1/2}}, \quad \boldsymbol{u}_\xi \cdot \boldsymbol{u}_\rho = \frac{(1-\eta^2)^{1/2}\xi}{(\xi^2-\eta^2)^{1/2}}, \tag{53}$$

iar cu (49), (50) rezultă

$$B_\rho^{ind} = -\frac{\mu_0}{2c}\frac{1}{(\xi^2-\eta^2)}\sum_{s=1}^{N} i_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}\times$$

$$\times\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}P_n^1(\eta_s)Q_n^1(\xi_s)\,[\eta(\xi^2-1)^{1/2}\,Q_n(\xi)\,P_n^1(\eta)+(1-\eta^2)^{1/2}\,\xi Q_n^1(\xi)\,P_n(\eta)]. \tag{54}$$

Expresia (54) se poate scrie numai cu ajutorul funcţiilor Legendre asociate de indice superior egal cu unitatea dacă se utilizează formulele de recurenţă [11]

$$(1-\eta^2)^{1/2}P_n(\eta) = -\frac{1}{n}[\eta P_n^1(\eta) - P_{n-1}^1(\eta),$$

$$(\xi^2-1)^{1/2}Q_n(\xi) = +\frac{1}{n}[\xi Q_n^1(\xi) - Q_{n-1}^1(\xi)]; \tag{55}$$

rezultă astfel

$$B_\rho^{ind} = \frac{\mu_0}{2c}\frac{1}{(\xi^2-\eta^2)}\sum_{s=1}^{N} i_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^2(n+1)}\times$$

$$\times\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}P_n^1(\eta_s)\,Q_n^1(\xi_s)\,[\eta Q_{n-1}^1(\xi)\,P_n^1(\eta) - \xi Q_n^1(\xi)\,P_{n-1}^1(\eta)]. \tag{56}$$

Forţa instantanee care acţionează asupra spirei k parcursă de curentul i_k, datorită cîmpului magnetic produs numai de către curenţii induşi în sferoid, va fi

$$\boldsymbol{F}_k^{ind} = -\boldsymbol{u}_z\, i_k\, 2\pi\, b_k\, B_{\rho_k}^{ind} = \boldsymbol{u}_z\,\pi\mu_0\frac{i_k[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{1/2}}{\xi_k^2-\eta_k^2}\times$$

$$\times\sum_{s=1}^{N} i_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}P_n^1(\eta_s)\,Q_n^1(\xi_s)\,K_n(\eta_k,\,\xi_k), \tag{57}$$

în care s-a utilizat expresia (5) pentru raza spirei circulare b_k şi în care s-a notat pentru simplificarea scrierii

$$K_n(\eta_k,\,\xi_k) \equiv \frac{2n+1}{n^2(n+1)}[\xi_k\,P_{n-1}^1(\eta_k)\,Q_n^1(\xi_k) - \eta_k\,P_n^1(\eta_k)\,Q_{n-1}^1(\xi_k)]. \tag{58}$$

Forţa instantanee care acţionează asupra sferoidului se obţine însumînd forţele (57) pentru toate spirele, $k = 1, 2, \ldots, N$ şi considerînd apoi orientarea opusă. Dacă se raportează această forţă la sensul negativ al axei z (pe verticală în sus), rezultă în definitiv pentru sferoidul alungit

perfect conductor

$$F = \pi\mu_0 \sum_{k=1}^{N} i_k \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{1/2}}{\xi_k^2-\eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} i_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} \times$$

$$\times P_n^1(\eta_s)\, Q_n^1(\xi_s)\, K_n(\eta_k, \xi_k), \tag{59}$$

în care curenții i_k, i_s se consideră raportați la sensul de creștere al coordonatei φ, iar $K_n(\eta_k, \xi_k)$ are expresia (58).

Ținîndu-se seama de observațiile din paragraful 2, forța instantanee rezultantă care acționează asupra sferoidului turtit perfect conductor se poate scrie direct din (59):

$$F = \pi\mu_0 \sum_{k=1}^{N} i_k \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2+1)]^{\frac{1}{2}}}{\xi_k^2+\eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} i_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(j\xi_0)}{Q_n^1(j\xi_0)} \times$$

$$\times P_n^1(\eta_s)\, Q_n^1(j\xi_s)\, K_n(\eta_k, j\xi_k), \tag{60}$$

în care $K_n(\eta_k, j\xi_k)$ se obține din (58):

$$K_n(\eta_k, j\xi_k) \equiv \frac{2n+1}{n^2(n+1)} [j\xi_k P_{n-1}^1(\eta_k) Q_n^1(j\xi_k) - \eta_k P_n^1(\eta_k) Q_{n-1}^1(j\xi_k)]. \tag{61}$$

Forțele medii în timp se calculează din expresiile lor instantanee (59) și (60) prin medierea corespunzătoare a produsului $(i_k i_s)$.

În sistemele de bobine inductoare care se folosesc practic, spirele sînt legate în serie, astfel încît ele sînt parcurse de către același curent electric. Trebuie avut în vedere însă că spirele așa-zise „de stabilizare", care se montează fie deasupra conductorului masiv indus, fie dedesubtul acestuia, sînt parcurse de curent în sens contrar în raport cu sensul curentului în spirele așa-zise „principale", care se montează întotdeauna dedesubtul conductorului masiv. Prin urmare, pentru aceste sisteme curenții trebuie considerați egali cu

$$i_s = \varepsilon_s i_0, \quad s = 1, 2, \ldots, N, \tag{62}$$

unde $\varepsilon_s = +1$ pentru spirele parcurse de către curentul i_0 în sensul de creștere al coordonatei φ și $\varepsilon_s = -1$ pentru spirele parcurse de către curentul i_0 în sens contrar. Expresiile (59) și (60) devin acum

$$F = \pi\mu_0 i_0^2 \sum_{k=1}^{N} \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{1/2}}{\xi_k^2-\eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k\varepsilon_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-$$

$$-1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) K_n(\eta_k, \xi_k), \tag{63}$$

și, respectiv,

$$F = \pi\mu_0 i_0^2 \sum_{k=1}^{N} \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2+1)]^{1/2}}{\xi_k^2+\eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k\varepsilon_s[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+$$

$$+1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(j\xi_0)}{Q_n^1(j\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(j\xi_s) K_n(\eta_k, j\xi_k), \tag{64}$$

n care K_n este dat de relațiile (58) și, respectiv, (61).

4.1. Cazuri particulare

4.1.1. Din formulele (63) sau (64) se pot obține *expresiile corespunzătoare cazului sferei perfect conducătoare* dacă în acestea se fac înlocuirile (39) și dacă se utilizează dezvoltările asimptotice (40). Rezultă expresia cunoscută [7]

$$F = \pi\mu_0 i_0^2 \sum_{k=1}^{N} \sin\theta_k \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s \sin\theta_s \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{r_k}\right)^{n+1} \left(\frac{r_0}{r_s}\right)^{n} P_n^1(\cos\theta_s) K_n(\cos\theta_k), \quad (65)$$

în care

$$K_n(\cos\theta_k) \equiv \frac{1}{n}\left[\left(2 - \frac{1}{n+1}\right)\cos\theta_k P_n^1(\cos\theta_k) - P_{n-1}^1(\cos\theta_k)\right]. \quad (66)$$

Relația (65) poate fi pusă sub forma mai simplă [7]

$$F = \frac{\mu_0 i_0^2}{2r_0^2} \sum_{k=1}^{N} r_k \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s \frac{r_k r_s \cos\theta_s - r_0^2 \cos\theta_k}{(r_k r_s \sin\theta_k \sin\theta_s)^{1/2}} k_{sk}\left[-K(k_{sk}^2) + \right.$$
$$\left. + \frac{2 - k_{sk}^2}{2(1 - k_{sk}^2)} E(k_{sk}^2)\right], \quad (67)$$

în care K și E sînt integralele eliptice complete de speța întîi și, respectiv, a doua, de modul k_{sk}, al cărui pătrat are expresia

$$k_{sk}^2 = k_{ks}^2 = \frac{4 r_k r_s \sin\theta_k \sin\theta_s}{r_0^2\left(1 + \frac{r_k^2 r_s^2}{r_0^4}\right) - 2 r_k r_s \cos(\theta_k + \theta_s)}. \quad (68)$$

4.1.2. Din formula (64) se poate obține *expresia corespunzătoare cazul discului circular perfect conductor* dacă se ține seama de formula (42):

$$F = j2\mu_0 i_0^2 \sum_{k}^{N} \frac{[(1 - \eta_k^2)(\xi_k^2 + 1)]^{1/2}}{\xi_k^2 + \eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s \left[(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 + \right.$$
$$\left. + 1)\right]^{1/2} \sum_{=1}^{\infty} P_{2n-1}^s(\eta_s) Q_{2n-1}^1(j\xi_s) K_{2k-1}(\eta_k, j\xi_k), \quad (69)$$

în care

$$K_{2n-1}(\eta_k, j\xi_k) \equiv \frac{4n-1}{2n(2n-1)^2}[j\xi_s P_{2n-2}^1(\eta_s) Q_{2n-1}^1(j\xi_s) - \quad (70)$$
$$- \eta_s P_{2n-1}^1(\eta_s) Q_{2n-2}^1(j\xi_s)].$$

5. CALCULUL PIERDERILOR ACTIVE ÎN SFEROIDUL CONDUCTOR

Determinarea aproximativă a pierderilor în sferoidul conductor la frecvențe înalte se poate face utilizînd același model al sferoidului perfect conductor. Pentru aceasta se ia în considerație o conductivitate

superficială finită a sferoidului :

$$\sigma_s = \frac{1}{\rho_s} = \sigma\delta = \frac{1}{\rho}\,\delta, \tag{71}$$

în care ρ_s, σ, ρ sînt, respectiv, rezistivitatea superficială, conductivitatea și rezistivitatea materialului din care este confecționat sferoidul la temperatura de funcționare a dispozitivului, iar δ este adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în sferoidul conductor (pentru cazul cîmpului cu variație sinusoidală în timp, de pulsație ω, $\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}\right)^{1/2}$, considerîndu-se permeabilitatea materialului sferoidului egală cu μ_0). Pentru repartiția superficială a curenților induși se consideră distribuția acestor curenți din cazul ideal al sferoidului perfect conductor.

Pierderile active în sferoid se scriu deci

$$P = \iint_{\xi=\xi_0} \rho_s J_s^2 \,\mathrm{d}A = \int_{-1}^{+1}\int_0^{2\pi} \rho_s J_s^2 (h_\eta\, h_\varphi)_{\xi=\xi^0}\,\mathrm{d}\eta\,\mathrm{d}\varphi =$$

$$= 2\pi\,\rho_s \int_{-1}^{+1} J_s^2 (h_\eta\, h_\varphi)_{\xi=\xi_0}\,\mathrm{d}\eta, \tag{72}$$

unde J_s este densitatea pînzei de curent induse la suprafața sferoidului (38) și unde s-a considerat că rezistivitatea superficială a materialului sferoidului nu depinde de punct la frecvențele înalte cu care se lucrează [14].

Cu relațiile (38), (37) și folosind expresia (32) a potențialului vector, rezultă pentru cazul sferoidului alungit

$$J_s = -\frac{1}{2c\,(\xi_0^2-1)^{1/2}} \sum_{s=1}^{N} i_s \left[\frac{(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)}{\xi_0^2-\eta^2}\right]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n\,(n+1)}\,\frac{1}{Q_n^1(\xi_0)} \times$$

$$\times\, P_n^1(\eta_s)\, Q_n^1(\xi_s)\, P_n^1(\eta), \tag{73}$$

unde s-au utilizat formulele (51) și formula wronskianului funcțiilor Legendre [13] :

$$P_n(\xi_0)\frac{\mathrm{d}Q_n(\xi_0)}{\mathrm{d}\xi_0} - Q_n(\xi_0)\frac{\mathrm{d}P_n(\xi_0)}{\mathrm{d}\xi_0} = -\frac{1}{\xi_0^2-1}. \tag{74}$$

Pierderile active instantanee în sferoidul conductor alungit la frecvențe înalte se pot deci evalua aproximativ :

$$P = \frac{\pi}{2(\xi_0^2-1)^{1/2}}\,\rho_s \int_{-1}^{+1} \frac{\mathrm{d}\eta}{(\xi_0^2-\eta^2)^{1/2}}$$

$$\left[\sum_{s=1}^{N} i_s\,[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n\,(n+1)}\,\frac{1}{Q_n^1(\xi_0)}\,P_n^1(\eta_s)Q_n^1(\xi_s)P_n^1(\eta)\right]^2. \tag{75}$$

În situația în care spirele bobinei inductoare sînt legate în serie, se obține cu (62)

$$P = \frac{\pi \rho_s i_0^2}{2(\xi_0^2 - 1)^{1/2}} \int_{-1}^{+1} \frac{d\eta}{(\xi_0^2 - \eta^2)^{1/2}} \times$$

$$\times \left[\sum_{s=1}^{N} \varepsilon_s [(1 - \eta_s^1)(\xi_s^2 - 1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{1}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) P_n^1(\eta) \right]^2 . \tag{76}$$

În cazul sferoidului turtit, expresia analogă celei precedente este

$$P = \frac{\pi \rho_s i_0^2}{2(\xi_0^2 + 1)^{1/2}} \int_{-1}^{+1} \frac{d\eta}{(\xi_0^2 + \eta^2)^{1/2}} \times$$

$$\times \left[\sum_{s=1}^{N} \varepsilon_s [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 + 1)]^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{1}{Q_n^1(j\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(j\xi_s) P_n^1(\eta) \right]^2 . \tag{77}$$

5.1. Cazuri particulare

5.1.1. Expresiile (76) sau (77) se transformă pentru *cazul-limită al sferei* în felul următor (se ține seama de (39) și (40)):

$$P = \pi \rho_s i_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left[\sum_{s=1}^{N} \varepsilon_s \sin\theta_s \left(\frac{r_0}{r_s} \right)^n P_n^1(\cos\theta_s) \right]^2 , \tag{78}$$

în care s-a avut în vedere proprietatea de ortogonalitate a funcțiilor Legendre asociate $P_n^1(\eta)$ [13]:

$$\int_{-1}^{+1} P_n^1(\eta) P_{n'}^1(\eta) \, d\eta = \begin{cases} 0 & \text{pentru } n' \neq n ; \\ \dfrac{2n(n+1)}{2n+1} & \text{pentru } n' = n. \end{cases} \tag{79}$$

5.1.2. Expresia (77) se transformă pentru *cazul-limită al discului circular* în felul următor:

$$P = \frac{\pi \rho_s i_0^2}{2} \int_{-1}^{+1} \left\{ \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_s [(1 - n_s^2)(\xi_s^2 + 1)]^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \right.$$

$$\cdot \left[\frac{1}{\pi} \frac{4n-1}{2n(2n-1)} \frac{(n-1)! \, 2^n}{1.3.5 \ldots (2n-1)} P_{2n-1}^1(\eta_s) Q_{2n-1}^1(j\xi_s) P_{2n-1}^1(\eta) + \right.$$

$$\left. \left. + j \frac{4n+1}{2n(2n+1)} \frac{1.3.5 \ldots (2n-1)}{n! \, 2^n} P_{2n}^1(\eta_s) Q_{2n}^1(j\xi_s) P_{2n}^1(\eta) \right] \right\}^2 \frac{d\eta}{\eta} , \tag{80}$$

unde s-a folosit formula [13]

$$Q_n^1(j0) \begin{cases} -\dfrac{\pi}{2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \dfrac{1.3.5 \ldots n}{2.4.6 \ldots (n-1)} & \text{pentru } n \text{ impar}, \\ -j (-1)^{\frac{n}{2}} \dfrac{2.4.6 \ldots n}{1.3.5 \ldots (n-1)} & \text{pentru } n \text{ par}. \end{cases} \tag{81}$$

6. REZULTATE NUMERICE

Sumele care intervin în expresiile forțelor instantanee (63), (64), precum și în expresiile pierderilor prin efect Joule (76), (77), nu se pot efectua exact.

Calculele numerice se pot face aproximativ, reținînd un număr suficient de termeni în aceste sume. Convergența seriilor care apar în rezultatele obținute teoretic este asigurată de factorii $Q_n^1(\xi_s)$, care descresc repede cînd n crește. Aceste serii au convergența cu atît mai rapidă, cu cît argumentul ξ_s al funcțiilor Q_n^1 este mai mare și cu atît mai lentă cu cît argumentul ξ_s se apropie de valoarea ξ_0.

Se observă din relațiile (63), (64), (76) și (77) că mărimile adimensionale $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ și $\frac{P}{\rho_s i_0^2}$ sînt funcții de $2N+1$ parametri adimensionali: ξ_0 și $\eta_s, \xi_s (s = 1,2,...,N)$. Ținînd seama de relațiile (4), (5) și, respectiv, (8), (9), aceste funcții pot fi exprimate cu ajutorul următorilor $2N+1$ parametri adimensionali: $\frac{b_0}{a_0}$ și $\frac{b_0}{b_s}, \frac{d_s}{b_s}$ $(s = 1,2,...,N)$.

Un parametru util pentru desenarea graficelor este h:

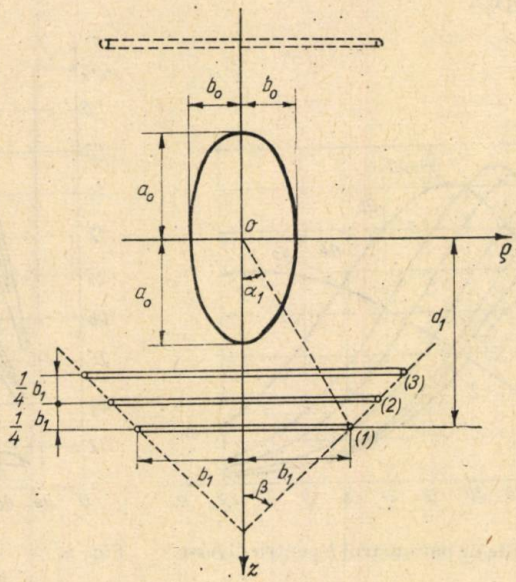


Fig. 3. — Un sistem cu trei spire inductoare (punctat este indicată poziția posibilă pentru o spiră „de stabilizare").

$$h = \frac{d_1}{b_1} = \operatorname{cotg} \alpha_1, \tag{82}$$

d_1, b_1 și α_1 referindu-se la cea mai de jos spiră a sistemului de spire considerat (fig. 3).

Un sistem de spire inductoare mult folosit în aplicațiile practice este constituit din cîteva spire coaxiale echidistante, dispuse pe suprafața unui con cu vîrful în jos, unghiul dintre generatoarea și axa acestuia fiind β (fig. 3). Pentru un astfel de sistem, numărul de parametri adimensionali care fixează geometria sistemului se reduce la șase : $\frac{b_0}{a_0}$, $\frac{b_0}{b_1}$, $\mathrm{tg}\beta$, h, distanța (aceeași) dintre centrele a două spire consecutive raportată la b_1 și numărul de spire inductoare N.

S-au efectuat calcule numerice pentru sisteme cu o singură spiră, cu două și trei spire, de fiecare dată distanța dintre centrele a două spire consecutive fiind $\frac{1}{4} b_1$, ceilalți parametri luînd valorile următoare :

$\frac{b_0}{a_0}$: 0,20 ; 0,40 ; 0,60 ; 0,80 ; 1,25 ; 1,50 ; 2,00 ; 3,00 ; 5,00,

$\frac{b_0}{b_1}$: 0,25 ; 0,50 ; 0,75 ; 1,00,

$\mathrm{tg}\beta$: 0,00 ; 0,20 ; 0,40 ; 0,80,

h : 0,55 ÷ 2,15.

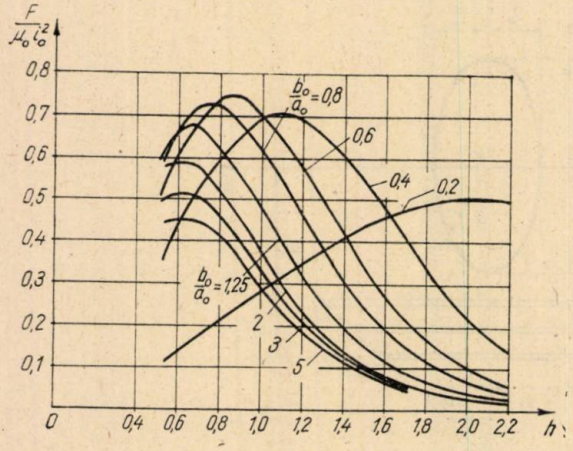


Fig. 4. — $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru diverse excentricități $\left(\frac{b_0}{a_0}\right)$ în cazul $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$, $\mathrm{tg}\beta = 0{,}40$.

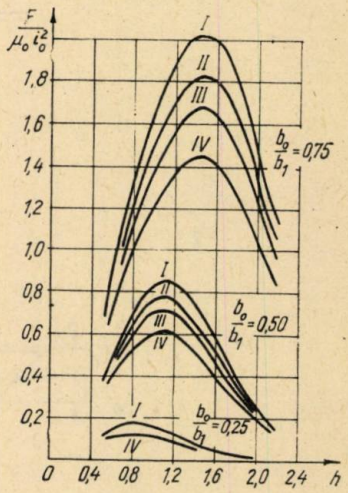


Fig. 5. — $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru diverse rapoarte $\frac{b_0}{b_1}$ în cazul $N = 3$ spire $\frac{b_0}{a_0} = 0{,}40$: (I) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}00$; (II) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}20$; (III) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}40$; (IV) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}80$.

Singurele rezultate numerice prezentate în lucrare sînt acelea reprezentate grafic în figurile 4 — 7, corespunzătoare unui sistem cu trei spire inductoare („principale").

Înălțimea la care trebuie situat sferoidul conductor pentru ca forța de levitație electromagnetică să fie maximă corespunde valorilor h pentru care se realizează maximul funcțiilor de tipul celor reprezentate în figurile 4 și 5.

Curentul minim necesar pentru ca sferoidul „să plutească pe cîmpul magnetic inductor", se obține egalîndu-se forța de levitație electromagnetică care se exercită asupra sferoidului cu greutatea acestuia, atunci cînd sferoidul este situat la înălțimea corespunzătoare forței maxime de levitație electromagnetică.

De exemplu, pentru un sferoid alungit din cupru avînd semiaxa mică $b_0 = 0{,}50$ cm, semiaxa mare $a_0 = 1{,}25$ cm și greutatea 0,114 N, situat în prezența unui sistem cu trei spire inductoare dispuse ca în figura 3 (fără spire „de stabilizare"), în care $b_1 = 1{,}00$ cm și $\mathrm{tg}\beta = 0{,}40$, rezultă din figura 4 sau din figura 5 un curent de $I_0 = 410$ A pentru a putea levita sferoidul la înălțimea $d_1 = 1{,}50$ cm deasupra celei de mai jos spire

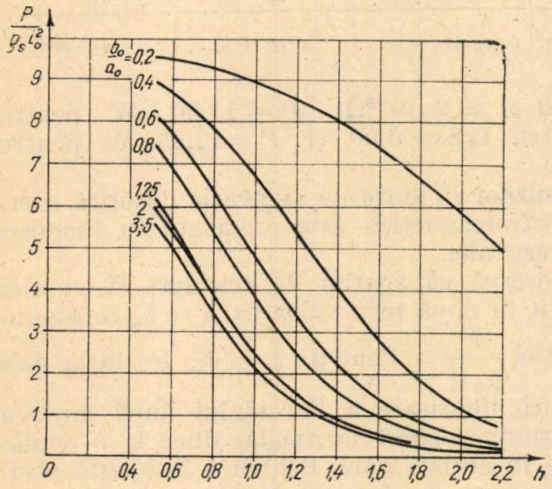


Fig. 6. — $\frac{P}{\rho_s i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru diverse excentricități $\left(\frac{b_0}{a_0}\right)$ în cazul $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$; $\mathrm{tg}\beta = 0{,}40$.

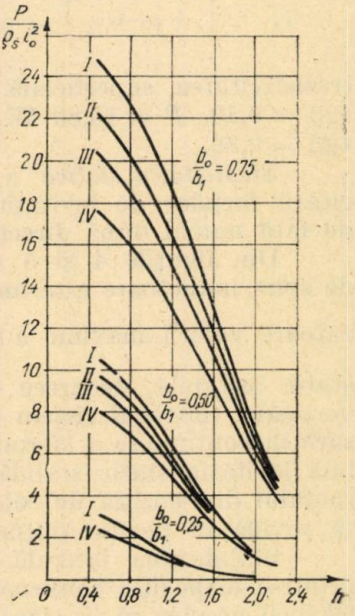


Fig. 7. — $\frac{P}{\rho_s i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru diverse rapoarte $\frac{b_0}{b_1}$ în cazul $N=3$ spire, $\frac{b_0}{a_0} = 0{,}40$: (I) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}00$; (II) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}20$; (III) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}40$; (IV) $\mathrm{tg}\beta = 0{,}80$.

($h = 1{,}50$). În aceeași situație, pentru $\mathrm{tg}\,\beta = 0{,}00$ rezultă $I_0 = 370$ A, iar pentru $\mathrm{tg}\,\beta = 0{,}80$ $I_0 = 445$ A.

Pierderile pentru situația considerată rezultă din figurile 6 și 7. Presupunîndu-se rezistivitatea materialului sferoidului $\rho \approx 2.10^{-10}\,\Omega$m și o frecvență a curentului din spirele inductoare $f = 5 \cdot 10^5$ Hz, rezultă

Nr. de termeni reținuți	$b_0/a_0 = 0{,}20$				$b_0/a_0 = 0{,}40$			
	$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$			
	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00
4	–	–	–	–	–	–	–	–
7	–	–	–	–	$< 10^{-4}\%$	$< 10^{-1}\%$	$< 50\%$	–
14	$< 10^{-5}\%$	$< 1\%$	$< 50\%$	–	$< 10^{-6}\%$	$< 10^{-3}\%$	$< 1\%$	–

Nr. de termeni reținuți	$b_0/a_0 > 1{,}50$				
	$b_0/b_1 =$				
	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25
4	–	–	–	–	$< 10^{-6}\%$
7	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-9}\%$	$< 10^{-6}\%$	$< 10^{-4}\%$	$< 10^{-10}\%$
14	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-8}\%$	$< 10^{-10}\%$

(rezistivitatea superficială fiind $\rho_s \approx 2.10^{-5}\Omega$) $P = 11{,}50$ W pentru $\operatorname{tg}\beta = 0{,}40$, $P = 10{,}80$ W pentru $\operatorname{tg}\beta = 0{,}00$ și $P = 12{,}25$ W pentru $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$.

Stabilitatea statică a sferoizilor în stare de suspensie datorită exercitării forțelor de levitație electromagnetică este analizată în lucrarea de față numai după direcția verticalei.

Din figurile 4 și 5 se observă că spațiul de deasupra sistemului de spire inductoare este împărțit în două prin valoarea $h = h_m$ corespunzătoare valorii maxime a funcției $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$. Pentru $h < h_m$ levitația este static instabilă, deoarece o mică deplasare a sferoidului după direcția verticalei (întregul sistem păstrîndu-și simetria axială) duce la o deplasare în continuare a sferoidului în același sens. Pentru $h > h_m$ este posibilă levitația static stabilă, deoarece, după orice deplasare mică a sferoidului din poziția de echilibru după direcția verticalei, sferoidul tinde să revină în poziția inițială de echilibru.

Stabilitatea laterală (în planul orizontal) este obținută practic printr-o dispoziție convenabilă a spirelor „principale", de exemplu astfel încît acestea să fie situate pe un con cu vîrful în jos, ca în figura 3, și prin utilizarea unor spire „de stabilizare", montate de obicei deasupra sferoidului conductor și parcurse de curentul electric în sens invers sensului curentului în spirele „principale".

În procesul de calcul cu formulele (63), (64), (76) și (77) s-a ținut seama că, în general, convergența seriilor care intervin în aceste formule este cu atît mai rapidă cu cît raportul $\frac{b_0}{a_0}$ este mai apropiat de unitate, cu cît raportul $\frac{b_0}{b_1}$ este mai mic și cu cît h este mai mare. Influ-

$b_0/a_0 = 0{,}60$				$b_0/a_0 = 0{,}80$			
$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$			
0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00
–	–	–	–	$< 10^{-3}\%$	$< 10^{-1}\%$	$< 1\%$	–
$< 10^{-6}\%$	$< 10^{-2}\%$	$< 1\ \%$	–	–	–	–	–
$< 10^{-8}\%$	$< 10^{-4}\%$	$< 10^{-2}\%$	–	–	–	–	–

$b_0/a_0 = 1{,}50$			$b_0/a_0 = 1{,}25$			
$b_0/b_1 =$			b_0/b_1			
0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00
$< 10^{-4}\%$	$< 10^{-2}\%$	$< 10^{-1}\%$	$< 10^{-7}\%$	$< 10^{-5}\%$	$< 10^{-3}\%$	$< 10^{-2}\%$
$< 10^{-9}\%$	$< 10^{-6}\%$	$< 10^{-4}\%$	–	–	–	–
$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-9}\%$	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-10}\%$	$< 10^{-10}\%$

enţa parametrului tgβ asupra convergenţei acestor serii este mai puţin importantă.

Erorile (în procente) care se obţin atunci cînd se reţin din seriile infinite doar primii 4,7 şi, respectiv, 14 termeni sînt indicate în tabela de mai sus.

Deoarece în formulele pierderilor seriile cu termeni în general subunitari se ridică la pătrat, erorile care se obţin la calculul pierderilor atunci cînd în aceste serii se reţine acelaşi număr de termeni sînt mai mici decît erorile corespunzătoare care se obţin la calculul forţelor.

În tabela de mai sus sînt indicate erorile maxime care se obţin pentru valorile cele mai mici ale parametrului h. Cu cît h este mai mare, cu atît erorile corespunzătoare sînt mai mici (la aceleaşi valori ale rapoartelor $\frac{b_0}{a_0}$ şi $\frac{b_0}{b_1}$); pentru valorile cele mai mari ale lui h cu care se lucrează, aceste erori sînt cu cîteva ordine de mărime mai mici decît acelea corespunzătoare celor mai mici valori ale parametrului h.

7. CONCLUZII

În lucrare s-a obţinut soluţia exactă în problema levitaţiei electromagnetice a unui sferoid perfect conductor în prezenţa unui sistem de spire circulare coaxiale parcurse de curenţi electrici. Expresiile obţinute pentru forţele de levitaţie electromagnetică şi pentru pierderile de putere activă în masa sferoidului (presupunîndu-se că aceasta are o conductivitate superficială finită) reprezintă valorile instantanee ale acestor mărimi; în cazul unui curent de excitaţie periodic în timp, expresiile aces-

tea reprezintă valorile medii în timp (pentru un număr întreg de perioade) dacă în locul valorii instantanee a curentului se introduce valoarea lui efectivă.

Peste tot în lucrare, spirele înfășurării inductoare au fost presupuse filiforme. Însă din motive tehnice, cum ar fi, de exemplu, necesitatea răcirii prin interior a spirelor, acestea se confecționează din conductor cilindric în formă de țeavă. Rezultatele obținute în lucrare rămîn practic valabile și în această situație, cu condiția ca raza secțiunii transversale a conductorului spirelor inductoare să fie neglijabilă în raport cu raza medie a acestor spire și cu semiaxa mică a sferoidului conductor indus.

Efectul excentricității sferoidului, al raportului dintre semiaxa b_0 a sferoidului și raza b_1 a celei mai de jos spire, precum și efectul unghiului β al deschiderii la vîrful suprafeței conului pe care este montat sistemul celor trei spire inductoare cu proporțiile dimensiunilor lui indicate în figura 3, se poate vedea din figurile 4,6, și, respectiv, 5, 7. Se observă că cu cît raportul $\frac{b_0}{b_1}$ este mai mare, cu atît forțele de levitație electromagnetică și pierderile sînt mai mari. Se observă de asemenea că cu cît unghiul β este mai mic, cu atît forțele și pierderile sînt mai mari. Valori și mai mari pentru aceste mărimi s-ar obține dacă spirele inductoare ar fi înfășurate pe suprafața unui con cu vîrful în sus, avînd o anumită deschidere unghiulară la vîrf. Însă din motive tehnice, legate de levitația materialului conductor în stare lichidă și de stabilitatea sistemelor respective în ansamblu, este necesar ca spirele inductoare să fie înfășurate pe suprafața unui con cu vîrful în jos (fig. 3).

După cum rezultă din figura 4, excentricitatea sferoidului influențează deosebit de puternic zona lui de stabilitate statică.

Introducerea așa-numitelor inductivități efective [15] pentru cazul levitației electromagnetice a conductoarelor masive sferoidale, precum și verificarea experimentală cu ajutorul acestora a rezultatelor obținute în lucrarea de față, va face obiectul unei lucrări viitoare.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, București, Tipografia și litografia învățămîntului, 1964.
2. W. Briesley, B. S. Thornton, *Electromagnetic levitation calculations for axially symmetric systems*, Brit. J. Appl. Phys., **14**, *10*, 682–686 (1963).
3. L. S. Piggott, G. F. Nix, *Electromagnetic levitation of a conducting cylinder*, Proc. I.E.E., **113**, *7*, 1229 (1966).
4. A. Țugulea, I. R. Ciric, *Cîmpul electromagnetic al unor spire parcurse de curent alternativ în prezența unor coji sferice conductoare*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 355–379 (1968).
5. A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenți alternativi în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice*, St. cerc. energ. electr., **14**, *4*, 807–837 (1964).
6. I. R. Ciric, *Asupra levitației electromagnetice a conductoarelor cilindrice circulare drepte*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 113–130 (1968).

7. I. R. Ciric, *On the electromagnetic levitation of spherical conductors*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn., **14**, *1* (1969).
8. C. Flammer, *Spheroidal wave functions*, Stanford University Press, 1957.
9. Ph. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, Part II, Chap. 10, New York-Toronto-Londra, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1953.
10. J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, Chap. 5, New York-Londra, John Wiley & Sons, Inc., 1962.
11. E. W. Hobson, *The theory spherical and ellipsoidal harmonics*, Chap. 10, Cambridge University Press, 1931.
12. W. R. Smythe, *Static and dynamic electricity*, Chap. 5, New York-Toronto-Londra, 1950.
13. H. Bateman, A. Erdélyi, *Higher transcendental functions*, Cvol. 1, Chap. 3, New York-Toronto-Londra, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1953.
14. C. I. Mocanu, *Contribuții la studiul regimurilor peliculare ale cîmpurilor electromagnetice în conductoare*, St. cerc. energ. electr., (sub tipar).
15. W. E. Smith, *Electromagnetic levitation forces and effective inductance in axially symmetric systems*, Brit. J. Appl. Phys., **16**, 377—383 (1965).

ASUPRA FUNCȚIONĂRII ÎN PARALEL A TRANSFORMATOARELOR ELECTRICE

DE

T. DORDEA

621.3.026.12 : 621.314.2

În cazul transformatoarelor cu mai multe înfășurări, aducerea lor în situația de a funcționa cu puterea maximă este posibilă dacă curenții nominali ai diferitelor înfășurări sînt proporționali.

Transformatoarele cu două înfășurări pot fi aduse în situația de a debita putere maximă numai prin conectarea de bobine, condensatoare și rezistoare în serie cu înfășurările, în timp ce transformatoarele cu trei și mai multe înfășurări necesită și transformatoare de cuplaj.

Aprecierea funcționării în paralel a transformatoarelor, neglijînd curentul de magnetizare, este însoțită de erori dependente de caracterul sarcinii și valoarea curentului de sarcină. La sarcini mici erorile sînt inadmisibil de mari.

1. INTRODUCERE

Funcționarea în paralel a transformatoarelor electrice, considerînd toți parametrii, este tratată în literatură numai pentru transformatoarele cu două înfășurări [1] — [5]. În studiul funcționării în paralel a transformatoarelor cu trei înfășurări, se neglijează curentul de magnetizare ceea ce introduce erori dependente de puterea transformatorului, de valoarea și caracterul sarcinii.

În lucrarea prezentă se studiază funcționarea în paralel a transformatoarelor cu m înfășurări, cu considerarea tuturor parametrilor, se stabilesc condițiile pentru a se obține puterea maximă, posibilitățile tehnice de satisfacere a acestor condiții și se determină eroarea care se face prin neglijarea curentului de magnetizare.

2. IPOTEZE

Se admit următoarele ipoteze :

1. — curenții și tensiunile variază sinusoidal în timp ;
2. — se neglijează saturația magnetică (parametrii sînt mărimi constante) ;

3. — transformatoarele sînt monofazate. Rezultatele sînt valabile și pentru transformatoarele polifazate simetrice care funcționează în regim sinusoidal echilibrat;
4. — se consideră n transformatoare cu m înfășurări (cele polifazate pe fază).

3. ECUAȚIILE ȘI REZOLVAREA LOR

Se fac următoarele notații pentru înfășurarea de ordinul λ a transformatorului de ordinul p:

$R_{\lambda p}$ este rezistența electrică;
$L_{\lambda\nu p}$; $L_{\lambda\nu ph}$ — inductivitatea mutuală, respectiv principală;
$X_{\lambda\nu p} = \omega(L_{\lambda\nu p} - L_{\lambda\nu ph})$ — reactanța de dispersie mutuală;
Z_{mp} — impedanța de magnetizare considerată față de înfășurarea *1*;
Z_λ — impedanța de sarcină;
$k_{\lambda p} = N_{1p}/N_{\lambda p}$ — raportul de transformare dintre înfășurările *1* și λ;
U_λ — tensiunea la borne;
$U_{e\lambda p}$ — t.e.m. indusă de cîmpul principal;
$I_{\lambda p}$ — curentul de fază;
I_λ — curentul prin impedanța Z_λ;
I_{0p} — curentul total redus la înfășurarea *1*.

Ecuațiile dintre curenți și tensiuni, în mărimi complexe, sînt [6]:

$$\underline{U}_\lambda = -R_{\lambda p}\underline{I}_{\lambda p} - \mathrm{j}\sum_{\nu=1}^{m} X_{\nu\lambda p}\underline{I}_{\nu p} + \underline{U}_{e\lambda p},$$

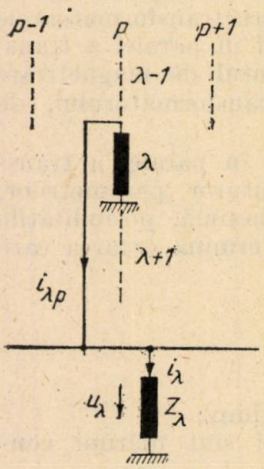


Fig. 1. — Înfășurarea de ordinul λ a transformatorului de ordinul p.

$$\begin{aligned}
&\underline{U}_{e1p} = k_{\lambda p}\underline{U}_{e\lambda p},\\
&\underline{U}_{e1p} = -\underline{Z}_{mp}\underline{I}_{0p},\\
&\underline{I}_{0p} = \sum_{\nu=1}^{m}\frac{\underline{I}_{\nu p}}{k_{\nu p}},\\
&\underline{U}_\lambda = \underline{Z}_\lambda\underline{I}_\lambda\ (\lambda \neq 1),\\
&\underline{I}_\lambda = \sum_{p=1}^{n}\underline{I}_{\lambda p}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (1) se obține pentru $\underline{I}_{\lambda p}$ ($\lambda = 2,3,\ldots m$) (Anexa A. 1)

$$\underline{I}_{\lambda p} = -\frac{U_1 k_{\lambda p}}{\underline{\Delta}_{6p} Z_{mp}}(-1)^{\lambda+1}\left[\delta_{\lambda 1p} - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{\underline{\Delta}_K}\sum_{\nu=2}^{m} k_{\nu p}\delta_{\lambda\nu p}\underline{\Delta}_{K\nu}(-1)^{\nu-1}\right], \tag{2}$$

și pentru $\underline{I}_{1p}$

$$\underline{I}_{1p} = -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{mp}\,\underline{C}_{11p}}\left\{1+\frac{1}{\underline{\Delta}_p}\sum_{\nu=2}^{m}\underline{C}_{\nu 1p}\,(-1)^{\nu+1}\left[\underline{\delta}_{\nu 1p}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{\underline{\Delta}_K}\sum_{\alpha=2}^{m}k_{\alpha p}\,\underline{\delta}_{\nu\alpha p}\underline{\Delta}_{K\alpha}\,(-1)^{\alpha-1}\right]\right\}. \qquad (3)$$

Mărimile $\underline{\Delta}_p$, $\underline{\delta}_{\lambda\nu p}$, $\underline{\Delta}_K$ și $\underline{\Delta}_{K\nu}$ sînt precizate în anexă.

4. CONDIȚII DE FUNCȚIONARE OPTIMĂ ÎN PARALEL

La un grup de transformatoare date, înțelegem prin funcționare optimă în paralel situația în care puterea maximă care poate fi debitată de transformatoarele în paralel, este egală cu suma puterilor nominale. Aceasta implică condiția ca să nu existe curenți de circulație interioară prin înfășurări.

Considerăm separat regimul de mers în gol și cel de mers în sarcină.

4.1. Regimul de mers în gol

Dacă impedanța de sarcină a unui anumit sistem de bare este infinită, curenții din înfășurările conectate la sistemul respectiv de bare trebuie să fie nuli.

Dezvoltînd determinanții $\underline{\Delta}_{K\nu}$ și $\underline{\Delta}_K$ curentul $\underline{I}_{\lambda p}$, devine:

$$\underline{I}_{\lambda p} = -\frac{\underline{U}_1\,k_{\lambda p}(-1)^{\lambda+1}}{\underline{\Delta}_p\,\underline{Z}_{mp}}\,\frac{\underline{A}_1^{\lambda p}+\sum_{i=2}^{m}\underline{A}_i^{\lambda p}\underline{Z}_i+\sum_{i,j=2}^{m}\underline{A}_{ij}^{\lambda p}\underline{Z}_i\underline{Z}_j+\ldots}{B_1+\sum_{i=2}^{m}\underline{B}_i\underline{Z}_i+\sum_{i,j}^{m}\underline{B}_{ij}\underline{Z}_i\underline{Z}_j+\ldots}, \qquad (4)$$

unde trebuie să se țină seama că $\underline{Z}_i\underline{Z}_j=\underline{Z}_j\underline{Z}_i$ etc. și că, în indicii multipli ai coeficienților complexi $\underline{A}$ și $\underline{B}$, $i,j\ldots$ iau toate valorile de la 2 la m, dar astfel că fiecare impedanță intervine numai la puterea 1, deci $i\neq j$ și prin urmare în (4) trebuie ca:

$$\underline{A}_{\lambda}^{\lambda p}=0\,;\ \underline{A}_{\lambda j}^{\lambda p}=0\ldots\ \underline{A}_{\lambda jk}^{\lambda p}\ldots=0. \qquad (5)$$

(Simbolul λp pus sus la coeficienții $\underline{A}$ și $\underline{B}$ nu reprezintă exponent ci tot indice). Coeficienții $\underline{A}$ și $\underline{B}$ sînt calculați în anexa A. 2.

Efectuînd calculele (Anexa A. 3), ecuațiile (5) devin

$$\frac{k_{\nu p}\,\underline{\delta}_{\lambda\nu p}}{\underline{\delta}_{\lambda 1p}}=\frac{k_{\nu q}\,\underline{\delta}_{\lambda\nu q}}{\underline{\delta}_{\lambda 1q}}, \qquad (6)$$

unde $\lambda,\nu=2,3\ldots m$, deci $(n-1)(m-1)^2$ ecuații dar sînt distincte numai $(n-1)\left[\frac{m(m+1)}{2}-2\right]$.

4.2. Regim de mers în sarcină

Se obţine puterea maximă în sarcină dacă curenţii sînt sinfazici şi proporţionali cu curenţii nominali. În aceste condiţii, pentru un transformator de ordinul p şi altul de ordinul q, din (2) se obţine relaţia

$$\frac{\underline{I}_{\lambda pn}}{\underline{I}_{\lambda qn}} \frac{k_{\lambda q}}{k_{\lambda q}} \frac{\underline{\Delta}_p}{\underline{\Delta}_q} \frac{\underline{Z}_{mp}}{\underline{Z}_{mq}} = \frac{\underline{A}_1^{\lambda p} + \sum_i \underline{A}_i^{\lambda p} \underline{Z}_i + \dots}{\underline{A}_1^{\lambda q} + \sum_i \underline{A}_i^{\lambda q} \underline{Z}_i + \dots}. \tag{7}$$

Membrul stîng al relaţiei (7) nu depinde de impedanţe, iar în membrul drept lipsesc termenii care să cuprindă pe $\underline{Z}_\lambda$ prin intermediul căreia, la o situaţie dată a celorlalte înfăşurări, se stabileşte curentul prin înfăşurările λ. Deoarece egalitatea trebuie să aibă loc pentru ori ce valori ale impedanţelor $\underline{Z}_i$, relaţia (7) este echivalentă cu

$$\frac{\underline{I}_{\lambda pN}}{\underline{I}_{\lambda qN}} \frac{k_{\lambda q}}{k_{\lambda p}} \frac{\underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp}}{\underline{\Delta}_q \underline{Z}_{mq}} = \frac{\underline{A}_1^{\lambda p}}{\underline{A}_1^{\lambda q}} = \frac{\underline{A}_i^{\lambda p}}{\underline{A}_i^{\lambda q}} = \frac{\underline{A}_{ij}^{\lambda p}}{\underline{A}_{ij}^{\lambda q}} = \dots = \frac{\underline{\delta}_{\lambda 1 p}}{\underline{\delta}_{\lambda 1 q}}. \tag{8}$$

Relaţiile (8) sînt satisfăcute dacă (Anexa A. 3)

$$\frac{\underline{I}_{\lambda pN} \underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp}}{k_{\lambda p} \underline{\delta}_{\lambda 1 p}} = \frac{\underline{I}_{\lambda qN} \underline{\Delta}_q \underline{Z}_{mq}}{k_{\lambda q} \underline{\delta}_{\lambda 1 q}}, \tag{9}$$

unde $\lambda = 2,3, \dots m$, deci $(m-1)(n-1)$ ecuaţii.

Relaţiile (6) şi (9) reprezintă condiţiile pe care trebuie să le satisfacă parametrii transformatoarelor pentru a se obţine puterea maximă la mers în paralel.

Din (6) şi (9) se obţine (Anexa A. 3)

$$\frac{\underline{I}_{\lambda pN}}{\underline{I}_{\nu pN}} = \frac{\underline{I}_{\lambda qN}}{\underline{I}_{\nu qN}}, \tag{10}$$

o relaţie între mărimi de proiectare.

5. OBŢINEREA PRACTICĂ A PUTERII MAXIME

Dacă transformatoarele sînt identice, condiţiile (6) şi (9) şi implicit (10) sînt satisfăcute. Obţinerea puterii maxime, cînd transformatoarele sînt diferite şi nu sînt satisfăcute integral relaţiile (6) şi (9) însă este satisfăcută relaţia (10), poate avea loc fără a modifica construcţia transformatoarelor intervenind numai prin mijloace exterioare.

Mijloacele practice care vin în considerare pentru satisfacerea condiţiilor (6) şi (9), constau în :

1. — conectări de rezistoare, bobine şi condensatoare în serie cu înfăşurările transformatoarelor, cînd se influenţează numai $\underline{Z}_{\lambda\lambda}$;
2. — cuplări magnetice ale înfăşurărilor unui aceluiaşi transformator prin intermediul unor transformatoare de cuplaj, cînd se influenţează coeficienţii $\underline{C}_{\lambda\nu}$.

Prin mijloacele din prima categorie se pot influența nm parametri, iar prin cele de a doua categorie $\frac{nm(m-1)}{2}$ parametri, adică în total $P = \frac{1}{2} nm(m+1)$ parametri. Ecuațiile (10) trebuie să fie satisfăcute, rezultă că ecuațiile (9) nu sînt nici ele independente ci numai în număr de $(n-1)$. Prin urmare, numărul E de ecuații independente este $E = \frac{1}{2}(n-1)(m-1)(m+2)$. O soluție tehnică realizată prin mijloacele indicate se poate aduce numai atunci cînd $P \geqslant E$, deci

$$2n + m^2 + m - 2 \geqslant 0. \tag{11}$$

Cum $n \geqslant 2$ și $m \geqslant 2$ rezultă că inegalitatea (11) e satisfăcută totdeauna și, în consecință, în cazul satisfacerii ecuațiilor (10), totdeauna e posibil ca transformatoarele date să fie aduse prin mijloace exterioare în situația de a putea furniza puterea maximă.

Numărul parametrilor care trebuie aleși arbitrar rezultă din diferența $P - E$. Deoarece

$$P - E = n - 1 + \frac{m(m+1)}{2}, \tag{12}$$

o primă soluție este de a se alege arbitrar toți cei $\frac{m(m+1)}{2}$ parametri $\underline{Z}_{\lambda\nu}$ ai unui transformator precum și $n-1$ parametri de la unul sau mai multe transformatoare. Se poate alege arbitrar cîte o impedanță de cuplaj la fiecare transformator. În această situație, alegînd parametrul $\underline{\delta}_{\alpha 1 q}$ precum și toți parametrii transformatorului de ordinul p, din condițiile (6) rezultă mărimile $\underline{\delta}^*_{\lambda\nu q}$ care satisfac aceste condiții. Avem (Anexa A. 4)

$$\underline{\delta}^*_{\lambda\nu q} = \frac{k_{\nu p}}{k_{\alpha p}} \cdot \frac{\underline{\delta}_{\lambda\nu p}}{\underline{\delta}_{\alpha 1 p}} \cdot \frac{k_{\lambda p}}{k_{\lambda q}} \cdot \frac{k_{\alpha q}}{k_{\nu q}} \underline{\delta}_{\alpha 1 q}, \tag{13}$$

cu $\lambda = 2,3 \ldots m$, $\nu = 1,2 \ldots m$ și $\alpha \neq 1$ iar din (9) rezultă $\underline{\Delta}^*_q$. Din cele E ecuații se determină constantele complexe $\underline{C}^*_{\lambda\nu q}$ și apoi parametrii $\underline{Z}^*_{\lambda\nu q}$ care trebuie realizați.

Considerăm mai detaliat cazurile care se întîlnesc obișnuit în practică, ale transformatoarelor cu două și cu trei înfășurări.

5.1. Transformatoare cu două înfășurări

Deoarece relația (10) este satisfăcută totdeauna, rezultă că transformatoarele cu două înfășurări pot fi aduse în situația de a debita puterea maximă, oricare ar fi transformatoarele date.

Expresiile curenților și tensiunilor se obțin din (2) și (10 a) sub forma

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}\sum_{q=1}^{n} \frac{k_q \underline{C}_{12q}}{\underline{\Delta}_q \underline{Z}_{mq}}}{1 + \underline{Z}\sum_{q=1}^{n} \frac{k_q^2 \underline{C}_{11q}}{\underline{\Delta}_q \underline{Z}_{mq}}} \underline{U}_1,$$

$$\underline{I}_{2p} = \frac{k_p \underline{C}_{12p}}{\underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp}} \underline{U}_1 - \frac{k_p^2 \underline{C}_{11p}}{\underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp}} \underline{U}_2, \tag{14}$$

$$\underline{I}_{1p} = -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{mp} \underline{C}_{11p}} - \frac{\underline{C}_{21p}}{k_p \underline{C}_{11p}} \underline{I}_{2p},$$

unde $\underline{\Delta}_p = \underline{C}_{11p}\underline{C}_{22p} - \underline{C}_{12p}\underline{C}_{21p}$ și în loc de k_{2p} și $\underline{Z}_2$ s-a scris numai k_p și $\underline{Z}$.

Pentru a obține puterea maximă trebuie ca

$$\frac{k_p \underline{C}_{11p}}{\underline{C}_{12p}} = \frac{k_q \underline{C}_{11q}}{\underline{C}_{12q}}, \tag{15}$$

$$\frac{\underline{I}_{2pN} \underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp}}{k_p \underline{C}_{12p}} = \frac{\underline{I}_{2qN} \underline{\Delta}_q \underline{Z}_{mq}}{k_q \underline{C}_{12q}}.$$

Dacă acestea nu sînt satisfăcute, atunci se alege $\underline{C}_{12q}$ și transformatorul p, ceea ce înseamnă că se poate obține puterea maximă numai prin conectări de rezistoare, bobine și condensatoare în serie cu înfășurările transformatoarelor q. Impedanțele $\underline{\Delta Z}_{11q}$ și $\underline{\Delta Z}_{22q}$ care trebuie conectate în serie se deduc din (15) și au valorile

$$\underline{\Delta Z}_{11q} = \left(\frac{\underline{C}_{12q}}{\underline{C}_{12p}} \cdot \frac{k_p}{k_q} \underline{C}_{11p} - 1\right)\underline{Z}_{mq} - \underline{Z}_{11q},$$

$$\underline{\Delta Z}_{22q} = \frac{1}{k_q^2}\left[\frac{k_q}{k_p \underline{C}_{11p}}\left(\frac{\underline{I}_{2pN}}{\underline{I}_{2qN}} \frac{k_q}{k_p} \underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp} + \underline{C}_{12p}\underline{C}_{21q}\underline{Z}_{mq}\right) - \underline{Z}_{mq} - \underline{Z}_{22q} k_q^2\right]. \tag{16}$$

Alegînd arbitrar transformatorul de referință, este posibil ca $\underline{\Delta Z}_{11q}$ și $\underline{\Delta Z}_{22q}$ să aibă părțile reale sau cele imaginare negative. Rezistențele nu pot fi decît pozitive și dacă se caută să nu se utilizeze condensatoare, ci numai bobine, atunci se alege ca transformator de referință cel pentru care s-au obținut valori mai mari cu semn negativ și se repetă calculul.

5.2. Transformatoare cu trei înfășurări ($m = 3$)

Cu $\underline{\Delta}_K = 1 + \underline{Z}_2\underline{a}_{22} + \underline{Z}_3\underline{a}_{33} + \underline{Z}_2\underline{Z}_3(\underline{a}_{22}\underline{a}_{33} - \underline{a}_{23}\underline{a}_{32})$ și cu notațiile, pentru $\underline{\delta}_{ij}$ și $\underline{a}_{ij}$ din (5a), (7a) și (11a) tensiunile și curenții obțin ex-

presiile

$$\underline{U}_2 = -\frac{\underline{Z}_2\underline{a}_{12} + \underline{Z}_2\underline{Z}_3(\underline{a}_{12}\underline{a}_{33} - \underline{a}_{13}\underline{a}_{32})}{\underline{\Delta}_K}\underline{U}_1,$$

$$\underline{U}_3 = -\frac{\underline{Z}_3\underline{a}_{13} + \underline{Z}_2\underline{Z}_3(\underline{a}_{22}\underline{a}_{13} - \underline{a}_{12}\underline{a}_{23})}{\underline{\Delta}_K}\underline{U}_1,$$

$$\underline{I}_{2p} = -\frac{k_{2p}}{\underline{\Delta}_p\underline{Z}_{mp}}(-\underline{\delta}_{21p}\underline{U}_1 + k_{2p}\underline{\delta}_{22p}\underline{U}_2 - k_{3p}\underline{\delta}_{23p}\underline{U}_3), \tag{17}$$

$$\underline{I}_{3p} = -\frac{k_{3p}}{\underline{\Delta}_p\underline{Z}_{mp}}(\underline{\delta}_{31p}\underline{U}_1 - k_{2p}\underline{\delta}_{32p}\underline{U}_2 + k_{3p}\underline{\delta}_{33p}\underline{U}_3),$$

$$\underline{I}_{1p} = -\frac{1}{\underline{C}_{11p}}\left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{mp}} + \frac{\underline{C}_{21p}\underline{I}_{2p}}{k_{2p}} + \frac{\underline{C}_{31p}\underline{I}_{3p}}{k_{3p}}\right).$$

Pentru $\underline{C}_{33} \to \infty$ aceste expresii trec în (14), corespunzătoare transformatoarelor cu două înfășurări.

Obținerea puterii maxime este posibilă numai dacă

$$\frac{\underline{I}_{2pN}k_{2p}}{\underline{I}_{3pN}k_{3p}} = \frac{\underline{I}_{2qN}k_{2q}}{\underline{I}_{3qN}k_{3p}}, \tag{18}$$

iar între parametri există relațiile:

$$\begin{gathered}
\frac{k_{2p}\underline{\delta}_{22p}}{\underline{\delta}_{21p}} = \frac{k_{2q}\underline{\delta}_{22q}}{\underline{\delta}_{21q}}; \quad \frac{k_{2p}\underline{\delta}_{32p}}{\underline{\delta}_{31p}} = \frac{k_{2q}\underline{\delta}_{32q}}{\underline{\delta}_{31q}}; \\
\frac{k_{3p}\underline{\delta}_{23p}}{\underline{\delta}_{21p}} = \frac{k_{3q}\underline{\delta}_{23q}}{\underline{\delta}_{21q}}; \quad \frac{k_{3p}\underline{\delta}_{33p}}{\underline{\delta}_{31p}} = \frac{k_{3q}\underline{\delta}_{33q}}{\underline{\delta}_{31q}}; \\
\frac{\underline{I}_{2pN}\underline{\Delta}_p\underline{Z}_{mp}}{\underline{\delta}_{21p}} = \frac{\underline{I}_{2qN}\underline{\Delta}_q\underline{Z}_{mp}}{\underline{\delta}_{21q}}.
\end{gathered} \tag{19}$$

Dacă relațiile (19) nu sînt satisfăcute, dar este satisfăcută relația (18), e posibil să se aducă transformatoarele în situația de a putea furniza puterea maximă prin intermediul celor două metode indicate. Impedanța $\underline{Z}_{\nu\lambda q}$ trebuie mărită cu $\underline{\Delta Z}_{\nu\lambda q}$ pentru a satisface relațiile (19), unde (Anexa A. 5)

$$\underline{\Delta Z}_{\nu\lambda q} = \frac{\underline{Z}_{mq}(\underline{C}^*_{\nu\lambda q} - \underline{C}_{\nu\lambda q})}{k_{\nu q}k_{\lambda q}}, \tag{20}$$

$C^*_{\nu\lambda q}$ fiind dat de (20a).

Dacă $\underline{\Delta Z}_{\lambda\lambda q}$ are partea reală negativă, se procedează ca și în cazul transformatoarelor cu două înfășurări.

6. CAZUL NEGLIJĂRII CURENTULUI DE MERS ÎN GOL

Neglijarea curentului de mers în gol, implică supoziția că impedanța de magnetizare $\underline{Z}_{mp}$ este infinită.

Condițiile de funcționare optimă în paralel, în această ipoteză, se deduc din (6) și din (9). Condițiile (10) rămîn valabile și în acest caz. Făcînd pe $\underline{Z}_{mp}$ și respectiv $\underline{Z}_{mq}$ să tindă la infinit, ecuațiile (6) se reduc la

$$k_{\nu p} = k_{\nu q} = k_\nu, \tag{21}$$

adică rapoartele de transformare să fie aceleași pentru toate transformatoarele, iar ecuațiile (9) se reduc la

$$I_{\nu pN}\underline{Z}_{\lambda\nu p} = I_{\lambda qN}\underline{Z}_{\lambda\nu q}, \tag{22}$$

deci de a avea aceleași căderi de tensiune pe reactanțele proprii și mutuale de dispersie la înfășurările cu același nivel de tensiune.

În cazul transformatoarelor cu două înfășurări, scriind relația (22) pentru cele două înfășurări și avînd în vedere faptul că $L_{12\sigma} \approx 0$ și $\underline{I}_0 = 0$, prin scădere rezultă condiția cunoscută ca tensiunile de scurtcircuit să fie egale.

Pentru transformatoarele reale care au curenți de mers în gol diferiți de zero, condițiile (10), (21) și (22) nu sînt suficiente pentru a realiza o funcționare optimă, iar aprecierea funcționării în paralel pe baza acestor relații e însoțită de o eroare dependentă de sarcină.

Eroarea care are loc e o mărime complexă. Expresia ei se obține din (4), făcînd raportul $\underline{I}_{\lambda p}/\underline{I}_{\lambda q}$(relațiile (21) și (22) sînt valabile) deci

$$\frac{\underline{I}_{\lambda p}}{\underline{I}_{\lambda q}} = \frac{\underline{\Delta}_q}{\underline{\Delta}_p}\frac{\underline{Z}_{mq}}{\underline{Z}_{mp}} \cdot \frac{\underline{A}_1^{\lambda p} + \sum_{i=2}^{m} \underline{A}_i^{\lambda p}\underline{Z}_i + \cdots}{\underline{A}_1^{\lambda q} + \sum_{i=2}^{m} \underline{A}_1^{\lambda q}\underline{Z}_i + \cdots}. \tag{23}$$

În (23) apare impedanța $\underline{Z}_\lambda$ deoarece condițiile (21) și (22) nu implică satisfacerea condițiilor (5). În (23) atît numărătorul, cît și numitorul sînt mărimi liniare în $\underline{Z}_\lambda$. Considerînd ca variabilă pe $\underline{Z}_\lambda = Z_\lambda e^{j\varphi_\lambda}$, la $\varphi_\lambda = \text{const}$, curba descrisă în planul complex de $\underline{I}_{\lambda p}/\underline{I}_{\lambda q}$ este un cerc. Familia de cercuri corespunzătoare lui φ_λ ales ca parametru trece prin două puncte fixe: punctul D_0, corespunzător lui $Z = 0$, deci scurtcircuitului și punctul D_∞, pentru $Z = \infty$, deci corespunzător funcționării în gol a barei λ. Pozițiile punctelor D_0 și D_∞ depind însă de sarcinile celorlalte înfășurări. În figura 2 sînt reprezentate cercurile pentru

$\varphi_\lambda = \pm\frac{\pi}{2}$, $\varphi_\lambda = 0$ și φ_λ oarecare.

Pentru $\varphi_\lambda = 0$ și $\varphi_\lambda \neq \pm\frac{\pi}{2}$ sînt valabile numai arcele de cerc duse cu linie plină.

Cercul cu linie întreruptă are raza $OM = I_{\lambda pN}/I_{\lambda qN}$, astfel că MD reprezintă eroarea de modul a raportului celor doi curenți iar unghiul făcut de OD cu axa reală, eroarea de argument.

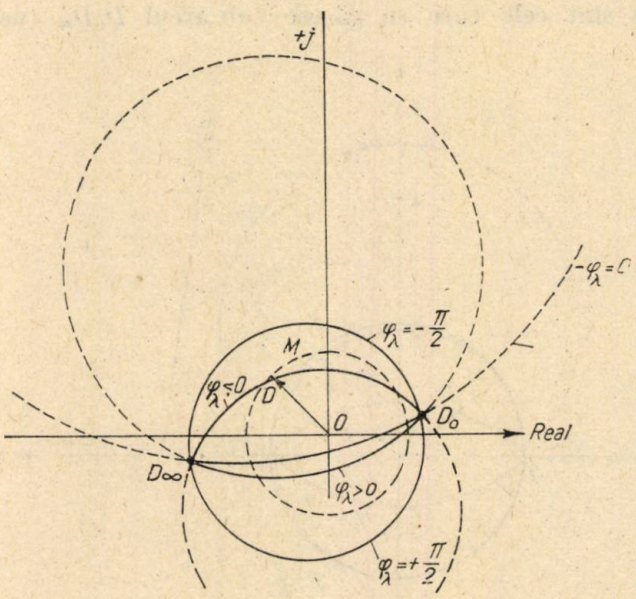


Fig. 2. — Curbele loc geometric $\underline{I}_{\lambda p}/\underline{I}_{\lambda q}$ pentru $\varphi = \text{const.}$

În cazul a două transformatoare ($n = 2$) punctul D_∞ ajunge pe axa reală negativă în punctul -1, deoarece cei doi curenți, la $\underline{Z} = \infty$ sînt egali și de semne opuse.

Exemplu numeric. Pentru a putea aprecia valoric eroarea, s-au considerat două transformatoare cu două înfășurări care satisfac condițiile (10), (21) și (22), dar nu satisfac condițiile (6) și (9). Transformatorul p are miezul din tablă laminată la cald, iar transformatorul q din tablă laminată la rece și la frecvența de 50 Hz au parametrii următori :

Trafo	I_{2N}	k	R_1	X_1	R_2'	X_2'	R_m	X_m
p	231	64,9	64,7	175,2	37,66	121,8	5856,2	74489
q	225,65	64,9	59,2	181,8	34,62	125,7	315371	639755

cu aceste valori se obține

$$\frac{\underline{I}_{2p}}{\underline{I}_{2q}} = \frac{33{,}819 + 0{,}9248\,\mathrm{j} - \underline{Z}}{33{,}062 - 0{,}2944\,\mathrm{j} + \underline{Z}}$$

unde $\underline{Z}$ e impedanța de sarcină conectată la barele secundare.

În figura 3 sînt reprezentate cercurile în cazul celor două transformatoare pentru $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, $\varphi = \pm\frac{\pi}{4}$ și $\varphi = 0$. Pentru $\varphi \geqslant 0$ arcele de cerc valabile sînt cele care se găsesc sub arcul D_0D_∞ (pentru $\varphi = 0$),

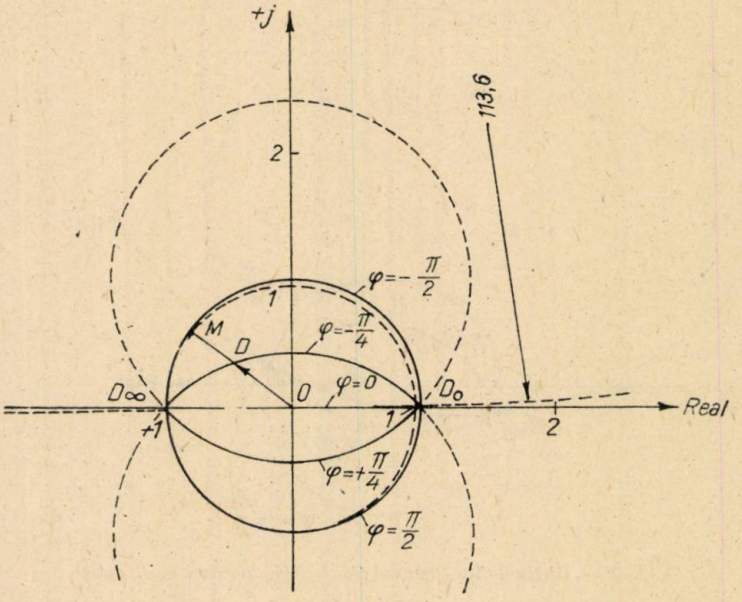


Fig. 3. — Curbele loc geometric $\underline{I}_{2p}/\underline{I}_{2q}$ în cazul a două transformatoare cu două înfășurări.

iar pentru $\varphi < 0$ cele care se găsesc deasupra. Din figura 3 rezultă eroarea foarte mare care se face avînd în vedere numai condițiile (10), (21) și (22) din teoria simplificată a transformatorului electric. Erori mari au loc pentru valori ale curenților de sarcină apropiate de valorile curenților de mers în gol deci la sarcini mici și caracter activ al sarcinii. La sarcină reactivă erorile sînt mult mai reduse.

ANEXĂ

A.1. REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUAȚII (1)

Din ecuațiile a 3-a și a 4-a din (1) se elimină $\underline{I}_{0p}$; din ecuația obținută și din a doua se elimină $\underline{U}_{e1p}$ și se obține

$$\underline{U}_\lambda = -R_{\lambda p}\,\underline{I}_{\lambda p} - \sum_{\nu=1}^{m}\left(jX_{\nu\lambda p} + \frac{\underline{Z}_{mp}}{k_{\nu p}k_{\lambda p}}\right)\underline{I}_{\nu p}. \tag{1a}$$

Notînd cu (′) mărimile reduse la înfășurarea 1 și cu notațiile :

$$\begin{aligned} &\underline{X}'_{\nu\lambda p} = k_{\nu p}\, k_{\lambda p}\, X_{\nu\lambda p}, \\ &\underline{Z}'_{\nu p} = \mathrm{j}X'_{\nu\lambda p} \qquad (\nu \neq \lambda), \\ &\underline{Z}'_{\nu\lambda p} = R'_{\nu} + \mathrm{j}X'_{\nu\lambda p} \qquad (\nu = \lambda), \\ &\underline{C}_{\nu\lambda p} = \frac{\underline{Z}_{mp} + \underline{Z}'_{\nu\lambda p}}{\underline{Z}_{mp}}, \end{aligned} \tag{2a}$$

ecuația (1a) devine

$$k_{\lambda p}\underline{U}_{\lambda} = -\underline{Z}_{mp}\sum_{\nu=1}^{m}\underline{C}_{\nu\lambda p}\,\underline{I}'_{\nu p} \quad (\lambda = 1, \ldots \mathrm{m}) \tag{3a}$$

din care se obțin curenții sub forma

$$\underline{I}_{\lambda p} = -\frac{k_{\lambda p}}{\underline{\Delta}_p \underline{Z}_{mp}}\sum_{\nu=1}^{m} k_{\nu p}\,\underline{U}_{\nu}\,\underline{\delta}_{\lambda\nu p}\,(-1)^{\lambda+\nu}, \tag{4a}$$

unde $\underline{\Delta}_p$ este determinantul format cu $\underline{C}^{\nu}_{\cdot\lambda p}$

$$\underline{\Delta}_p = \left| \overset{\rightarrow}{\underset{\lambda}{\downarrow}}\overset{\nu}{\underline{C}}_{\cdot\nu\lambda p} \right|, \tag{5a}$$

ar $\underline{\delta}_{\lambda\nu p}$ e minorul care se obține prin eliminarea coloanei de ordinu λ și a liniei de ordinul ν din (5a).

Înlocuind pe $\underline{I}_{\lambda p}$ din (4a) în ecuația șasea din (1) și apoi pe $\underline{I}_{\lambda}$ în al 5a din (1), se obține

$$\underline{U}_{\lambda} = -\underline{Z}_{\lambda}\,\underline{U}_1\sum_{p=1}^{m}\frac{k_{\lambda p}\,k_{1p}\,\underline{\delta}_{\lambda 1 p}}{\underline{\Delta}_p\,\underline{Z}_{mp}}(-1)^{\lambda+1} - \underline{Z}_{\lambda}\sum_{\nu=2}^{m}\underline{U}_{\nu}\sum_{p=1}^{m}\frac{k_{\lambda p}\,k_{\nu p}\,\underline{\delta}_{\lambda\nu p}}{-p\,\underline{Z}_{mp}}(-1)^{\lambda+\nu} \tag{6a}$$

unde $\lambda = 2, \ldots m$.

Punînd acum

$$\underline{K}_{\nu\lambda} = \underline{Z}_{\lambda}\sum_{p=1}^{n}\frac{k_{\lambda p}\,k_{\nu p}\,\underline{\delta}_{\lambda\nu p}}{\underline{\Delta}_p\,\underline{Z}_{mp}}(-1)^{\lambda+\nu} \qquad (\nu \neq \lambda), \tag{7a}$$

$$K_{\lambda\lambda} = 1 + \underline{Z}_{\lambda}\sum_{p=1}^{n}\frac{k_{\lambda p}^2\,\underline{\delta}_{\lambda\lambda p}}{\underline{\Delta}_p\,\underline{Z}_{mp}} \qquad (\lambda \geqslant 2),$$

sistemul de ecuații (6a) devine

$$\sum_{\nu=2}^{m}\underline{K}_{\nu\lambda}\,\underline{U}_{\nu} = -\underline{K}_{1\lambda}\,\underline{U}_1 \qquad (\lambda = 2, \ldots m). \tag{8a}$$

Notînd

$$\underline{\Delta}_k = \left| \overset{\rightarrow}{\underset{\lambda}{\downarrow}}\overset{\nu}{\underline{K}}_{\nu\lambda} \right|, \qquad (\nu,\lambda = 2, \ldots m), \tag{9a}$$

iar cu $\underline{\Delta}_{K\nu}$ determinantul care se obține dacă coloana de ordinul ν a lui $\underline{\Delta}_K$ se înlocuiește cu coloana formată din $\underline{K}_{1\lambda}$, se obține

$$\underline{U}_\nu = -\frac{\underline{\Delta}_{K\nu}}{\underline{\Delta}_K}\underline{U}_1, \tag{10a}$$

cu care din (4a) se obține expresia (2).

A.2. CALCULUL COEFICIENȚILOR $\underline{A}^{\lambda p}_{ijd\ldots}$ ȘI $\underline{B}_{ijk\ldots}$

Dacă se notează în (7a), pentru simplificare

$$\underline{K}_{\nu\lambda} = \underline{Z}_\lambda \underline{a}_{\nu\lambda}, \tag{11a}$$
$$\underline{K}_{\lambda\lambda} = 1 + \underline{Z}_\lambda \underline{a}_{\lambda\lambda},$$

determinantul $\underline{\Delta}_K$ ia forma

$$\underline{\Delta}_K = \begin{vmatrix} 1+\underline{Z}_2\underline{a}_{22} & \underline{Z}_2\underline{a}_{32}\ldots & \underline{Z}_2\underline{a}_{m2} \\ \underline{Z}_3\underline{a}_{23} & 1+\underline{Z}_3\underline{a}_{33}\ldots & \underline{Z}_3\underline{a}_{m3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1+\underline{Z}_m\underline{a}_{2m} & \underline{Z}_m\underline{a}_{3m}\ldots & 1+\underline{Z}_m\underline{a}_{mm} \end{vmatrix}. \tag{12a}$$

Coeficientul $\underline{B}_1$ reprezintă valoarea lui $\underline{\Delta}_K$ pentru $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \ldots \underline{Z}_m = 0$ și deci $\underline{B}_1 = 1$. Pentru obținerea lui $\underline{B}_i$ se face $\underline{Z}_\alpha = 0$ $(\alpha \neq i)$, $\underline{Z}_i = 1$ și elementele diagonalei principale rămase sub forma $1 + \underline{a}_{ii}$ se înlocuiesc numai $\underline{a}_{ii}$. În mod similar se procedează pentru determinarea tuturor celorlalți coeficienți $\underline{B}$.

Pentru coeficienții $\underline{A}$ avem în general

$$\underline{A}^{\lambda p} = \underline{\delta}_{\lambda 1 p}\underline{B} - \sum_{\nu=2}^{m} k_{\nu p}\,\underline{\delta}_{\lambda\nu p}\,\underline{\Delta}_{K\nu}(-1)^{\nu-1}, \tag{13a}$$

unde în suma din membrul drept se procedează similar ca și cu coeficientul $\underline{B}$. Astfel, pentru $\underline{A}^{\lambda p}_{ij}$ avem

$$\underline{A}^{\lambda p}_{ij} = \underline{\delta}_{\lambda 1 p}\underline{B}_{ij} - k_{ip}\,\underline{\delta}_{\lambda i p}\,\underline{\Delta}^{ij}_{Ki}(-1)^{i-1} - k_{jp}\,\underline{\delta}_{\lambda j p}\,\underline{\Delta}^{ij}_{Kj}(-1)^{j-1}, \tag{14a}$$

unde $\underline{\Delta}^{ij}_{Ki}$ se obține din $\underline{\Delta}_{K\nu}$ în care $\underline{Z}_\alpha = 0$ $(\alpha \neq i, j)$ apoi se face $\underline{Z}_i = \underline{Z}_j = 1$ și elementele din diagonala principală de forma $1 + \underline{a}_{\alpha\alpha}$ se înlocuiesc cu $\underline{a}_{\alpha\alpha}$. Astfel avem :

$$\begin{aligned} &\underline{B}_1 = 1 \quad ; \quad \underline{B}_i = \underline{a}_{ii}\,; \quad \underline{B}_{ij} = \underline{a}_{ii}\,\underline{a}_{jj} - \underline{a}_{ij}\,\underline{a}_{ji}\,; \ \ldots \\ &\underline{A}^{\lambda p}_1 = \underline{\delta}_{\lambda 1 p}\,; \quad \underline{A}^{\lambda p}_i = \underline{\delta}_{\lambda 1 p}\,\underline{a}_{ii} - k_{ip}\,\underline{\delta}_{\lambda i p}\,\underline{a}_{1i}(-1)^{i-1}\,; \\ &\underline{A}^{\lambda p}_{ij} = \underline{\delta}_{\lambda 1 p}\,\underline{B}_{ij} - k_{ip}\,\underline{\delta}_{\lambda i p}(\underline{a}_{1i}\,\underline{a}_{jj} - \underline{a}_{1j}\,\underline{a}_{ji})(-1)^{i-1} - \\ &\qquad - k_{jp}\,\underline{\delta}_{\lambda j p}(\underline{a}_{ii}\,\underline{a}_{1j} - \underline{a}_{1i}\,\underline{a}_{ij})(-1)^{j-1}\,; \end{aligned} \tag{15a}$$

A.3. STABILIREA CONDIȚIILOR PENTRU OBȚINEREA PUTERII MAXIME

Considerăm mai întîi relațiile (5). Din (13a), pentru transformatorul de ordinul p și cel de ordinul q avem $\underline{A}^{\lambda p} = 0$ și $\underline{A}^{\lambda q} = 0$ pentru orice indice total din partea de jos a lui $\underline{A}$, dacă este cuprins λ ca indice parțial. Avem, după împărțire cu $\underline{\delta}_{\lambda 1 p}$ respectiv $\underline{\delta}_{\lambda 1 q}$

$$\begin{aligned} \underline{B} &= \sum_{\nu=2}^{m} \frac{k_{\nu q}\,\underline{\delta}_{\lambda \nu p}}{\underline{\delta}_{\lambda 1 p}}\,\underline{\Delta}_{K\nu}\,(-1)^{\nu-1}, \\ \underline{B} &= \sum_{\nu=2}^{m} \frac{k_{\nu q}\,\underline{\delta}_{\lambda \nu q}}{\underline{\delta}_{\lambda 1 q}}\,\underline{\Delta}_{K\nu}\,(-1)^{\nu-1}, \end{aligned} \tag{16a}$$

din care prin scădere și ținînd seama că q poate avea orice valoare, rezultă relația (6).

Considerăm relațiile (7). Trebuie să avem în general

$$\frac{\underline{A}^{\lambda p}}{\underline{A}^{\lambda q}} = \frac{\underline{\delta}_{\lambda 1 p}}{\underline{\delta}_{\lambda 1 q}}, \tag{17a}$$

unde în indicile rezultant din partea de jos a lui $\underline{A}$ (nu s-a mai scris) nu intervine λ ca indice parțial. Înlocuind pe $\underline{A}^{\lambda p}$ și $\underline{A}^{\lambda q}$ din (13a) în (17a), împărțind apoi cu membrul drept al egalității (17a) și ținînd seama de (6) se constată că egalitatea (17a) este satisfăcută și prin urmare nu introduce alte condiții. Toate relațiile (8) se reduc la una singură și anume la relația (9) petru un p și q dat.

Ținînd seama de faptul că $\underline{\delta}_{\lambda \nu p} = \underline{\delta}_{\nu \lambda p}$ deoarece determinantul $\underline{\Delta}_p$ este un determinant simetric, scriind relația (6) cu λ și ν inversate și împărțind relația (6) cu cea obținută prin inversiune, avem

$$\frac{k_{\nu p}\,\underline{\delta}_{\nu 1 p}}{k_{\lambda p}\,\underline{\delta}_{\lambda 1 p}} = \frac{k_{\nu q}\,\underline{\delta}_{\nu 1 q}}{k_{\lambda q}\,\underline{\delta}_{\lambda 1 q}}. \tag{18a}$$

Împărțim apoi pe (9) cu relația care se obține înlocuind în (9) pe λ cu ν și avem

$$\frac{I_{\lambda p}\,\underline{\delta}_{\nu 1 p}\,k_{\nu p}}{I_{\nu p}\,\underline{\delta}_{\lambda 1 p}\,k_{\lambda p}} = \frac{I_{\lambda q}\,\underline{\delta}_{\nu 1 q}\,k_{\nu q}}{I_{\nu q}\,\underline{\delta}_{\lambda 1 q}\,k_{\lambda q}}. \tag{19a}$$

Împărțind pe (18a) cu (19a) se obține relația (10).

A.4. STABILIREA RELAȚIEI (13)

În relația (6) se înlocuiește ν cu α; apoi se scrie o a doua relație obținută din (6) prin înlocuirea lui λ cu α și a lui ν cu λ. Ținînd seamă că $\underline{\delta}_{\lambda\alpha} = \underline{\delta}_{\alpha\lambda}$ rezultă $\underline{\delta}_{\lambda 1 q}$ în funcție de $\underline{\delta}_{\alpha 1 q}$, pe care înlocuindu-l în (6) se obține relația (13).

A.5. DETERMINAREA PARAMETRILOR CARE SATISFAC RELAȚIILE (19)

Se aleg parametrii transformatorului de ordinul p și $\underline{\delta}_{12_q}$, iar dintre parametrii de definiție, $\underline{C}_{12_q}$. Avînd, prin urmare, $\underline{\delta}_{\alpha 1_q} = \underline{\delta}_{21_q}$, cu (13) se determină $\underline{\delta}^*_{22_q}$, $\underline{\delta}^*_{23_q}$, $\underline{\delta}^*_{13_q}$, $\underline{\delta}^*_{33_q}$ și $\underline{\Delta}^*_q$. Cu aceste valori, din expresiile de definiție ale acestor valori, se obține:

$$\underline{C}^*_{11_q} = \frac{(\underline{\delta}^*_{33_q} + \underline{C}^2_{12_q})(\underline{\delta}^*_{22_q})\,\underline{\delta}^*_{33_q} - \underline{\delta}^{*2}_{23_q})}{\underline{\delta}^*_{33_q}(\underline{\Delta}^*_q + \underline{C}_{12_q}\underline{\delta}_{12_q}) - \underline{\delta}^*_{13_q}\,\underline{\delta}^*_{23_q}\,\underline{C}_{12_q}},$$

$$\underline{C}^*_{22_q} = \frac{\underline{\delta}^*_{23_q} + \underline{C}^2_{12_q}}{\underline{C}^*_{11_q}}$$

$$\underline{C}^*_{13_q} = \frac{\underline{C}_{12_q}\,\underline{\delta}^*_{23_q} - \underline{C}^*_{11_q}\,\underline{\delta}^*_{13_q}}{\underline{\delta}^*_{33_q}}, \qquad (20a)$$

$$\underline{C}^*_{23_q} = \frac{\underline{\delta}^*_{23_q}\,\underline{C}_{12_q}\,\underline{C}^*_{13_q}}{\underline{C}^*_{11_q}},$$

$$\underline{C}^*_{33_q} = \frac{\underline{\delta}^*_{22_q} + \underline{C}^{*2}_{13_q}}{\underline{C}^*_{11_q}},$$

care se introduc în (20).

BIBLIOGRAFIE

1. I. S. Gheorghiu, *Les courants de circulation en régime sinusoïdal et non sinusoïdal dan le fonctionement en parallèle de n transformateurs à paramètre différents*, Rev. Gén. de l'Electricité, **69**, *6*, 339 (1960).
2. A. F. Puchstein, T. C. Lloyd, A. G. Conrad, *Alternating-current machines*, John Wiley, New York, 1964.
3. R. R. Lawrence, *Principles of alternating-current machinery*, Mc.Graw-Hill, New York, 1953.
4. G. N. Petrov, *Electriceskie mașini*, I, Gosenergoizdat, Moscva, 1956.
5. R. Richter, *Mașini electrice*, III, *Transformatorul*, Editura tehnică, București, 1960.
6. T. Dordea, *Asupra ecuațiilor mașinilor electrice de curent alternativ*, St. cerc. energ. electr., **16**, *1*, 517 (1966).

CONTRIBUȚII LA TEORIA MOTORULUI ELECTROMAGNETIC CU MIȘCARE LINIARĂ. ECUAȚII ȘI CARACTERISTICI DE FUNCȚIONARE

DE

AUGUSTIN MORARU

621.313.823.5

Se dezvoltă teoria funcționării în regim staționar a motorului electromagnetic cu mișcare liniară alternativă. Se stabilesc ecuațiile de funcționare, se indică un algoritm pentru determinarea valorii curentului, a fluxului și a forței instantanee în funcționare și se dau relații pentru predeterminarea prin calcul a caracteristicilor oscilomotorului.

1. INTRODUCERE

Crearea de motoare electrice specializate după tipul acționări permite adesea obținerea unor mari avantaje constructive. În domeniu motoarelor electrice rotative, realizările actuale pot satisface marea majoritate a exigențelor. În domeniul motoarelor cu mișcare liniară, în ulti mul timp s-au făcut progrese importante în elaborarea teoriei și a unor prototipuri de astfel de motoare. Domeniul este încă în plină evoluție și se depun mari eforturi pentru perfecționarea unor noi tipuri de motoare cu mișcare liniară progresivă sau alternativă, folosirea lor în anumite acționări prezentînd avantaje incontestabile.

Pentru acționarea compresoarelor, un motor cu mișcare liniară alternativă prezintă avantajul suprimării mecanismului bielă-manivelă și simplifică esențial construcția. Brevetul prof. M. Marinescu și lucrările d-sale din ultimul timp [1] — [4] se referă tocmai la perfecționarea unui asemenea motor de tip electromagnetic, cu mișcare liniară alternativă și la elaborarea teoriei lui.

În cele ce urmează se va dezvolta o metodă pentru predeterminarea caracteristicilor de funcționare ale unui asemenea motor, plecînd de la anumite caracteristici constructive sau experimentale.

2. DESCRIEREA MOTORULUI

Motorul electromagnetic cu mișcare liniară alternativă se compune dintr-un sistem electromagnetic statoric (fig. 1), realizat sub forma a două perechi de poli diametral opuși din tole de oțel, formînd circuite

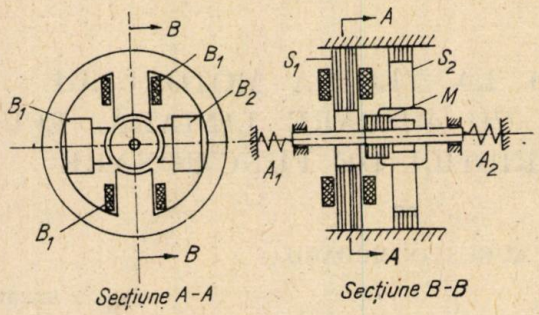


Fig. 1. — Principiul constructiv al motorului electromagnetic cu mișcare liniară alternativă.

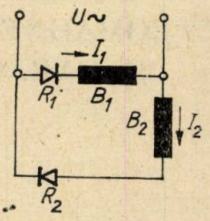


Fig. 2. — Schema de alimentare a motorului electromagnetic.

magnetice separate S_1, S_2, decalate în sens axial și echipate cu înfășurări de excitație B_1, B_2, și dintr-un miez cilindric lamelat M, mobil în sens axial.

Pentru compensarea inerției maselor în mișcare alternativă, sistemul mobil comportă și două arcuri, A_1, A_2.

Alimentarea înfășurărilor motorului se face direct de la rețeaua de curent alternativ de frecvență industrială (fig. 2) prin redresoare monoalternanță R_1, R_2, montate cu sensuri de conducție opuse pe cele două înfășurări. Astfel înfășurările sînt alimentate prin curenți pulsatorii decalați în timp cu o semiperioadă. Întrucît cele două sisteme electromagnetice statorice sînt decalate în sens axial, pulsurile de curent atrag succesiv armătura mobilă M spre dreapta și spre stînga, antrenînd-o într-o mișcare alternativă, de frecvență egală cu cea a relației de alimentare [1], [2].

La anumite relații dintre parametrii electromagnetici și mecanici, oscilomotorul de mai sus este capabil să dezvolte în mod continuu lucru mecanic, de exemplu prin acționarea pistonului unui compresor, care se poate contopi cu axa armăturii mobile [3]. Pentru stabilirea acestor relații este necesară cunoașterea caracteristicilor de funcționare ale motorului.

3. ECUAȚIA CIRCUITULUI ELECTRIC

În circuitul electric al motorului (fig. 2) se poate considera că cele două bobine funcționează independent una de alta, inductivitatea mutuală fiind nulă datorită simetriei construcției. Deci se poate studia numai unul dintre circuite, urmînd ca apoi să se însumeze efectele.

În circuitul electric al fiecărei bobine (fig. 3) se poate scrie cîte o ecuație de forma

$$u' = ri' + \frac{d\varphi}{dt} \text{ cu } i' \geqslant 0. \tag{1}$$

u', i' și φ fiind, respectiv, valoarea instantanee a tensiunii de alimentare, a curentului din circuit și a fluxului total al bobinei, iar r rezistența

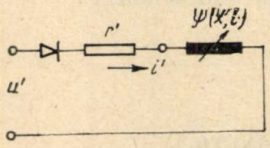


Fig. 3. — Schema circuitului electric al unei bobine.

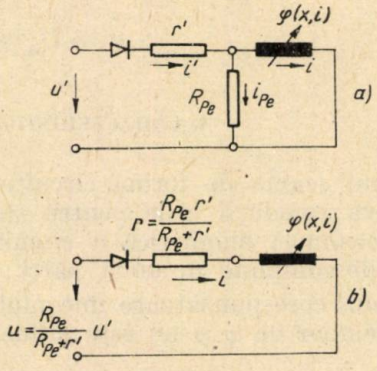


Fig. 4. — Echivalarea circuitului cu pierderi în fier (*a*) cu unul fără pierderi în fier (*b*).

ohmică) a bobinei. Ecuația este valabilă numai atît timp cît curentul este pozitiv (sensul pozitiv al curentului coincide cu sensul de conducție al redresorului) și nu se admit valori negative ale curentului.

Relația dintre fluxul φ și curentul i' este în general neliniară și depinde de poziția armăturii. Este util să se stabilească forma acestei dependențe.

În primul rînd se observă că fluxul total φ nu este determinat de curentul i' al circuitului principal, datorită prezenței pierderilor în fier. Efectul acestora este echivalent cu derivarea în paralel cu inductanța a unui curent proporțional cu tensiunea la bornele inductanței (curenți turbionari):

$$i_{pe} = \frac{1}{R_{pe}} \frac{d\varphi}{dt}, \tag{2}$$

unde R_{pe} este rezistența echivalentă pierderilor în fier.

Se observă ușor că circuitul echivalent cu considerarea pierderilor în fier (fig. 4 *a*) se poate aduce ușor la forma serie (fig. 4 *b*), introducînd următoarele mărimi:

$$\left.\begin{aligned} i &= i' - i_{pe}, \\ u &= \frac{R_{pe}}{R_{pe} + r'} u' \\ r &= \frac{R_{pe}}{R_{pe} + r'} r' \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Relațiile se stabilesc ușor în baza teoremei lui Thevenin. Se va considera deci numai ecuația corespunzătoare circuitului serie

$$u = ri + \frac{d\varphi}{dt}, \tag{4}$$

parcurs chiar de curentul de magnetizare care determină valoarea fluxului φ.

Tensiunea de alimentare se presupune sinusoidală :

$$u = U_m \sin \omega t. \tag{5}$$

4. CARACTERISTICA MAGNETICĂ

Ținînd seama de forma circuitului magnetic al motorului, se pot trage cîteva concluzii utile pentru stabilirea structurii legii de variație $\varphi(i, x)$. Tensiunea magnetică a circuitului magnetic, deci și curentul i, se poate descompune în două părți :

— una corespunzătoare miezului de fier statoric (poli și jug), care depinde neliniar de φ și nu este influențată de poziția armăturii mobile :

$$i_{Fe} = I_{Fe}\, \mu(\varphi), \tag{6}$$

I_{Fe} fiind un curent de referință, iar $\mu(\varphi)$ caracteristica magnetică normată a miezului, cum se va preciza mai departe ;

— alta corespunzătoare închiderii fluxului φ prin întrefier și prin armătura mobilă ; această parte se poate considera proporțională cu φ (neliniaritatea este neglijabilă, datorită drumului lung prin aer) și dependentă de poziția armăturii mobile :

$$i_\delta = I_\delta \frac{\varphi}{\Phi_r} \rho(x), \tag{6'}$$

I_δ și Φ_r fiind mărimi de referință precizate mai departe, iar $\rho(x)$ funcția normată a reluctanței, dependentă de poziția armăturii mobile, caracterizată prin coordonata axială x. Funcția $\rho(x)$ este simetrică în raport cu poziția de inductanță maximă $x = x_M$, în care $\rho(x)$ este minimă.

Astfel relația de magnetizare $i(\rho, x)$ va fi de forma

$$i = i_{Fe} + i_\delta = I_{Fe}\, \mu(\rho) + I_\delta \frac{\varphi}{\Phi_r} \rho(x). \tag{7}$$

Forma dependenței funcționale a componentelor i_{Fe} și i_δ a fost reprezentată în figura 5.

Experimental se poate determina numai caracteristica $i(\varphi, x)$, iar separarea în componentele i_{Fe} și i_δ conține un anumit grad de arbi-

trar, întrucît nu se cunoaște în nici o poziție proporția $i_{Fe} : i_\delta$ care ar permite apoi separarea. De fapt nici nu este esențială o descompunere riguroasă, întrucît atît i_{Fe}, cît și i_δ conțin cîte o parte proporțională cu fluxul φ și independentă de poziția x a armăturii, care se poate include în oricare dintre componente fără a modifica esența relației (7). De aceea

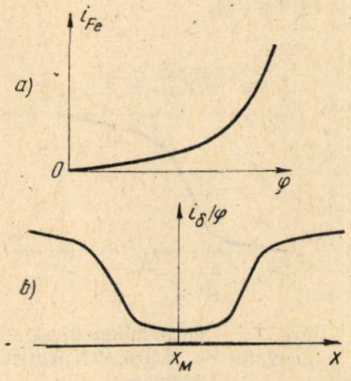


Fig. 5. — Schema dependenței funcționale a componentelor curentului de magnetizare $i_{Fe}(\varphi)$ și $\frac{i_\delta(x)}{\varphi}$ la motorul electromagnetic.

se consideră convențional (în scopul de normare a funcțiilor de influență) că, în poziția de inductanță maximă (armătura introdusă complet între polii sistemului magnetic statoric $x = x_M$), componenta i_δ este nulă și $i = i_{Fe}$.

Deci funcția de influență a deplasării $\rho(x)$ se alege astfel încît $\rho(x_M) = 0$. Cu această precizare, separarea componentelor i_{Fe} și i_δ devine simplă.

Valoarea fluxului de referință Φ_r se alege egală cu maximul integralei tensiunii în raport cu timpul (pe o semiperioadă):

$$\Phi_r = \int_0^{\frac{T}{2}} u\,dt = \frac{2U_m}{\omega}, \tag{8}$$

și se introduce variabila adimensională

$$\Psi = \frac{\varphi}{\Phi_r}. \tag{9}$$

Valoarea curentului de referință I_δ se alege convențional, astfel încît, în poziția cînd armătura mobilă este la distanță maximă de sistemul magnetic statoric ($x = x_\infty$), funcția de influență să satisfacă condiția de normare $\rho(x_\infty) = 1$.

Introducînd o variabilă adimensională pentru coordonata deplasării,

$$\xi = \lambda(x - x_M), \tag{10}$$

se poate impune încă o condiție de normare pentru funcția de influență a deplasării, alegînd parametrul λ astfel încît panta maximă a curbei $\rho(\xi)$ să fie unitară

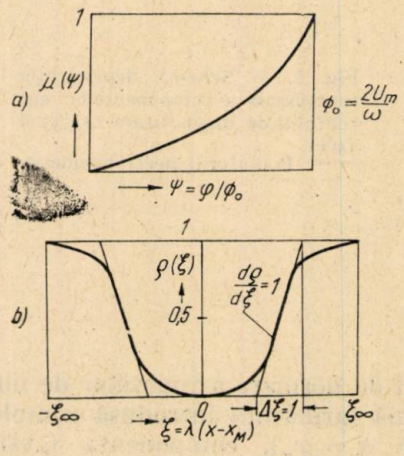
$$\left|\frac{d\rho}{d\xi}\right|_{max} = 1.$$

Se normează și funcția de influență $\mu(\varphi)$, alegînd pentru I_{Fe} valoarea corespunzătoare fluxului de referință $\Phi_r(\Psi = 1)$, deci

$$\mu_{\Psi=1} = \mu(1) = 1.$$

Astfel caracteristica magnetică a motorului se poate pune sub forma

$$i = I_{Fe}\,\mu(\Psi) + I_\delta \Psi \rho(\xi), \tag{11}$$



← Fig. 6. — Funcțiile de influență normate la motorul electromagnetic : a — $\mu(\Psi)$; b — $\rho(\xi)$.

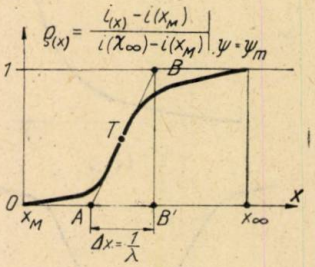


Fig. 7. — Determinarea parametrului de scară λ pentru normare.

în care $\mu(\Psi)$ și $\rho(\xi)$ sînt funcțiile normate prin condițiile

$$\rho(0) = 0\,;\ \rho(\xi_\infty) = 1\,;\ \left|\frac{d\rho}{d\xi}\right|_{max} = 1\,;\ \mu(1) = 1. \tag{12}$$

Forma uzuală de variație a funcțiilor de influență $\mu(\Psi)$ și $\rho(\xi)$ s-a reprezentat în figura 6. Prezentarea în formă normată a caracteristicilor permite o mai bună sistematizare a relațiilor caracteristice.

Funcțiile $\mu(\Psi)$ și $\rho(\xi)$ se pot determina în baza unor măsurători experimentale, ridicînd următoarele caracteristici :

$$-\ i(\varphi) \text{ la } x = x_M,$$
$$-\ i(x) \text{ la } \Psi_m = 0{,}6 \ldots 0{,}8 = \text{const.}$$

Din prima caracteristică se deduce $I_{Fe} = i(\Phi_r)_{x = x_M}$, iar apoi din a doua caracteristică $I_\delta = \dfrac{i(x_\infty)_{\Psi=\Psi_m} - I_{Fe}\,\mu(\Psi_m)}{\Psi_m}$. Trasînd apoi funcția $\rho(x) = \dfrac{i(x) - I_{Fe}\,\mu(\Psi_m)}{i(x_\infty) - I_{Fe}\,\mu(\Psi_m)}\Bigg|_{\Psi = \Psi_m}$ și construind tangenta în punctul de pantă maximă (fig. 7), se deduce valoarea parametrului

$$\lambda = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{\overline{AB'}}, \tag{13}$$

A și B fiind punctele de intersecție ale tangentei de pantă maximă cu orizontalele $\rho = 0$ și $\rho = 1$, iar B' proiecția pe axa ox a punctului B.

Caracteristica magnetică se poate predetermina și prin calcul, utilizînd metode de calcul magnetic cunoscute [5].

5. ALGORITM PENTRU CALCULUL VARIAȚIEI FLUXULUI

Cu notațiile sistematice introduse, ecuația (4) a circuitului electric se poate aduce la forma

$$\frac{d\Psi}{d\theta} + k_{Fe} \cdot \mu(\Psi) + k_\delta \cdot \Psi \cdot \rho(\xi) = \frac{1}{2} \sin\theta, \tag{14}$$

unde s-a notat

$$\theta = \omega t, \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} k_{Fe} &= \frac{r I_{Fe}}{2 U_m}, \\ k_\delta &= \frac{r I_\delta}{2 U_m}. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Ecuația (14) se poate integra printr-o metodă numerică sau de aproximații succesive dacă se cunoaște funcțiunea $\xi(\theta)$. Se va presupune dată această relație.

Se observă în primul rînd că ecuația (14) începe să fie valabilă de la unghiul $\theta = 0$ și pînă la un unghi $\pi < \gamma < 2\pi$. Într-adevăr, în fiecare perioadă a tensiunii de alimentare, redresorul din circuit trebuie să treacă prin starea de blocare, după care $i = 0$ și $\Psi = 0$. Redeschiderea (deblocarea) redresorului se va putea produce în momentul în care tensiunea aplicată lui devine pozitivă (în raport cu sensul său de conducție), adică atunci cînd tensiunea de alimentare devine pozitivă, căderile de tensiune în circuit fiind nule, întrucît $i = 0$ și $\frac{d\Psi}{dt} = 0$.

Soluția ecuației (14) se obține sub forma integrală

$$\Psi(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta) - \int_0^\theta [k_{Fe}\, \mu\,(\Psi) + k_\delta \cdot \Psi \cdot \rho(\xi)]\, d\theta. \tag{17}$$

Termenii din integrala definită sînt de obicei mici și deci se poate utiliza o metodă de aproximații succesive. Prima aproximație (pentru $k_{Fe} = k_\delta = 0$) dă funcția

$$\Psi_0(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta),$$

care reprezintă o funcție majorantă a fluxului (vezi fig. 8). Fluxul real va fi totdeauna mai mic cu o funcțiune de θ monoton crescătoare (valoarea integralei definite).

Un algoritm de calcul al funcției $\Psi(\theta)$ care dă o precizie suficientă pentru practică se poate dezvolta plecînd de la relația evidentă (și exactă)

$$\Psi(\theta + \Delta\theta) = \Psi(\theta - \Delta\theta) + \sin\Delta\theta \cdot \sin\theta - \int_{\theta-\Delta\theta}^{\theta+\Delta\theta} [k_{Fe}\,\mu(\Psi) + \\ + k_\delta \cdot \Psi \cdot \rho(\xi)]\,d\theta.$$

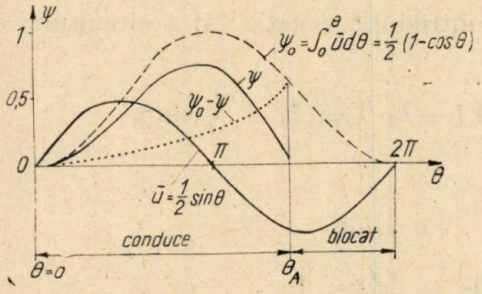


Fig. 8. — Variația fluxului într-o perioadă a tensiunii de alimentare.

Folosind pentru evaluarea integralei definite formula lui Simpson și notînd pentru prescurtare

$$\rho(\xi(\theta + \Delta\theta)) = \rho_3;\ \rho(\xi(\theta)) = \rho_2;\ \rho(\xi(\theta - \Delta\theta)) = \rho_1;$$

$$\mu(\Psi(\theta)) = \mu_2;\ \frac{k_\delta\,\Delta\theta}{3} = A,$$

se obține formula de iterare

$$\psi(\theta + \Delta\theta) = \frac{1}{1 + A\rho_3}\{(1 - A\rho_1)\,\Psi(\theta - \Delta\theta) - 4A\rho_2\,\Psi(\theta) - \\ - 2k_{Fe}\,\Delta\theta\mu_2 + \sin\Delta\theta \cdot \sin\theta\} \qquad (18)$$

Calculul se începe cu valorile

$$\theta = 0;\ \Psi(-\Delta\theta) = -\sin\Delta\theta;\ \Psi(0) = 0$$

și se termină la acea valoare a lui θ la care Ψ ia prima valoare negativă. Pasul $\Delta\theta$ se poate alege în limitele $\frac{\pi}{10} \ldots \frac{\pi}{100}$, după precizia de calcul dorită, dar ținînd seama și de posibilitățile de calcul avute la dispoziție.

6. FORȚA ȘI PUTEREA ELECTROMAGNETICĂ

Forța electromagnetică care se exercită asupra armăturii mobile se poate calcula în baza teoremei forțelor lagrangeene

$$F'_{em} = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial x}\right)_{\varphi = \text{const}}, \qquad (19)$$

W_m fiind energia magnetică a sistemului, iar x coordonata deplasării armăturii; derivata se consideră la flux total constant.

Ţinînd seama de expresia (11) a caracteristicii magnetice şi de schimbările de variabilă (9) şi (10), rezultă

$$W_m = \int_0^{\varphi} i\,\mathrm{d}\varphi = I_{Fe}\,\Phi_r \int_0^{\Psi} \mu(\Psi)\,\mathrm{d}\Psi + \frac{1}{2} I_\delta\,\Phi_r\,\Psi'^2\,\rho(\xi),$$

$$F'_{em} = -\lambda\left(\frac{\partial W_m}{\partial \xi}\right)_{\Psi'=\mathrm{const}} = -\frac{1}{2}\lambda\, I_\delta\,\Phi_r\,\Psi'^2\,\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\xi}.$$

Introducînd şi pentru forţe o mărime de referinţă

$$F_r = \frac{1}{2}\lambda I_\delta \Phi_r = \lambda\,\frac{I_\delta U_m}{\omega}, \tag{20}$$

şi notînd cu f forţa raportată

$$f = \frac{F'_{em}}{F_r}, \tag{21}$$

rezultă în final expresia normată a forţei:

$$f = -\Psi'^2\,\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\xi}. \tag{22}$$

Puterea electromagnetică instantanee dezvoltată de motor este egală cu produsul dintre suma forţelor electromagnetice şi viteză. Puterea medie dezvoltată de unul dintre sistemele electromagnetice ale motorului va fi deci

$$P'_{em} = \frac{1}{T}\int_0^T F'_{em}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = -P_r \int_0^T \Psi'^2\,\mathrm{d}\rho,$$

unde cu P_r s-a notat puterea de referinţă

$$P_r = \frac{1}{2\pi} I_\delta\, U_m, \tag{23}$$

şi cu T perioada tensiunii de alimentare.

Valoarea raportată a puterii medii dezvoltate de un sistem electromagnetic este deci

$$p'_{em} = \frac{P'_{em}}{P_r} = -\int_0^T \Psi'^2\,\mathrm{d}\rho. \tag{24}$$

Întrucît mărimile Ψ' şi ρ sînt normate, valoarea integralei (24) nu poate depăşi unitatea, deci puterea de referinţă P_r reprezintă majoranta puterii ce se poate dezvolta cu ajutorul unui sistem electromagnetic în regim extremal.

În regimul extremal, toată variaţia reluctanţei $\rho(\xi)$ are loc în intervalul de timp în care fluxul Ψ' este maxim. Pentru realizarea unei funcţionări apropiate de cea extremală, trebuie ca porţiunea rectilinie a caracteristicii $\rho(\xi)$ (cu pantă 1) să fie cît mai întinsă, oscilaţia armăturii să

aibă loc în jurul punctului corespunzător mijlocului acestei caracteristici, λx_m să fie cît mai mare, iar relaţia de fază a mişcării să fie astfel încît trecerea prin punctul mijlociu să se facă în momentul cînd Ψ este maxim ($\theta \approx 0$).

Dacă funcţionarea motorului se poate considera simetrică, adică dacă cele două sisteme electromagnetice funcţionează în condiţii identice, însă decalate în timp cu o semiperioadă a tensiunii de alimentare, puterea electromagnetică medie dezvoltată de motor va fi egală cu dublul puterii dezvoltate de un sistem

$$P_{em} = 2P_r p'_{em} \tag{25}$$

Condiţiile în care se poate dezvolta această putere sînt precizate de caracteristicile mecanice ale motorului.

7. MIŞCAREA ARMĂTURII MOBILE

Armătura mobilă de masă m (inclusiv a mecanismului acţionat) este supusă acţiunii unor arcuri de elasticitate k şi este frînată (încărcată) de o forţă dependentă de viteză, asimilabilă în prima aproximaţie cu o frecare vîscoasă proporţională cu viteza : qv. Sub acţiunea unei forţe exterioare $F(t)$, armătura va efectua o mişcare descrisă de ecuaţia

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + q\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + k(x - x_r) = F(t), \tag{26}$$

x_r fiind poziţia în care forţa dezvoltată de arcuri este nulă.

Dacă forţa exterioară este armonică,

$$F(t) = F_m \sin \omega t,$$

mişcarea armăturii va fi de asemenea armonică,

$$x = x_r + x_m \sin(\omega t - \beta),$$

unde

$$x_m = \frac{F_m}{\sqrt{(q\omega)^2 + (m\omega^2 - k)^2}} \text{ şi } \beta = \operatorname{arc\,tg}\frac{q\omega}{k - m\omega^2}.$$

Întrucît masa armăturii mobile este relativ mare (de ordinul sutelor de grame la motoare cu puteri de ordinul zecilor de waţi), pentru a obţine amplitudini x_m ale mişcării suficient de mari trebuie ca motorul să funcţioneze în apropierea pulsaţiei de rezonanţă, la care

$$m\omega_r^2 - k = 0. \tag{27}$$

Termenul disipativ $q\omega$ fiind de obicei foarte mic faţă de termenul inerţial $m\omega^2$, adică factorul de calitate

$$Q = \frac{m\omega_r^2}{q\omega_r}$$

fiind foarte ridicat (30 — 300), la rezonanță rezultă o creștere importantă a amplitudinii, dar totodată și o sensibilitate mare a amplitudinii mișcării față de îndeplinirea condiției de rezonanță (27).

La pulsații ale forței mult diferite de pulsația de rezonanță, amplitudinea oscilațiilor scade foarte mult, aproximativ de $Q\left[\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 - 1\right]$ ori.

Deci sistemul oscilant cu factor de calitate Q ridicat se comportă selectiv față de componentele forței, avînd pulsația apropiată de pulsația de rezonanță ω_r. În cele ce urmează se va considera că pulsația fundamentalei forței exterioare $F(t)$ satisface această condiție. Dacă forța se exprimă printr-o serie Fourier de forma

$$F(t) = F_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} F_\nu \sin(\nu\omega_r t - \gamma_\nu),$$

mișcarea armăturii se poate descrie prin relația

$$x = x_0 + \frac{F_0}{k} + \frac{F_1}{q\omega_r}\left\{\cos(\omega)_r t - \gamma_1) + \right.$$

$$+ \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{F_\nu}{F_1} \frac{\sin\left(\nu\omega_r t - \gamma_\nu + \operatorname{arc\,tg} \frac{\nu}{Q(\nu^2-1)}\right)}{Q(\nu^2-1)\sqrt{1 + \frac{\nu^2}{Q^2(\nu^2-1)^2}}}.$$

Cum de obicei $|F_\nu| \ll F_1$, amplitudinile oscilațiilor armonice superioare sînt mult mai mici decît cea a oscilației fundamentale. În consecință, este admisibilă aproximarea mișcării armăturii mobile printr-o lege sinusoidală.

Cu notațiile raportate introduse în paragrafele 4 și 5, mișcarea armăturii se exprimă sub forma

$$\xi = \lambda x = \xi_r + \xi_0 + \xi_m \sin(\theta - \alpha), \tag{28}$$

unde θ este variabila raportată a timpului conform (15).

Folosind unități raportate și pentru forțe

$$f(\theta) = \frac{F(t)}{F_r} \tag{29}$$

fundamentala forței raportate și valoarea ei medie, care produc oscilația sinusoidală (28), sînt date de relația

$$f_0 + f_1(\theta) = \frac{F_0 + F_1(t)}{F_r} = f_0 + f_m \sin(\theta - \alpha + \beta). \tag{30}$$

Amplitudinile și defazajul β rezultă din analiza armonică:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\theta)\,\mathrm{d}\theta, \tag{31}$$

$$f_r = f_m \cos\beta = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\theta)\sin(\theta - \alpha)\,d\theta, \tag{32}$$

$$f_a = f_m \sin\beta = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\theta)\cos(\theta - \alpha)\,d\theta, \tag{33}$$

unde f_a și f_r sînt componente „active" și „reactive" ale forței; lucrul mecanic este dezvoltat numai de forța activă f_a, în fază cu viteza mișcării armonice.

La motorul electromagnetic, $f(\theta)$ este forța electromagnetică însumată a celor două sisteme magnetice.

Aproximația mișcării sinusoidale este admisibilă și dacă forța de frecare a sarcinii este o funcție oarecare $S(a, v, x) = F_r\, s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)$ de accelerația $\ddot{\xi} = \frac{d^2\xi}{d\theta^2}$, de viteza $\dot{\xi} = \frac{d\xi}{d\theta}$ și de poziția ξ, cu condiția ca sistemul să rămînă aproape conservativ, adică energia internă a sistemului oscilant să fie mare în raport cu lucrul mecanic efectuat într-o perioadă a oscilației de forța de frecare. Această condiție este reflectată de valoarea factorului de calitate mediu:

$$Q_{med} = \frac{\frac{1}{2} m v_{max}^2}{F_r \int_0^{2\pi} s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)\frac{d\xi}{\lambda}} \gg 1, \tag{34}$$

v_{max} fiind viteza maximă a armăturii, $v_{max} = \omega x_m = \omega \frac{\xi_m}{\lambda}$.

Relația dintre parametrii oscilației de forma (28) și forțele exterioare $f(\theta)$, $s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)$ se determină plecînd de la ecuația mișcării armăturii, pusă sub forma

$$(\gamma - \delta)\xi_m \sin(\theta - \alpha) + \gamma\xi_0 + s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi) = f(\theta), \tag{35}$$

unde s-a notat

$$\gamma = \frac{k}{\lambda F_r} \quad \text{și} \quad \delta = \frac{m\omega^2}{\lambda F_r}. \tag{36}$$

De obicei $\gamma \gg 1$ și $\delta \gg 1$.

Luînd valoarea medie pe o perioadă a termenilor ecuației (35), respectiv multiplicînd fiecare termen cu $\sin(\theta - \alpha)$ sau $\cos(\theta - \alpha)$ și integrînd pe o perioadă, ținînd seama de (31), (32) și (33), rezultă relațiile

$$s_0(\xi_m) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)\,d\theta = f_0 - \gamma\xi_0, \tag{37}$$

$$s_r(\xi_m) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)\cdot\sin(\theta - \alpha)\,d\theta = f_r + (\delta - \gamma)\xi_m, \tag{38}$$

$$s_a(\xi_m) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)\cos(\theta - \alpha)\,d\theta = f_a. \tag{39}$$

Prima relație (37) exprimă echilibrul componentelor medii ale forțelor. A doua relație (38) exprimă schimbul temporar de energie între sistemul oscilant, forțele exterioare și sarcină, $s_r(\xi_m)$ fiind de natura unei forțe elastice. A treia relație (39) exprimă egalitatea lucrului mecanic al forțelor exterioare (f) cu cel consumat de sarcină (s) într-o perioadă.

Este de observat că forțele s_0, s_r, s_a depind numai de amplitudinea ξ_m a mișcării, nu și de faza α a ei.

Cunoscînd funcțiile $s_r(\xi_m)$ și $s_a(\xi_m)$, amplitudinea ξ_m corespunzătoare unei forțe exterioare f_m se deduce din ecuația

$$[s_a(\xi_m)]^2 + [s_r(\xi_m) + (\gamma - \delta)\xi_m]^2 = f_m^2. \tag{40}$$

Defazajul β se deduce apoi din relația

$$\beta = \frac{\pi}{2}[1 - \operatorname{sign}(s_r + (\gamma - \delta)\xi_m)] + \operatorname{arctg}\frac{s_a}{s_r + (\gamma - \delta)\xi_m}, \tag{41}$$

iar deplasarea ξ_0 din (37).

În general, ecuația (38) poate admite mai multe rădăcini pozitive (ξ_m este prin definiție pozitiv). Cum $s_r(\xi_m)$ și $s_a(\xi_m)$ aparțin de obicei clasei funcțiilor monotone, iar $\gamma - \delta$ poate fi pozitiv sau negativ, numărul rădăcinilor posibile se limitează la 1, 2 sau 3. Soluțiile multiple apar în special dacă al doilea termen din membrul stîng al ecuației (40) se poate anula pentru anumite valori ale amplitudinii ξ_m (rezonanță neliniară datorită elasticității sarcinii). Numai anumite soluții corespund unei funcționări stabile, decizia în acest sens fiind dependentă și de legea de variație cu ξ_m a forței electromagnetice f_m. O analiză calitativă mai completă a soluțiilor se poate face numai pentru forme precizate ale funcțiunii $s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)$. Cîteva exemple se dau în anexa *A*.

Rădăcinile ecuației (40) se deduc cel mai ușor construind caracteristica $f_m(\xi_m)$ a sistemului cu sarcină, pe care apoi se pot stabili imediat valorile rădăcinilor la f_m dat, iar apoi se deduc valorile deplasării medii ξ_0 și a defazajului β, eventual de asemenea din curbe $\xi_0(\xi_m)$ și $\beta(\xi_m)$, construite în prealabil.

$f_m(\xi_m)$ și $\beta(\xi_m)$ sînt caracteristicile de variație a amplitudinii și defazajului fundamentalei forței sistemului mecanic (armături, arcuri, sarcină), în funcție de amplitudinea ξ_m a oscilației, iar $s_0(\xi_m)$ este caracteristica de asimetrie a sarcinii. Aceste caracteristici depind în primul rînd de caracteristica $s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi)$ a sarcinii și de situarea sistemului oscilant față de condiția de rezonanță $\gamma = \delta$.

8. CARACTERISTICILE FORȚEI ELECTROMAGNETICE

Fiind precizată forma sinusoidală a mișcării armăturii mobile sub forma (28), se poate construi o caracteristică a valorii medii a amplitudinii și fazei forței electromagnetice dezvoltate de motorul electromagnetic. Contribuția celor două sisteme magnetice trebuie considerată

separat, întrucît în cazul general nu sînt îndeplinite condițiile de simetrie a mișcării ξ în raport cu cele două sisteme.

Caracteristicile de magnetizare și restul parametrilor se consideră de obicei identice pentru ambele sisteme, dar trebuie luat în considerație faptul că reluctanțele normate $\rho(\xi)$ ale celor două sisteme sînt diferite,

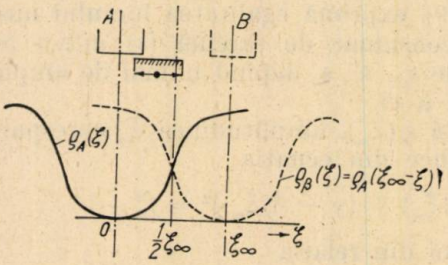


Fig. 9. — Caracteristica variației reluctanțelor normate pentru două sisteme electromagnetice.

deducîndu-se una din alta prin simetrie (fig. 9). Desemnînd cu A și B cele două sisteme, rezultă

$$\rho_B(\xi) = \rho_A(\xi_\infty - \xi), \tag{42}$$

unde s-a considerat distanța dintre cele două sisteme egală cu ξ_∞.

De obicei ξ_r se alege astfel încît mișcarea oscilantă să fie simetrică în raport cu axa $\xi = \frac{1}{2}\xi_\infty$. Dacă sarcina nu are o forță medie ($s_0(\xi_m) \equiv 0$), atunci se alege

$$\xi_r = \frac{1}{2}\xi_\infty . \tag{43}$$

Mai jos se considera această poziție de referință chiar și cînd forța medie a sarcinii este nenulă.

Pentru primul sistem (A), la valori alese (date) pentru ξ_0, ξ_m și α, se poate determina curba fluxului $\Psi_A(\theta)$ și apoi a forței $f_A(\theta)$ cu algoritmul dezvoltat în § 5 și cu relația (22). Se notează dependența funcțională de θ, ξ_0, ξ_m și α a acestei forțe sub forma

$$f_A = f(\theta, \xi_0, \xi_m, \alpha), \tag{44}$$

în care se are în vedere că expresia mișcării armăturii este

$$\xi = \frac{1}{2}\xi_\infty + \xi_0 + \xi_m \sin(\theta - \alpha). \tag{45}$$

Pentru al doilea sistem (B), forța se poate exprima prin aceeași funcțională cu semn schimbat:

$$f_B = -f(\theta, -\xi_0, \xi_m, \alpha), \tag{46}$$

dacă originea unghiurilor se consideră deplasată cu o semiperioadă (fără a modifica nici una dintre relații) și pentru ξ_0 se consideră valoarea cu semn schimbat.

Astfel se stabilesc ușor relațiile care dau valoarea medie, maximă și defazajul forței:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [f(\theta, \xi_0, \xi_m, \alpha) - f(\theta, -\xi_0, \xi_m, \alpha)]\,d\theta, \tag{47}$$

$$f_r = f_m \cos\beta = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} [f(\theta, \xi_0, \xi_m, \alpha) + f(\theta, -\xi_0, \xi_m, \alpha)]\sin(\theta - \alpha)\,d\theta \tag{48}$$

$$f_a = f_m \sin\beta = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} [f(\theta, \xi_0, \xi_m, \alpha) + f(\theta, -\xi_0, \xi_m, \alpha)]\cos(\theta - \alpha)\,d\theta. \tag{49}$$

La mișcare simetrică, cu $\xi_0 = 0$, volumul de calcule se înjumătățește și $f_0 = 0$.

Explicitarea valorii amplitudinii f_m și a defazajului β din relațiile (48) este o operație elementară:

$$f_m = \sqrt{f_a^2 + f_r^2}, \tag{50}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}[1 - \text{sign}\,(f_r)] + \text{arctg}\,\frac{f_a}{f_r}. \tag{51}$$

În acest fel se pot determina caracteristicile forței electromagnetice a motorului $f_0(\xi_0, \xi_m, \alpha)$, $f_m(\xi_0, \xi_m, \alpha)$ și $\beta(\xi_0, \xi_m, \alpha)$ sau $f_a(\xi_0, \xi_m, \alpha)$ și $f_r(\xi_0, \xi_m, \alpha)$.

Stabilirea unor expresii analitice pentru aceste caracteristici este posibilă numai în cazul-limită cînd $r \to 0$, iar funcția $\rho(\xi)$ se poate reduce la o linie frîntă (fig. B.1). În anexa *B* se indică expresiile deduse pentru oscilații de amplitudine mică, medie și foarte mare. Acestea pot servi pentru un studiu calitativ al regimurilor de funcționare.

La oscilații mici $\xi_m + |\xi_0| < 0{,}5$ (funcționare proporțională), forțele dezvoltate sînt mari, $f_m = 1$, și independente de amplitudinea mișcării în schimb puterile medii, $p = \frac{1}{2}\xi_m \cos\alpha$, sînt mici. La oscilații mari, $\xi_m \gg 1$ (funcționare extremală), forțele dezvoltate sînt mici, $f_m = \frac{2}{\pi\,\xi_m}$ și scad cu amplitudinea mișcării, în schimb puterile medii dezvoltate sînt mai mari, $p = \frac{1}{\pi}\cos\alpha$. De asemenea, în primul caz forțele și puterile dezvoltate nu sînt influențate de deplasarea ξ_0, pe cînd în al doilea caz forțele și puterile scad pe măsura creșterii deplasării ξ_0. Mai este de observat că în cele două cazuri defazajul β variază în funcție de α după aceeași lege: $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$ la oscilații mici și $\beta \approx \alpha + \frac{\pi}{2}$ la oscilații mari.

Considerînd și relațiile din anexa *B* pentru amplitudini mijlocii, se poate trage concluzia că pe măsura creșterii amplitudinii mișcării

scade capacitatea motorului de a dezvolta componente reactive ale forței electromagnetice. Această scădere poate fi compensată într-o anumită măsură prin deplasarea ξ_0.

În cazuri concrete, caracteristicile forței electromagnetice se pot deduce numai prin calcul numeric sau grafico-analitic. Calculul numeric este mai ușor abordabil cu ajutorul calculatoarelor electronice.

9. DETERMINAREA MIȘCĂRII ÎN SARCINĂ

La acționarea unei sarcini de caracteristică $s(\dot{\xi},\xi,\xi)$ cunoscută, mișcarea armăturii, caracterizată prin deplasarea ξ_0, amplitudinea ξ_m și faza α, trebuie să fie astfel încît componentele f_0, f_a și f_r ale forței dezvoltate de motor să echilibreze exact (în medie pe o perioadă) forțele rezistente ale sarcinii și sistemului oscilant s_0, s_a și $s_r + (\gamma - \delta)\xi_m$, conform relațiilor (37), (38) și (39). Considerarea simultană a tuturor acestor relații este esențială, întrucît, de exemplu, neglijarea deplasării ξ_0 poate duce la imposibilitatea îndeplinirii condiției de echilibru pentru componentele reactive ale forțelor la funcționarea cu amplitudini mari $\xi_m \gg 1$ (vezi relațiile din anexa *B*).

Îndeplinirea simultană a celor trei relații de echilibru nu este totdeauna posibilă, mai ales ca urmare a „nepotrivirii" componentelor reactive ale forțelor sau, ceea ce este același lucru, datorită neîndeplinirii condițiilor de rezonanță care sînt modificate prin intervenția componentelor reactive ale forțelor electromagnetice sau de sarcină. În asemenea condiții fie se reduce mult amplitudinea oscilației, întrucît la oscilații mici echilibrarea componentelor reactive este posibilă și prin modificarea fazei mișcării, fie apar fenomene de bătăi, amplitudinea oscilației modificîndu-se periodic. Pentru a evita asemenea fenomene supărătoare este necesară „adaptarea" motorului la sarcină, prin modificarea corespunzătoare a masei m a armăturii (presupunînd că arcul a fost bine ales).

Dacă motorul a fost acordat cu sarcina, astfel încît pe o sarcină dată să se obțină o amplitudine dorită a oscilației, la mici modificări ale caracteristicilor sarcinii motorul se autoadaptează prin modificarea deplasării ξ_0, a amplitudinii ξ_m și a fazei α a oscilației. Studiind forma caracteristicilor forței electromagnetice la deviații mici în jurul parametrilor normali ai mișcării și cunoscînd sensul și mărimea modificărilor caracteristicilor sarcinii, se poate în general determina o acordare optimă a motorului cu sarcina (modificînd eventual și tensiunea de alimentare), care să mențină în limite restrînse variația unor caracteristici funcționale prescrise (de exemplu coordonata punctului de terminare a cursei de compresie la compresoare). Aceste studii se pot efectua cu ajutorul algoritmului și al relațiilor date în această lucrare.

10. CONCLUZII

1. Cele două circuite electrice ale motorului electromagnetic lucrează independent și fiecare se poate reduce prin echivalare la forma serie din figura 4 *b*.

2. Curentul de magnetizare se poate considera ca suma unei componente neliniare și dependentă numai de flux cu o componentă proporțională cu fluxul și dependentă de poziția armăturii, adică o relație de forma (7) sau (11).

3. Variația în timp a fluxului și a forței se pot determina printr-un algoritm simplu pas cu pas, de forma (17) sau (18), dacă se precizează parametrii mișcării armăturii $\xi(\theta)$.

4. Forța electromagnetică dezvoltată de motor se exprimă prin relația simplă (22) (în unități relative), iar puterea electromagnetică prin relația (24). Valoarea absolută a puterii electromagnetice dezvoltate de un motor electromagnetic nu poate depăși valoarea puterii de referință (23) pentru fiecare sistem magnetic folosit.

5. Mișcarea armăturii motorului se poate considera sinusoidală, de forma (28). În ecuațiile de echilibru al mișcării armăturii trebuie considerate numai fundamentalele forțelor și valorile lor medii (31) — (33), (37) — (39).

6. Caracteristicile forțelor electromagnetice ale unui motor simetric cu armătura echilibrată în repaus la mijlocul distanței dintre cele două sisteme magnetice sînt date de relațiile (47) — (49). Pentru motoare cu parametri-limită s-au explicitat relații analitice în anexa *B*.

7. La amplitudine constantă a oscilației armăturii, componentele active și reactive ale forței electromagnetice variază aproximativ proporțional cu cosinusul, respectiv cu sinusul unghiului de defazaj α al mișcării în raport cu tensiunea de alimentare. La defazaj α constant, componenta reactivă a forței electromagnetice scade mult mai repede cu amplitudinea ξ_m a mișcării decît componenta activă, care variază aproximativ invers proporțional cu ξ_m.

8. Pentru a fi posibilă funcționarea stabilă în sarcină a motorului este necesară o acordare prealabilă (aducerea la rezonanță în sarcină). Există posibilitatea determinării unor relații de acordare care permit menținerea în limite restrînse a unor caracteristici la variația parametrilor sarcinii.

ANEXA A

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR DE AMPLITUDINE ȘI FAZĂ ALE SARCINII ÎN CÎTEVA CAZURI TIPICE

Se consideră cazul frecării uscate pure sau mixte cu frecare vîscoasă (fig. A. 1) și oscilația simetrică ($\xi_0 = 0$).

Pentru frecarea suprafețelor uscate, $s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi) = A_0 \operatorname{sign}(\dot{\xi})$ și rezultă $s_0 = 0$, $s_a = \frac{4}{\pi} A_0$, $s_r = 0$, deci

$$\xi_0 = 0\,; \quad \xi_m = \frac{\sqrt{f_m^2 - \left(\frac{4}{\pi} A_0\right)^2}}{|\gamma - \delta|}\,; \quad \beta = \frac{\pi}{2}[1 - \operatorname{sign}(\gamma - \delta)] + \operatorname{arctg} \frac{4A_0}{\pi \xi_m (\gamma - \delta)}.$$

La rezonanță ($\gamma = \delta$), mișcarea este instabilă dacă forța f_m este dată ($\xi_m \to \infty$); de asemenea, pentru $A_0 > \frac{\pi}{4} f_m$, mișcarea nu mai este posibilă ($\xi_m = 0$).

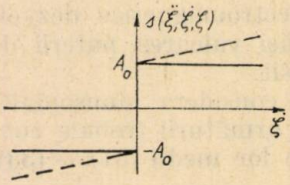


Fig. A. 1. — Caracteristica forței de frecare între suprafețe uscate (——) și combinată cu frecare viscoasă (— — — —).

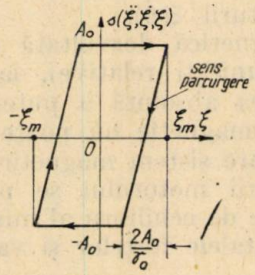


Fig. A. 2. — Caracteristica forței la antrenare printr-un arc a unui corp fără inerție cu frecare uscată.

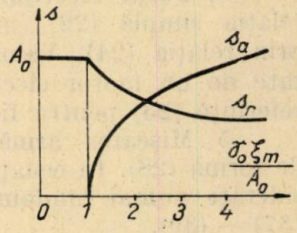


Fig. A.3. — Variația componentelor forței de sarcină pentru caracteristica din figura A. 2.

Pentru frecare mixtă (linie punctată în fig. A. 1), $s(\ddot{\xi}, \dot{\xi}, \xi) = A_0 \operatorname{sign}(\dot{\xi}) + \varepsilon\dot{\xi}$ și se obține $s_0 = s_r = 0$, iar apoi

$$\xi_m = \frac{-\frac{4}{\pi} A_0 \varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 f_m^2 + (\gamma - \delta)^2 \left[f_m^2 - \left(\frac{4}{\pi} A_0\right)^2\right]}}{\varepsilon^2 + (\gamma - \delta)^2},$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}[1 - \operatorname{sign}(\gamma - \delta)] + \operatorname{arctg} \frac{\frac{4}{\pi} A_0 + \varepsilon \xi_m}{(\gamma - \delta)\xi_m}.$$

În acest caz nu mai apare instabilitatea mișcării la forță dată f_m, dar se menține condiția $A_0 < \frac{\pi}{4} f_m$ pentru existența mișcării.

O caracteristică de frecare mai complexă se obține la antrenarea unui corp cu frecare, dar fără inerție, prin intermediul unui arc cu elasticitatea γ_0 (fig. A. 2).

Se deduc expresiile

$$s_0 = 0;$$

$$s_a = \frac{4}{\pi} A_0 \left(1 - \frac{A_0}{\gamma_0 \xi_m}\right),$$

$$s_r = \frac{\gamma_0 \xi_m}{2}\left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(1 - \frac{2A_0}{\gamma_0 \xi_m}\right)\right] - \frac{2A_0}{\pi}\left(1 - \frac{2A_0}{\gamma_0 \xi_m}\right)\sqrt{\frac{\gamma_0 \xi_m}{A_0} - 1},$$

valabile numai pentru $\gamma_0 \xi_m \geqslant A_0$. Se observă că, întrucît $s_r(\xi_m)$ este descrescătoare (vezi fig. A. 3), pot exista soluții duble pentru ξ_m dacă $\gamma \leqslant \delta$.

ANEXA B

CARACTERISTICILE FORŢELOR ELECTROMAGNETICE LA PARAMETRI-LIMITĂ

Se consideră cazul-limită cînd $r \to 0$, iar caracteristica $\rho(\xi)$ se reduce la o linie frîntă, ca în figura B. 1. Ca regimuri de funcţionare-limită se disting

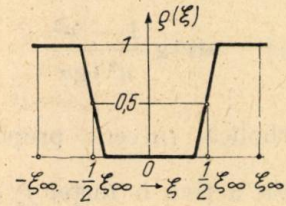


Fig. B.1. — Caracteristica idealizată a variaţiei reluctanţei.

— funcţionarea proporţională, cînd $\xi_m + |\xi_0| < 0{,}5$;
— funcţionarea extremală, cînd $\xi_m \gg 1$.

Funcţionarea proporţională este caracterizată prin $\frac{d\rho}{d\xi} = 1$ şi deci $f = -\Psi^2$. Se stabilesc uşor rezultatele:

$$f_0 = 0; \quad f_r = f_m \cos\beta = -\sin\alpha; \quad f_a = f_m \sin\beta = \cos\alpha,$$

adică

$$f_0 = 0; \quad f_m = 1 \text{ şi } \beta = \alpha + \frac{\pi}{2}.$$

Amplitudinea ξ_m şi deplasarea ξ_0 nu influenţează caracteristicile.

Funcţionarea extremală este caracterizată prin impulsuri de forţă de scurtă durată la trecerea armăturii mobile prin poziţia medie $\frac{1}{2}\xi_\infty$.

Aria unui asemenea impuls este

$$\int f\,d\theta = -\int \Psi^2 \frac{d\rho}{d\xi}\,d\theta = -\int \frac{\Psi^2}{\xi_m} \frac{d\rho}{\cos(\theta - \alpha)} = -\frac{\Psi^2}{\xi_m |\cos(\theta - \alpha)|},$$

întrucît se poate considera constant Ψ şi θ în timpul variaţiei lui ρ. Însumînd toate impulsurile, ponderate cu valorile funcţiilor corespunzătoare conform relaţiilor (47) — (49), se obţin rezultatele

$$f_0 = \frac{1}{\pi\xi_m} \frac{u}{\sqrt{1-u^2}} \sin\alpha,$$

$$f_r = f_m \cos\beta = -\frac{2}{\pi\xi_m} \frac{u^2}{\sqrt{1-u^2}} \sin\alpha,$$

$$f_a = f_m \sin\beta = \frac{2}{\pi\xi_m} \sqrt{1-u^2} \cos\alpha,$$

unde s-a notat cu u deplasarea relativă:

$$u = \frac{\xi_0}{\xi_m} = \frac{x_0}{x_m}.$$

Se mai deduc uşor relaţiile

$$f_m = \frac{2}{\pi \xi_m} \sqrt{\frac{u^4 + (1 - u^2 - u^4)\cos^2\alpha}{1 - u^2}},$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}[1 + \operatorname{sign}(\sin\alpha)] - \operatorname{arctg}\frac{1 - u^2}{u^2 \operatorname{tg}\alpha}.$$

Se remarcă dependenţa hiperbolică (invers proporţională) cu ξ_m a forţei.

La deplasări ξ_0 mici, componenta activă a forţei f_a este maximă, iar componenta reactivă este aproximativ nulă.

În acest caz,

$$f_m = \frac{2}{\pi \xi_m} \quad \text{şi} \quad \beta = \alpha + \frac{\pi}{2}.$$

Forţa activă este maximă la $\alpha = 0$.

Funcţionarea cu amplitudine medie ($\xi_m \geqslant 0{,}5 + |\xi_0|$) este caracterizată prin impulsuri de forţă de durată finită în intervalele $\{-\varepsilon_2 : \varepsilon_1\}$, $\{\pi - \varepsilon_1 : \pi + \varepsilon_2\}$ pentru un sistem (A) şi corespunzător în intervalele $\{-\varepsilon_1 : \varepsilon_2\}$, $\{\pi - \varepsilon_2 : \pi + \varepsilon_1\}$ (reduse la origini diferite) pentru celălalt sistem (B), unde

$$\sin\varepsilon_1 = \frac{-\xi_0 + 0{,}5}{\xi_m} \quad \text{şi} \quad \sin\varepsilon_2 = \frac{\xi_0 + 0{,}5}{\xi_m}.$$

În aceste intervale $\dfrac{d\rho}{d\xi} = 1$, iar în afara lor $\dfrac{d\rho}{d\xi} = 0$.

Efectuînd calculele, se obţin rezultatele

$$f_0 = \frac{1}{\pi}(\cos\varepsilon_1 - \cos\varepsilon_2)\sin\alpha,$$

$$f_r = -\frac{1}{\pi}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{1}{2}\sin 2\varepsilon_1 - \frac{1}{2}\sin 2\varepsilon_2\right)\sin\alpha,$$

$$f_a = \frac{1}{\pi}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \frac{1}{2}\sin 2\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\sin 2\varepsilon_2\right)\cos\alpha.$$

Aceste relaţii sînt mai greu interpretabile, însă arată calitativ aceeaşi dependenţă de diferitele mărimi ξ_0, ξ_m şi α ca în cazul funcţionării extremale.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinescu, M. Petcu, Gh. Dumitrescu, *Funcționarea optimală a oscilomotoarelor electromagnetice*, St. cerc. energ. electr., **15**, *3*, 629—641 (1965).
2. M. Marinescu, *Despre transformarea directă a forțelor electromagnetice pulsatorii în forțe alternative. Perspectivele dezvoltării motoarelor liniare de tip electromagnetic*, St. cerc. energ. electr., **15**, *1*, 63—72 (1965).
3. — *Acționarea compresoarelor cu „oscilomotor de tip parametric". Metodică de calcul*, St. cerc. electr. energ., **16**, *3*, 583—601 (1966).
4. — *Sur le réglage automatique de la charge à l'entrainement par moteur électrique linéaire d'un compresseur à piston à double effet*, Revue roum. sci. techn. électr. énerg., **12**, *4*, 563—569 (1967).
5. C. V. Bălă, *Vorausbestimmung von Belastungskennlinien elektromagnetischer Schwingmotoren*. Revue roum. sci. techn. électrot. énerg., **12**, *1*, 55—73 (1967).

APLICAREA TEORIEI GRAFULUI LA STUDIUL REȚELELOR TRIFAZATE NESIMETRICE

DE

E. POTOLEA

538.552.9 : 518.12

Se aplică metoda componentelor simetrice și teoria grafului la studiul rețelelor trifazate în care intervin nesimetrii de impedanțe și de admitanțe. Nesimetriile se iau în considerație cu ajutorul a două categorii de matrice: matricele $[\underline{Z}_\ell]$, $[\underline{Y}_\ell]$, care conțin caracteristicile de material, și matricele $[\underline{L}]$, $[\underline{T}]$, care conțin informațiile cu privire la locurile nesimetriilor din laturi și de la noduri. Ecuațiile de funcționare ale rețelei cu nesimetrii se rezolvă cu ajutorul unei metode directe, care necesită inversarea unor matrice simetrice și a unei matrice nesimetrice cu ordinul determinat de numărul nesimetriilor.

Regimul nesimetric ale rețelelor electrice trifazate, numite rețele electroenergetice, se studiază în literatura de specialitate cu ajutorul unor scheme echivalente, construite pentru diferite sisteme de componente. Se pornește de la schemele echivalente din sistemul de componente al fazelor (a, b, c) și se obțin schemele rețelelor fictive (d, i, h sau d, q, 0 sau α, β, 0), care conțin cuplaje electrice și magnetice corespunzătoare diferitelor nesimetrii din rețeaua trifazată.

Construirea schemelor echivalente este o primă etapă în studiul regimurilor nesimetrice și trebuie precizat că nu este etapa cea mai dificilă. Dificultățile încep în momentul cînd se trece la scrierea și la rezolvarea ecuațiilor Kirchhoff pentru schema echivalentă a regimului nesimetric. Dacă rețeaua electroenergetică este complexă și dacă în schema echivalentă intervin cîteva cuplaje electrice sau magnetice (prin transformatoare rotitoare), este necesară o atenție deosebită la scrierea și la rezolvarea ecuațiilor. Totodată, ecuațiile obținute și soluțiile lor sînt aplicabile numai pentru cazurile concrete care s-au luat în considerație la construirea schemei echivalente.

În cele ce urmează se expune o metodă originală pentru studiul rețelelor trifazate nesimetrice fără a face apel la schemele echivalente cu cuplaje electrice și magnetice. În această metodă se scriu direct ecuațiile de funcționare, care se rezolvă apoi pe căile cele mai simple, evitînd inversarea unor matrice nesimetrice de ordin superior.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 1, p. 337—356, 1969

Lucrările de specialitate publicate în țara noastră [1] — [3] nu abordează problema calculului regimurilor nesimetrice sub forma prezentată în acest articol.

1. ELEMENTE SIMETRICE ȘI ELEMENTE NESIMETRICE

Rețeaua electroenergetică este constituită din elemente trifazate (generatoare, receptoare, linii, transformatoare), conectate între ele conform unei scheme de conexiuni. Conexiunile dintre elementele trifazate sînt identice pe cele trei faze și de aceea schema de conexiuni poate fi prezentată sub formă monofilară. Laturile și nodurile din schema monofilară corespund unor elemente trifazate, care vor fi numite laturi trifazate și noduri trifazate.

Elementele trifazate ale rețelei electromagnetice pot fi studiate la început în mod independent, deoarece între ele nu acționează cuplaje magnetice și electrice. Cuplajele magnetice acționează numai în interiorul laturilor trifazate, iar cuplajele electrice acționează numai în interiorul nodurilor trifazate.

În figura 1 sînt reprezentate schemele echivalente ale elementelor trifazate, care se împart în două categorii : scheme echivalente pentru laturi trifazate și scheme echivalente pentru noduri trifazate. Cu ajutorul

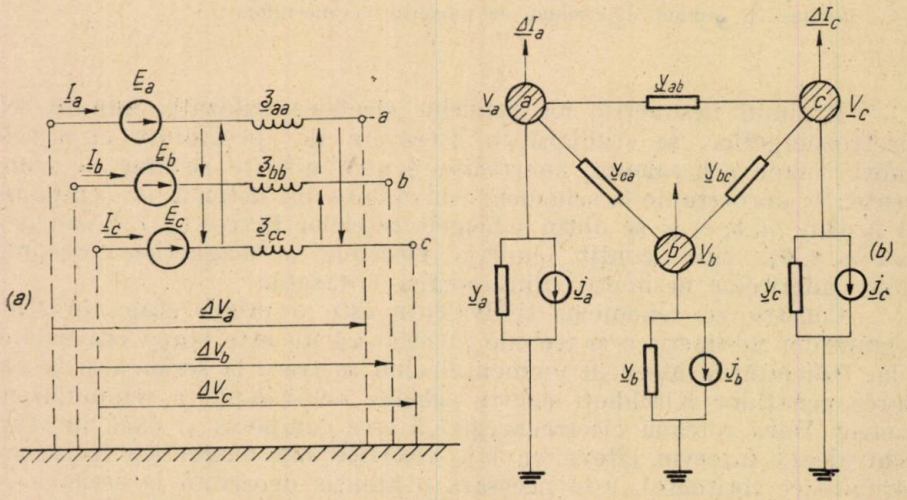


Fig. 1. — Schemele echivalente ale elementelor trifazate : *a* — schema unei laturi trifazate ; *b* — schema unui nod trifazat.

schemei echivalente a laturii se studiază cuplajele magnetice dintre circuitele fazelor, iar cu ajutorul schemei echivalente a nodului se studiază cuplajele electrice dintre conductoarele fazelor.

La studiul cuplajelor magnetice se consideră că latura trifazată este constituită din trei conductoare (*a*, *b*, *c*), care formează circuite monofazate împreună cu un conductor comun de întoarcere, pămîntul. Dacă latura trifazată corespunde unui generator, se introduc tensiuni

electromotoare în circuitele fazelor și se obține astfel schema echivalentă a unei laturi trifazate active (fig. 1 *a*).

La studiul cuplajelor electrice se consideră că nodul trifazat este constituit din trei conductoare (*a*, *b*, *c*) situate în prezența pământului. Capacitățile proprii și mutuale ale nodului (capacități față de pământ și între faze) sînt determinate de capacitățile liniilor trifazate. Capacitățile uniform distribuite ale liniilor se concentrează la extremități, unde se formează nodurile trifazate ale rețelei. Dacă la nodul studiat este conectat un receptor, acesta se ia în considerație prin admitanțe suplimentare sau prin receptoare de curent pe cele trei faze. Se obține astfel schema echivalentă a unui nod trifazat cu receptoare de curent, care va fi numit nod trifazat activ (fig. 1 *b*).

Ecuațiile de funcționare ale elementelor trifazate se scriu întîi în componentele fazelor (*a*, *b*, *c*) și apoi se transformă în metoda componentelor simetrice : de succesiune directă (*d*), de succesiune inversă (*i*) și de succesiune homopolară (*h*).

Se notează cu $[\underline{\phi}_f]$ matricea componentelor din sistemul *a*, *b*, *c* și cu $[\underline{\phi}_s]$ matricea componentelor din sistemul *d*, *i*, *h* :

$$[\underline{\phi}_f] = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_a \\ \underline{\phi}_b \\ \underline{\phi}_c \end{bmatrix}; \quad [\underline{\phi}_s] = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_d \\ \underline{\phi}_i \\ \underline{\phi}_h \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Componentele *d*, *i*, *h* se exprimă în funcție de componentele *a*, *b*, *c* și reciproc cu ajutorul relațiilor

$$\begin{aligned} [\underline{\phi}_s] &= [\underline{c}_s][\underline{\phi}_f], \\ [\underline{\phi}_f] &= [\underline{c}_s]_i^*[\underline{\phi}_s], \end{aligned} \tag{2}$$

în care $[\underline{c}_s]$ este matricea normată

$$[\underline{c}_s] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline d & 1 & a & a^2 \\ i & 1 & a^2 & a \\ h & 1 & 1 & 1 \end{array}; \quad a = \exp.\left(\mathrm{j}\frac{2\pi}{3}\right).$$

Se consideră schemele echivalente din figura 1 și se scriu ecuațiile de funcționare în sistemul *a*, *b*, *c* :

$$\begin{aligned} [\underline{z}'_f]\,[\underline{I}_f] - [\underline{\Delta V}_f] &= [\underline{E}_f], \\ [\underline{y}'_f]\,[\underline{V}_f] + [\underline{\Delta I}_f] &= -[\underline{J}_f], \end{aligned} \tag{3}$$

unde

$$[\underline{z}'_f] = \begin{array}{c|c|c|c} & a & b & c \\ \hline a & \underline{z}_{aa} & \underline{z}_{ab} & \underline{z}_{ac} \\ \hline b & \underline{z}_{ca} & \underline{z}_{bb} & \underline{z}_{cc} \\ \hline c & \underline{z}_{ca} & \underline{z}_{cb} & \underline{z}_{cc} \end{array};$$

$$[\underline{y}'_f] = \begin{array}{c|c|c|c} & a & b & c \\ \hline a & \underline{y}_a + \underline{y}_{ab} + \underline{y}_{ca} & -\underline{y}_{ab} & -\underline{y}_{ca} \\ \hline b & -\underline{y}_{ab} & \underline{y}_b + \underline{y}_{bc} + \underline{y}_{ab} & -\underline{y}_{bc} \\ \hline c & -\underline{y}_{ca} & -\underline{y}_{bc} & \underline{y}_c + \underline{y}_{bc} + \underline{y}_{ca} \end{array}.$$

Schema echivalentă a unei laturi trifazate nesimetrice se descompune în două scheme conectate în serie, iar schema echivalentă a unui nod trifazat nesimetric se descompune în două scheme conectate în paralel. Primele scheme corespund elementelor simetrice, iar ultimele elementelor nesimetrice. Corespunzător cu descompunerea în elemente simetrice și nesimetrice se scriu matricele $[\underline{z}'_f]$, $[\underline{y}'_f]$ sub forma

$$[\underline{z}'_f] = [\underline{z}_f] + [\Delta\underline{z}_f], \qquad [\underline{y}'_f] = [\underline{y}_f] + [\Delta\underline{y}_f]. \tag{4}$$

Matricea $[\underline{z}_f]$ pentru laturile active simetrice are impedanțele proprii egale între ele și prezintă o simetrie ciclică, deoarece impedanțele mutuale în sensul a, b, c sînt egale între ele, la fel ca impedanțele mutuale în sensul c, b, a.

Matricea $[\underline{y}_f]$ pentru nodurile active simetrice are admitanțele proprii egale între ele și admitanțele mutuale egale între ele.

Matricea $[\Delta\underline{z}_f]$ pentru un element activ nesimetric este în general nesimetrică, dat fiind că impedanțele mutuale nu satisfac condițiile de reciprocitate. Matricea $[\Delta\underline{z}_f]$ pentru un element pasiv nesimetric este întotdeauna simetrică, deoarece impedanțele mutuale satisfac condițiile de reciprocitate $\underline{z}_{ab} = \underline{z}_{ba}$; $\underline{z}_{bc} = \underline{z}_{cb}$; $\underline{z}_{cz} = \underline{z}_{ac}$. Matricea $[\Delta\underline{y}_f]$ pentru un element nesimetric activ sau pasiv este întotdeauna simetrică, deoarece admitanțele mutuale satisfac condițiile de reciprocitate $\underline{y}_{ab} = \underline{y}_{ba}$; $\underline{y}_{bc} = \underline{y}_{cb}$; $\underline{y}_{ca} = \underline{y}_{ac}$.

Ecuațiile (3) se înmulțesc la stînga cu $[\underline{c}_s]$ și apoi se introduc relațiile (2), scrise pentru matricele coloane din (3). Se obțin astfel ecuațiile de funcționare în metoda componentelor simetrice:

$$[\underline{z}'_s]\,[\underline{I}_s] - [\Delta\underline{V}_s] = [\underline{E}_s], \qquad [\underline{y}'_s]\,[\underline{V}_s] + [\Delta\underline{I}_s] = -[\underline{J}_s], \tag{5}$$

în care

$$[\underline{z}'_s] = [\underline{z}_s] + [\underline{c}_s]\,[\Delta\underline{z}_f]\,[\underline{c}_s]^*, \qquad [\underline{y}'_s] = [\underline{y}_s] + [\underline{c}_s][\Delta\underline{y}_f]\,[\underline{c}_s]^*_t. \tag{6}$$

Matricele $[\underline{z}_s]$, $[\underline{y}_s]$ ale elementelor simetrice se obțin diagonale. Schemele echivalente din figura 1 se transformă în schemele echivalente din figura 2.

Laturile d, i, h din schema $2a$ vor fi considerate împreună și vor fi numite laturi triple. Nodurile d, i, h din schema $2\,b$ vor fi considerate împreună și vor fi numite noduri triple.

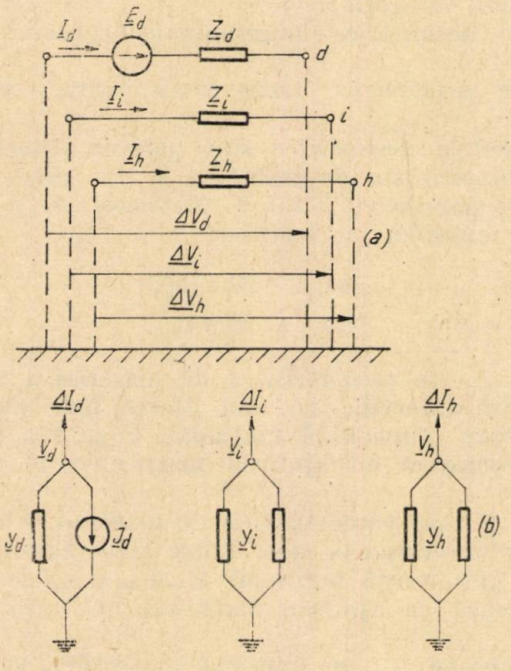


Fig. 2. — Schemele echivalente ale elementelor triple : a — schema unei laturi triple ; b — schema unui nod triplu.

Într-o latură triplă corespunzătoare unei laturi trifazate simetrice intervine o singură tensiune electromotoare $\underline{E}_d$, numită tensiune electromotoare de succesiune directă. La un nod triplu, corespunzător unui nod trifazat simetric, intervine un singur receptor de curent $\underline{J}_d$, numit receptor de curent de succesiune directă. În rețelele i și h, receptorul de la nodul studiat se ia în considerație prin admitanțe constante, care se includ în admitanțele $\underline{y}_i$ și $\underline{y}_h$ ale nodurilor i și h. În aceste condiții, matricele $[\underline{E}_s]$, $[\underline{J}_s]$ din (5) sînt

$$[\underline{E}_s] = \begin{vmatrix} \underline{E}_d & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}; \qquad [\underline{J}_s] = \begin{vmatrix} \underline{J}_d & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}. \tag{7}$$

Matricele $[\underline{z}_s]$, $[\underline{y}_s]$ ale elementelor simetrice sînt nesingulare și de aceea elementele simetrice pot fi caracterizate și prin matricele $[\underline{z}_s]^{-1}$ $[\underline{y}_s]^{-1}$.

Matricele $[\Delta\underline{z}_s]$, $[\Delta\underline{y}_s]$ ale elementelor nesimetrice pot fi singulare și de aceea elementele nesimetrice nu pot fi caracterizate prin matricele $[\Delta\underline{z}_s]^{-1}$, $[\Delta\underline{y}_s]^{-1}$ sau $[\Delta\underline{z}_f]^{-1}$, $[\Delta\underline{y}_f]^{-1}$. Se impune împărțirea elementelor nesimetrice în două categorii:

— elemente nesimetrice longitudinale, caracterizate prin matricele $[\Delta\underline{z}_f]$;

— elemente nesimetrice transversale, caracterizate prin matricele $[\Delta\underline{y}_f]$.

Dacă elementele nesimetrice sînt pasive, atunci ele se pot descompune în nesimetrii simple (tabela 1 și 2), care sînt caracterizate de cîte un singur parametru $\underline{z}$ sau $\underline{y}$. Matricele $[\Delta\underline{z}_f]$, $[\Delta\underline{y}_f]$ ale nesimetriilor simple se exprimă cu relațiile

$$\begin{aligned}[\Delta\underline{z}_f] &= [l]\,\underline{z}\,[l]_t,\\ [\Delta\underline{y}_f] &= [t]\,\underline{y}\,[t]_t.\end{aligned} \tag{8}$$

Impedanța $\underline{z}$ este caracteristica de material a nesimetriei simple longitudinale, care intervine pe una dintre faze (impedanță proprie) sau între două faze (impedanță mutuală). Faza sau fazele afectate de nesimetrie se precizează cu ajutorul matricelor de corespondență $[l]$ din tabela 1.

Admitanța $\underline{y}$ este caracteristica de material a nesimetriei simple transversale, care intervine pe una dintre faze (admitanță proprie) sau între două faze (admitanță mutuală). Faza sau fazele afectate de nesimetrie se precizează cu ajutorul matricelor de corespondență $[t]$ din tabela 2.

Aplicînd relațiile (6), se exprimă matricele $[\Delta\underline{z}_s]$, $[\Delta\underline{y}_s]$ ale nesimetriilor simple:

$$\begin{aligned}[\Delta\underline{z}_s] &= [\underline{l}]\,\underline{z}\,[\underline{l}]_t^*,\\ [\Delta\underline{y}_s] &= [\underline{t}]\,\underline{y}\,[\underline{t}]_t^*,\end{aligned} \tag{9}$$

unde

$$\begin{aligned}[\underline{l}] &= [\underline{c}_s]\,[l],\\ [\underline{t}] &= [\underline{c}_s]\,[t].\end{aligned} \tag{10}$$

Matricele $[\underline{l}]$, $[\underline{t}]$, definite de (10), se numesc matrice operatorice de corespondență a nesimetriilor simple (tabelele 1 și 2).

Se pot scrie relații de forma (9), aplicabile atît pentru nesimetriile simple, cît și pentru cele multiple:

$$\begin{aligned}[\Delta\underline{z}_s] &= [\underline{l}_k]\,[\underline{z}_k]\,[\underline{l}_k]_t^*,\\ [\Delta\underline{y}_s] &= [\underline{t}_k]\,[\underline{y}_k]\,[\underline{t}_k]_t^*.\end{aligned} \tag{11}$$

Matricele afectate de indicele k din (11) se înlocuiesc cu $[\underline{l}]$, $[\underline{t}]$ și $\underline{z}$, $\underline{y}$ pentru nesimetriile simple sau cu $[\underline{c}_s]$ și $[\Delta\underline{z}_f]$, $[\Delta\underline{y}_f]$ pentru nesimetriile multiple.

TABELA 1

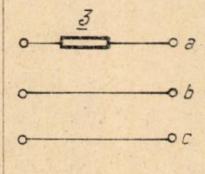
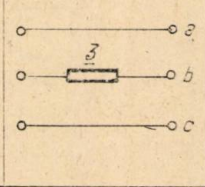
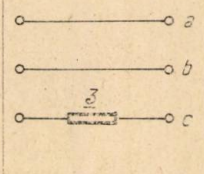
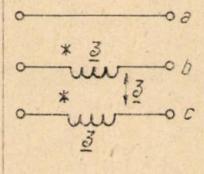
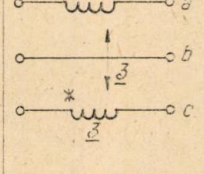
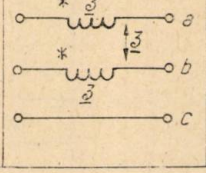
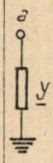
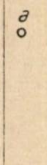
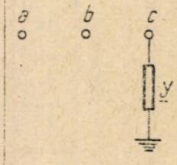
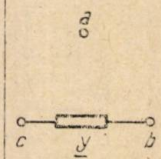
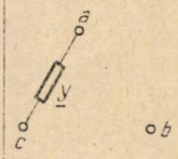
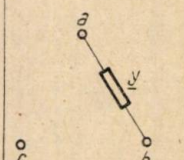
	Schema a, b, c	$[\underline{\Delta Z_f}]$	$[l]$	$[\underline{L}]$
1		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{Z} & & \\ b & & & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & 1 \\ b & \\ c & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & 1 & d \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & 1 & i \\ \hline & 1 & h \end{array}$
2		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & \underline{Z} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & \\ b & 1 \\ c & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & a & d \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & a^2 & i \\ \hline & 1 & h \end{array}$
3		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & & \\ c & & & \underline{Z} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & a^2 & d \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & a & i \\ \hline & 1 & h \end{array}$
4		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & \underline{Z} & \underline{Z} \\ c & & \underline{Z} & \underline{Z} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & \\ b & 1 \\ c & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & -1 & d \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & -1 & i \\ \hline & 2 & h \end{array}$
5		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{Z} & & \underline{Z} \\ b & & & \\ c & \underline{Z} & & \underline{Z} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & 1 \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & -a & d \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & -a^2 & i \\ \hline & 2 & h \end{array}$
6		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{Z} & \underline{Z} & \\ b & \underline{Z} & \underline{Z} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & 1 \\ b & 1 \\ c & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & -a^2 & d \\ \hline \frac{1}{\sqrt{3}} & -a & i \\ \hline & 2 & h \end{array}$

TABELA 2

	Schema a, b, c	$[\Delta Y_f]$	$[t]$	$[\underline{t}]$
1		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ a & \underline{y} & & \\ b & & & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & 1 \\ b & \\ c & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & 1 & d \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 1 & i \\ & 1 & h \end{array}$
2		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ a & & & \\ b & & \underline{y} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & \\ b & 1 \\ c & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & a & d \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & a^2 & i \\ & 1 & h \end{array}$
3		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ a & & & \\ b & & & \\ c & & & \underline{y} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & a^2 & d \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & a & i \\ & 1 & h \end{array}$
4		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ a & & & \\ b & & \underline{y} & -\underline{y} \\ c & & -\underline{y} & \underline{y} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & \\ b & 1 \\ c & -1 \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & 1 & d \\ j & -1 & i \\ & & h \end{array}$
5		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ a & \underline{y} & & -\underline{y} \\ b & & & \\ c & -\underline{y} & & \underline{y} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & -1 \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & a & d \\ j & -a^2 & i \\ & & h \end{array}$
6		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ a & \underline{y} & -\underline{y} & \\ b & -\underline{y} & \underline{y} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} a & 1 \\ b & -1 \\ c & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c\|c} & a^2 & d \\ j & -a & i \\ & & h \end{array}$

Dacă în rețea intervin laturi nesimetrice active, acestea se caracterizează prin matricele $[\Delta \underline{z}_l]$, care sînt nesingulare și deci nesimetriile se pot considera multiple.

2. CARACTERISTICILE REȚELEI TRIFAZATE

Se consideră schema monofilară din figura 3 și se notează cu m numărul laturilor și cu n numărul nodurilor, numerotate de 1 la n. Elementele nesimetrice de impedanțe, care intervin în laturi, se numerotează de la 1 la l, iar elementele nesimetrice de admitanțe, care intervin la noduri, se numerotează de la 1 la t.

Dacă o nesimetrie de admitanțe intervine pe una dintre laturile schemei monofilare, atunci la locul nesimetriei se consideră un nod al rețelei trifazate. Dacă o nesimetrie de impedanțe intervine în circuitul unui receptor, atunci acesta se ia în considerație ca o latură a rețelei trifazate. Celelalte receptoare la care nu intervin nesimetrii de impedanțe se iau în considerație în caracteristicile de material ale nodurilor.

Ținînd seama de locurile elementelor nesimetrice, dar fără a introduce aceste elemente în rețea, se construiesc schemele echivalente ale rețelelor fictive (d, i, h) din metoda componentelor simetrice (fig. 4).

Între rețelele fictive nu există cuplaje magnetice sau electrice, însă aceste rețele au un nod comun, pămîntul, față de care s-au definit atît potențialele $\underline{V}_f$ din sistemul a, b, c, cît și potențialele $\underline{V}_s$ din sistemul d, i, h.

În figura 4 s-au reprezentat schemele echivalente ale laturilor triple, conectate la noduri triple, la care se injectează curenții $\underline{I}_j$. Curenții $\underline{I}_j$, injectați la nodurile triple din figura 4, corespund cu curenții $\Delta \underline{I}_j$ ejectați în schemele echivalente ale nodurilor triple din figura 2 b. Admitanțele din schemele echivalente ale nodurilor triple se determină ținînd seama de toate admitanțele care intervin la noduri : admitanțele corespunzătoare capacităților liniilor, admitanțele corespunzătoare curenților de mers în gol ai transformatoarelor și admitanțele corespunzătoare receptoarelor pasive.

Grafele schemelor din figura 4 sînt identice pentru rețelele directă și inversă, în timp ce graful schemei homopolare diferă de celelalte două din următoarele cauze :

— generatoarele și receptoarele au neutrele izolate și de aceea nu este posibilă circulația curenților homopolari în laturile corespunzătoare. Aceste laturi pot fi eliminate din graful homopolar sau pot fi reprezentate prin laturi deschise ;

— prezența transformatoarelor cu conexiuni, care nu permit trecerea curenților homopolari, impune deschiderea unor laturi longitudinale din rețeaua homopolară. Așa este cazul cu latura L_{14} din rețeaua homopolară, care corespunde transformatorului T_1 cu conexiunea triunghi-stea cu neutrul izolat ;

— prezența unor legături pe neutrele transformatoarelor are ca efect șuntarea unor laturi în rețeaua homopolară. Așa se întîmplă cu laturile L_{23} și L_{56}, care se șuntează la pămînt fie direct, fie printr-o impe-

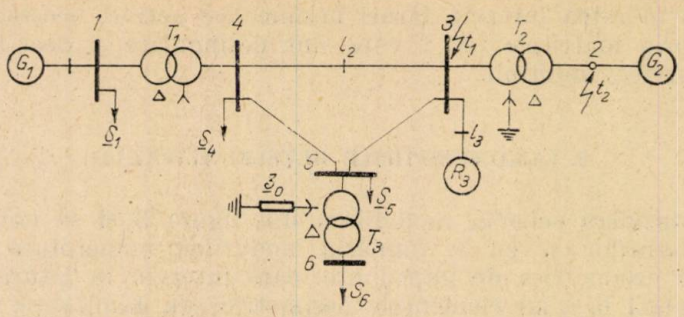


Fig. 3. — Schema monofilară a unei rețele electroenergetice.

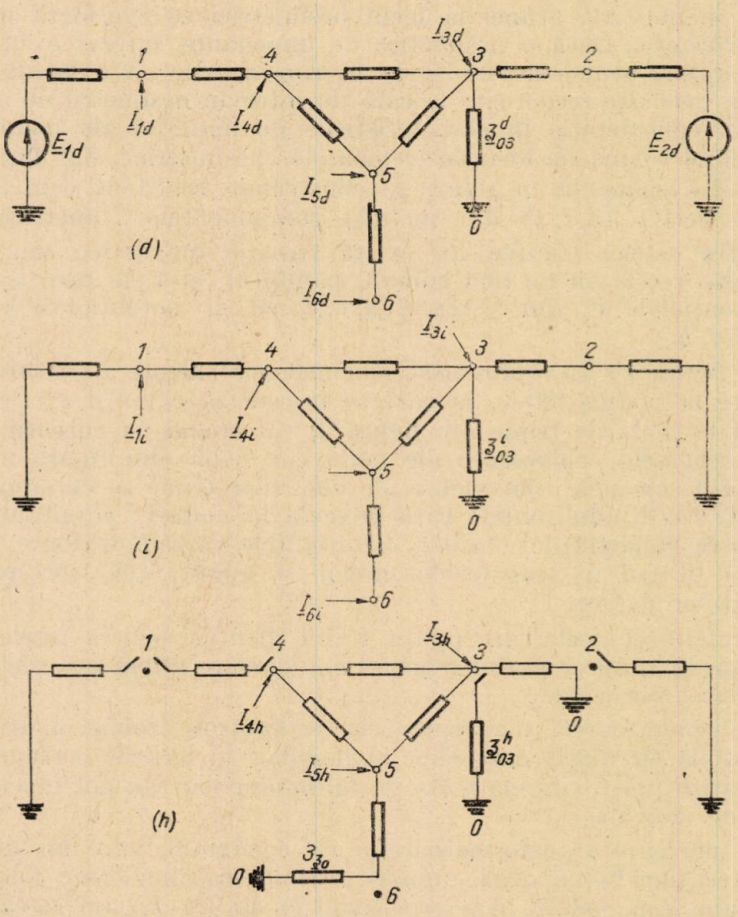


Fig. 4. — Schemele echivalente ale rețelelor fictive din metoda componentelor simetrice: *d* — schema rețelei directe; *i* — schema rețelei inverse; *h* — schema rețelei homopolare.

danță. Deși laturile șuntate capătă caracterul unor laturi transversale (L_{30}, L_{50}), impedanțele homopolare se notează cu $\underline{z}^h_{23}$, $\underline{z}^h_{56}$ și corespund laturilor triple L_{23}, L_{56}.

Ca urmare a deschiderii și șuntării unor laturi, apar în schema homopolară noduri izolate. Laturile deschise (L_{01}, L_{14}, L_{02}) și nodurile izolate (*1*, *2*, *6*) pot fi eliminate din graful homopolar sau pot fi reprezentate ca în figura 4, pentru a păstra analogia cu grafele rețelelor directă și inversă.

Cele trei grafe ale rețelelor fictive au un nod comun și de aceea ele pot fi considerate subgrafe ale unui graf general cu nodul de referință în 0. Matricea de incidență a laturilor cu nodurile din graful general va fi numită caracteristica topologică a rețelelor fictive:

$[A]$

	01	02	23	34	45	56	03	14	35
1	-1^2							1^2	
2		-1^2	1^2						
3			-1^3	1^3			-1^2		1^3
4				-1^3	1^3			-1^2	
5					-1^3	1^3			-1^3
6						-1^2			

Matricea de incidență $[A]$ este constituită din submatrice de ordinul trei 1^3 și 1^2, care conțin rînduri și coloane corespunzătoare nodurilor și laturilor din cele trei rețele fictive (d, i, h):

$1^3 =$

	d	i	h
d	1		
i		1	
h			1

; $1^2 =$

	d	i	h
d	1		
i		1	
h			

.

Submatricea 1^3 se utilizează pentru laturile și nodurile incidente în cele trei rețele d, i, h, iar submatricele 1^2 pentru laturile și nodurile incidente numai în rețelele directă și inversă. Incidența latură-nod, caracterizată de o submatrice 1^2, va fi numită incidență incompletă.

Ținînd seama de ordinea laturilor și a nodurilor din matricea $[A]$, se formează matricele cu caracteristici de material ale elementelor simetrice $[\underline{Z}_m]$, $[\underline{E}_m]$ pentru laturi și $[\underline{Y}_n]$, $[\underline{J}_n]$ pentru noduri.

Matricea-diagonală $[\underline{Z}_m]$ este constituită din submatricele $[\underline{z}_s]$, așezate pe diagonală, iar matricea-coloană $[\underline{E}_m]$ este constituită din

submatricele $[\underline{E}_s]$, aşezate pe coloană. Matricea-diagonală $[\underline{Y}_n]$ este constituită din submatricele $[\underline{y}_s]$, aşezate pe diagonală, iar matricea $[\underline{J}_n]$ este constituită din submatricele $[\underline{J}_s]$, aşezate pe coloană.

Ţinînd seama de numerotarea elementelor nesimetrice trifazate, se formează matricele caracteristice $[\Delta\underline{Z}_l]$, $[\Delta\underline{Y}_t]$ ale elementelor nesimetrice.

Matricea $[\Delta\underline{Z}_l]$ este constituită din submatricele $[\Delta\underline{z}_s]$ din (11), aşezate pe diagonală, iar matricea $[\Delta\underline{Y}_t]$ este constituită din submatricele $[\Delta\underline{y}_s]$ din (11), aşezate pe diagonală. Matricele $[\Delta\underline{Z}_l]$, $[\Delta\underline{Y}_t]$ se pot exprima cu relaţiile

$$\begin{aligned}[\Delta\underline{Z}_l] &= [\underline{L}]\,[\underline{Z}_l]\,[\underline{L}]_t^*,\\ [\Delta\underline{Y}_t] &= [\underline{T}]\,[\underline{Y}_t]\,[\underline{T}]_t^*,\end{aligned} \tag{12}$$

în care

$[\underline{Z}_l]$ este matricea cu caracteristicile de material ale nesimetriilor de impedanţe (simple sau multiple),

$[\underline{Y}_t]$ — matricea cu caracteristicile de material ale nesimetriilor de admitanţe (simple sau multiple),

$[\underline{L}]$ — matricea operatorică de corespondenţă a nesimetriilor de impedanţe,

$[\underline{T}]$ — matricea operatorică de corespondenţă a nesimetriilor de admitanţe.

Matricea $[\underline{Z}_l]$ se formează aşezînd pe diagonală submatricele $[\underline{z}_k]$ din (11), iar matricea $[\underline{L}]$ se formează aşezînd pe diagonală submatricele $[\underline{l}_k]$ din (11).

Matricea $[\underline{Y}_t]$ se formează aşezînd pe diagonală submatricele $[\underline{y}_k]$ din (11), iar matricea $[\underline{T}]$ se formează aşezînd pe diagonală submatricele $[\underline{t}_k]$ din (11).

Matricele $[\Delta\underline{z}'_s]$ din (6) se aşază pe diagonala matricei $[\underline{Z}'_m]$ iar matricele $[\underline{y}'_s]$ din (6) se aşază pe diagonala matricei $[\underline{Y}'_n]$. Matricele $[\underline{Z}'_m]$, $[\underline{Y}'_n]$ ale laturilor şi nodurilor din reţeaua cu nesimetrii se exprimă cu relaţiile

$$\begin{aligned}[\underline{Z}'_m] &= [\underline{Z}_m] + [L]\,[\Delta\underline{Z}_l]\,[L]_t,\\ [\underline{Y}'_n] &= [\underline{Y}_n] + [T]\,[\Delta\underline{Y}_t]\,[T]_t,\end{aligned} \tag{13}$$

în care

$[L]$ este matricea de corespondenţă a laturilor cu nesimetrii,

$[T]$ — matricea de corespondenţă a nodurilor cu nesimetrii.

Matricea $[L]$ are rîndurile aranjate în ordinea laturilor triple ale reţelei (ordinea coloanelor din matricea $[A]$), iar coloanele în ordinea laturilor triple cu nesimetrii. Căsuţele triple ale matricei se completează cu submatricele 1^3 dacă laturile notate pe rînduri corespund cu laturile cotate pe coloane.

Matricea $[T]$ are rîndurile aranjate în ordinea nodurilor triple ale reţelei (ordinea rîndurilor din matricea $[A]$), iar coloanele în ordinea nodurilor triple cu nesimetrii. Căsuţele triple ale matricei se completează cu 1^3 dacă nodurile notate pe rînduri corespund cu nodurile notate pe coloane.

Matricele $[\underline{Z}'_m]$, $[\underline{E}_m]$ sînt caracteristicile de material ale laturilor din rețeaua cu nesimetrii, iar matricele $[\underline{Y}'_n]$, $[\underline{J}_n]$ sînt caracteristicile de material ale nodurilor din rețeaua cu nesimetrii.

3. ECUAȚIILE DE FUNCȚIONARE

Ecuațiile de funcționare ale rețelei se împart în două categorii [4]: *ecuații de material*, care se scriu cu ajutorul caracteristicilor de material ale laturilor și nodurilor, și *ecuații topologice*, care se scriu cu ajutorul caracteristicii topologice $[\underline{A}]$.

Ecuațiile de material ale rețelei sînt ecuațiile de funcționare (5) ale laturilor și nodurilor, concentrate în ecuațiile matriceale

$$\begin{aligned} [\underline{Z}'_m][\underline{I}_m] - [\underline{V}_m] &= [\underline{E}_m], \\ [\underline{Y}'_n][\underline{V}_n] + [\underline{I}_n] &= -[\underline{J}_n]. \end{aligned} \tag{14}$$

Ecuațiile topologice ale rețelei exprimă relațiile dintre mărimile de stare electrică ale laturilor și nodurilor:

$$\begin{aligned} [\underline{A}][\underline{I}_m] &= [\underline{I}_n], \\ [\underline{A}]_t[\underline{V}_n] &= [\underline{V}_m]. \end{aligned} \tag{15}$$

Matricele de stare electrică ale laturilor $[\underline{I}_m]$, $[\underline{V}_m]$ și nodurilor $[\underline{I}_n]$, $[\underline{V}_n]$ sînt constituite din submatricele de ordinul trei $[\underline{I}_s]$, $[\Delta\underline{V}_s]$ și $[\Delta\underline{I}_s]$, $[\underline{V}_s]$ din ecuațiile (5). Matricele de stare electrică sînt necunoscutele sistemului de ecuații format din ecuațiile (14) și (15). Pentru a rezolva sistemul de ecuații în raport cu matricele de stare electrică, se elimină mai întîi $[\underline{V}_m]$ și $[\underline{I}_n]$, introducînd ecuațiile topologice în ecuațiile de material:

$$\begin{aligned} [\underline{Z}'_m][\underline{I}_m] - [\underline{A}]_t[\underline{V}_n] &= [\underline{E}_m], \\ [\underline{A}][\underline{I}_m] + [\underline{Y}'_m][\underline{V}_n] &= -[\underline{J}_n]. \end{aligned} \tag{16}$$

Matricea pătrată a sistemului (16) se notează cu $[\underline{M}']$, iar inversa ei $[\underline{M}']^{-1}$ se notează cu $[\underline{P}']$:

$$[\underline{M}'] = \begin{array}{c|c|c} & m & n \\ \hline m & [\underline{Z}'_m] & -[\underline{A}]_t \\ \hline n & [\underline{A}] & [\underline{Y}'_n] \end{array}; \qquad [\underline{P}'] = \begin{array}{c|c|c} & m & n \\ \hline m & [\underline{Y}'_{mm}] & -[\underline{B}'_{mn}] \\ \hline n & [\underline{B}'_{nm}] & [\underline{Z}'_{nn}] \end{array}.$$

Soluțiile sistemului (16) sînt

$$\begin{aligned} [\underline{I}_m] &= [\underline{Y}'_{mm}][\underline{E}_m] + [\underline{B}'_{mn}][\underline{J}_n], \\ [\underline{V}_n] &= [\underline{B}'_{nm}][\underline{E}_m] - [\underline{Z}_{nn}][\underline{J}_n]. \end{aligned} \tag{17}$$

După obținerea soluțiilor (17) se pot exprima mărimile de stare electrică la bornele elementelor nesimetrice: tensiunile $\underline{V}_i$ pentru nesi-

metriile longitudinale caracterizate de matricea $[\underline{Z}_l]$, și curenții $\underline{I}_t$ pentru nesimetriile transversale caracterizate de matricea $[\underline{Y}_t]$:

$$\begin{aligned}[\underline{V}_l] &= [\underline{Z}_l][\underline{L}]_t^*[\underline{L}]_t[\underline{I}_m],\\ [\underline{I}_t] &= [\underline{Y}_t][\underline{T}]_t^*[\underline{T}]_t[\underline{V}_n].\end{aligned} \tag{18}$$

Dacă unele nesimetrii sînt caracterizate de valorile-limită $\underline{z}_l = \infty$, $\underline{y}_t = \infty$, relațiile (18) devin inaplicabile. Pentru a obține soluții aplicabile în toate condițiile, se procedează după cum urmează. Se exprimă matricele $[\underline{Z}'_m]$, $[\underline{Y}'_n]$ cu relațiile (13), în care se introduc relațiile (12); se obține din (16)

$$\begin{aligned}[\underline{Z}_m][\underline{I}_m] - [A]_t[\underline{V}_n] + [L][\underline{L}][\underline{V}_l] &= [\underline{E}_m],\\ [A][\underline{I}_m] + [\underline{Y}_n][\underline{V}_n] + [T][\underline{T}][\underline{I}_t] &= -[\underline{J}_n].\end{aligned} \tag{19}$$

Ecuațiile (18) și (19) se concentrează în două ecuații matriceale:

$$\begin{aligned}[\underline{M}][\underline{X}_p] + [\underline{F}][\underline{X}_q] &= [\underline{K}_p],\\ [\underline{F}]_t^*[\underline{X}_p] - [\underline{D}]^{-1}[\underline{X}_p] &= 0,\end{aligned} \tag{20}$$

în care

$$[\underline{X}_p] = \left|\begin{array}{c}[\underline{I}_m]\\ \hline [\underline{V}_n]\end{array}\right|; \qquad [\underline{X}_q] = \left|\begin{array}{c}[\underline{V}_l]\\ \hline \underline{I}_t\end{array}\right|; \qquad [\underline{K}_p] = \left|\begin{array}{c}[\underline{E}_m]\\ \hline -[\underline{J}_n]\end{array}\right|.$$

Matricea $[\underline{M}]$ și inversa ei $[\underline{M}]^{-1} = [\underline{P}]$ se scriu sub forma:

$$[\underline{M}] = \begin{array}{c|cc} & m & n\\ \hline m & [\underline{Z}_m] & -[A]_t\\ \hline n & [\underline{A}] & [\underline{Y}_n]\end{array}; \qquad [\underline{P}] = \begin{array}{c|cc} & m & n\\ \hline m & [\underline{Y}_{mm}] & -[\underline{B}_{mn}]\\ \hline n & [\underline{B}_{nm}] & [\underline{Z}_{nm}]\end{array}.$$

Matricele $[\underline{D}]$ și $[\underline{F}]$ sînt

$$[\underline{D}] = \left|\begin{array}{cc}[\underline{Z}_l] & \\ & [\underline{Y}_t]\end{array}\right|; \qquad [\underline{F}] = \left|\begin{array}{cc}[L] & \\ & [T]\end{array}\right| \cdot \left|\begin{array}{cc}[\underline{L}] & \\ & [\underline{T}]\end{array}\right|. \tag{21}$$

Matricea $[\underline{F}]$ se poate scrie sub forma

$$[\underline{F}] = [C][\underline{C}], \tag{22}$$

în care

$$[C] = \left|\begin{array}{c|c} [L] & \\ \hline & [T] \end{array}\right|; \quad [\underline{C}] = \left|\begin{array}{c|c} [\underline{L}] & \\ \hline & [\underline{T}] \end{array}\right|. \tag{23}$$

Matricea pătrată a sistemului (20) se inversează cu metoda submatricelor și se obțin soluțiile

$$\begin{aligned} [\underline{X}_p] &= [\underline{P}'][\underline{K}_p], \\ [\underline{X}_q] &= [\underline{N}]^{-1}[\underline{F}]_t^*[\underline{P}][\underline{K}_p], \end{aligned} \tag{24}$$

în care

$$\begin{aligned} [\underline{P}'] &= [\underline{P}] - [\underline{P}][\underline{F}][\underline{N}]^{-1}[\underline{F}]_t^*[\underline{P}], \\ [\underline{N}] &= [\underline{D}]^{-1} + [\underline{F}]_t^*[\underline{P}][\underline{F}]. \end{aligned} \tag{25}$$

Prima soluție din (24) corespunde cu soluțiile (17). A doua soluție din (24) permite calculul matricelor $[\underline{V}_t]$, $[\underline{I}_t]$ pentru orice valori diferite de zero (inclusiv valorile infinite) ale impedanțelor și admitanțelor din matricele $[\underline{Z}_t]$, $[\underline{Y}_t]$.

Relațiile (25) permit calculul matricei $[\underline{P}']$ în funcție de matricea $[\underline{P}]$ a rețelei simetrice și în funcție de matricea $[\underline{N}]$, care este în general nesimetrică și are ordinul determinat de numărul nesimetriilor. Aceste relații vor fi prelucrate în paragraful 4, pentru a stabili reguli practice de calcul a matricelor $[\underline{P}']$ și $[\underline{N}]$.

În continuare se vor folosi soluțiile (17) pentru a exprima curenții debitați de generatoare și de tensiunile la bornele receptoarelor :

$$\begin{aligned} [\underline{I}_g] &= [\underline{Y}'_{gg}][\underline{E}_g] + [\underline{B}'_{gr}][\underline{J}_r], \\ [\underline{V}_r] &= [\underline{B}'_{rg}][\underline{E}_g] - [\underline{Z}'_{rr}][\underline{J}_r]. \end{aligned} \tag{26}$$

Matricele $[\underline{I}_g]$, $[\underline{E}_g]$ conțin submatricele de ordinul trei $[\underline{I}_s]$, $[\underline{E}_s]$ ale laturilor cu generatoare, iar matricele $[\underline{V}_r]$, $[\underline{J}_r]$ conțin submatricele de ordinul trei $[\underline{V}_s]$, $[\underline{J}_s]$ ale nodurilor cu receptoare de curent. În consecință, matricele $[\underline{Y}'_{gg}]$, $[\underline{B}'_{gr}]$, $[\underline{B}'_{rg}]$ și $[\underline{Z}'_{rr}]$ se obțin din matricele anterioare din (17), reținînd numai termenii de pe rîndurile și coloanele corespunzătoare laturilor și nodurilor cu generatoare și cu receptoare.

Submatricele $[\underline{E}_s]$ și $[\underline{J}_s]$ din $[\underline{E}_g]$ și $[\underline{J}_r]$ sînt de forma (7). În aceste condiții, curenții direcți $[\underline{I}_d]$ și tensiunile directe $[\underline{V}_d]$ din matricele $[\underline{I}_g]$ și $[\underline{V}_r]$ se exprimă cu relațiile

$$\begin{aligned} [\underline{I}_d] &= [\underline{Y}_{gg}^{(d)}][\underline{E}_d] + [\underline{B}_{gr}^{(d)}][\underline{J}_d], \\ [\underline{V}_d] &= [\underline{B}_{gr}^{(d)}][\underline{E}_d] - [\underline{Z}_{rr}^{(d)}][\underline{J}_d]. \end{aligned} \tag{27}$$

Matricele afectate de indicele superior (d) se obțin din matricele anterioare din (26), reținînd numai termenii de pe rîndurile d și coloanele d, corespunzătoare rețelei directe.

La ecuațiile (27) se adaugă relațiile

$$\begin{aligned} P_{gk} &= \mathrm{Re}\,(\underline{E}_{dk}\,\underline{I}_{dk}^*), \\ \underline{J}_{rk} &= \frac{S_{rk}^*}{\underline{V}_{dk}^*}, \end{aligned} \tag{28}$$

în care

$\underline{P}_{gk}$ sînt puterile active la bornele tensiunilor electromotoare $\underline{E}_{dk}$, $\underline{S}_{rk}$ — puterile complexe la bornele receptoarelor de curent $\underline{J}_{dk}$.

Dacă receptoarele se reprezintă prin admitanţe constante în cele trei reţele fictive, matricea $[\underline{J}_d]$ este zero, iar calculul regimurilor se efectuează cu relaţiile

$$[\underline{I}_d] = [\underline{Y}_{gg}^{(d)}]\,[\underline{E}_d],$$
$$P_{gk} = \mathrm{Re}\,(\underline{E}_{dk}\,\underline{I}_{dk}^{*}). \tag{29}$$

Dacă regimul este simetric, matricele din (27) se înlocuiesc cu matricele determinate din studiul separat al reţelelor de succesiune directă:

$$[\underline{Y}_{gg}^{(d)}] = [\underline{Y}_{gg}^{d}];\ [\underline{B}_{gr}^{(d)}] = [\underline{B}_{gr}^{d}],$$
$$[\underline{B}_{rg}^{(d)}] = [\underline{B}_{rg}^{d}];\ [\underline{Z}_{rr}^{(d)}] = [\underline{Z}_{rr}^{d}]. \tag{30}$$

Ecuaţiile (27) — (29) din regimul nesimetric sînt analoge cu cele din regimul simetric. Calculul regimurilor se efectuează în mod analog şi de aceea nu se vor da detalii.

Ecuaţiile (27) şi (28) se folosesc la calculul regimului permanent, cînd este necesar să se ţină seama de caracteristicile statice de putere. Sistemul format de ecuaţiile (27) şi (28) se rezolvă prin aproximaţii succesive şi se obţin soluţii convergente dacă sînt îndeplinite condiţiile de stabilitate statică [4].

Ecuaţiile (29) se folosesc la calculul regimului dinamic provocat de apariţia unor scurtcircuite, cînd receptoarele pot fi considerate liniare cu o bună aproximaţie. Relaţiile (29) permit calculul puterilor electromagnetice la arborii generatoarelor, care sînt necesare la studiul stabilităţii dinamice.

4. CALCULUL MATRICELOR

Se consideră relaţiile (25), în care se introduce relaţia (22), şi se obţine

$$[\underline{P}'] = [\underline{P}] - [\underline{P}_{pq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qp}],$$
$$[\underline{N}] = [\underline{D}]^{-1} + [\underline{C}]_t^{*}\,[\underline{P}_{qq}]\,[\underline{C}], \tag{31}$$

unde

$$[\underline{Q}] = [\underline{C}]\,[\underline{N}]^{-1}\,[\underline{C}]_t^{*} \tag{32}$$

şi

$$[\underline{P}_{pq}] = [\underline{P}]\,[C] = \begin{array}{c|cc} & l & t \\ \hline m & [\underline{Y}_{ml}] & -[\underline{B}_{mt}] \\ n & [\underline{B}_{nl}] & [\underline{Z}_{nt}] \end{array} = [\underline{P}_{qp}]_t,$$

$$[\underline{P}_{qq}] = [C]_t\,[\underline{P}]\,[C] = \begin{array}{c|cc} & l & t \\ \hline l & [\underline{Y}_{ll}] & -[\underline{B}_{lt}] \\ t & [\underline{B}_{tl}] & [\underline{Z}_{tt}] \end{array}. \tag{33}$$

Indicele $p = 3m + 3n$ se referă la ordinul matricei $[\underline{P}]$, iar indicele $q = l + t$ la ordinul matricei $[\underline{Q}]$. Primul indice al matricelor din (31) și (33) indică numărul de rînduri, iar al doilea numărul de coloane. Matricele din (33) se obțin direct din matricea $[\underline{P}]$, reținînd numai coloanele, respectiv numai rîndurile și coloanele corespunzătoare laturilor și nodurilor cu nesimetrii (m se înlocuiește cu l, iar n se înlocuiește cu t).

Se scrie matricea $[\underline{P}_{pq}]$ sub forma

$$[\underline{P}_{pq}] = \begin{array}{c|c|} & q \\ \hline m & [\underline{P}_{mq}] \\ \hline n & [\underline{P}_{nq}] \\ \hline \end{array}; \qquad \begin{array}{l} [\underline{P}_{mq}] = m \left| \begin{array}{c|c} [\underline{Y}_{ml}] & -[\underline{B}_{mt}] \end{array} \right| \overset{t}{}, \\ [\underline{P}_{nq}] = n \left| \begin{array}{c|c} [\underline{B}_{nl}] & [\underline{Z}_{nt}] \end{array} \right| \overset{t}{}. \end{array} \tag{34}$$

Introducînd (34) în (31), se obține pentru submatricele din $[\underline{P}']$

$$\begin{aligned} [\underline{Y}'_{mm}] &= [\underline{Y}_{mm}] - [\underline{P}_{mq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qm}], \\ [\underline{B}'_{mn}] &= [\underline{B}_{mn}] - [\underline{P}_{mp}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qn}], \\ [\underline{B}'_{nm}] &= [\underline{B}_{nm}] - [\underline{P}_{nq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qm}], \\ [\underline{Z}'_{nn}] &= [\underline{Z}_{nn}] - [\underline{P}_{nq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qn}]. \end{aligned} \tag{35}$$

În relațiile (35) se înlocuiesc indicii m și n cu g și r, obținînd astfel matricele din ecuațiile (26):

$$\begin{aligned} [\underline{Y}'_{gg}] &= [\underline{Y}_{gg}] - [\underline{P}_{gq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qg}], \\ [\underline{B}'_{gr}] &= [\underline{B}_{gr}] - [\underline{P}_{gq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qr}], \\ [\underline{B}'_{rg}] &= [\underline{B}_{rg}] - [\underline{P}_{rq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qg}], \\ [\underline{Z}'_{rr}] &= [\underline{Z}_{rr}] - [\underline{P}_{rq}]\,[\underline{Q}]\,[\underline{P}_{qr}]. \end{aligned} \tag{36}$$

Matricele necesare în ecuațiile (27) se obțin în general din (36), reținînd numai rîndurile d și coloanele d, corespunzătoare componentelor de succesiune directă. Dacă toate nesimetriile din rețea sînt simple sau au fost descompuse în nesimetrii simple, se poate evita calculul integral al matricelor din (36). Matricele formate din rîndurile d și coloanele d se obțin direct cu relațiile

$$\begin{aligned} [\underline{Y}^{(d)}_{gg}] &= [\underline{Y}^{d}_{gg}] - [\underline{P}^{d}_{gq}]\,[\underline{Q}^{(d)}]\,[\underline{P}^{d}_{pq}], \\ [\underline{B}^{(d)}_{gr}] &= [\underline{B}^{d}_{qr}] - [\underline{P}^{d}_{gq}]\,[\underline{Q}^{(d)}]\,[\underline{P}^{d}_{qr}], \\ [\underline{B}^{(d)}_{rg}] &= [\underline{Z}^{d}_{rg}] - [\underline{P}^{d}_{rq}]\,[\underline{Q}^{(d)}]\,[\underline{P}^{d}_{qg}], \\ [\underline{Z}^{(d)}_{rr}] &= [\underline{Z}^{d}_{rr}] - [\underline{P}^{dt}_{rq}]\,[\underline{Q}^{(d)}]\,[\underline{P}^{d}_{qr}], \end{aligned} \tag{37}$$

în care

$$[\underline{Q}^{(d)}] = [\underline{C}_d]\,[\underline{N}]^{-1}\,[\underline{C}_d]_t. \tag{38}$$

Matricea $[\underline{C}_d]$ din (38) se obține din $[\underline{C}]$, reținînd numai rîndurile corespunzătoare componentei directe. Matricele afectate de indicele superior d din relațiile (37) se extrag din matricele anterioare sau se obțin direct din studiul separat al rețelei de succesiune directă.

Calculul matricelor rețelei cu nesimetrii necesită calculul matricei $[\underline{P}]$ a rețelei simetrice și al matricei $[\underline{N}]^{-1}$ cu ordinul determinat de numărul nesimetriilor. Numărul nesimetriilor care se ia în considerație în calculele practice este mic (două sau trei nesimetrii) și de aceea dificultatea principală constă în calculul matricei $[\underline{P}]$, al cărui ordin este determinat de complexitatea rețelei simetrice.

Submatricele din $[\underline{P}]$ se exprimă aplicînd metoda submatricelor la inversarea matricei $[\underline{M}]$ din (20):

$$\begin{aligned}[\underline{Y}_{mm}] &= [\underline{Y}_m] - [\underline{Y}_m]\,[A]_t\,[\underline{Z}_{nn}]\,[A]\,[\underline{Y}_m],\\ [\underline{B}_{nm}] &= -\,[\underline{B}_{mn}]_t = -\,[\underline{Z}_{nn}]\,[A]\,[\underline{Y}_m],\end{aligned} \tag{39}$$

unde

$[\underline{Y}_m]$ este inversa matricei diagonalei $[\underline{Z}_m]$,
$[\underline{Z}_{nn}]$ — inversa matricei patrate $[\underline{Y}_{nn}]$:

$$[\underline{Y}_{nn}] = [\underline{Y}_n] + [A]\,[\underline{Y}_m]\,[A]_t. \tag{40}$$

La inversarea matricei $[\underline{Z}_m]$ se ține seama că unele laturi sînt deschise în rețeaua homopolară. În submatricele $[\underline{z}_s]^{-1} = [\underline{y}_s]$ ale laturilor triple se introduc valorile $\underline{y}_h = 0$ pentru laturile deschise în rețeaua homopolară. Pentru o latură șuntată în rețeaua homopolară se introduce în submatricea $[\underline{z}_s]$ impedanța homopolară a laturii șuntate, însumată cu impedanța $3\underline{z}_0$, în care $\underline{z}_0$ este impedanța conectată la neutrul transformatorului din latura considerată.

La calculul matricei $[\underline{Y}_{nn}]$ cu relația (40) intervin, de asemenea, submatrice $[\underline{y}_s]$ cu admitanțele homopolare nule. Acest rezultat se datorește înmulțirii submatricelor-diagonale $[\underline{y}_s]$ cu submatricele 1^2 de la incidențele incomplete. Submatricele $[\underline{y}_s]$ cu admitanțele homopolare nule pot fi numite submatrice incomplete.

Efectuînd produsul matricelor (40), se obțin relații analoge cu cele din metoda potențialelor la noduri:

$$\begin{aligned}[\underline{Y}_{jj}] &= [\underline{y}_j] + \sum_k [\underline{y}_{jk}],\\ [\underline{Y}_{jk}] &= -\,[\underline{y}_{jk}],\end{aligned} \tag{41}$$

unde

$[\underline{Y}_{jj}]$ sînt submatricele diagonale de ordinul trei de pe diagonala matricei $[\underline{Y}_{nn}]$,
$[\underline{Y}_{jk}]$ — submatricele diagonale de ordinul trei de pe rîndurile j și coloanele k din matricea $[\underline{Y}_{nn}]$,
$[\underline{y}_j]$ — submatricele $[\underline{y}_s]^{-1}$ ale nodurilor j,
$[\underline{y}_{jk}]$ — submatricele $[\underline{z}_s]$ ale laturilor incidente la nodul j și la alte noduri k.

Matricea $[\underline{Y}_{nn}]$ se poate scrie direct cu ajutorul relațiilor (41), fără a mai fi necesară scrierea matricei $[A]$ și efectuarea produselor din (40). Se urmăresc schemele rețelelor fictive din figura 4 și se formează submatricele $[\underline{y}_s]$ pentru toate laturile. În suma din prima relație (41) intervin submatricele $[\underline{y}_s]$ complete sau incomplete, după cum incidența la nodul j este completă sau incompletă. În a doua relație din (41) intervin submatricele $[\underline{y}_s]$ complete sau incomplete, după cum incidențele

sînt complete la ambele extremități sau incomplete (la una sau la ambele extremități).

Este posibil ca și submatricele $[\underline{y}_j]$ să fie incomplete dacă ele corespund unor consumatori de la noduri fără alte admitanțe (se neglijează admitanțele liniilor și ale transformatoarelor). Dacă consumatorul este reprezentat în schema directă printr-un curent ejectat $\underline{J}_d$, atunci admitanța consumatorului în schema directă este $\underline{y}_d = 0$. Dacă consumatorul are neutrul izolat, atunci admitanța homopolară este $\underline{y}_h = 0$.

Matricea $[\underline{Y}_{nn}]$ este formată din submatrice diagonale $[\underline{Y}_{jk}]$ complete sau incomplete, în care admitanțele de pe diagonală corespund celor trei rețele fictive, considerate separat. Extrăgînd admitanțele rețelelor directă și inversă, se obțin matricele $[\underline{Y}^d_{nn}]$ și $[\underline{Y}^i_{nn}]$, care se inversează separat. Extrăgînd admitanțele rețelei homopolare, se obține matricea $[\underline{Y}^h_{nn}]$, care conține în general rînduri și coloane nule, corespunzătoare nodurilor izolate în rețeaua homopolară. După eliminarea rîndurilor și a coloanelor nule se obține matricea nesingulară $[\underline{Y}_{nnh}]$, care se inversează.

Cu impedanțele din matricele inverse $[\underline{Z}^d_{nn}]$, $[\underline{Z}^i_{nn}]$ și $[\underline{Z}_{nnh}]$ ale celor trei rețele separate se formează submatricele $[\underline{Z}_s]$ și se așază în căsuțele corespunzătoare ale matricei generale $[\underline{Z}_{nn}]$.

5. CONCLUZII

Aplicarea teoriei grafului la studiul rețelelor trifazate nesimetrice a permis stabilirea unor relații aplicabile în cazurile cele mai generale. Pe baza relațiilor generale s-au stabilit în final metode și reguli practice de calcul.

Teoria grafului a avut rolul unui instrument de cercetare pentru descoperirea celor mai simple metode și reguli de calcul. Faptul că aceste reguli nu se întîlnesc în alte lucrări de specialitate dovedește că descoperirea lor ar fi fost extrem de dificilă în lipsa teoriei grafului.

Încercarea de a aplica teoria grafului la studiul rețelelor trifazate nesimetrice a pus pe autor în fața unor probleme noi, pentru rezolvarea cărora a fost obligat să aducă unele contribuții originale.

1. Rețeaua electrică s-a studiat cu ajutorul unor ecuații de formă clasică, însă matricele utilizate au fost constituite din submatrice de ordinul trei, corespunzătoare celor trei rețele fictive d, i, h din metoda componentelor simetrice. Scrierea matricei de incidență $[A]$ pentru graful rețelei cu laturi și noduri triple (d, i, h) a necesitat extinderea noțiunii clasice de incidență, definindu-se incidența incompletă.

2. La studiul elementelor nesimetrice s-au definit două matrice: matricea $[\underline{D}]$, care conține caracteristicile de material $[\underline{Z}_t]$ și $[\underline{Y}_t]$ ale nesimetriilor, și matricea de corespondență $[\underline{F}]$, care conține informațiile referitoare la locurile nesimetriilor (laturi și noduri). Cu ajutorul matricelor $[\underline{D}]$ și $[\underline{F}]$, nesimetriile s-au luat în considerație direct în ecuațiile de funcționare ale rețelei, fără a fi necesare construirea și studierea schemelor echivalente cu cuplaje între rețelele fictive d, i, h.

3. Ecuațiile de funcționare (14) și (15) din metoda potențialelor la noduri s-au rezolvat cu o metodă directă, care a permis obținerea simultană a soluțiilor sub forma (17) și sub forma mai generală (24).

Un rol important în rezolvarea problemei regimurilor nesimetrice l-au avut consideraţiile de la punctul 2. Caracterizarea elementelor nesimetrice cu ajutorul matricelor $[\underline{D}]$ şi $[\underline{F}]$ a însemnat renunţarea la metodele clasice de studiu, adică renunţarea la schemele echivalente ale nesimetriilor, care se folosesc cu consecvenţă în toată literatura de specialitate.

Metoda propusă pentru calculul regimurilor nesimetrice prezintă următoarele avantaje faţă de metodele cunoscute în literatură :

— este generală şi oferă soluţiile finale în aceeaşi formă pentru reţelele oricît de complexe, cu orice număr de nesimetrii simple sau multiple ;

— stabileşte reguli simple pentru formarea matricelor şi pentru calculul lor pe căile cele mai simple ;

— permite luarea în consideraţie a unor elemente neliniare, cum sînt receptoarele reprezentate în reţeaua directă prin curenţi sau prin puteri la noduri.

Elaborarea metodei generale pentru calculul regimurilor nesimetrice prezintă importanţă deosebită la studiul reţelelor electromagnetice. Se pune adesea problema de a calcula regimurile nesimetrice în mai multe variante de nesimetrii simple (scurtcircuite şi întreruperi de faze). Metoda propusă permite acest studiu prin efectuarea unui volum minim de calcul atît la studiul unei singure variante, cît şi la studiul mai multor variante, cînd avantajul este mai important, deoarece se folosesc aceleaşi matrice calculate anterior pentru reţeaua simetrică.

BIBLIOGRAFIE

1. I. S. Antoniu, *Calculul matriceal şi tensorial în electrotehnică*, Bucureşti, Edit. tehnică 1962.
2. M. Bercovici, *Calculul matriceal al reţelelor electrice*, Bucureşti, Bul. Inst. politehnic, **23**, (1961).
3. E. Potolea, *Schémas équivalents des systèmes électriques obtenus à l'aide du calcul matriciel*, Bucureşti, Bul. Inst. politehnic, **20**, 117—145 (1958).
4. E. Potolea, *Calculul regimului permanent al sistemelor electrice*, Bucureşti, Edit. tehnică 1967.
5. H. A. Peterson, J. J. Skiles, I. J. Nograth, *A new Approach to Study of Simultaneous Unbalances*, I.E.E.E. Trans. Power Apparatus and Systems, **75**, 1445—1450 (1956).
6. R. T. Byerley, R. W. Lang, C. J. Baldwin, C. W. King, *Digital Calculation of Power System Networks under Faults conditions*, **77**, 1226—1229 (1958).
7. G. O. Calabrese, *Symmetrical Components*, New York, Ronald Press, 1959.
8. A. B. Cernin, *Vîcislenie elektriceskie velicin i ponedenie releinoi zarciti pri neponofaznîh rejimah v elektriceskih sistemah*, Moscova-Leningrad, Gosenergoizdat, 1963.

METODE ANALOGICE DE REZOLVARE A ECUAȚIILOR TELEGRAFIȘTILOR GENERALIZATE DE ORDINUL UNU

DE

I. ADĂMUȚ

538.566 : 621.3.015.3.518

Se prezintă două metode de rezolvare a ecuațiilor de propagare generalizate pe o linie monofilară cu ajutorul calculatoarelor electronice analogice.

Metoda aproximării nucleului termenului integral cu o serie de puteri negative necesită o schemă mai simplă și permite modelarea unor lungimi mai mici de linie (2,82 km), la timpi mai mici, față de metoda aproximării cu transformatele unor exponențiale.

Pentru procesele foarte rapide (1 — 60μs), ambele metode necesită mijloace rapide de urmărire și de înregistrare.

0. Ecuațiile de propagare generalizate pe linii au fost introduse în electrotehnică foarte recent de un colectiv condus de acad. R. Răduleț [1], [2]. Teoria speciei de ecuații în care se încadrează acestea, ecuații integrodiferențiale Volterra cu argument retardat, a început a fi elaborată la începutul acestui secol, fiind încă în atenția curentă a matematicienilor [3], [4]. Menționăm contribuția adusă în această problemă și de matematicianul român T. Lalescu [5].

Pentru rezolvarea acestui tip de ecuații se folosește transformata Laplace, obținîndu-se funcția de transfer a raportului curentului și tensiunii [6] — [8]. Utilizînd această metodă, s-a indicat într-un articol anterior [9] calea de rezolvare a ecuațiilor de propagare generalizate.

În această lucrare se prezintă două metode de rezolvare a acestor ecuații pentru o linie monofilară, rezultate din modul cum se aproximează nucleul termenului integral. Se stabilesc sistemele de ecuații utilizînd metoda diferențelor finite și se calculează și modelele analogice respective.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 357 — 375, 1969

1. ECUAȚIILE DE PROPAGARE GENERALIZATE ALE UNEI LINII MONOFILARE

Să considerăm o linie unifilară de parametri lineici r_0 (rezistența lineică), l_0 (inductivitatea lineică) și c_0 (capacitatea lineică) cu întoarcere prin sol perfect conductor, $r_s = 0$. Presupunem mediul înconjurător dielectric perfect izolant, în așa fel că conductanța lineică este nulă ($g_0 = 0$) (fig. 1).

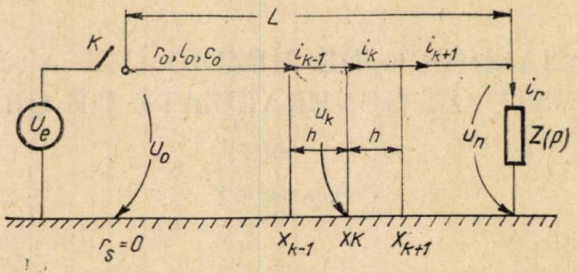


Fig. 1. — Schema unei linii monofilare secționate.

Ecuațiile de propagare generalizate de ordinul unu ale acestei linii sînt [1], [2]

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = l_e \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\int_0^t r(t-\xi)\, i(x,\xi)\,\mathrm{d}\xi, \tag{1}$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = c_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x},$$

unde l_e este inductivitatea lineică exterioară.

Condițiile la limită și inițiale sînt

$$u(0,t) = u_0,\ u(L,t) = Z(p)\,.\,i\,(L,t), \tag{2}$$

$$u(x,0) = i(x,0) = 0. \tag{3}$$

Sistemul de ecuații (1), scris în diferențe finite pentru n secțiuni, cu pasul $h = \dfrac{L}{n}$ (fig. 1), este

$$-\frac{u(x,t) - u(0,t)}{h} = l_e \frac{\mathrm{d}i(0,t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r(t-\xi)\,.\,i(0,\xi)\mathrm{d}\xi, \tag{4.1}$$

$$-\frac{u(x_{k+1},t) - u(x_{k-1},t)}{2h} = l_e \frac{\mathrm{d}i(x_k,t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r(t-\xi) i(x_k,\xi)\,\mathrm{d}\xi$$

$$(k = 1,2,\ldots,n-1), \tag{4.2}$$

$$-\frac{i(x_{k+1},t) - i(x_{k-1},t)}{2h} = c_0 \frac{\mathrm{d}u(x_k,t)}{\mathrm{d}t}\ (k = 1,2,\ldots,n-1), \tag{4.3}$$

$$-\frac{u(L,t)-u(x_{n-1},t)}{h}=l_e\frac{\mathrm{d}i(L,t)}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r(t-\xi)\,i(L,\xi)\mathrm{d}\xi. \tag{4.4}$$

Prin aplicarea transformatei Laplace ecuațiilor integrodiferențiale (4.1), (4.2), (4.4) se obține

$$\frac{\mathcal{L}i(0,t)}{\mathcal{L}\,[u(x_1,t)-u(0,t)}=-\frac{1}{hp[l_e+r(p)]} \tag{5.1}$$

$$\frac{\mathcal{L}i(x_k,t)}{\mathcal{L}\,[u(u_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]}=-\frac{1}{2hp\,[l_e+r(p)]}\,(k=1,2,\ldots,n-1)\cdot \tag{5.2}$$

$$\frac{\mathcal{L}\,i(L,t)}{\mathcal{L}[u(L,t)-u(x_{n+1},t)}=-\frac{1}{hp\,[l_e+r(p)]} \tag{5.3}$$

Relațiile (5) sînt funcțiile de transfer ale rapoartelor $i(x_k,t)/[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]$. Determinarea acestor funcții prin metode analogice depinde de modul cum se aproximează nucleul $r(p)$, aceasta fiind singura cale de rezolvare posibilă. Rezistența operațională $r(p)$ a liniei din figura 1 este dată de relațiile [2]

$$r(p)=-\frac{\mu_i}{2\pi}\frac{J_0(j\sqrt{\tau_i p})}{j\sqrt{\tau_i p}\,J_1(j\sqrt{\tau_i p})}, \tag{6}$$

$$\tau_i=a^2\mu_i\,\sigma_i=\frac{\mu_i}{\pi r_0}, \tag{7}$$

unde

τ_i este constanta de timp interioară a conductorului;
a — raza conductorului;
μ_i — permeabilitatea magnetică a materialului conductorului;
σ_i — conductivitatea materialului conductorului;
$J_0(j\sqrt{p}),\ J_1(j\sqrt{p})$ — funcțiile cilindrice de speța întîi, de ordinul zero și unu, de argument imaginar irațional.

Originalul rezistenței operaționale $r(p)$ este

$$r(t)=r_0\left(1+\sum_{m=1}^{\infty}\mathrm{e}^{-x_m^2\frac{t}{\tau_i}}\right), \tag{8.1}$$

unde x_m sînt zerourile nenule ale funcției $J_1(x)$.

Aproximarea nucleului $r(p)$ se poate face pe următoarele trei căi [10].

a) descompunerea în serii de puteri negative crescătoare;

b) descompunerea în serii de fracții raționale avînd ca numitori variabila complexă p adunată cu pătratele rădăcinilor funcției $J_1(j\sqrt{\tau_i p})$, care corespunde în planul real cu descompunerea în serie de funcții exponențiale;

c) descompunerea în serii de funcții oarecare, de obicei funcții ortogonale (Laguerre, Legendre, Hermite etc.).

2. APROXIMAREA NUCLEULUI $r(p)$ CU O SUMĂ DE PUTERI NEGATIVE

2.1. Stabilirea ecuațiilor în planul imaginii și diferențiale ale curentului

Expresia rezistenței operaționale $r(p)$, relația (6), satisface riguros două dintre cele trei condiții de a fi descompusă într-o serie de puteri negative întregi, și anume tinde către zero cînd $p \to \infty$ și originalul său, $r(t)$, relația (9) este o funcție întreagă de tip exponențial. A treia condiție de a fi analitică este satisfăcută în tot planul complex, cu excepția polilor (originea și zerourile funcției Bessel $J_1(p)$).De aceea, considerînd o valoare aproximativă a rezistenței $\tilde{r}(p)$ și limitîndu-ne la un număr de poli finit, dar mare pentru a ne apropia în planul real cît mai mult de origine, vom satisface și această condiție. În acest caz, variabilei complexe p foarte mare, dar nu infinită, îi corespunde un timp $\varepsilon > 0$, de valoare pozitivă și finită, foarte mică. Transformata nucleului $r(p)$ va fi

$$\tilde{r}(p) = \sum_{j=0}^{m} a_j p^{-j} = a_0 + \frac{a_1}{p} + \frac{a_2}{p^2} + \ldots + \frac{a_{m-1}}{p^{m-1}} + \frac{a_m}{p^m}. \tag{8.2}$$

Înlocuind relația (8.2) în relațiile (5), se obține

$$\left[(l_e + a_0)p^{m+1} + \sum_{j=1}^{m} a_j\, p^{m-(j-1)}\right] \mathcal{L}i(0,t) = -\frac{p^m}{h}\, \mathcal{L}\,[u(x_1,t) - u(0,t)] \tag{9.1}$$

$$\left[(l_e + a_0)p^{m+1} + \sum_{j=1}^{m} a_j\, p^{m-(j-1)}\right] \mathcal{L}i(x_k,t) = -\frac{p^m}{2h}\, \mathcal{L}\,[u(x_{k+1},t) - u(x_{k-1},t)]$$

$$(k = 1,2,\ldots,n-1), \tag{9.2}$$

$$\left[(l_e + a_0)p^{m+1} + \sum_{j=1}^{m} a_j\, p^{m-(j-1)}\right] \mathcal{L}i(L,t) = -\frac{p^m}{h}\mathcal{L}[u(L,t) - u(x_{n-1},t)]. \tag{9.3}$$

Ecuațiile diferențiale corespunzătoare ecuațiilor din planul imaginii (9) sînt

$$(l_e + a_0)\frac{\mathrm{d}^{m+1}}{\mathrm{d}t^{m+1}}\, i(0,t) + a_1 \frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}t^m}\, i(0,t) + \ldots + a_m \frac{\mathrm{d}i(0,t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{h}\frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}t^m}\,[u(x_1,t) - u(0,t)], \tag{10.1}$$

$$(l_e + a_0)\frac{\mathrm{d}^{m+1}}{\mathrm{d}t^{m+1}}\, i(x_k,t) + a_1 \frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}t^m}\, i(x_k,t) + \ldots + a_m \frac{\mathrm{d}i(x_k,t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2h}\frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}t^m}\left[u(x_{k+1},t) - u(x_{k-1},t)\right] \quad (k = 1,2,\ldots,n-1), \tag{10.2}$$

$$(l_e + a_0)\frac{d^{m+1}}{dt^{m+1}} i(L,t) + a_1 \frac{d^m}{dt^m} i(L,t) + \ldots + a_m \frac{di(L,t)}{dt} =$$
$$= -\frac{1}{h}\frac{d^m}{dt^m}\left[u(L,t) - u(x_{n-1}, t)\right], \tag{10.3}$$

Pentru a elimina derivarea funcției perturbatoare, operație ce se modelează cu dificultăți pe calculatorul analogic [8], integrăm ecuațiile (10) de m ori succesiv. Explicitînd mărimea di/dt, se obține

$$-\frac{di(0,t)}{dt} = \frac{u(x_1,t) - u(0,t)}{h(l_e + a_0)} + \frac{a_1}{l_e + a_0} i(0,t) + \frac{a_2}{l_e + a_0}\int i(0,t)\,dt + \ldots +$$
$$+ \frac{a_m}{l_e + a_0}\underbrace{\int \ldots \int}_{(m-1)ori} i(0,t)\,\underbrace{dt \ldots dt}_{(m-1)ori}, \tag{11.1}$$

$$-\frac{di(x_k,t)}{dt} = \frac{u(x_{k+1}, t) - u(x_{k-1}, t)}{2h(l_e + a_0)} + \frac{a_1}{l_e + a_0} i(x_k, t) +$$
$$+ \frac{a_2}{l_e + a_0}\int i(x_k, t)\,dt + \ldots + \frac{a_m}{l_e + a_0}\underbrace{\int \ldots \int}_{(m-1)ori} i(x_k, t)\,\underbrace{dt \ldots dt}_{(m-1)ori}, \tag{11.2}$$
$$(k = 1, 2, \cdots, n-1),$$

$$-\frac{di(L,t)}{dt} = \frac{u(L,t) - u(x_{n-1}, t)}{h(l_e + a_0)} + \frac{a_1}{l_e + a_0} i(L,t) +$$
$$+ \frac{a_2}{l_e + a_0}\int i(L, t)\,dt + \ldots + \frac{a_m}{l_e + a_0}\underbrace{\int \cdots \int}_{(m-1)ori} i(L,t)\,\underbrace{dt \ldots dt}_{(m-1)ori}. \tag{11.3}$$

Sistemul de ecuații diferențiale (11) pentru curenți cu ecuațiile (2) și (4.3) pentru tensiuni definesc procesul de propagare pe linia monofilară echivalentă cu n secțiuni.

Modul de determinare a coeficienților a_j este indicat în anexa 1. Pentru $m = 3$, expresiile lor sînt

$$a_0 = \frac{\mu_i}{8\pi\tau_i}, \tag{12.1}$$

$$a_1 = \frac{\mu_i}{\pi\tau_i^2}, \tag{12.2}$$

$$a_2 = \frac{12\mu_i}{\pi\tau_i^3}, \tag{12.3}$$

$$a_3 = -\frac{144\mu_i}{\pi\tau_i^4}. \tag{12.4}$$

2.2. Schema de modelare a ecuațiilor (11), (2) și (4.3)

Modelul analogic al sistemului de ecuații diferențiale (11), (2) și (4.3) este reprezentat în figura 2. Rezistențele de intrare în amplificatoarele operaționale calculate în anexa 2 sînt :

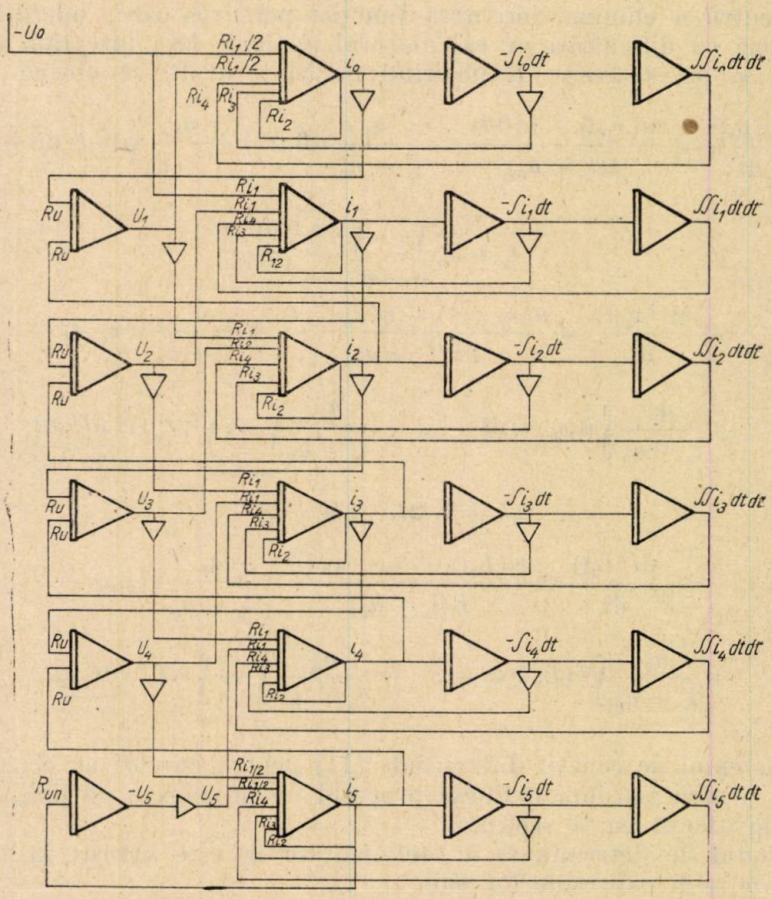


Fig. 2. — Modelul analogic al ecuațiilor de propagare generalizate cu nucleul aproximat cu o serie de puteri negative ($m = 2$, $n = 5$).

a) pentru tensiuni :

$$R_{u1} = R_{u2} = R_u = 2c_0 h \frac{\beta_0}{\alpha_0} m_\tau, \text{ MΩ}, \tag{13.1}$$

$$R_{un} = \frac{0{,}1}{R_r} \frac{\beta_0}{\alpha_0}, \text{ MΩ}, \tag{13.2}$$

R_r fiind sarcina receptorului în ohmi la extremitatea liniei (fig. 1) $Z(p) = R_r$;

b) pentru curenți :

$$R_{i1} = 2h\,(l_e + a_0)\,\frac{\alpha_0}{\beta_0}\,m_\tau, \quad \text{MΩ}, \tag{14.1}$$

$$R_{i2} = \frac{l_e + a_0}{a_1}\,m_\tau \quad , \quad \text{MΩ}, \tag{14.2}$$

$$R_{i3} = \frac{l_e + a_0}{a_2}\,m_\tau^2 \quad , \quad \text{MΩ}, \tag{14.3}$$

$$R_{i4} = \frac{l_e + a_0}{a_3}\,m_\tau^3 \quad , \quad \text{MΩ}. \tag{14.4}$$

Pentru amplificatoarele operaționale integratoare care dau curenții i_0 și i_n, rezistențele R_{i1} au valoarea $R_{i1/2}$, din cauză că se folosește diferența finită cu pasul h și nu $2h$. În această situație fiind numai două amplificatoare operaționale, se pot folosi capacități de 0,1μF în reacție, mărindu-se de 10 ori valoarea rezistenței de intrare față de situația în care $c = 1\mu F$.

În cazul calculatorului analogic MECAN-II [14], rezistențele de intrare în amplificatoare au domeniul de variație $20\ k\Omega \leqslant R \leqslant 10\ M\Omega$. Din condițiile de încadrare între aceste valori rezultă relațiile care definesc factorii de scală în funcție de caracteristicile conductorului liniei. Astfel, din expresiile rezistențelor R_{i2}, R_{i3} și R_{i4}, relațiile (14.2), (14.3), (14.4) și relațiile (12), se obține domeniul de variație al factorului de scală pentru timp, m_τ :

$$0{,}02\,\frac{a_1}{l_e+a_0} \leqslant m_\tau \leqslant 10\,\frac{a_1}{l_e+a_0} \rightarrow 0{,}02\,\frac{8\mu_i}{\tau_i\,(8\pi\tau_i\,l_e+\mu_i)} \leqslant m_\tau \leqslant 10\,\frac{8\mu_i}{\tau_i\,(8\pi\tau_i\,l_e+\mu_i)}, \tag{15.1}$$

$$\sqrt{0{,}02\,\frac{a_2}{l_e+a_0}} \leqslant m_\tau \leqslant \sqrt{10\,\frac{a_2}{l_e+a_0}} \rightarrow \sqrt{0{,}02\,\frac{96\mu_i}{\tau_i^2\,(8\pi\tau_i l_e+\mu_i)}} \leqslant m_\tau \leqslant \sqrt{10\,\frac{96\mu_i}{\tau_i^2\,(8\pi\tau_i l_e+\mu_i)}}, \tag{15.2}$$

$$\sqrt[3]{0{,}02\,\frac{|a_3|}{l_e+a_0}} \leqslant m_\tau \leqslant \sqrt[3]{10\,\frac{|a_3|}{l_e+a_0}} \rightarrow \sqrt[3]{0{,}02\,\frac{1152\mu_i}{\tau_i^3\,(8\pi\tau_i l_e+\mu_i)}} \leqslant m_\tau \leqslant \sqrt[3]{10\,\frac{1152\mu_i}{\tau_i^3\,(8\pi\tau_i l_e+\mu_i)}}. \tag{15.3}$$

Din analiza ordinului de mărime al celor trei inegalități (15) rezultă că relațiile (15.3) au domeniul de variație cel mai restrîns cuprins în domeniile definite de celelalte două relații și deci rămîne singura expresie de definire a acestei mărimi.

Din relația (13.2) se stabilește domeniul de variație al raportului β_0/α_0, factorii de scală ai curentului și tensiunii. Se obține

$$0{,}002\,R_r \leqslant \beta_0/\alpha_0 \leqslant 100 R_r, \tag{16}$$

unde R_r se exprimă în ohmi.

Din relațiile (13.1) și (14.1) se poate obține o condiție de optimizare a raportului β_0/α_0, în așa fel ca să se poată modela o gamă mai mare de lungimi de linii cu un calculator dat. Astfel din egalarea celor două relații, în care raportul β_0/α_0 intră inversat [15], se obține

$$\left(\frac{\beta_0}{\alpha_0}\right)_{opt} = \sqrt{\frac{8\pi\tau_i l_e + \mu_i}{8\pi\tau_i c_0}}. \tag{17}$$

Înlocuind relația (17) în oricare dintre relațiile (13.1) sau (14.1), rezultă

$$R_{u1} = R_{u2} = R_{i1} = h m_\tau \sqrt{\frac{c_0(8\pi\tau_i l_e + \mu_i)}{2\pi\tau_i}}. \tag{18}$$

Punînd aceleași condiții ca la relațiile (15), se definește lungimea secțiunii h în funcție numai de factorul de scală al timpului m_τ și de caracteristicile electrice ale liniei:

$$0{,}02\sqrt{\frac{2\pi\tau_i}{c_0(8\pi\tau_i l_e + \mu_i)}} \leqslant h m_\tau \leqslant 10\sqrt{\frac{2\pi\tau_i}{c_0(8\pi\tau_i l_e + \mu_i)}}. \tag{19}$$

Întrucît studiem procese tranzitorii pe linii, ne interesează posibilitatea obținerii unor factori de scală ai timpului cît mai mari pentru a putea obține reprezentarea fenomenelor și la timpi cît mai apropiați de origine. Din relația (15.3) se observă că cu cît constanta de timp interioară τ_i este mai mare, cu atît factorul m_τ este mai mic.

În tabela 1 sînt indicate valorile constantei de timp interioară τ_i pentru conductoarele de oțel-aluminiu Ol-Al și de oțel galvanizat ale liniilor de transport. Se observă că mărimea τ_i crește cu secțiunea conductorului.

Tabela 1

Ol-Al	s, mm²	450/75	400/75	300/50	240/40	185/32	150/25	120/21
	r_0 la 20°C, $10^{-3}\Omega m^{-1}$	0,07	0,08	0,1	0,124	0,160	0,198	0,240
	τ_i, 10^{-3}s	5,71	5,0	4,0	3,226	2,50	2,02	1,665
Oțel galvanizat	s, mm²	70	50					
	r_0 la 20°C, $10^{-3}\ \Omega m^{-1}$	2,1	2,8					
	τ_i, 10^{-3} s	38,1	28,6					

Să considerăm o linie avînd conductorul activ de secțiune maximă (Ol-Al 450/75), fiind așezat astfel încît rezultă parametrii lineici reactivi $l_0 = 1{,}26.10^{-6}\,Hm^{-1}$ și $c_0 = 8{,}8.10^{-12}\,Fm^{-1}$. Din relația inductivității lineice $l_0 = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\ln\frac{2h}{a} + \frac{1}{4}\right)$, unde h este înălțimea de suspensie medie

a conductorului ($h \simeq 10 - 15$ m), iar a este raza lui ($a \simeq 10 - 15$ mm), rezultă că primul termen din expresia mărimii l_0, pentru $h = 10$ m, are valorile 7,6, respectiv 7,19. Termenul $\mu_0/4\pi$ reprezintă inductivitatea interioară a conductorului și cu $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\,\mathrm{Hm}^{-1}$, reprezintă 0,033, respectiv 0,0345 din valoarea primului termen. Rezultă deci că inductivitatea lineică exterioară a liniei este cu 3 — 4% mai mică decît inductivitatea lineică totală. În cazul nostru vom considera $l_e = 1{,}2\ 10^{-6}\,\mathrm{Hm}^{-1}$, adică 95,6% din l_0.

Cu aceste caracteristici și cu $\mu_i = 4\pi.10^{-7}\,\mathrm{Hm}^{-1}$ se obțin următoarele condiții și valori pentru modelul analogic optim:

$$a_0 = 8{,}75.10^{-6},\ \mathrm{Hm}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1},$$

$$a_1 = 1{,}227.10^{-2},\ \mathrm{Hm}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1},$$

$$a_2 = 2{,}57.10,\ \mathrm{Hm}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1},$$

$$a_3 = -5{,}4.10^{4},\ \mathrm{Hm}^{-1}\,\mathrm{s}^{-1},$$

$$477 \leqslant m_\tau \leqslant 3790,$$

$$\left(\frac{\beta_0}{\alpha_0}\right)_{opt} = 1{,}063.10^{3}.\mathrm{V/A}.$$

Înlocuind valoarea $\left(\frac{\beta_0}{\alpha_0}\right)$optim în relația (13.1), se obține condiția

$$1{,}068.10^{3} \leqslant m_\tau h \leqslant 5{,}34.10^{5}. \qquad (20)$$

Cu valorile extreme ale factorului de scală a timpului m_τ, domeniul de variație a lungimii liniei ce se poate modela prin această metodă este

a) $$m_\tau = 477 \rightarrow 2{,}24\mathrm{km} \leqslant \frac{L}{n} \leqslant 1{,}12.10^{3}\ \mathrm{km},$$

b) $$m_\tau = 3790 \rightarrow 0{,}282\mathrm{km} \leqslant \frac{L}{n} \leqslant 1{,}41.10^{2}\ \mathrm{km}.$$

Considerînd numărul de secțiuni n al modelului $n = 10$, rezultă că lungimea minimă de linie ce se poate modela prin această metodă cu $m_\tau = 3790$ este 2,82 km, iar cea maximă de 1 410 km, acoperindu-se întregul domeniu de lungimi existente în practică.

Alegînd factorii de scală $m_\tau = 3\,500$ și $\beta_0 = 1\,050\ \alpha_0$, rezistențele modelului analogic din figura 2 au valorile:

$$R_u = 64{,}7\ .\ h,\ \mathrm{k\Omega} \rightarrow h \geqslant 0{,}309\ \mathrm{km},$$

$$R_{i1} = 66{,}2\ .\ h,\ \mathrm{k\Omega} \rightarrow h \geqslant 0{,}302\ \mathrm{km},$$

$$R_{i2} = 2{,}84\ \mathrm{M\Omega},$$

$$R_{i3} = 4{,}73\ \mathrm{M\Omega},$$

$$R_{i4} = 7{,}9\ \mathrm{M\Omega},$$

$$R_{un} = 0{,}277\ \mathrm{M\Omega}.$$

3. APROXIMAREA NUCLEULUI $r(t)$ CU O SUMĂ DE EXPONENȚIALE

3.1. Stabilirea ecuațiilor în planul imaginilor și diferențiale ale curentului

Transformata Laplace a rezistenței tranzitorii, exprimată de primii m termeni ai relației (8), este

$$\mathcal{L}\,\tilde{r}(t) = r_0\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p + \frac{x_1^2}{\tau_i}} + \frac{1}{p + \frac{x_2^2}{\tau_i}} + \cdots + \frac{1}{p + \frac{x_m^2}{\tau_i}}\right) = \tilde{r}(p). \tag{21}$$

Înlocuind relația (21) într-una din ecuațiile (5), după aducerea la același numitor se obține

$$\left[(l_e p + r_0)\prod_{j=1}^{m}\left(p + \frac{x_j^2}{\tau_i}\right) + r_0 p \sum_{l=1}^{m}\prod_{j\neq l}^{m}\left(p + \frac{x_j^2}{\tau_i}\right)\right]\mathcal{L}\,i(x_k, t) =$$

$$= -\frac{1}{2h}\prod_{j=1}^{m}\left(p + \frac{x_j^2}{\tau_i}\right)\mathcal{L}[u(x_{k+1}, t) - u(x_{k-1}, t)]. \tag{22}$$

Pentru un m dat se dezvoltă produsele și sumele din relația (22), se ordonează fiecare membru al ecuației după puterile descrescătoare ale variabilei complexe p și apoi se scrie ecuația diferențială corespunzătoare. După explicitarea diferențialei de ordinul $m + 1$ a mărimii $i(x_k, t)$, se integrează de m ori ambele părți ale ecuației, obținîndu-se o ecuație diferențială în planul real, modelabilă direct pe calculatorul analogic.

În cazul $m = 3$, ecuația (22), după dezvoltare și ordonare după puterile variabilei complexe p, devine

$$\left\{l_e p^4 + \left(\frac{l_e}{\tau_i}\sum_{j=1}^{3} x_j^2 + 4r_0\right)p^3 + \frac{1}{\tau_i}\left(\frac{l_e}{\tau_i}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{3} x_j^2 x_s^2 + 3r_0\sum_{j=1}^{3} x_j^2\right)p^2 +\right.$$

$$\left. + \frac{1}{\tau_i^2}\left(\frac{l_e}{\tau_i}\prod_{j=1}^{3} x_1^2 \ldots x_j^2 + 2r_0\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{3} x_j^2 x_s^2\right)p + \frac{1}{\tau_i^3} r_0 \prod_{j=1}^{3} x_1^2 \ldots x_j^2\right\}\mathcal{L}i(x_k, t) =$$

$$= -\frac{1}{2h}\left(p^3 + \frac{p^2}{\tau_i}\sum_{j=1}^{3} x_j^2 + \frac{p}{\tau_i^2}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{3} x_j^2 x_s^2 + \frac{1}{\tau_i^3}\prod_{j=1}^{3} x_1^2 \ldots x_j^2\right)$$

$$\mathcal{L}[u(x_{k+1}, t) - u(x_{k-1}, t)]. \tag{23}$$

Ecuația diferențială a ecuației din planul complex (23), integrată de trei ori și explicitată în raport cu $\frac{\mathrm{d}i_k}{\mathrm{d}t}$, este

$$-\frac{\mathrm{d}i(x_k,t)}{\mathrm{d}t}=\left(\frac{1}{\tau_i}\sum_{j=1}^{3}x_j^2+\frac{4r_0}{l_e}\right)i(x_k,t)+\frac{1}{\tau_i}\left(\frac{1}{\tau_i}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{3}x_j^2x_s^2+\frac{3r_0}{l_e}\sum_{j=1}^{3}x_j^2\right)$$

$$\int i(x_k,t)\,\mathrm{d}t+\frac{1}{\tau_i^2}\left(\frac{1}{\tau_i}\prod_{j=1}^{3}x_1^2\ldots x_j^2+\frac{2r_0}{l_e}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{3}x_j^2x_s^2\right)\iint i(x_k,t)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t+$$

$$+\frac{1}{\tau_i^3}\frac{r_0}{l_e}\prod_{j=1}^{3}x_1^2\ldots x_j^2\iiint i(x_k,t)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t+\frac{1}{2hl_e}\Big\{[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]+$$

$$+\frac{1}{\tau_i}\sum_{j=1}^{3}x_j^2\int[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\mathrm{d}t+\frac{1}{\tau_i^2}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{3}x_j^2x_s^2\iint[u(x_{k+1},t)-$$

$$-u(x_{k-1},t)]\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t+\frac{1}{\tau_i^3}\prod_{j=1}^{3}x_1^2\ldots x_j^2\iiint[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t\Big\}. \quad (24)$$

Folosind același procedeu pentru $m=2$, din ecuația (22) rezultă

$$-\frac{\mathrm{d}i(x_k,t)}{\mathrm{d}t}=\left(\frac{1}{\tau_i}\sum_{j=1}^{2}x_j^2+\frac{3r_0}{l_e}\right)i(x_k,t)+\frac{1}{\tau_i}\left(\frac{1}{\tau_i}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{2}x_j^2x_s^2+\frac{2r_0}{l_e}\sum_{j=1}^{2}x_j^2\right)$$

$$\int i(x_k,t)\,\mathrm{d}t+\frac{1}{\tau_i^2}\frac{r_0}{l_e}\prod_{j=1}^{2}x_1^2\ldots x_j^2\iint i(x_k,t)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t+\frac{1}{2hl_e}$$

$$\Big\{[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]+\frac{1}{\tau_i}\sum_{j=1}^{2}x_j^2\int[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\mathrm{d}t+$$

$$+\frac{1}{\tau_i^2}\prod_{j=1}^{2}x_1^2\ldots x_j^2\iint[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t\Big\}. \quad (25)$$

Din relațiile (24) și (25), prin inducție, se poate scrie ecuația diferențială a curentului pentru cazul general la reținerea a m exponențiale. Se obține

$$-\frac{\mathrm{d}i(x_k,t)}{\mathrm{d}t}=\left[\frac{1}{\tau_i}\sum_{j=1}^{m}x_j^2+\frac{(m+1)r_0}{l_e}\right]i(x_k,t)+\frac{1}{\tau_i}\left(\frac{1}{\tau_i}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{m}x_j^2x_s^2+\right.$$

$$\left.+\frac{mr_0}{l_e}\sum_{j=1}^{m}x_j^2\right)\int i(x_k,t)\,\mathrm{d}t+\frac{1}{\tau_i^2}\left[\frac{1}{\tau_i}\sum_{\substack{j,s,w=1\\ j\neq s\neq w}}^{m}x_j^2x_s^2x_w^2+\frac{(n-1)r_0}{l_e}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{m}x_j^2x_s^2\right]\cdot$$

$$\cdot\iint i(x_k,t)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}t+\cdots+\frac{1}{\tau_i^m}\frac{r_0}{l_e}\prod_{j=1}^{m}x_1^2\ldots x_j^2\underbrace{\int\cdots\int}_{m\ ori}i(x_k,t)\,\underbrace{\mathrm{d}t\ldots\mathrm{d}t}_{m\ ori}+$$

$$+\frac{1}{2hl_e}\Big\{[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]+\frac{1}{\tau_i}\sum_{j=1}^{m}x_j^2\int[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\mathrm{d}t+$$

$$+\frac{1}{\tau_i^2}\sum_{\substack{j,s=1\\ j\neq s}}^{m} x_j^2 x_s^2 \iint [u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,dt\,dt+\cdots+$$

$$+\frac{1}{\tau_i^{m-1}}\sum_{\substack{j,s,w=1\\ j\neq s\neq\cdots\neq w,\ w=m-1}}^{m} x_j^2 x_s^2\ldots x_w^2 \underbrace{\int\cdots\int}_{(m-1)\ ori}[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\underbrace{dt\ldots dt}_{(m-1)\ ori}+$$

$$+\frac{1}{\tau_i^m}\prod_{j=1}^{m} x_1^2\ldots x_j^2 \underbrace{\int\cdots\int}_{m\ ori}[u(x_{k+1},t)-u(x_{k-1},t)]\,\underbrace{dt\ldots dt}_{m\ ori}. \tag{26.1}$$

3.2. Modelul analogic al ecuațiilor diferențiale în cazul $m = 2$ și $n = 5$

Sistemul de ecuații diferențiale al procesului de propagare în acest caz este

$$u(0,t) = u_0 \tag{26.2}$$

$$-\frac{du_k}{dt} = \frac{1}{2hc_0}(i_{k+1}-i_{k-1}) \qquad (k=1,2,\ldots,4), \tag{26.3}$$

$$-\frac{di_0}{dt} = b_1 i_0 + b_2\int i_0 dt + b_3\iint i_0\,dt\,dt + \frac{u_1-u_0}{hl_e} +$$

$$+\frac{63{,}89}{hl_e\tau_i}\int (u_1-u_0)\,dt + \frac{722}{hl_e\tau_i^2}\iint (u_1-u_0)\,dt\,dt, \tag{26.4}$$

$$-\frac{di_k}{dt} = b_1 i_k + b_2\int i_k\,dt + b_3\iint i_k dt dt + \frac{u_{k+1}-u_{k-1}}{2hl_e} +$$

$$+\frac{63{,}89}{2hl_e\tau_i}\int (u_{k+1}-u_{k-1})dt+\frac{722}{2hl_e\tau_i^2}\iint (u_{k+1}-u_{k-1})\,dtdt\ (k=1,2,3,4), \tag{26.5}$$

$$-\frac{di_5}{dt} = b_1 i_5 + b_2\int i_5\,dt + b_3\iint i_5 dtdt + \frac{u_5-u_4}{hl_e} + \frac{63{,}89}{hl_e\tau_i}\int (u_5-u_4)dt +$$

$$+\frac{722}{hl_e\tau_i^2}\iint (u_5-u_4)\,dtdt, \tag{26.6}$$

$$u_5 = R_r i_5, \tag{26.7}$$

unde

$$b_1 = \frac{3r_0}{l_e}+\frac{63{,}89}{\tau_i};\ b_2 = \frac{1}{\tau_i}\left(\frac{127{,}78r_0}{l_e}+\frac{722}{\tau_i}\right);\ b_3 = \frac{722}{l_e\tau_i^2}. \tag{27}$$

Modelul analogic al sistemului de ecuații (26.1) este arătat în figura 3. Expresiile rezistențelor amplificatoarelor care dau curenții, determinate în anexa 3, sînt

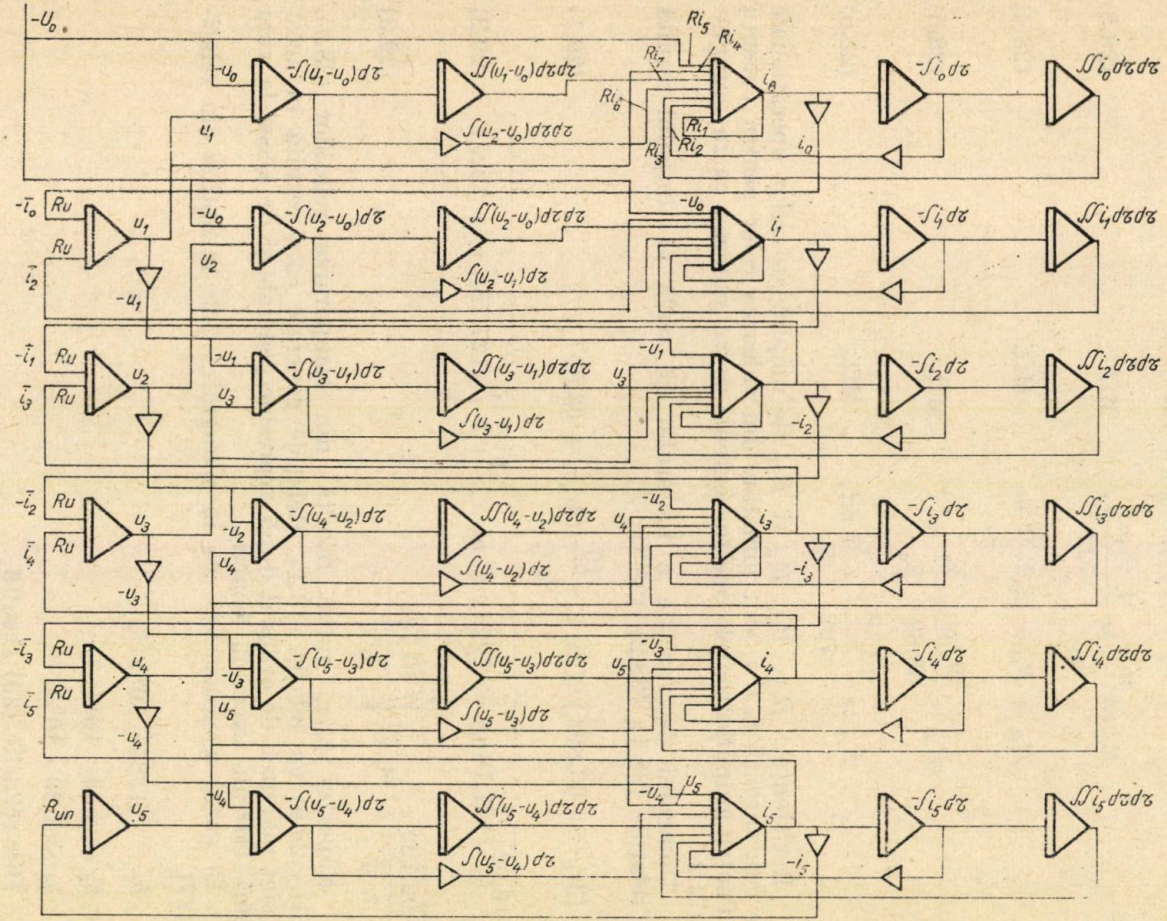


Fig. 3. — Modelul analogic al ecuaţiilor de propagare generalizate cu nucleul aproximat cu două exponenţiale.

$$R_{i1} = \frac{m_\tau}{b_1} = \frac{l_e \tau_i m_\tau}{3r_0 \tau_i + 63{,}89\, l_e}, \quad \text{MΩ}, \tag{28.1}$$

$$R_{i2} = \frac{m_\tau^2}{b_2} = \frac{l_e \tau_i^2 m_\tau^2}{127{,}78\, r_0 \tau_i + 722\, l_e}, \quad \text{MΩ}, \tag{28.2}$$

$$R_{i3} = \frac{m_\tau^3}{b_3} = \frac{l_e \tau_i^2 m_\tau^3}{722}, \quad \text{MΩ}, \tag{28.3}$$

$$R_{i4} = R_{i5} = 2 l_e h \frac{\alpha_0}{\beta_0} m_\tau, \quad \text{MΩ}, \tag{28.4}$$

$$R_{i6} = \frac{2 l_e \tau_i}{63{,}89} h \frac{\alpha_0}{\beta_0} m_\tau^2, \quad \text{MΩ}, \tag{28.5}$$

$$R_{i7} = \frac{2 l_e \tau_i^2 h}{722} \cdot \frac{\alpha_0}{\beta_0} m_\tau^3, \quad \text{MΩ}. \tag{28.6}$$

Rezistențele R_{i4}, R_{i5}, R_{i6} și R_{i7} ale amplificatoarelor operaționale care dau curenții i_0 și i_n sînt jumătate din valoarea celor pentru curenții i_k. Pentru amplificatoarele acestor curenți se va proceda ca în paragrafele 2.2.

Domeniul de variație a factorului de scală al timpului rezultă din relațiile (28.1), (28.2), (28,3):

$$\frac{0{,}02}{l_e \tau_i}(3r_0\tau_i + 63{,}89\, l_e) \leqslant m_\tau \leqslant \frac{10}{l_e \tau_i}(3r_0\tau_i + 63{,}89\, l_e), \tag{29.1}$$

$$\frac{1}{\tau_i}\sqrt{\frac{0{,}02}{l_e}(127{,}78 r_0 \tau_i + 722\, l_e)} \leqslant m_\tau \leqslant \frac{1}{\tau_i}\sqrt{\frac{10}{l_e}(127{,}78 r_0 \tau_i + 722 l_e)}, \tag{29.2}$$

$$\sqrt[3]{\frac{0{,}02 \cdot 722}{l_e \tau_i^2}} \leqslant m_\tau \leqslant \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 722}{l_e \tau_i^2}}. \tag{29.3}$$

Raportul β_0/α_0 optim rezultă din compararea relațiilor (28.4), (28.5), (28.6) cu relația (13.1). Relațiile generale care rezultă în acest caz sînt mai greu de ordonat după expresiile generale și de aceea le vom urmări într-un exemplu concret.

În cazul aceleiași linii ca în paragraful 2.2, se obține din relațiile (27)

$$b_1 = 1{,}1385 \cdot 10^4\ \text{s}^{-1},$$

$$b_2 = 2{,}34 \cdot 10^7\ \text{s}^{-2},$$

$$b_3 = 1{,}29 \cdot 10^9\ \text{s}^{-3}.$$

Din relațiile (29) rezultă

$$227 \leqslant m_\tau \leqslant 113700,$$

$$684 \leqslant m_\tau \leqslant 15300,$$

$$296 \leqslant m_\tau \leqslant 2340,$$

de unde

$$684 \leqslant m_\tau \leqslant 2340. \tag{30}$$

Întrucît ne interesează lungimile minime de linii care pot fi modelate, vom folosi valoarea maximă a factorului de scală a timpului, $m_\tau = 2\,340$. Cu această valoare și cu condiția $0{,}02\ \text{MΩ} \leqslant R \leqslant 20\ \text{MΩ}$, din relațiile (28.4), (28.5) și (28.6) se obțin inegalitățile

$$4{,}8a_1 \leqslant h \leqslant 2{,}4 \cdot 10^3\, a_1, \tag{31.1}$$

$$4{,}05\, a_1 \leqslant h \leqslant 2{,}025 \cdot 10^3\, a_1, \tag{31.2}$$

$$a_1 \leqslant h \leqslant 0{,}5 \cdot 10^3\, a_1, \tag{31.3}$$

unde

$$a_1 = \frac{8{,}3}{m_\tau} \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0}.$$

Inegalitățile (31) sînt satisfăcute simultan de inecuația

$$\frac{3{,}975.10}{m_\tau} \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0} \leqslant h \leqslant \frac{0{,}415.10^4}{m_\tau} \cdot \frac{\beta_0}{\alpha_0}. \tag{32}$$

Din relația (13.1) rezultă condiția

$$\frac{1{,}136.10^6}{\frac{\beta_0}{\alpha_0} m_\tau} \leqslant h \leqslant \frac{0{,}568.10^9}{\frac{\beta_0}{\alpha_0} m_\tau}. \tag{33}$$

Egalînd membrii întîi ai dublelor inegalități (32) și (33), se obține (β_0/α_0) optim $= 168{,}5$. Cu această valoare și cu $m_{\tau\,max} = 2\,340$, se obțin următoarele valori pentru rezistențele decadice și pentru lungimea minimă a secțiunilor h:

$$R_u = 6{,}92\, h,\ \text{kΩ} \rightarrow h_{min} \geqslant 2{,}88\ \text{km},$$

$$R_{i4} = R_{i5} = 0{,}0334\, h,\ \text{MΩ} \rightarrow h_{min} \geqslant 0{,}6\ \text{km},$$

$$R_{i6} = 6{,}97\, h,\ \text{kΩ}, \quad \rightarrow \quad h_{min} \geqslant 2{,}86\ \text{km},$$

$$R_{i7} = 8{,}22\, h,\ \text{kΩ}, \quad \rightarrow \quad h_{min} \geqslant 2{,}43\ \text{km}.$$

$$R_{i1} = 0{,}206,\ \text{MΩ},$$

$$R_{i2} = 0{,}235,\ \text{MΩ},$$

$$R_{i3} = 9{,}92,\ \text{MΩ}.$$

Rezultă că lungimea de linie minimă modelabilă prin această metodă este $L/n = 2{,}88$ km. Cu $n = 10$ se obține $L_{min} = 28{,}8$ km. În comparație cu prima metodă, metoda a doua, cu o schemă mai completă, acoperă o zonă mai redusă de lungimi de linie. Factorii de scală ai timpului sînt la ambele metode comparabil ca ordin de mărime, fiind însă mai mari la prima. Pentru reprezentarea proceselor la durate de ordinul 0,5 — 60 μs sînt necesare dispozitive rapide de urmărire și de înregistrare, ca și la ecuațiile clasice ale liniilor cu pierderi [9].

4. CONCLUZII

Ecuațiile de propagare generalizate ale unei linii monofilare se pot rezolva cu calculatoare electronice analogice. În acest scop se aplică transformata Laplace ecuației integrale de tip convolutiv, obținîndu-se funcția de transfer a necunoscutelor (tensiune și curent), care se exprimă sub forma unei ecuații diferențiale ordinare. Și în acest caz se folosește metoda diferențelor finite, fiind vorba de ecuații cu derivate parțiale.

Între cele două metode de rezolvare a ecuațiilor de propagare generalizate, metoda aproximării nucleului cu o serie de puteri negative și metoda aproximării cu transformatele unei sume de exponențiale, rezultă a fi mai indicată prima metodă. Aceasta are o schemă mai simplă, poate modela lungimi mai mici de linie și procese mai rapide decît a doua metodă.

Pentru procesele de tip impuls, ambele metode necesită mijloace rapide de urmărire și de înregistrare (oscilografe).

ANEXE

ANEXA 1. DETERMINAREA COEFICIENȚILOR a_j AI SERIEI DE PUTERI NEGATIVE CARE APROXIMEAZĂ REZISTENȚA OPERAȚIONALĂ $r(p)$

Folosind relația $J_n(jx) = j^n I_n(x)$, care exprimă legătura dintre funcțiile cilindrice de speța întîi de argument imaginar și funcțiile Bessel modificate de speța întîi de argument real [11], [12] expresia rezistenței operaționale $r(p)$, relația (6) devine

$$r(p) = \frac{\mu_i}{2\pi} \cdot \frac{I_0(\sqrt{\tau_i p})}{\sqrt{\tau_i p}\, I_1(\sqrt{\tau_i p})}. \tag{A.1}$$

Înlocuind funcțiile Bessel modificate cu seriile de puteri infinite indicate în [12], se obține

$$r(p) = \frac{\mu_i}{\pi\tau_i} \cdot \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tau_i^k p^k}{2^k (|k|)^2}}{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tau_i^{k+1} p^{k+1}}{2^k k|(k+1)|}}. \tag{A.2}$$

Se observă că, deși argumentul funcțiilor Bessel modificate este irațional, rezistența operațională este un cît de sume infinite de funcții întregi, de forma

$$\tilde{r}(p) = \frac{\mu_i}{\pi\tau_i} \cdot \frac{1 + \frac{\tau_i p}{2} + \frac{\tau_i^2 p^2}{16} + \frac{\tau_i^3 p^3}{288} + \frac{\tau_i^4 p^4}{9216} + \frac{\tau_i^5 p^5}{460800} + \frac{\tau_i^6 p^6}{33177600} + \cdots}{\tau_i p + \frac{\tau_i^2 p^2}{4} + \frac{\tau_i^3 p^3}{48} + \frac{\tau_i^4 p^4}{1152} + \frac{\tau_i^5 p^5}{46080} + \frac{\tau_i^6 p^6}{2746800} + \frac{\tau_i^7 p^7}{226437120} + \cdots} = \sum_{j=0}^{m} a_j p^{-j}. \tag{A.3}$$

Aproximînd rezistența operațională $r(p)$ cu suma de puteri negative $\sum_{j=0}^{m} a_j p^{-j}$, după dezvoltare și identificarea coeficienților puterilor egale se obțin coeficienții a_j ai seriei.

În cazul reținerii a numai patru termeni ($m = 3$), relația (A.3) devine

$$\frac{\mu_i}{\pi\tau_i}\left(1+\frac{\tau_i p}{2}+\frac{\tau_i^2 p^2}{16}+\frac{\tau_i^3 p^3}{288}\right)=a_1\tau_i+p\tau_i\left(a_0+\frac{a_1\tau_i}{4}+\frac{a_2\tau_i^2}{48}+\frac{a_3\tau_i^3}{1152}\right)+$$

$$+\frac{p^2\tau_i^2}{4}\left(a_0+\frac{a_1\tau_i}{12}+\frac{a_2\tau_i^2}{288}\right)+\frac{p^3\tau_i^3}{48}\left(a_0+\frac{a_1\tau_i}{4}\right). \qquad (A.4)$$

Prin identificarea coeficienților puterilor egale, rezultă sistemul de ecuații cu necunoscutele a_j:

$$a_1\tau_i=\frac{\mu_i}{\pi\tau_i}, \qquad (A.5.1)$$

$$a_0+\frac{a_1\tau_i}{24}=\frac{\mu_i}{6\pi\tau_i}, \qquad (A.5.2)$$

$$a_0+\frac{a_i\tau_i}{12}+\frac{a_2\tau_i^2}{288}=\frac{\mu_i}{4\pi\tau_i}, \qquad (A.5.3)$$

$$a_0+\frac{a_1\tau_i}{4}+\frac{a_2\tau_i^2}{48}+\frac{a_3\tau_i^3}{1152}=\frac{\mu_i}{2\pi\tau_i}. \qquad (A.5.4)$$

Soluțiile sistemului (A.5) sînt date de relațiile (12) din text.

ANEXA 2. DETERMINAREA REZISTENȚELOR MODELULUI ANALOGIC AL SISTEMULUI DE ECUAȚII (11), (2) și (4.3) (FIG. A.2)

Amplificatorul integrator al ecuației (4.3) are ecuația

$$c\frac{\mathrm{d}\bar{u}k}{\mathrm{d}\tau}=\frac{|\bar{i}_{k+1}|}{R_{u1}}+\frac{|\bar{i}_{k-1}|}{R_{u2}}. \qquad (A.6)$$

Cu factorii de scală

$$\bar{u}_k=\alpha_0 u_k,\quad \bar{i}=\beta_0 i \quad \text{și} \quad \tau=m_\tau t. \qquad (A.7)$$

prin metodele indicate în lucrări anterioare [13], se obține relația (13.1) din text. Capacitatea c din reacția amplificatorului operațional integrator este considerată egală cu 1μF, u, i și t sînt mărimile reale pe linie, iar $\bar{u}$, $\bar{i}$ și τ mărimile în model pe calculator.

Amplificatorul operațional sumator al relației (2) are ecuația

$$\frac{\bar{i}_5}{R_{un}}=\frac{\bar{u}_5}{10^5}, \qquad (A.8)$$

de unde rezultă relația (13.2) din text.

Amplificatoarele operaționale integratoare care modelează curenții i_k (relațiile (11)) au ecuația

$$c\frac{d\bar{i}_k}{d\tau}=\frac{|\bar{u}_{k+1}|}{R_{i1}}+\frac{|\bar{u}_{k-1}|}{R_{i1}}+\frac{|\bar{i}_k|}{R_{i2}}+\frac{\left|\int\bar{i}_k d\tau\right|}{R_{i3}}+\frac{\left|\iint\bar{i}_k d\tau d\tau\right|}{R_{i4}}. \tag{A.9}$$

Transformată în mărimi reale pe baza relațiilor (A.7), ecuația (A.11) devine

$$\frac{d\bar{i}_k}{dt}=m_\tau\frac{\alpha_0}{\beta_0}\cdot\frac{1}{c}\left[\frac{|u_{k+1}|+|u_{k-1}|}{R_{i1}}\right]+m_\tau\frac{|i_k|}{cR_{i2}}+\frac{m_\tau^2\left|\int i_k dt\right|}{cR_{i3}}+$$

$$+\frac{m_\tau^3\left|\iint i_k dt dt\right|}{cR_{i4}}. \tag{A.10}$$

Din identificarea coeficienților termenilor asemenea ai ecuațiilor A.12) și (11.2), se obțin expresiile rezistențelor R_i (relațiile (14) din text).

ANEXA 3. DETERMINAREA REZISTENȚELOR DE INTRARE ÎN AMPLIFICATOARELE OPERAȚIONALE ALE MODELULUI DIN FIGURA 3

Amplificatoarele care dau tensiunea au rezistențele de intrare date de relațiile (13.1) și (13.2) din text.

Amplificatoarele care dau curenții i_k au ecuația

$$c\frac{d\bar{i}_k}{d\tau}=-\frac{\bar{i}_k}{R_{i1}}+\frac{\int\bar{i}_k d\tau}{R_{i2}}+\frac{\iint\bar{i}_k d\tau d\tau}{R_{i3}}+\frac{|\bar{u}_{k+1}|}{R_{i4}}+\frac{|\bar{u}_{k-1}|}{R_{i5}}+$$

$$+\frac{\int(\bar{u}_{k+1}-\bar{u}_{k-1})\,d\tau}{R_{i6}}+\frac{\iint(\bar{u}_{k+1}-\bar{u}_{k-1})\,d\tau d\tau}{R_{i7}}. \tag{A.11}$$

După înlocuirea relațiilor (A.7) și identificarea coeficienților termenilor asemenea din ecuațiile (A.11) și (26.5) rezultă relațiile (28) din text.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi și cu pierderi în prezența solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 417—449 (1966).
2. A. Timotin, A. Țugulea, *Calculul parametrilor lineici tranzitorii ai unor linii electrice lungi și utilizarea lor în studiul propagării undelor pe linii*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3* (1967).

3. V. VOLTERRA, *Sull'inversione degli integrali definiti*, Atti della reale Acc. delle Scienze di Torino, 12 ian. 1896, p. 311, 8 mart. 1896, p. 400, 26 apr. 1896, p. 557 și 693.
4. K. W. GAEDE, *Über die Lösung linearer Integralgleichungen mit einer elektronischen Analogierechenanlage*, Z. f. Ang. Math. u. Mech., **41**, *9*, 370—390 (1961).
5. T. LALESCU, *Introducere în teoria ecuațiilor integrale*, București Edit. Academiei 1956.
6. K. W. WAGNER, *Die Laplacesche Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik*, Leipzig, J. Barth Verlag, 1962.
7. A. SYDOW, *Programmierungstechnik für elektronische Analogrechner*, ed. 2, Berlin, VEB-Verlag Technik, 1964.
8. S. FIFER, *Analogue Computation*, vol. II, McGraw-Hill Book Company, New York-Toronto-Londra, 1961.
9. I. ADĂMUȚ, *Contribuții în problema modelării ecuațiilor de propagare clasice și generalizate pentru linii cu pierderi*, St. cerc. energ. electrotehn., **18**, *4* (1968).
10. V. DËЧ, *Руководство к практическому применению преобразования Лапласа* (trad. din l. germană). *Изд. Наука.*
11. A. GRAY, G. B. MATHEWS, *Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică* (trad. din l. engleză), București, Edit. tehnică, 1958.
12. I. M. RÎJIC, I. S. GRADSTEIN, *Tabele de integrale, sume, serii și produse* (trad. din l. rusă), București, Edit. tehnică, 1955.
13. I. ADĂMUȚ, *Rezolvarea proceselor de propagare de-a lungul unor structuri continue cu ajutorul modelării analogice a unor scheme lanț de cuadripol*, Electrotehnica, **15**, *6*, 201—208 (1967).
14. V. M. POPOV, N. N. TĂTARU, T. BĂJENESCU, Calculatorul analogic neliniar, MECAN-II St. cerc. energ. electrotehn. (1963).

CONTRIBUŢII LA CALCULUL SUPRATENSIUNILOR DE COMUTAŢIE LA LINII AERIENE TRIFAZATE

DE

E. WAGNER

621.3.015.3.001.24

În lucrare se prezintă o metodă numerică de calcul pentru determinarea supratensiunilor de comutaţie pe linii trifazate. În cazul cînd conductoarele liniei de transport nu mai sînt filiforme şi se consideră şi pămîntul ca un conductor masiv cu conductivitate finită, nu se mai pot aplica pentru calcul ecuaţiile telegrafiştilor. Tensiunile respectiv curenţii pe linie trebuie determinaţi pornind de la ecuaţiile lui Maxwell. Pentru a ocoli aceste calcule se propune în lucrare folosirea unor funcţii de transfer cu ajutorul cărora se pot calcula tensiunile la un capăt de linie funcţie de undele de tensiune emise la celălalt capăt. La liniile trifazate se operează cu matricea funcţiilor de transfer. Elementele acestei matrici sînt funcţii de timp şi depind de parametrii liniei.Ele pot fi determinate experimental sau pe cale de calcul. La determinarea analitică a funcţiilor de transfer se foloseşte o transformare Fourier şi se ţine seama de influenţa pămîntului asupra parametrilor liniei, prin coeficienţii de corecţie determinaţi de Carson. Astfel se poate considera la propagarea undelor şi atenuarea lor, spre deosebire de calculele prezentate în literatură unde se admite că undele se propagă neatenuat iar datorită pămîntului apare numai o micşorare a vitezei de propagare a componentei omopolare.

Tensiunile se determină pas cu pas, simultan la ambele capete ale liniei. Undele de tensiune de formă oarecare emise la un capăt de linie sînt descompuse în unde diferenţiale dreptunghiulare şi pe linie se urmăreşte propagarea acestora cu ajutorul funcţiilor de transfer. Unda de tensiune incidentă totală se obţine prin însumarea undelor diferenţiale sosite pînă la momentul respectiv. Pentru a determina tensiunea totală se mai adună unda reflectată a cărei formă depinde de condiţiile de limită existente. Aceste condiţii sînt funcţie de elementele de circuit conectate la capetele liniei şi se modifică odată cu efectuarea diferitelor comutări. În lucrare sînt elaborate condiţiile de reflectare pentru cazul unei linii trifazate nesimetrice cînd se conectează la capetele ei surse de tensiune cu rezistenţe în serie sau surse de curent.

Pe baza algoritmului elaborat sînt prezentate rezultate obţinute la calcularea supratensiunilor în cîteva cazuri de punere sub tensiune a unei linii trifazate.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 377–391, 1969

1. INTRODUCERE

Dezvoltarea liniilor de foarte înaltă tensiune și de lungime mare duce la necesitatea determinării cît mai exacte a supratensiunilor de comutație, deoarece valoarea lor devine hotărîtoare în alegerea nivelului de izolație. Fenomenele tranzitorii care duc la apariția acestor supratensiuni sînt influențate de foarte mulți factori și calculul lor analitic devine foarte dificil. Pentru a putea efectua totuși calculul supratensiunilor sub formă analitică se admit de obicei unele simplificări, care afectează însă precizia valorilor obținute. Rezultate mai exacte pot fi obținute cu ajutorul metodelor de calcul numeric. Prin aceste metode se pot cuprinde problemele mai complex, mai apropiat de desfășurarea lor în realitate. Astfel devine posibilă determinarea supratensiunilor și la liniile trifazate nesimetrice, pot fi urmărite comutările nesimultane pe cele trei faze, se poate considera cu mai multă precizie influența pămîntului asupra propagării undelor, etc. Din literatură [1], [2] sînt cunoscute metode de calcul numeric aplicate la determinarea supratensiunilor. Astfel este prezentat în [1] calculul supratensiunilor la conectarea nesimultană a fazelor unei linii simetrice, considerînd pămîntul cu conductivitate infinită. În lucrarea [2] se ține seama de prezența pămîntului prin micșorarea vitezei de propagare a undelor omopolare.

În prezenta lucrare se dezvoltă o metodă de calcul numeric pentru urmărirea fenomenelor tranzitorii pe linii trifazate ținînd seama de influența pămîntului și asupra atenuării undelor. Metoda propusă permite calcularea pas cu pas a tensiunilor la ambele capete ale liniei, analog ca la metoda Bergeron, dar cu o precizie mai mare. Undele de tensiune emise la un capăt de linie sînt descompuse în unde diferențiale dreptunghiulare. Pe linie se urmărește propagarea acestor unde dreptunghiulare care, datorită pierderilor în conductoare și în pămînt, ajung atenuate la celălalt capăt al liniei. Prin însumarea undelor sosite pînă în acel moment se obține unda de tensiune incidentă. Tensiunea totală rezultă după ce se mai adună la unda incidentă și cea reflectată, a cărei firmă depinde de condițiile de limită de la capătul liniei. Unda reflectată se va propaga spre celălalt capăt al liniei și va da o undă incidentă a cărei valoare se determină analog. Calculul se efectuează simultan la ambele capete ale liniei și permite determinarea tensiunilor în funcție de undele emise și de condițiile de reflectare. Diferitele comutări duc numai la modificarea condițiilor de reflectare dar mersul de calcul rămîne același.

2. FUNCȚII DE TRANSFER LA LINIILE TRIFAZATE

Pentru calculul analitic al fenomenelor tranzitorii pe linii se folosesc ecuațiile telegrafiștilor :

$$
\begin{aligned}
-\frac{\partial [u]}{\partial x} &= [L]\,\frac{\partial [i]}{\partial t} + [R]\,[i], \\
-\frac{\partial [i]}{\partial x} &= [C]\,\frac{\partial [u]}{\partial t} + [G]\,[u],
\end{aligned}
\tag{1}
$$

în care $[u]$ și $[i]$ reprezintă matricele tensiunilor respective a curenților de fază, iar $[R]$, $[L]$, $[C]$, $[G]$ matricele parametrilor lineici.

Ecuațiile scrise sînt însă corecte numai pentru cazul conductoarelor filiforme, adică fără efect pelicular și a unui pămînt cu conductivitate infinită. În cazul cînd nu se mai poate neglija efectul pelicular din conductoare și se ține seama de conductivitatea finită a pămîntului, ecuațiile (1) nu mai sînt valabile și pentru rezolvarea problemei trebuie folosite ecuațiile lui Maxwell. Pentru a ocoli această metodă de rezolvare se propune folosirea funcției de transfer (răspuns tranzitoriu) pentru calculul tensiunilor. Funcția de transfer introdusă dă variația tensiunii la sfîrșitul liniei dacă se aplică la începutul ei tensiunea treaptă unitate. Pentru cazul liniilor trifazate se definește matricea funcțiilor de transfer $[f]$ de forma :

$$[f] = \begin{bmatrix} f_{aa} f_{ab} f_{ac} \\ f_{ba} f_{bb} f_{bc} \\ f_{ca} f_{cb} f_{cc} \end{bmatrix},$$

în care f_{ii} reprezintă funcțiile de transfer proprii iar f_{ij} funcțiile de transfer reciproce. Funcția f_{ii} dă forma tensiunii la capătul conductorului fazei i dacă la începutul ei se aplică tensiunea treaptă unitate, iar f_{ij} dă forma de variație a tensiunii în aceleași condiții pe faza j.

Elementele matricei $[f]$ pot fi determinate pe cale experimentală sau prin calcul. La determinarea experimentală a elementelor matricei se aplică pe faza a a liniei, tensiunea treapta unitate și tensiunile înregistrate la sfîrșitul liniei vor da funcțiile f_{aa}, f_{ab}, f_{ac}. Repetînd măsurătorile pentru celelalte două faze se obțin în mod asemănător și celelalte elemente ale matricei $[f]$.

Pentru calculul analitic al matricei de transfer se folosesc parametrii modali ai liniei și o integrală Fourier. Metoda de calcul este expusă în continuare în capitolul 3 al lucrării.

Cunoscînd matricea $[f]$ se pot determina undele de tensiune incidente la sfîrșitul liniei $[u'(t)]$ dacă la începutul liniei se emite pe fiecare fază o treaptă de tensiune $[U_e]$, cu relația

$$[u'(t)] = [f][U_e]. \tag{2}$$

În cazul că se emite la începutul liniei o undă de tensiune de formă oarecare $[u_e(t)]$ tensiunea la sfîrșitul liniei se calculează cu integrala Duhamel obținută pe baza teoremei produsului

$$[u'(t)] = [f(t)][u_e(0)] + \int_0^t [f(\theta)] \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} [u_e(t-\theta)]\, \mathrm{d}\theta. \tag{3}$$

Pentru calculele numerice integrala (3) se scrie în forma

$$[u'(t)] = \sum_{\theta=0}^{t} [f(\theta)][\Delta u_e(t-\theta)]. \tag{4}$$

Relația (4) exprimă tensiunea incidentă la capătul liniei cînd unda de tensiune emisă la începutul liniei se înlocuiește cu o curbă în trepte adică cu o sumă de unde diferențiale $[\Delta u_e]$ emise la timpi diferiți (fig. 1).

Tensiunile incidente $[u'(t)]$ se obţin ca o sumă de unde emise de la celălalt capăt al liniei la timpi diferiţi $(t - \theta)$ care sosesc însă în acelaşi moment t la capătul considerat.

Notînd cu Δt intervalul pentru care funcţia se consideră constantă şi cu n pasul de calcul se poate scrie : $t = n\Delta t$ şi $\theta = y\Delta t$, iar expresia (4) devine

$$[u'_n] = \sum_{y=0}^{n} [f_y][\Delta u_{e_{n-y}}].$$

La calculele practice este util să se determine nu valoarea tensiunii la timpul t ci creşterea de tensiune faţă de cea din momentul anterior.

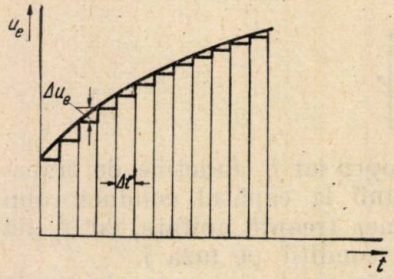


Fig. 1. — Undă de tensiune emisă aproximată cu o sumă de unde diferenţiale dreptunghiulare.

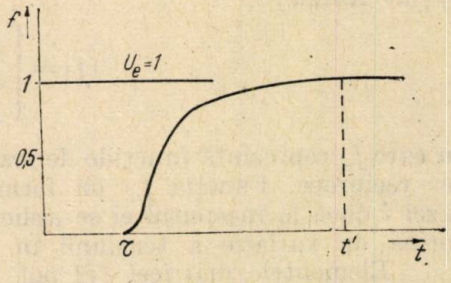


Fig. 2. — Funcţie de transfer pentru o linie.

Creşterea de tensiune, adică unda diferenţială totală care soseşte la timpul t la capătul liniei se calculează cu relaţia

$$[\Delta u'_n] = \sum_{y=0}^{\theta} [\Delta f_y][\Delta u_{e_{n-y}}], \tag{5}$$

în care suma nu se efectuează pentru toţi termenii de la 0 la n, ci numai pentru termenii cu Δf_y diferit de zero. În figura 2 s-a reprezentat calitativ forma undei incidente la sfîrşitul liniei dacă la începutul ei se emite o tensiune treaptă unitate, adică chiar funcţia de transfer. Se observă că Δ_{fy} este diferit de zero numai pe intervalul de la τ la t'. Introducînd notaţiile : $\tau = k\Delta t$ şi $t' = K\Delta t$ se poate scrie în locul relaţiei (5) următoarea expresie

$$[\Delta u'_n] = \sum_{y=k}^{n} [\Delta f_y][\Delta u_{e_{n-y}}], \tag{6}$$

sau pentru $n > K$

$$[\Delta u'_n] = \sum_{y=k}^{k} [\Delta f_y][\Delta u_{e_{n-y}}]. \tag{7}$$

Tensiunea incidentă totală se obţine prin suprapunerea undei diferenţiale (6) peste tensiunea existentă pînă în acel moment

$$[u'_n] = [u'_{n-1}] + [\Delta u'_n]. \tag{8}$$

Cu valoarea obținută pentru tensiunea incidentă se determină, în funcție de condițiile de limită, unda de tensiune reflectată care se propagă pe linie în sens contrar și dă o tensiune incidentă la începutul liniei. Valoarea undei de tensiune incidentă la începutul liniei se determină de asemenea cu relațiile (6) și (8). Rezultă că desfășurarea fenomenului poate fi urmărită pas cu pas simultan la ambele capete ale liniei, modificările în schemă intervenind numai prin schimbarea condițiilor de reflectare.

3. DETERMINAREA MATRICEI DE TRANSFER

Matricea de transfer poate fi obținută pe cale de calcul folosind parametrii modali ai liniei, la care se ține seama de influența pământului prin coeficienții de corecție determinați de Carson. Componentele modale pentru tensiuni și curenți și parametrii modali sînt cunoscuți pentru un regim armonic permanent. Calculul lor este prezentat amănunțit în lucrările [4] — [7]. Pentru a putea utiliza rezultatele obținute se propune folosirea unei integrale Fourier, descompunînd în acest fel regimul tranzitoriu într-o sumă de regimuri armonice permanente.

Componentele modale ale tensiunilor respectiv curenților se determină din ecuațiile telegrafiștilor scrise în complex pentru un regim armonic permanent în forma :

$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{U}]}{\mathrm{d}x} = [\underline{Z}][\underline{I}],$$
$$-\frac{\mathrm{d}[\underline{I}]}{\mathrm{d}x} = [\underline{Y}]\,[\underline{U}],$$

unde la matricile impedanțelor longitudinale $[\underline{Z}]$ și a admitanțelor transversale $[\underline{Y}]$, ambele pentru unitatea de lungime, se ține seama de influența pământului prin coeficienți de corecție [4], [5].

Prin transformări simple se obține :

$$\frac{\mathrm{d}^2[\underline{U}]}{\mathrm{d}x^2} = [\underline{Z}]\,[\underline{Y}]\,[\underline{U}],$$
$$\frac{\mathrm{d}^2[\underline{I}]}{\mathrm{d}x^2} = [\underline{Y}]\,[\underline{Z}]\,[\underline{I}],$$

din care se calculează tensiunile și curenții de fază. Sistemul de ecuații obținut se rezolvă prin introducerea componentelor modale cu ajutorul cărora se realizează o decuplare a ecuațiilor și se obțin cîte trei ecuații independente pentru componentele modale ale tensiunilor respectiv curenților.

Notînd cu $[\underline{U}_m]$ și $[\underline{I}_m]$ matricele componentelor modale ale tensiunilor și curenților și cu $[\underline{T}_u]$ respectiv $[\underline{T}_i]$ matricele de transformare corespunzătoare, se obține :

$$[\underline{U}] = [\underline{T}_u]\,[\underline{U}_m],$$
$$[\underline{I}] = [\underline{T}_i]\,[\underline{I}_m].$$

Matricele de transformare se determină din condiția ca matricea constantelor de propagare modale $[\underline{\Upsilon}_m]$, care rezultă din relațiile :

$$[\underline{\Upsilon}_m]^2 = [\underline{T}_u]^{-1}[\underline{Z}][\underline{Y}][\underline{T}_u] = [\underline{T}_u]^{-1}[\underline{\Upsilon}_u]^2[\underline{T}_u],$$

$$[\underline{\Upsilon}_m]^2 = [\underline{T}_i]^{-1}[\underline{Y}][\underline{Z}][\underline{T}_i] = [\underline{T}_i]^{-1}[\underline{\Upsilon}_i]^2[\underline{T}_i],$$

să fie diagonale. Elementele acestor matrici dau constantele de propagare pentru componentele modale. Atît $[\underline{T}_u]$, $[\underline{T}_i]$ cît și $[\underline{\Upsilon}_m]$ sînt dependente de frecvență, deoarece influența pămîntului se manifestă diferit la diferite frecvențe. Constantele de propagare sînt influențate diferit de prezența pămîntului, cea mai mult modificată fiind cea pentru componenta omopolară γ_3. În calcule se poate uneori aproxima $\underline{\Upsilon}_1 = \underline{\Upsilon}_2 = j\frac{\omega}{v_0}$ (v_0 viteza undelor electromagnetice în vid) și numai la $\underline{\Upsilon}_3$ să se țină seama de prezența pămîntului.

Tensiunile modale incidente la capetele liniei se calculează cu relația

$$[\underline{U}'_m] = [e^{-\underline{\Upsilon}_m l}][\underline{U}_{me}],$$

unde $[e^{-\underline{\Upsilon}_m l}] = [\underline{F}_m]$ este o matrice diagonală și va fi denumită funcție de transfer modală, deoarece permite determinarea tensiunilor de la sfîrșitul liniei în funcție de cele de la începutul ei

$$[\underline{U}'_m] = [\underline{F}_m][\underline{U}_{me}].$$

Revenind la mărimile de fază se poate scrie tensiunea la sfîrșitul liniei în forma

$$[\underline{U}'] = [\underline{T}_u][\underline{F}_m][\underline{T}_u]^{-1}[\underline{U}_e],$$

sau

$$[\underline{U}'] = [\underline{F}][\underline{U}_e], \tag{9}$$

unde s-a notat cu $[\underline{F}] = [\underline{T}_u][\underline{F}_m][\underline{T}_u]^{-1}$ matricea de transfer pentru tensiunile de fază.

Matricele $[\underline{T}_u]$, $[\underline{F}_m]$, $[\underline{F}]$ pot fi scrise pentru cazul general în forma :

$$[\underline{T}_u] = \begin{bmatrix} \underline{t}_{a1} & \underline{t}_{a2} & \underline{t}_{a3} \\ \underline{t}_{b1} & \underline{t}_{b2} & \underline{t}_{b3} \\ \underline{t}_{c1} & \underline{t}_{c2} & \underline{t}_{c3} \end{bmatrix}; \quad [\underline{F}_m] = \begin{bmatrix} \underline{F}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{F}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{F}_3 \end{bmatrix}; \quad [\underline{F}] = \begin{bmatrix} \underline{F}_{aa} & \underline{F}_{ab} & \underline{F}_{ac} \\ \underline{F}_{ba} & \underline{F}_{bb} & \underline{F}_{bc} \\ \underline{F}_{ca} & \underline{F}_{cb} & \underline{F}_{cc} \end{bmatrix}.$$

Elementele matricei de transfer pentru tensiunile de fază rezultă după efectuarea calculelor egale cu :

$$\underline{F}_{ii} = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{3} \underline{t}_{ik}\,\underline{m}_{ik}\,\underline{F}_k,$$

$$\underline{F}_{ij} = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{3} \underline{t}_{ik}\,\underline{m}_{jk}\,\underline{F}_k, \tag{10}$$

unde Δ reprezintă valoarea determinantului matricei $[\underline{T}_u]$ iar $\underline{m}_{ik}$ este minorul termenului $\underline{t}_{ik}$.

Valorile momentane ale tensiunilor incidente la capătul liniei se calculează din expresia (9) cu ajutorul unei integrale Fourier

$$[u'(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} [\underline{F}]\,[\underline{U}_e]\,e^{j\omega t}\,d\omega, \tag{11}$$

în care $[\underline{U}_e]$ este transformata Fourier a tensiunii emise la începutul liniei. Pentru a obține funcția de transfer se conectează la începutul liniei o tensiune dreptunghiulară, adică $[\underline{U}_e] = \frac{1}{j\omega}[U_e]$ și relația (11) devine

$$[u'(t)] = \left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{j\omega}[\underline{F}]\,e^{j\omega t}\,d\omega\right\}[U_e] = \left\{-\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\mathrm{Im}\left(\frac{1}{j\omega}[\underline{F}]\right)\sin\omega t\,d\omega\right\}[U_e]. \tag{12}$$

Comparînd expresia obținută cu relația (2) se obține matricea funcțiilor de transfer

$$[f] = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\mathrm{Im}\left(\frac{1}{j\omega}[\underline{F}]\right)\sin\omega t\,d\omega. \tag{13}$$

Matricea $[\underline{F}]$ nu este în general o matrice simetrică și pentru a găsi elementele matricei de transfer $[f]$ trebuie calculate nouă integrale de forma (13). Pentru ca matricea $[\underline{F}]$ să devină simetrică, $[\underline{T}_u]$ trebuie să fie o matrice ortogonală adică $[\underline{T}_u]^{-1} = [\underline{T}_u^*]_t$, ceea ce înseamnă că $[\underline{\lambda}_u]^2$ să fie o matrice hermitică [11]. Această condiție nu este însă în general satisfăcută și deci $[\underline{F}]$ și $[f]$ nu sînt matrici simetrice. La o linie simetrică $[\underline{\lambda}_u]^2$ este o matrice simetrică, matricea $[\underline{T}_u]$ devine ortogonală iar $[\underline{F}]$ simetrică. Pentru acest caz $[\underline{T}_u]$ nu este însă univoc determinată, se pot folosi diferite sisteme de componente : componente simetrice, componente Clarke (α, β, 0) etc. În general se preferă folosirea componentelor Clarke deoarece elementele matricei de transformare sînt reale

$$[T_{\alpha,\beta,0}] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}.$$

Matricea de transfer obține în acest caz expresia

$$[\underline{F}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}(\underline{F}_1 + 3\underline{F}_2 + 2\underline{F}_3) & \frac{1}{3}(-\underline{F}_1 + \underline{F}_3) & \frac{1}{6}(\underline{F}_1 - 3\underline{F}_2 + 2\underline{F}_3) \\ \frac{1}{3}(-\underline{F}_1 + \underline{F}_3) & \frac{1}{3}(2\underline{F}_1 + \underline{F}_3) & \frac{1}{3}(-\underline{F}_1 + \underline{F}_3) \\ \frac{1}{6}(\underline{F}_1 - 3\underline{F}_2 + 2F_3) & \frac{1}{3}(-\underline{F}_1 + \underline{F}_3) & \frac{1}{6}(\underline{F}_1 + 3\underline{F}_2 + 2\underline{F}_3 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

La linii simetrice $\underline{\gamma}_1 = \underline{\gamma}_2$ și deci $\underline{F}_1 = \underline{F}_2$ și matricea de transfer se simplifică și mai mult

$$[\underline{F}] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2\underline{F}_1 + \underline{F}_3 & -\underline{F}_1 + \underline{F}_3 & -\underline{F}_1 + \underline{F}_3 \\ -\underline{F}_1 + \underline{F}_3 & 2\underline{F}_1 + \underline{F}_3 & -\underline{F}_1 + \underline{F}_3 \\ -\underline{F}_1 + \underline{F}_3 & -\underline{F}_1 + \underline{F}_3 & 2\underline{F}_1 + \underline{F}_3 \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Pentru a obține în acest caz matricea de transfer a mărimilor de fază este suficient să se calculeze funcțiile de timp f_1 și f_3 și să se combine după o expresie similară cu (15). Funcțiile de timp se calculează cu integrala Fourier în forma

$$f_i(t) = -\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{Im}\,\frac{1}{\mathrm{j}\omega}\,\mathrm{e}^{-\gamma_i l}\sin\omega t\,\mathrm{d}\omega.$$

Dacă se scrie pentru $\underline{\gamma}_i = \alpha_i + \mathrm{j}\beta_i$ se obține o expresie mai simplă pentru funcțiile de transfer

$$f_i(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{-\alpha_i l}}{\omega}\cos\beta_i l\,\sin\omega t\,\mathrm{d}\omega. \tag{16}$$

Integrala (16) este calculată în literatură [8] pentru componenta omopolară, cu ocazia studierii influenței lungimii liniei asupra formei undei omopolare care sosește la sfîrșitul liniei.

În lucrarea [5] se arată că la liniile cu conductoarele așezate în plan orizontal, configurație importantă la liniile de foarte înaltă tensiune, matricele de transformare $[\underline{T}_u]$ și $[\underline{T}_i]$ pot fi considerate practic egale cu matricele de transformare în componente Clarke $[T_{\alpha\beta 0}]$. În acest caz însă constantele de propagare sînt diferite pentru modul 1 și 2 iar pentru matricea de transfer se folosește expresia (14).

Dacă se neglijează influența pămîntului, adică se consideră că are conductivitate infinită, constantele de propagare sînt toate egale $\underline{\gamma}_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \mathrm{j}\dfrac{\omega}{v_0}$ și funcțiile de transfer proprii devin egale cu funcția treaptă unitate iar cele reciproce se anulează. Matricea funcțiilor de transfer se transformă în matricea unitate $[f] = [1]$.

4. DETERMINAREA CONDIȚIILOR DE REFLECTARE

Undele de tensiune incidente la capetele liniei vor fi reflectate în funcție de condițiile terminale existente. Aceste condiții sînt funcție de elementele de circuit conectate la capetele liniei, ca surse de tensiune sau de curent, elemente concentrate, alte linii etc. Determinarea condițiilor de reflectare sub o formă generală este dificilă, prezenta lucrare se limitează numai la cazul cînd la capetele liniei sînt conectate surse de tensiune cu rezistențe în serie sau surse de curent. Considerarea rezistenței permite urmărirea fenomenelor tranzitorii ce apar la conectarea respectiv deconectarea unei linii prin rezistențe legate în serie. Prin praticularizarea condițiilor considerate se cuprind și liniile cu conductoare în gol sau în scurtcircuit.

Notînd cu $[u_g]$ și $[i_g]$ matricea de tensiune respectiv de curent a surselor conectate la capătul liniei, se obțin condițiile de limită în forma

$$[u_g] - [R][i] = [u],$$

$$[i_g] = [i], \tag{17}$$

unde $[u]$ și $[i]$ reprezintă matricea tensiunilor respectiv a curenților la locul considerat. Ele se compun din unda incidentă (notată cu $'$) și unda reflectată (notată cu $''$):

$$[u] = [u'] + [u''],$$

$$[i] = [i'] + [i''].$$

Pentru a simplifica calculul se admite că între undele de tensiune și de curent există și în regimul tranzitoriu proporționalitate, adică:

$$[u'] = -[z][i'],$$

$$[u''] = [z][i''],$$

unde $[z]$ este matricea impedanței de undă. În realitate impedanța de undă este cunoscută pentru un regim armonic permanent și valoarea ei depinde de frecvență. Din rezultatele publicate, însă, în literatură [9] rezultă că pentru o gamă largă de frecvențe impedanța de undă nu variază substanțial și se poate considera o valoare mijlocie care coincide practic cu valorile calculate pentru o frecvență de (10^3-10^4) Hz. Cu acestea se obțin din (17) relațiile:

$$[u_g] + [R][y]([u'] - [u'']) = [u'] + [u''],$$

$$[i_g] = -[y]([u'] - [u'']),$$

în care s-a notat admitanța de undă cu $[y] = [z]^{-1}$.

Relațiile obținute se pot scrie matriceal sub o formă restrînsă

$$\begin{bmatrix} [u_g] \\ [i_g] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [1] - [R][y] \\ -[y] \end{bmatrix} [u'] + \begin{bmatrix} [1] + [R][y] \\ [y] \end{bmatrix} [u''], \tag{18}$$

din care se aleg pentru determinarea tensiunilor reflectate $[u'']$, acele trei ecuații pentru care este cunoscut u_g respectiv i_g.

Pentru linia trifazată nesimetrică există 8 cazuri posibile pentru condițiile terminale:

1. la cele trei faze sînt conectate surse de tensiune;
2. la cele trei faze sînt conectate surse de curent;
3.—5. la o fază este conectată o sursă de tensiune iar pe celelalte două cîte o sursă de curent;
6.—8. la două faze sînt conectate surse de tensiune iar la una o sursă de curent.

Pentru cazul 1 se folosește numai prima ecuație matriceală din (18) și se obține

$$[u''] = ([1] + [R][y])^{-1}\{[u_g] - ([1] - [R][y])[u']\}.$$

Pentru cazul 2 se folosește în mod asemănător numai a doua ecuație matriceală din (18) și se obține

$$[u''] = [u'] + [z][i_g].$$

Pentru celelalte cazuri se scriu explicit acele trei ecuații pentru care sînt cunoscute condițiile terminale și se rezolvă în raport cu $[u'']$.

Prin particularizarea ecuațiilor obținute se pot determina condițiile de reflectare și pentru cazurile liniilor cu conductoare în gol, la care $i_g = 0$, respectiv cu conductoare legate la pămînt unde $u_g = 0$.

5. EXEMPLE DE CALCUL

Metoda de calcul prezentată în lucrare a fost aplicată la determinarea supratensiunilor de comutație la conectarea în gol a unei linii trifazate de 500 kV. Pentru simplificarea calculelor s-a considerat linia simetrizată prin transpuneri. Caracteristicile liniei sînt prezentate amănunțit în [10]. Impedanța de undă proprie a liniei este de 300 Ω și cea reciprocă de 60 Ω. S-a luat ca exemplu această linie deoarece pentru

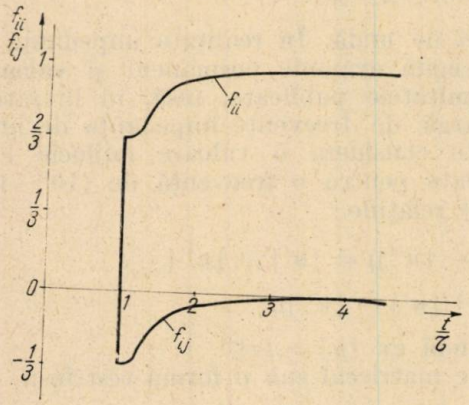


Fig. 3. — Funcțiile de transfer proprii și reciproce pentru o linie trifazată simetrică de 300 km.

ea sînt calculate în lucrarea [5] constantele de propagare modale și sînt comparate cu măsurători experimentale, iar în [3] sînt prezentate pentru aceeași linie funcțiile de transfer modale. Funcțiile de transfer pentru mărimile de fază sînt calculate cu relațiile (15) și integrala (16) și sînt reprezentate în figura 3. S-a admis pentru calcul o lungime de linie de 300 km. Pasul de calcul a fost considerat de 0,2 ms, adică a cincea parte din timpul de parcurs τ al liniei.

Calculele au fost efectuate pentru determinarea supratensiunilor la conectarea nesimultană a fazelor, considerînd că polii întrerupătorului se închid în momentul în care tensiunea pe faza respectivă este maximă. Curbele obținute pentru tensiunile de la începutul și sfîrșitul liniei pentru cazul conectării directe fără rezistență intermediară în serie sînt reprezentate în figura 4. Variațiile în salturi apar datorită faptului că s-au neglijat atenuările pentru modul 1 și 2, adică s-a considerat simplificat $\underline{\gamma}_1 = \underline{\gamma}_2 = j\dfrac{\omega}{v_0}$ respectiv funcția de transfer f_1 a fost considerată

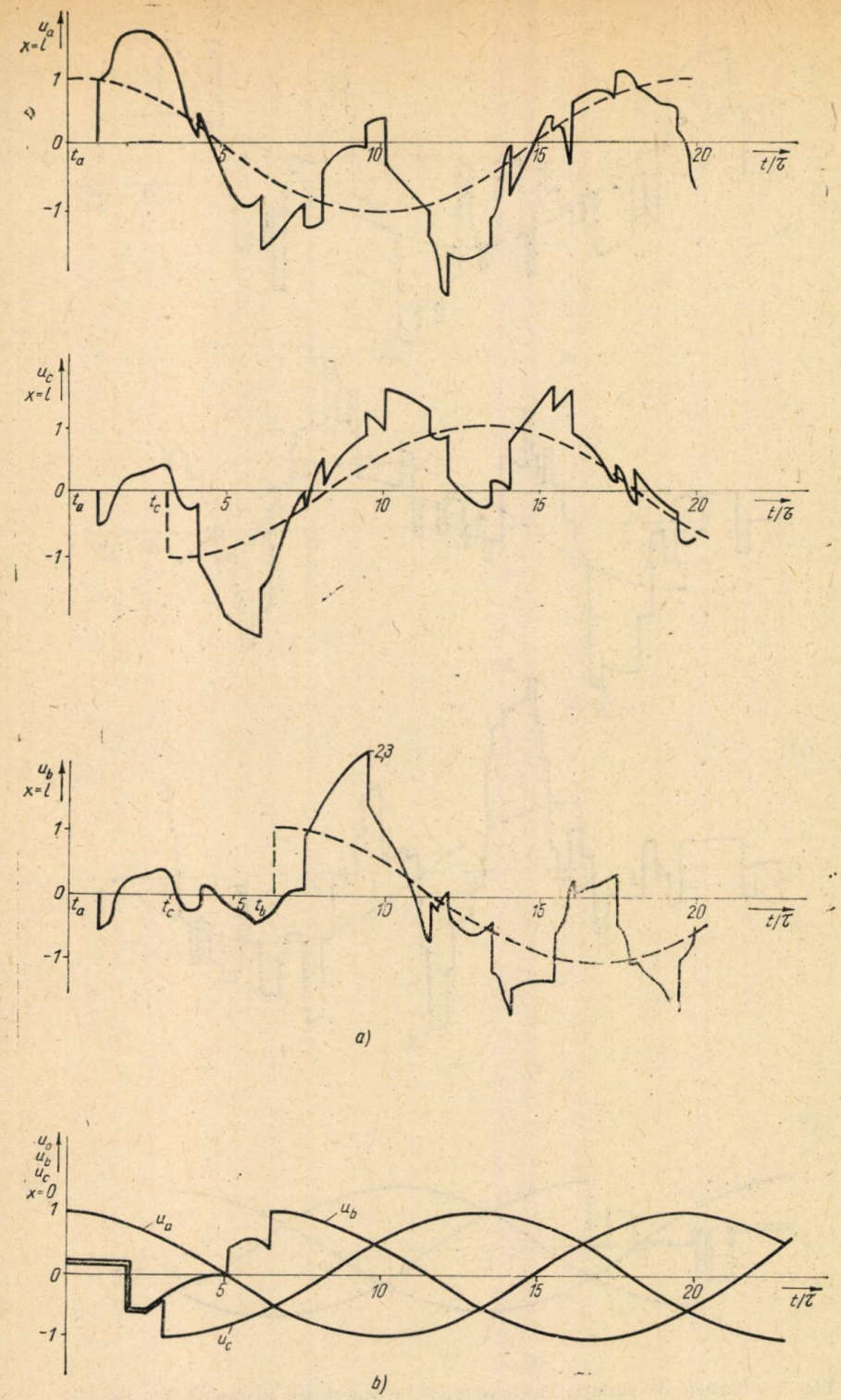


Fig. 4. — Curbele de variație ale tensiunilor la conectarea nesimultană a fazelor la o linie în gol. Fazele se conectează în momentul cînd tensiunea pe faza respectivă este maximă : *a*) — tensiunea de la sfîrșitul liniei ; *b*) — tensiunea la începutul liniei ;
———— tensiunea în regim tranzitoriu,
– – – – – – tensiunea în regim permanent.

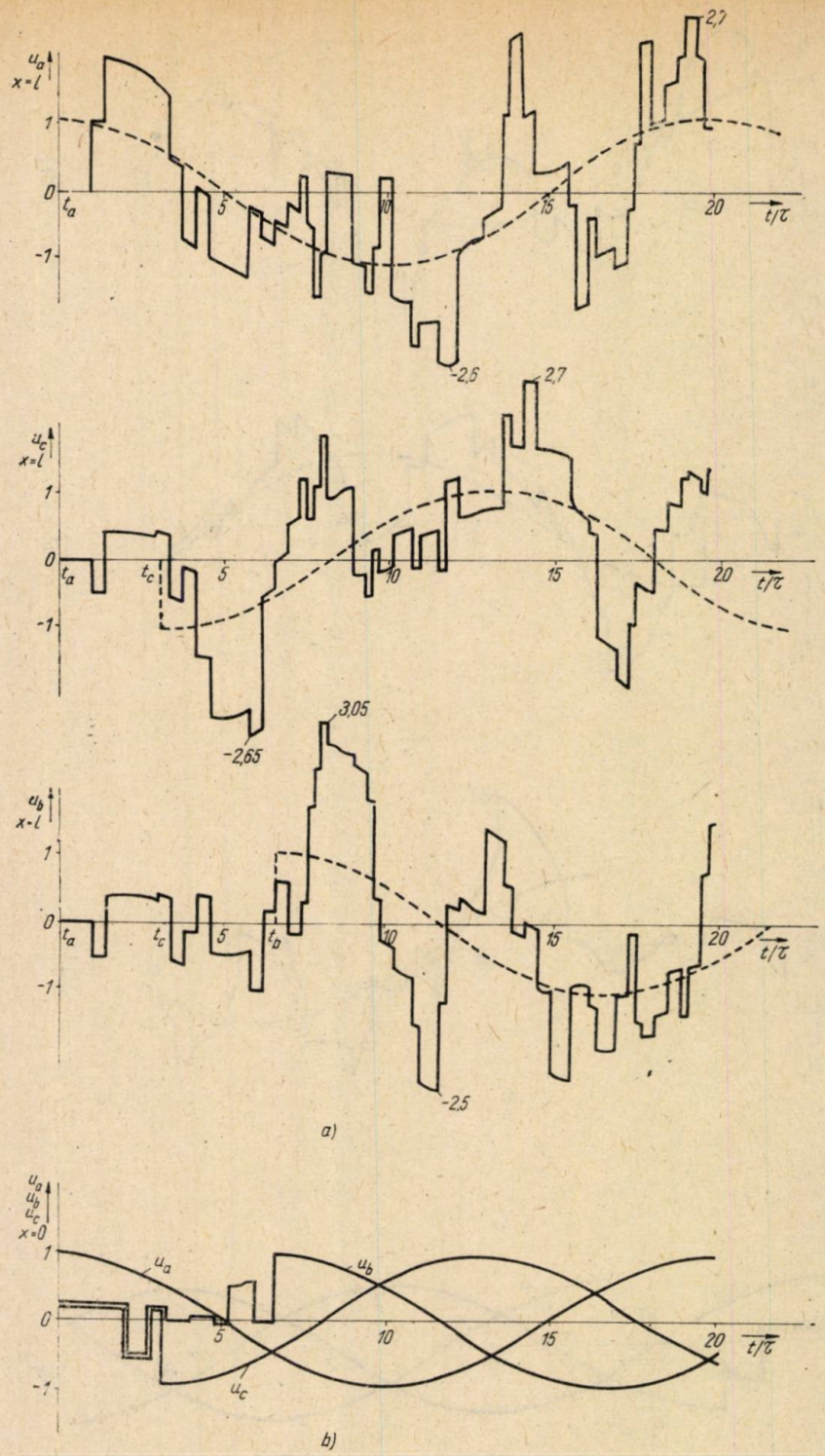


Fig. 5. — Curbele de variație ale tensiunilor la conectarea nesimultană a fazelor la o linie în gol, admițînd simplificat că undele omopolare se propagă cu viteza constantă de 215 000 km/s și fără atenuare : *a*) — tensiunea la sfîrșitul liniei ; *b*) — tensiunea la începutul liniei ;
———— tensiunea în regim tranzitoriu,
— — — — — tensiunea în regim permanent.

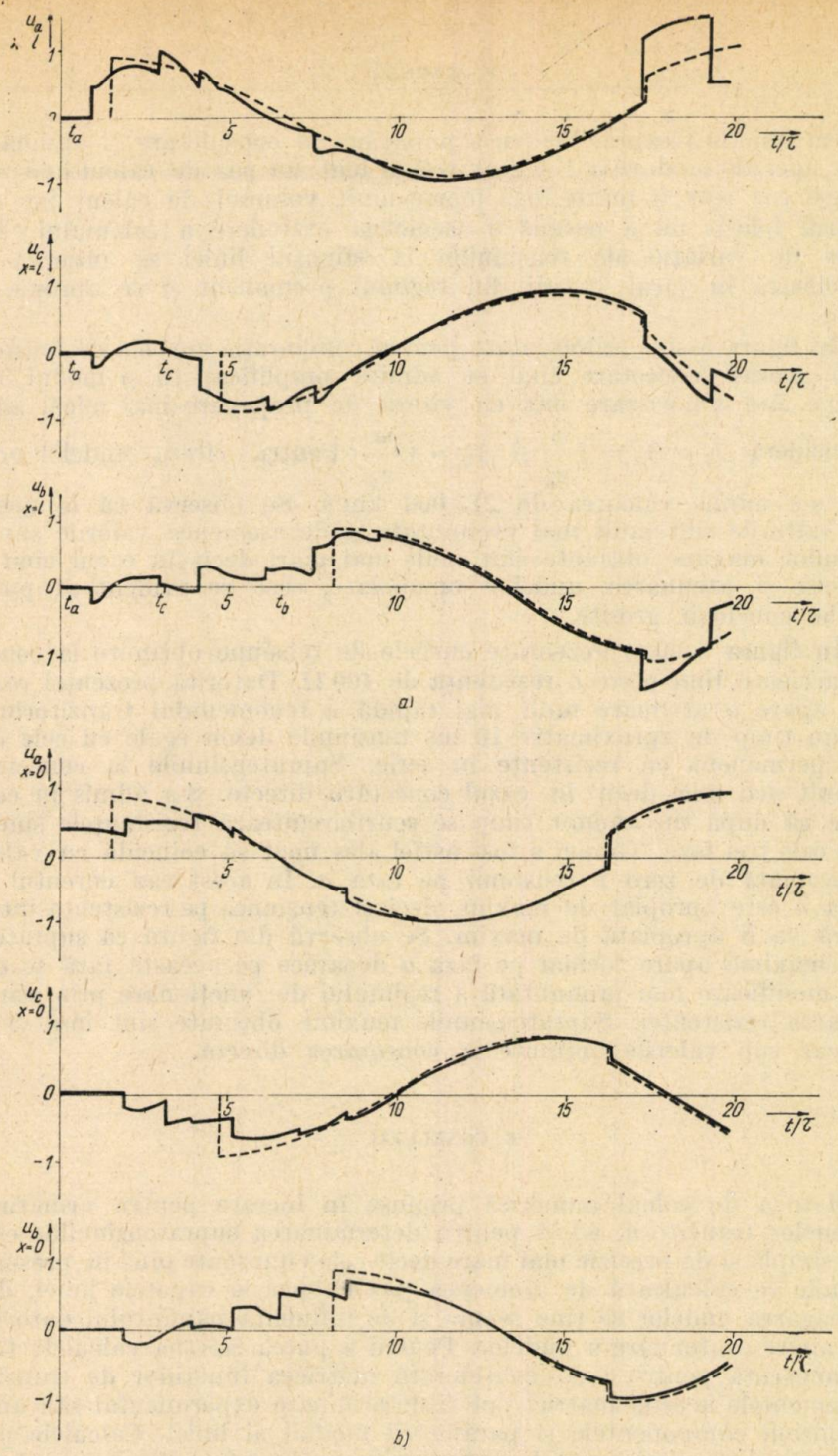


Fig. 6. — Curbele de variaţie ale tensiunilor la conectarea nesimultană a fazelor la o linie în gol peste o rezistenţă de 400 Ω care se scurtcircuitează simultan pe cele trei faze după 16,4 ms: *a*) — tensiunea la sfîrşitul liniei; *b*) — tensiunea de la începutul liniei;

———— tensiunea în regim tranzitoriu,

– – – – – – tensiunea în regim permanent.

egală cu funcția treaptă. Pentru a putea lua în considerare și atenuările relativ mici ale modurilor 1 și 2 ar trebui luat un pas de calcul mai mic. În acest caz s-ar fi mărit însă foarte mult volumul de calcul iar calculatorul folosit nu a permis o asemenea extindere a calculului. Din curbele de variație ale tensiunilor la sfîrșitul liniei se observă că ele oscilează în jurul valorii din regimul permanent și se apropie de aceasta.

În figura 5 sînt reprezentate pentru comparație curbele de tensiune pentru aceeași conectare cînd se admite simplificat că și modul 3 se propagă fără amortizare dar cu viteză de propagare mai mică, adică se consideră $\underline{\gamma}_1 = \underline{\gamma}_2 = j\frac{\omega}{v_0}$ și $\underline{\gamma}_3 = j\frac{\omega}{v_3}$. Pentru viteza undelor omopolare s-a admis valoarea de 215 000 km/s. Se observă că la aceste curbe salturile sînt mult mai pronunțate și de asemenea valorile supratensiunilor maxime obținute sînt mult mai mari decît în cazul cînd se consideră și atenuarea undelor omopolare, ceea ce evident ar putea duce la concluzii greșite.

În figura 6 sînt prezentate curbele de tensiune obținute la conectarea aceleiași linii peste o rezistență de 400 Ω. Datorită prezenței rezistenței apare o atenuare mult mai rapidă a fenomenului tranzitoriu și după un timp de aproximativ 10 ms tensiunile devin egale cu cele din regim permanent cu rezistențe în serie. Supratensiunile la conectare sînt mult mai mici decît în cazul conectării directe. S-a admis în continuare că după un anumit timp se scurtcircuitează rezistențele simultan pe cele trei faze. Timpul a fost astfel ales încît să coincidă cu valoarea apropiată de zero a tensiunii pe faza *a*. În acest caz curentul de pe faza *a* este apropiat de maxim, deci și tensiunea pe rezistența intermediară va fi apropiată de maxim. Se observă din figură că supratensiunea maximă apare tocmai pe faza *a* deoarece pe această fază se obține o modificare mai pronunțată a regimului de funcționare prin scurtcircuitarea rezistenței. Supratensiunile maxime obținute sînt însă și în acest caz sub valorile obținute la conectarea directă.

6. CONCLUZII

Metoda de calcul numerică propusă în lucrare pentru urmărirea fenomenelor tranzitorii, adică pentru determinarea supratensiunilor este relativ simplă și de precizie mai mare decît cele cunoscute pînă în prezent. Tensiunile se calculează de asemenea pas cu pas la capetele liniei, dar la propagarea undelor se ține seama și de influența pămîntului datorită căruia apare o atenuare a undelor. Pentru a putea efectua calculele trebuie cunoscută pentru linia considerată matricea funcțiilor de transfer [*f*]. Elementele acestei matrici pot fi determinate experimental sau analitic folosind componentele și parametrii modali ai liniei. Calculele pot fi efectuate și în cazul general pentru liniile nesimetrice. Fiind o metodă de calcul pas cu pas se pot urmări ușor diferitele comutări la capetele liniei. Astfel se poate cuprinde în calcul conectarea nesimultană a fazelor, conectarea peste o rezistență și scurtcircuitarea lor, reanclanșări etc.

Toate aceste comutări intervin numai la modificarea condițiilor de reflectare iar mersul de calcul rămîne același.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Böcker, H. Neu, *Ein Verfahren zum Berechnen von Schaltvorgängen an einer Drehstromleitung*, ETZ-A **87**, *1*, 25—27 (1966).
2. P. Althammer, *Ein Beitrag zur Berechnung von Ausgleichsvorgängen auf Mehrleitersystemen*, Archiv für Elektrotechnik **49**, *3*, 170—183 (1964).
3. A. Semlyen, E. Wagner, *Beitrag zum genaueren Berechnen der Schaltüberspannungen an Hochspannungsleitungen mit dem Bergeronverfahren*, apare în ETZ-A în 1969.
4. D. E. Hedman, *Propagation on overhead transmission lines*, Pt. I, II IEEE Transactions, PAS, **84**, *3*, 200—211 (1965).
5. E. Wagner, A. Semlyen, *Vereinfachte Berechnung der Modalparameter von Hochspannungsfreileitungen mit nebeneinanderliegenden Leitern*, Archiv für Elektrotechnik **52**, *4*, 239—258 (1969).
6. L. M. Wedwpohl, *Application of matrix methods to solution of travelling wave phenomena in polyphase systems*, Proceedings IEE **110**, 12, 2200—2212 (1963).
7. A. Semlyen, *Unele aspecte privind calculul numeric al fenomenelor de comutație în sisteme trifazate cu elemente avînd două faze simetrice*, Energetica, **14**, *12*, 556—564 (1966).
8. N. Hylten-Cavallius, P. Gjerlov, *Distortion of travelling waves in high voltage power lines*, ASEA-Research, *2*, 147—180 (1959).
9. A. I. McElroy, H. M. Smith, *Propagation of switching surge wavefronts on EHV transmission lines*, IEEE Transactions, PAS, **82**, *2*, 983—998 (1963).
10. D. E. Jones, B. Bozoki, *Experimental Evaluation of power line carrier propagation on a 500 kV line*, IEEE Transactions, PAS, **83**, *1*, 16—23 (1964).
11. A. Angot, *Complemente de matematici pentru inginerii din electrotehnică și din telecomunicații*, Ed. tehnică, 1965.

APARAT PENTRU DETERMINAREA PERMITIVITĂȚII ȘI tg δ PENTRU MATERIALE ELECTROIZOLANTE SUB FORMĂ DE PLĂCI SUBȚIRI LA TEMPERATURI DE 20—130°C ȘI LA O FRECVENȚĂ DE 440 kHZ

DE

I. LAPOHOS

621.317.374

În lucrare este prezentat un aparat sensibil și cu o bună siguranță în funcționare pentru determinarea permitivității și tangentei unghiului de pierderi ale diferitelor materiale electroizolante sub formă de plăci. El funcționează pe baza rezonanței electrice dintre două oscilatoare, unul dintre ele cuprinzînd și epruveta de studiat dintre armăturile unui condensator. Celălalt oscilator lucrează la o frecvență stabilizată cu ajutorul unui cristal de cuarț termostatizat.

În lucrarea de față este prezentată o aparatură cu ajutorul căreia se pot determina, într-un interval de temperatură de la 20 pînă la 130°C, constanta dielectrică și tangenta unghiului de pierderi ale diferitelor materiale electroizolante executate sub formă de plăci subțiri. La proiectarea aparaturii s-a avut în vedere realizarea unei precizii ridicate în ce privește măsurarea constantei dielectrice. De asemenea s-a căutat ca, prin utilizarea unui oscilator stabilizat, parametrul de bază al aparatului de măsură să fie cît se poate de stabil. Pentru stabilizarea temperaturii mediului în care este așezată epruveta de măsurat, se folosește un sistem de termostatizare. Frecvența de lucru a aparatului este de 440,000 kHz.

Constanta dielectrică se determină pe baza comparării capacităților a două condensatoare geometric identice, dintre care unul cuprinde între armăturile sale epruveta de măsurat. Pentru evitarea erorilor generate de interstițiile dintre armăturile condensatorului și fețele materialului studiat, ca armături se folosesc straturile de argint depuse pe fețele epruvetei prin evaporare în vid.

Aparatura are următoarele părți componente: aparat electronic pentru determinarea permitivității dielectrice, termostat comandat printr-un releu electronic, instalație de vid cu dispozitiv pentru evaporarea metalelor.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 393—400, 1969

1. Aparatul electronic pentru măsurarea constantei dielectrice funcționează pe baza rezonanței electrice dintre două circuite acordate. Unul dintre cei doi oscilatori care alimentează circuitele amintite poate lucra la o frecvență fixă, stabilizată cu ajutorul unui cristal de cuarț. Celălalt oscilator este acordat, cu ajutorul unui condensator variabil, pe frecvența de lucru a oscilatorului stabilizat. Cei doi oscilatori, fiind cuplați printr-o capacitate de mică valoare, se vor influența reciproc și în jurul frecvenței de rezonanță va avea loc fenomenul bătăilor de undă [1], [3]. Amplitudinile oscilațiilor din circuitele acordate ale oscilatorilor se vor modifica, provocînd variația curenților de grilă ai tuburilor oscilatoare. Acest lucru este evident în cazul oscilatorilor construiți cu circuite rezonante obișnuite, formate din bobine și condensatoare.

Din cele ce urmează reiese că variația curenților de grilă are loc și la oscilatorul cu cuarț cuplat cu un oscilator obișnuit. Este cunoscut faptul că un cristal piezoelectric se comportă ca un circuit oscilant cu un factor de calitate foarte mare ($Q = 60\,000$). Cristalul, pus într-un cîmp electric de pulsație variabilă, va trece printr-o rezonanță serie la pulsație ω_1, iar apoi printr-o rezonanță derivație la pulsație $\omega_2(\omega_1 < \omega_2)$. La pulsația $\omega(\omega_1 < \omega < \omega_2)$, cristalul piezoelectric se comportă ca o reactanță inductivă. Inductanța echivalentă L_Q a cristalului se poate exprima prin relația $L_Q = 2\frac{1}{C\omega_1^2}\cdot\frac{\Delta\omega}{\omega_1}$, unde $\frac{\Delta\omega}{\omega_1}$ reprezintă derivația relativă de pulsație [1]. După diferențierea relației în raport cu derivația relativă de pulsație se obține

$$\frac{dL_Q}{d(\Delta\omega/\omega_1)} = \frac{2}{\omega_1^2 C}.$$

Avînd în vedere că membrul drept al acestei ecuații este mare, variațiile — chiar foarte mici — ale pulsației vor atrage după sine variații mari ale inductanței echivalente a cristalului. Într-un oscilator, aceste variații vor compensa variația frecvenței cauzată de factori externi, cum ar fi, de pildă, variația inductanțelor și a capacităților din circuitele acordate ale oscilatorului.

În literatura de specialitate [1] se arată că un oscilator cu cristal piezoelectric în montaj „grilă-anod" poate fi redus la un montaj oscilant cu reacție inductivă, la care rolul inductanței de cuplaj este jucat de cristalul piezoelectric. Într-un asemenea montaj, reactanța circuitului anodic trebuie să fie capacitivă, ceea ce se poate realiza cu ajutorul unui circuit rezonant acordat înspre frecvențele mai mari față de frecvența de lucru a cristalului piezoelectric. Variind capacitatea circuitului anodic, variază și intensitatea curentului anodic. Atunci cînd circuitul oscilant anodic este departe de rezonanță, ceea ce se poate realiza prin mărirea capacității din acest circuit, impedanța circuitului va fi mică. Pentru menținerea în continuare a echilibrului amplitudinilor și fazelor [1], va trebui să descrească și impedanța cristalului piezoelectric, ceea ce va avea drept urmare descreșterea frecvenței. La micșorarea capacității din circuitul anodic, inductanța cristalului piezoelectric crește, lucru posibil numai în cazul cînd frecvența oscilatorului crește. Creșterea sau descreșterea inductanței cristalului piezoelectric va atrage

după sine micșorarea sau mărirea tensiunii de grilă și deci și variația corespunzătoare a curentului de grilă. Prin urmare, dacă se modifică impedanța circuitului anodic se va modifica și curentul de grilă a tubului oscilator.

Impedanța circuitului anodic poate fi modificată, printre altele, cu ajutorul impedanței reflectate a unui oscilator cuplat cu oscilatorul cu cristal [1], [2]. Dacă variază frecvența celui de-al doilea oscilator, se va modifica și impedanța lui reflectată, și în jurul frecvenței de rezonanță va avea loc un salt al curentului de grilă al oscilatorului cu cristal. Acest fenomen poate fi pus în evidență conectînd un microampermetru în circuitul de grilă al oscilatorului cu cristal.

Variația în salt a curentului de grilă poate fi folosită pentru indicarea rezonanței dintre circuitele celor două oscilatoare. Avînd în vedere că variația frecvenței de lucru a oscilatorului cu cristal piezoelectric este foarte redusă (limitată la două frecvențe foarte apropiate f_1, f_2 în funcție de calitățile piezoelectrice ale cristalului), eroarea maximă la stabilirea frecvenței de rezonanță nu va depăși limitele acestei variații.

Folosind circuitul rezonant al oscilatorului de frecvență variabilă drept circuit de măsură, se vor putea reproduce capacitățile (inductanțele) care corespund unei rezonanțe electrice la frecvența de lucru a oscilatorului cu cristal.

Ținînd seama de faptul că variația curentului de grilă depinde și de pierderile dielectrice, acest fenomen poate fi folosit pentru măsurarea acestor pierderi, înlocuind în circuitul de măsură epruveta care produce pierderile printr-o impedanță cu parametri concentrați: un condensator fără pierderi și o rezistență activă. În cazul de față, condensator fără pierderi este considerat acela din circuitul oscilant al oscilatorului cu frecvență variabilă.

După conectarea epruvetei în paralel cu condensatorul fără pierderi, se va putea restabili rezonanța celor două oscilatoare, micșorînd capacitatea acestuia din urmă cu o valoare egală cu capacitatea epruvetei. Datorită însă pierderilor provocate de epruvetă, curentul de grilă va fi mai mic decît înainte. În aceeași măsură poate fi micșorat curentul de grilă și cu ajutorul unei rezistențe active, conectată în serie sau paralel cu condensatorul circuitului rezonant. Astfel rezistența cu care se restabilește același curent de grilă care se obține în prezența epruvetei, reprezintă tocmai pierderile dielectrice ale acesteia.

Variația curentului de grilă în funcție de rezistența activă conectată în paralel cu condensatorul circuitului rezonant este reprezentată în figura 1. Limitele variației curentului de grilă sînt determinate, pe de o parte, de valoarea minimă a rezistenței care se poate conecta în paralel cu condensatorul circuitului oscilant, respectînd condițiile de amorsare ale oscilațiilor, și, pe de altă parte, de valoarea rezistenței circuitului de grilă al tubului oscilator.

Schema aparatului electronic pentru măsurarea constantei dielectrice a tangentei unghiului de pierderi este dată în figura 2. Circuitul compus din bobina L_1 și condensatorul C_1 al oscilatorului cu cristal, montaj „grilă-anod", este cuplat prin capacitatea variabilă C_c cu oscilatorul de frecvență variabilă. Circuitul rezonant, compus din bobina L_2 și condensatorul C_2 al acestui oscilator, servește ca circuit de mă-

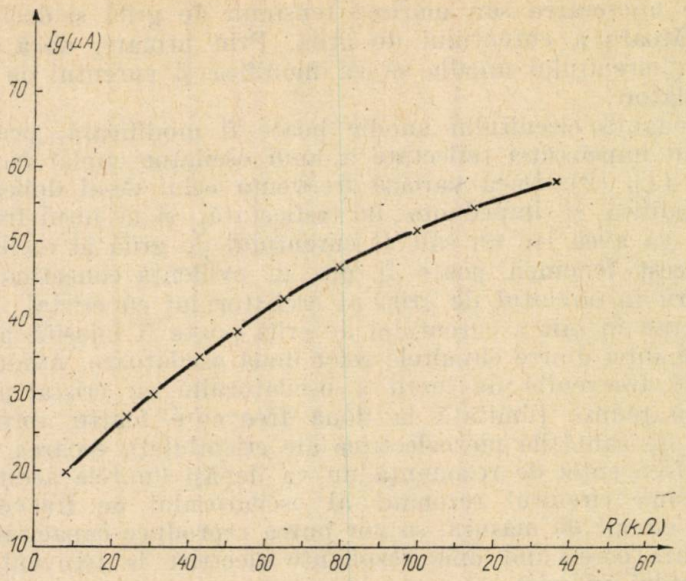

Ig(μA)
70
60
50
40
30
20
10
0
20
40
60
80
100
20
40
60
R(kΩ)

Fig. 1

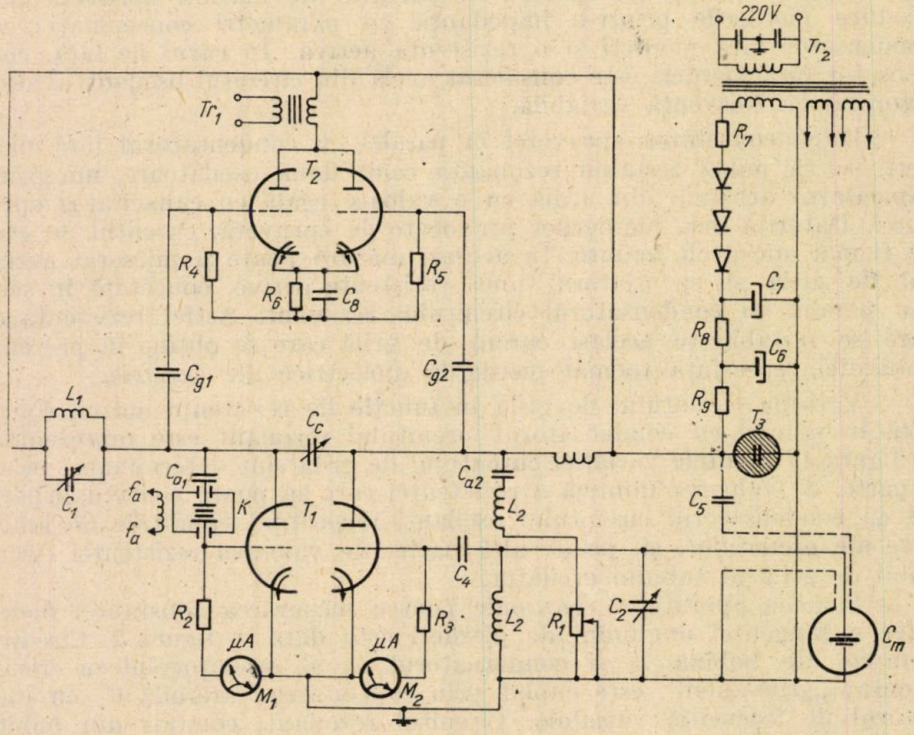

220V
Tr2
Tr1
T2
R7
C7
R8
C6
R9
T3
C5
R4
R6
C8
R5
Cg1
Cg2
L1
C1
Cc
Ca1
fa
fa
K
T1
Ca2
L2
C4
R2
μA
M1
μA
M2
R3
L2
R1
C2
Cm

Fig. 2

sură. Condensatorul C_m reprezintă epruveta executată sub formă de disc și fețele căreia sînt acoperite cu cîte un strat de argint.

Cu ajutorul condensatorului variabil C_2, oscilatorul cu frecvență variabilă poate fi acordat pe frecvența oscilatorului cu cristal. Rezonanța se pune în evidență printr-un salt al acului indicator al microampermetrului M_1 din circuitul de grilă al tubului oscilator. Rezonanța poate fi observată și cu ajutorul unei căști sau a unui difuzor, conectate la transformatorul de ieșire a tubului T_2, care detectează și amplifică bătăile de undă ale celor două oscilatoare.

Cuplajul optim dintre cele două oscilatoare se realizează cu ajutorul condensatorului C_c, iar reacția minimă necesară amorsării oscilațiilor cu rezistența variabilă R_1.

Anozii tuburilor oscilatoare sînt alimentați cu tensiune stabilizată prin intermediul unui tub stabilitron.

Pentru asigurarea unei stabilități ridicate a frecvenței cristalului oscilatorului, acesta este așezat într-un termostat special.

2. Pentru producerea unor temperaturi constante și cunoscute la care să fie executate măsurătorile, epruveta se așază într-un termostat reprezentat în figura 3. În vederea micșorării gradientului de temperatură în jurul epruvetei (*1*), corpul de încălzire (*2*) este ecranat cu placa de metal (*3*) și în felul acesta radiația directă asupra epruvetei este împiedicată. Același efect are și masa de cupru (*4*) pe care este

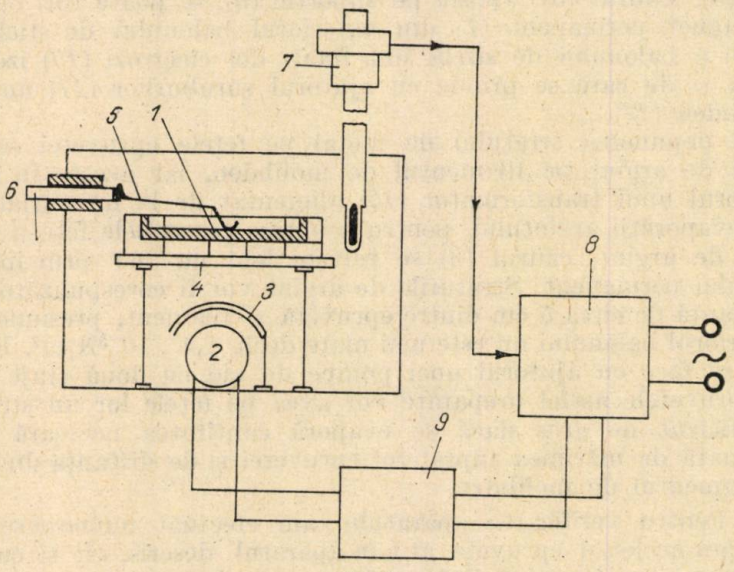


Fig. 3

așezată epruveta. Așezarea centrică a epruvetei în interiorul termostatului de formă cilindrică asigură o încălzire uniformă a acesteia. Contactul electric cu straturile de argint depuse pe fețele epruvetei se realizează prin măsuța pe care este așezată epruveta și printr-un contact elastic (*5*), fixat la un capăt de borna izolată (*6*).

Termometrul cu contact (*7*) acționează în circuitul grilei de comandă a releului electronic (*8*), închizînd sau deschizînd circuitul electric al corpului de încălzire, alimentat prin intermediul unui transformator de rețea (*9*).

Schema electrică ale blocurilor (*8*) și (*9*) este dată de figura 4. Regimul de funcționare al tubului electronic cu gaz T_g este stabilit în așa fel ca el să conducă numai atunci cînd bornele *a* și *b* nu sînt scurtcircuitate de către termometrul cu contact. La scurtcircuitarea acestor borne, grila tubului cu gaz nu primește tensiunea necesară aprinderii. Astfel releul electric *RE* din circuitul anodului tubului va închide circuitul primar al transformatorului Tr_2 numai atunci cînd contactele termometrului nu sînt unite prin coloana de mercur. Închiderea și deschiderea circuitului transformatorului sînt determinate de temperatura termostatului încălzit de un filament de o putere de 100 W, care este conectat la bornele *c* și *d* ale circuitului secundar. Condensatoarele C_1, C_2, împreună cu rezistențele R_1, R_2 și R_3, precum și inductanțele bobinelor transformatorului, determină fazele tensiunilor de grilă și anod, precum și momentul aprinderii [6].

3. Instalația de vid pentru depunerea straturilor de metal pe fețele materialului de studiat este reprezentată schematic în figura 5. Epruveta (*1*), care urmează să fie acoperită cu stratul de metal, se fixează între două inele de aluminiu (*2*), care au un cadru de oțel (*3*) prevăzut cu două semiaxe (*4*). Una dintre cele două semiaxe are la capăt un miez de fier (*5*). Cadrul (*3*), așezat pe suportul (*6*), se poate roti cu ajutorul unui magnet permanent (*7*) din exteriorul balonului de sticlă (*8*). Pe masa (*9*) a balonului de sticlă sînt fixați doi electrozi (*10*) izolați față de masă și de care se prinde cu ajutorul șuruburilor (*11*) un filament de molibden (*12*).

La depunerea stratului de metal pe fețele epruvetei se așază o bucățică de argint pe filamentul de molibden, iar acesta se încălzește cu ajutorul unui transformator (*13*) alimentat de la un variac (*14*). În timpul evaporării argintului, pentru a obține pe ambele fețe a epruvetei straturi de argint, cadrul (*3*) se rotește lent cu 360° prin intermediul magnetului permanent. Straturile de argint vor fi corespunzătoare dacă, la o distanță de circa 5 cm dintre epruvetă și filament, presiunea aerului din interiorul balonului nu este mai mare decît $1{,}4 \cdot 10^{-3} N/m^2$. Evacuarea aerului se face cu ajutorul unei pompe de vid cu două etaje (*15*).

Epruvetele astfel preparate vor avea pe fețele lor un strat de argint suficient de gros dacă se evaporă cantitatea necesară de argint determinată de mărimea suprafeței epruvetei și de distanța dintre aceasta și filamentul de molibden.

4. Pentru verificarea aparatului am efectuat numeroase măsurători asupra aceleiași epruvete atît în aparatul descris, cît și cu o punte Wien. În cele ce urmează sînt prezentate rezultatele unei serii de măsurători referitoare la variația tangentei unghiului de pierderi în funcție de temperatură, la PVC folosit la izolarea cablurilor electrice.

Este de menționat faptul că capacitatea, respectiv permitivitatea dielectrică, se poate măsura cu o precizie ridicată și împrăștierea valorilor rezultatelor se datorește în primul rînd potrivirii mai limitate a rezistenței care înlocuiește pierderile epruvetei. Stabilirea valorii rezis-

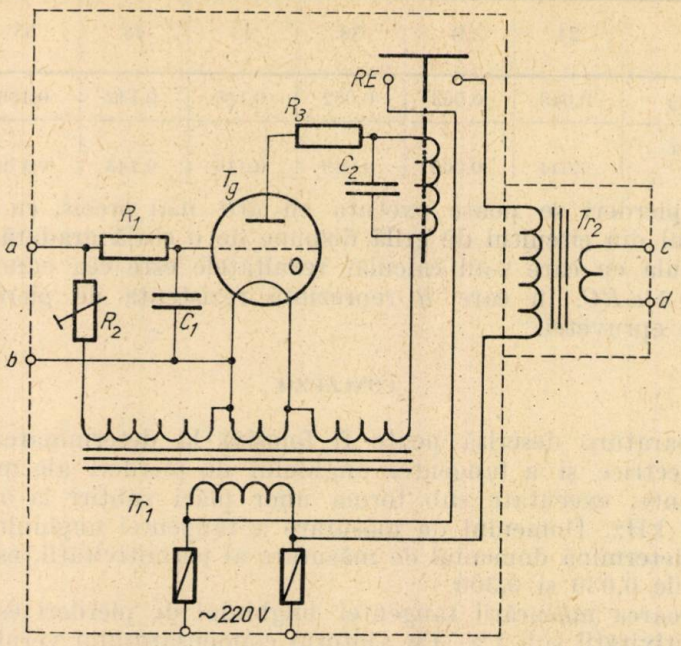

RE
R_3
C_2
T_g
R_1
Tr_2
a
c
d
R_2
C_1
b
Tr_1
~220V

Fig. 4

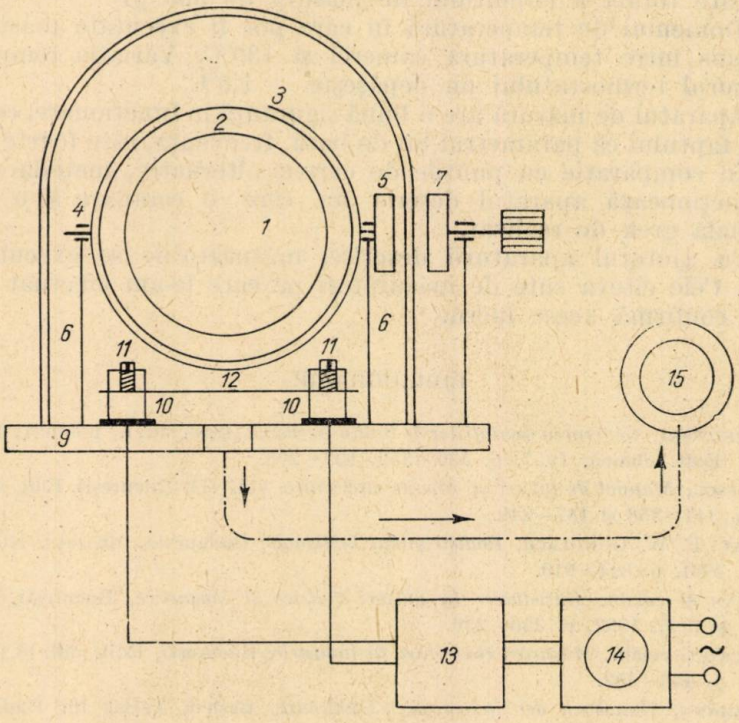

3
2
1
4
5
7
6
6
11
11
12
10
10
9
15
13
14

Fig. 5

T(°C)	24	31	38	43	48	55	61
tgδ (cu aparat)	0,048	0,063	0,082	0,118	0,142	0,186	0,208
tgδ (cu puntea Wien)	0,044	0,065	0,083	0,116	0,143	0,179	0,196

tenței de pierderi se poate executa cu atît mai precis, cu cît microampermetrul din circuitul de grilă dispune de o scală gradată mai fină.

Formula cu care s-au calculat rezultatele este cea cunoscută [3], [4], $\mathrm{tg}\delta = 1/\omega RC$, în care R reprezintă rezistența de pierderi, iar C capacitatea epruvetei.

CONCLUZII

1. Aparatura descrisă poate fi folosită la determinarea permitivității dielectrice și a tangentei unghiului de pierderi ale materialelor electroizolante, executate sub forma unor plăci subțiri la o frecvență de 440,000 kHz. Domeniul de măsurare a tangentei unghiului de pierderi, care determină domeniul de măsurare al permitivității, este cuprins între valorile 0,030 și 0,300.

2. Eroarea măsurării tangentei unghiului de pierderi este de 3% iar a permitivității sub 1%. Cu ajutorul condensatorului vernier al aparatului pot fi măsurate diferențe de capacități de ordinul 0,05 pF, la o capacitate totală a circuitului de măsură de 500 pF.

3. Domeniul de temperatură în care pot fi executate măsurătorile este cuprins între temperatura camerei și 130°C. Variația temperaturii din interiorul termostatului nu depășește $\pm$ 1,5°C.

4. Aparatul de măsură are o bună siguranță în funcționare, ceea ce se datorește faptului că parametrul lui de bază, frecvența, este foarte stabilă.

5. În comparație cu punțile de curent alternativ, metoda pe baza căreia funcționează aparatul descris nu cere o ecranare și o simetrizare specială greu de realizat.

6. Cu ajutorul aparaturii descrise, măsurătorile se execută rapid și comod. Cele cîteva sute de măsurători pe care le-am efectuat cu ajutorul lui confirmă acest lucru.

BIBLIOGRAFIE

1. J. Groszkowski, *Generarea oscilațiilor de înaltă frecvență* (trad. din l. polonă), București, Edit. tehnică, 1957, p. 336–352, 103–208.
2. T. Tănăsescu, *Manual de tuburi și circuite electronice*, vol. III, București, Edit. Academiei, p. 344–358 și 187–249.
3. H. Meinke, F. W. Gundlach, *Rádiótehnikai kézikönyv*, Budapesta, Müszaki Könyvkiadó, 1961, p. 894–910.
4. V. Tutovan și colab., *Introducere în măsuri electrice și magnetice*, București, Edit. did. și ped., 1962, p. 226–236.
5. Th. Nicolau și colab., *Măsurări electronice în industrie*, București, Edit. did. și ped., 1964, p. 446–452.
6. R. Kretzmann, *Handbuch der industriellen Elektronik*, Berlin, Verlag für Radio-, Foto, Kinotechnik, 1954, p. 110–120.

ASUPRA REZOLVĂRII UNOR PROBLEME DE COMANDĂ OPTIMALĂ PRIN METODA ECHIVALENȚEI

DE

ED. RĂDĂCEANU

626—53.001

În articol se examinează dintr-un punct de vedere unitar unele aspecte ale echivalenței problemelor de conducere optimală a sistemelor automate, metoda ilustrîndu-se prin două exemple.

În lucrarea [1] Cullum și Polak examinează echivalența problemelor de comandă optimală pornind de la o definiție destul de generală a acesteia.

Ruey-wen Liu și R. Joffrey Leake în [2], se ocupă de aceeași chestiune a echivalenței problemelor de comandă optimală, dar din punct de vedere al calculului variațional, arătînd cum pot fi generate clase de sisteme echivalente avînd aceeași soluție a ecuației Hamilton-Jacobi.

În cele ce urmează se tratează unitar diferite aspecte ale echivalenței sistemelor de comandă optimală, apărute disparat în lucrările citate în text, se formulează teorema care indică metoda de lucru, se introduce noțiunea de asemănare a problemelor de comandă optimală și se examinează două exemple simple.

FORMULAREA PROBLEMEI

Fie domeniile $X \subset R^n$, $U \subset R^m$, $T \subset R^1$, și funcțiile continue și derivabile $f : X \times T \to X^*$ $(X^* = X \times T)$ și $g : U \to X^*$ unde :

X se numește spațiul stărilor sistemului ;
U „ „ comenzilor ;
X^* „ „ fazelor.

Fie x elementele spațiului X, și

u „ „ U, iar $u = k(x, t)$,

$k(x, t)$,... funcție în clasa C^1 pe porțiuni în ambele argumente.

Mulțimea $\Omega_u = \{u \in U \mid u(t) = k(x, t)$ în clasa C^1 pe porțiuni în ambele argumente$\}$ o numim mulțimea comenzilor admise.

Definim problemele de comandă optimală P_1 și P_2 astfel.

Problema P_1. Fie sistemul

$$\dot{x} = f(x, t) + g(u), \tag{1}$$

cu $f(x, t)$ și $g(u)$ în clasa C^1, $f(0, 0) = 0$, $g(0) = 0$ condițiile inițiale $x(t_0) = x_0$ și mulțimea punctelor finite întreg domeniul X.

Fie funcționala, numită criteriu de performanță

$$J(x, u, t) = \int_{t_0}^{t_1} L(x, u, t)\, dt, \tag{2}$$

unde funcționala $L(x, u, t)$ este integrabilă.

Să se determine o comandă în clasa de comenzi admise, care să aducă punctul inițial x_0 într-un punct $x(t_1) = x_1$ minimizînd valoarea funcționalei (2).

Numim această comandă, comanda optimală și o notăm $u^0(x, t)$. Fie domeniile $\tilde{X} \subset R^n$ și $\tilde{U} \subset R^m$ și aplicațiile continue, inversabile

$$\varphi : X \to \tilde{X},$$

$$\psi : U \to \tilde{U},$$

care să păstreze relațiile de ordine între valorile funcționalei și pentru valorile funcționalei

$$J(x, u, t) = \int_{t_0}^{t_1} L(x, u, t)\, dt, \tag{2'}$$

unde $\tilde{x} = \varphi(x)$ și $\tilde{u} = \psi(u)$, adică

$$J(x_{u_1}, u_1, t) \lesseqgtr J(x_{u_2}, u_2, t) \Rightarrow \tilde{J}(\tilde{x}_{\tilde{u}_1}, \tilde{u}_1, t) \lesseqgtr \tilde{J}(\tilde{x}_{\tilde{u}_2}, \tilde{u}_2, t). \tag{3}$$

Problema P_2. Fie sistemul

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}, t) + g(\tilde{u}),$$

$\tilde{f}(x, t)$ în clasa C^1, cu condițiile inițiale $\tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0$ și mulțimea punctelor finale întreg domeniul $\tilde{X}$.

Se dă funcționala numită criteriu de performanță

$$\tilde{J}(\tilde{x}, \tilde{u}, t) = \int_{t_0}^{t_1} L(\tilde{x}, \tilde{u}, t)\, dt. \tag{2''}$$

Să se determine o comandă în clasa comenzilor admise, care să aducă punctul $\tilde{x}_0$ într-un punct $\tilde{x}(t_1) = \tilde{x}_1$, minimizînd valoarea funcționalei (2')

Numim această comandă, comandă optimală și o notăm $\tilde{u}^0(\tilde{x}, t)$. În cele ce urmează folosim notația $<.,.>$ ... produs scalar.

Teoremă. Fie problemele P_1 și P_2.

Dacă există :

1. — funcția în clasa C^2 în ambele argumente $V(x, t)$ care să satisfacă ecuația Hamilton-Jacobi pentru problema P_1;

2. — matricea antisimetrică C, astfel încît

$$\tilde{f}(x, t) = f(x, t) + C \frac{\partial V(x, t)}{\partial x}. \tag{4}$$

atunci :

1°. — există comenzile optimale u° și $\tilde{u}^\circ$, legate prin relația

$$\tilde{u}^\circ(x(t)) = \psi[u(x(t))];$$

2°. — există matricele antisimetrice A și B astfel încît

$$f(x, t) = (\eta I + A) \frac{\partial V}{\partial x} \text{ unde } \eta = -\frac{L(x, u^\circ, t) + \frac{\partial V}{\partial t} + < g(u^\circ), \frac{\partial V}{\partial x} >}{\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2}, \tag{5}$$

$$g(u^\circ) = (\nu I + B) \frac{\partial V}{\partial x} \text{ unde } \nu = -\frac{L(x, u^\circ, t) + \frac{\partial V}{\partial t} + < f(x, t), \frac{\partial V}{\partial x} >}{\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2}, \tag{6}$$

cu condiția $\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \neq 0$ (I este matricea unitate);

3°. — dacă există matricea antisimetrică C și relația (4) este îndeplinită și dacă matricea φ_x este nesingulară pentru orice x în vecinătatea lui x_{u0} și

$$\varphi_x^{-1}\left(f(x, t) + C \frac{\partial V}{\partial x}\right) = f(x, t),$$
$$\varphi_x^{-1}\left[g(k(\varphi(x), t)\right] = g(k(x, t)), \tag{7}$$

atunci aplicația $\varphi : X \to \tilde{X}$ păstrează forma legii de comandă optimală a sistemului din problema P_1 și la sistemul din problema P_2.

Demonstrație. Utilizînd lema lui Caratheodory și mersul raționamentelor din articolul lui Kalman [3], dacă există funcția scalară $V(x,t)$ de două ori derivabilă în ambele argumente, care să satisfacă ecuația Hamilton-Jacobi (H-J)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \left\{L\left[x, u^\circ\left(x, \frac{\partial V}{\partial x}\right), t\right] + < f(x, t) + g(u), \frac{\partial V}{\partial x} >\right\} = 0,$$

atunci $V(x_0, t_0) = \min_u J(x, u, t)$ iar comanda optimă u° este

$$u^\circ = k\left(x, \frac{\partial V}{\partial x}\right), \text{ pentru care se obține } \min_u \left\{L(x,u,t) + \right.$$
$$\left. + < f(x, t) + g(u), \frac{\partial V}{\partial x} >\right\}.$$

Începem cu demonstrația afirmațiilor de la punctul 2°, revenind apoi la punctul 1° și 3°.

Folosim lema 1 [2].

Fie y și z doi vectori reali și $\alpha \neq 0$, scalar. Atunci $<z,y> = \alpha$ dacă și numai dacă există o matrice antisimetrică A, astfel ca

$$z = (\beta I + A)y, \qquad \beta = \frac{\alpha}{\|y\|^2}, \quad y \neq 0.$$

Într-adevăr din ecuația H-J, notînd $\alpha_1 = -\left[L(x, u, t) + \frac{\partial V}{\partial t} + \right.$

$$\left. + <g(u^\circ), \frac{\partial V}{\partial x}>\right] ; \quad \eta = -\frac{L(x, u^\circ, t) + \frac{\partial V}{\partial t} + <g(u^\circ), \frac{\partial V}{\partial x}>}{\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2} \text{ și}$$

$$\alpha_2 = -\left[L(x, u^\circ, t) + \frac{\partial V}{\partial t} + <f(x, t), \frac{\partial V}{\partial x}>\right],$$

$$\nu = -\frac{\left[L(x, u^\circ, t) + \frac{\partial V}{\partial t} + <f(x, t), \frac{\partial V}{\partial x}>\right]}{\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2},$$

cu condiția $\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \neq 0$

obținem relațiile de la punctul 2° căci, cu notațiile de mai sus avem

$$<f(x, t), \frac{\partial V}{\partial x}> = \alpha_1, \text{ respectiv}$$

$$<g(u), \frac{\partial V}{\partial x}> = \alpha_2.$$

Fie matricea antisimetrică C n-dimensională. Construim sistemul

$$\dot{x} = \tilde{f}(x, t) + g(u), \tag{8}$$

unde

$$\tilde{f}(x, t) = f(x, t) + C\frac{\partial V}{\partial x}. \tag{9}$$

Problema P_1 în care înlocuim sistemul (1) prin sistemul (8) o numim problema P_1 modificată.

Fie $u^\circ\left(x, \frac{\partial V}{\partial x}, t\right)$ comanda optimă din P_1.

Sistemul (8) evoluează tot în sensul minimizării funcționalei (2), dacă $u^\circ\left(x, \frac{\partial V}{\partial x}, t\right)$ este o comandă admisă pentru acest sistem.

Într-adevăr, înlocuind $f(x,t)$ cu $\tilde{f}(x,t)$ în ecuația H.-J, se ajunge la aceeași soluție $V(x,t)L$, din relația (9) și lema 1 se obține

$$< \tilde{f}\,(x,t)\frac{\partial V}{\partial x} > = < f(x,t), \frac{\partial V}{\partial x} >,$$

iar comanda optimală u° se obține pentru

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \min_u \left\{ L(x,u,t) + < \tilde{f}\,(x,t) + g(u), \frac{\partial V}{\partial x} > \right\} = 0.$$

Dar pentru determinarea lui u° care minimizează expresia dintre acolade nu intervin $f(x,t)$ sau $f(x,t)$, acestea nefiind funcții de variabila u.

Cu aplicațiile φ și ψ, înlocuind cu ecuația H.-J. pentru problema P_1 obținem

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \min_{\bar{\psi}(\tilde{u})} \left\{ L\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), \bar{\psi}\,(\tilde{u}), t) + < f[\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t] + g(\bar{\psi}\,(\tilde{u}), \frac{\partial V\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}))} > \right\} = 0,$$

iar pentru problema P_1 modificată

$$\frac{\partial V\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial t} + \min_{\bar{\psi}(\tilde{u})} \left\{ L(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), \bar{\Psi}(\tilde{u}(t), t) + < \tilde{f}\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), + \right.$$

$$\left. + \; g\,(\bar{\psi}\,(\tilde{u})), \frac{\partial V\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}))} > \right\} = 0.$$

Fie $\psi = 1$ adică $U \equiv \tilde{U}$.

Pentru problema P_2 ecuația H-J este

$$\frac{\partial \tilde{V}\,(\tilde{x}, t)}{\partial t} + \min_u \left\{ L\,(\tilde{x},)\,u, t) + < \tilde{f}\,(\tilde{x}, t) + g(u), \frac{\partial \tilde{V}\,(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} > \right\} = 0. \qquad (10)$$

La trecerea în spațiul X, partea stîngă a ecuației (1) devine

$$\frac{\partial \tilde{V}\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial t} + \min_u \left\{ L\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), u, t) + < \tilde{f}\,(\bar{\varphi}\,(x), t) + \right.$$

$$\left. + g(u), \frac{\partial \tilde{V}\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}))} > \right\},$$

care pentru a fi egală cu zero, trebuie îndeplinite condițiile

$$\frac{\partial \tilde{V}\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial t} = \frac{\partial V\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \tilde{V}\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}), t)}{\partial\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}))} = \frac{\partial V\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x})\,t)}{\partial\,(\bar{\varphi}\,(\tilde{x}))}, \qquad (11)$$

care implică $\tilde{V}(.) = V(.)$, ceea ce are loc, căci sub semnul integrală în criteriile ambelor probleme apar funcționale identice ca formă.

OBSERVAȚIE

Notăm $x_{u^\circ}(t)$ traiectoria în spațiul faptelor X corespunzătoare comenzii u, pentru problema P_1.

Fie $\zeta(x_{u^\circ}(t))$ o vecinătate a traectoriei $x_{u^\circ}(t)$.

Din condițiile definirii problemei P_1, rezultă că există în orice moment t un număr $\rho(t) > 0$, astfel ca pentru orice $u(t) \in \omega(t)$ unde

$$\omega(t) = \{u(t) \mid \|u(t) - u^\circ(t)\| < \rho(t)\},$$

să avem $x_u(t) \in \zeta(x_{u^\circ}(t))$ și invers, pentru orice $\rho(t) > 0$ să existe o vecinătate $\zeta(x_{u^\circ}(t)$ a lui $x_{u^\circ}(t)$ astfel ca

$$(11) \Rightarrow (x_u(t) \in \zeta(x_{u^\circ}(t)),$$

iar

$$(\rho(t) \to 0) \Rightarrow (x_u(t) \to x_{u^\circ}(t)).$$

Aplicația $\varphi : X \to \tilde{X}$ este continuă și păstrează relațiile de ordine (3), deci va exista în spațiul X o vecinătate a traiectoriei $\tilde{x}_{u^\circ}(t)$, fie ea $\tilde{\zeta}(\tilde{x}_{u^\circ}(t))$ astfel ca (11) să implice

$$\tilde{x}_u(t) \in \tilde{\zeta}(\tilde{x}_{u^\circ}(t)),$$

$$\text{și } (\rho(t) \to 0) \Rightarrow (\tilde{x}_u(t) \to \tilde{x}_{u^\circ}(t)).$$

Sistemele din problemele P_1 și P_1 modificată sînt echivalente din punctul de vedere al comenzii optimale, adică admit aceeași formă a legii de comandă optimală.

Prin transformările φ și ψ punctele din vecinătățile lui x și u rămîn în vecinătățile lui $\tilde{x}$ și $\tilde{u}$.

Sistemul din problema P_2 este echivalent din punctul de vedere al comenzii optimale cu sistemul din P_1, deci este echivalent și cu sistemul din problema P_1 modificată.

Demonstrația pentru punctul 3°.

Fie problemele P_1, P_2 și $\psi = 1$.

Presupunem că există matricea antisimetrică C astfel ca

$$\tilde{f}(\tilde{x}, t) = f(x, t) + C\frac{\partial V}{\partial x}.$$

Atunci putem determina $\varphi(x)$ astfel ca

$$\tilde{f}(\varphi(x), t) = f(x, t) + \frac{\partial V}{\partial x}.$$

Avem relațiile

$$\varphi_{x_{u^\circ}} \dot{x}_{u^\circ} = \tilde{f}(\varphi(x_{u^\circ}), t) + g(u^\circ) = f(x_{u^\circ}, t) + C\frac{\partial V}{\partial x} + g(u^\circ),$$

$$\dot{x} = (\varphi'_{x_{u^\circ}} \varphi_{x_{u^\circ}})^{-1} [\tilde{f}(\varphi(x_{u^\circ}), t) + g(u^\circ)] = f(x_{u^\circ}, t) + g(u^\circ).$$

Deci trebuie să avem

$$(\varphi'_x\,\varphi_x)^{-1}\left[f(x_{u^\circ},t)+C\frac{\partial V}{\partial x}\right]=f(x_{u^\circ},t),$$

$$(\varphi'_x\,\varphi_x)^{-1}\,g[k(\varphi(x),t)]=g(k(x,t)). \tag{12}$$

$\varphi(x)$ se obține prin integrare, constantele de integrare se determină din condițiile inițiale.

În cazul $\psi\neq 1$ demonstrația decurge în mod asemănător, făcînd uz de faptul că aplicațiile φ și ψ păstrează relațiile de ordine (3) cînd se face trecerea de la spațiul stărilor X și spațiul comenzilor U la spațiul stărilor $\tilde{X}$ și spațiul comenzilor $\tilde{U}$.

Fie date sistemele

$$\dot{x}=f(x,t)+g(u), \tag{12'}$$

$$\dot{x}=f_1(x,t)+g(u), \tag{12''}$$

și criteriul de calitate $J=\int_{t_0}^{t_1}L(x,u,t)\,\mathrm{d}t$.

În (12'') se fac schimbările de variabilă

$$\tilde{x}=\varphi(x),\quad \tilde{u}=\psi(u), \tag{13}$$

unde φ și ψ sînt funcții continue, derivabile, ireversabile.

Avem

$$\dot{\tilde{x}}=\varphi_x\,\dot{x},$$

$$\dot{\tilde{x}}=\varphi_x f_1(\bar{\varphi}(\tilde{x})\,t)+\varphi_x\,g(\bar{\psi}(\tilde{u}),$$

unde s-a notat $\bar{\varphi}(.)$ funcția inversă funcției $\varphi(.)$.

Fie

$$\tilde{f}(\tilde{x},t)=f(x,t)+C\frac{\partial V}{\partial x}.$$

Prin schimbarea de variabilă (13) să aducem sistemul (12'') la forma

$$\dot{\tilde{x}}=\tilde{f}(\tilde{x},t)+g(\tilde{u}).$$

Trebuie îndeplinite condițiile

$$\varphi_x f_1(\bar{\varphi}(\tilde{x}),t)=\tilde{f}(\tilde{x},t),$$

$$\varphi_x\,g(\bar{\psi}(\tilde{u}))=g(u),$$

unde

$$u=k(x,t)\ \text{ și }\ \psi(u)=k(\tilde{x},t).$$

Să dăm acum o definiție euristică a asemănării problemelor de comandă optimală.

Două probleme de comandă optimală se zic asemenea dacă există bijecțiile φ și ψ care realizează aplicațiile $X \to \tilde{X}$, și $U \to \tilde{U}$ și care să păstreze relațiile (3) iar domeniul indus de ψ din domeniul comenzilor admise pentru probleme P_1 în $\tilde{U}$ să fie inclus în domeniul comenzilor admise pentru problema P_2.

Dacă (3) are loc numai pentru domenii în vecinătatea comenzii optimale, ar avea sens să definim o asemănare mai slabă, numai din punct de vedere al comenzilor optimale.

Astfel definită, relația de asemănare este foarte cuprinzătoare, sugerînd obținerea unor clase de probleme asemenea prin transformări efectuate asupra diferitelor elemente ale problemei:

— asupra variabilelor de stare;
— asupra comenzilor;
— asupra funcționalei L;
— asupra funcției f.

Dacă transformările nu afectează valoarea funcționalei, este vorba de o echivalență a problemelor, de posibilitatea obținerii unor forme canonice mai ușor de rezolvat decît problemele inițiale, obținerea valorii comenzii optimale pentru problema inițială făcîndu-se deci prin intermediul soluției formei canonice. Pentru sistemele liniare cu indice de performanță integral vezi [5 § 30].

Relația de asemănare și teorema enunțată ar putea permite în unele cazuri (de exemplu neliniaritatea monotonă, matricea C cu elementele funcție de x) rezolvarea unor probleme neliniare prin intermediul unora liniare, teoria expusă cerîndu-se dezvoltată.

ANEXĂ

În această anexă vom examina două exemple de aplicare a teoriei desvoltate mai sus.

EXEMPLUL I

Fie sistemul liniar [6]

$$\dot{x} = Ax + bu, \tag{1}$$

unde

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\beta \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

în care:

x este vector cu componentele x_1, x_2;
u — scalar.

și criteriul de calitate $J = \int_{t_0}^{\infty} (x_2^2 + u^2)\, dt$.

Pentru acest sistem se determină

$$V(x,t) = \alpha k x_1^2 + k x_2^2,\ k = -\beta + \sqrt{\beta^2+1}.$$

Formăm noul sistem

$$\dot{x} = \tilde{f}(x) + bu,\quad \tilde{f}(x) = Ax + C\frac{\partial V}{\partial x}, \tag{2}$$

unde $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Menținem același criteriu de calitate

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial V}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial V}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\alpha k x \\ 2kx \end{pmatrix}.$$

Rezultă

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1+2k \\ -\alpha - 2\alpha k & -\beta \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} u.$$

Pentru acest sistem și criteriul $J = \int_{t_0}^{\infty} (x_2 + u^2)\,dt$, ecuația Hamilton-Jacobi este

$$\begin{cases} x^2 + u^2 + (1+2k)x_2 \dfrac{\partial V}{\partial x_2} - [(\alpha + 2\alpha k)x_1 + \beta x_2 + u]\dfrac{\partial V}{\partial x_2} = 0, \\ 2u = \dfrac{\partial V}{\partial x_2}. \end{cases}$$

Căutăm V de forma

$$V = \omega x_1 + 2\zeta x_1 x_2 + \eta x_2.$$

Efectuînd calculele obținem următoarele relații

$$\eta = -\beta + \sqrt{\beta^2+1} = k,$$
$$\zeta = 0,$$
$$\omega = \eta\alpha = k\alpha,$$

iar $u^\circ = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial V}{\partial x_2} = kx_2$, cum era de așteptat.

Sistemul (2) poate fi obținut din (1) printr-o schimbare de variabile de forma $\tilde{x} = \varphi(x)$, $\tilde{u} = \psi(u)$, unde φ și ψ sînt aplicații liniare. Efectuînd calculele se obține

$$\varphi(x) = \begin{pmatrix} 1+2k & 0 \\ 2k & 1+2k \end{pmatrix} x,\ \psi(u) = (1+2k)u.$$

EXEMPLUL 2

Fie sistemul neliniar

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2kx_2^2, \\ \dot{x}_2 = -\alpha x_1 - \beta x_2 - 2\alpha k x_1 x_2 + u, \\ k = -\beta + \sqrt{\beta^2 + 1}, \end{cases} \tag{1}$$

și funcționala de minimizat

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (x_2{}^2 + u^2)\mathrm{d}t\, t_1.$$

Pentru acest sistem ecuația Hamilton Jacobi este

$$\begin{cases} x_2^2 + u^2 + \dfrac{\partial V}{\partial x} + \dfrac{\partial V}{\partial x_1}(x_2 + 2kx_2^2) + \\ + \dfrac{\partial V}{\partial x_2}(-\alpha x_1 - \beta x_2 - 2\alpha k x_1 x_2 + u) = 0, \\ 2u = -\dfrac{\partial V}{\partial x_2} \end{cases} \tag{2}$$

Ea este verificată pentru $V = \alpha k x_1^2 + k x_2^2$ obținută pentru sistemul format numai din partea sa liniară și funcționala J, și care este studiat în exemplul 1. Într-adevăr, înlocuind, în (2) obținem

$$x_2^2 + k^2 x_2^2 + 2\alpha k x_1 (x_2 + 2kx_2^2) + 2xk_2(-\alpha x_1 - (\beta + k)\, x_2 -$$

$$- 2\alpha k x_1 x_2) = x_2^2(1 + k^2 - 2k\beta - 2k^2) +$$

$$+ 2\alpha k x_1 x_2 - 2\alpha k x_1 x_2 + 4\alpha k x_1 x_2^2 - 4\alpha k x_1 x_2^2 = 0.$$

Să determinăm matricea antisimetrică $C(x)$ astfel încît să fie verificată relația

$$Ax + C(x)\frac{\partial V}{\partial x} = Ax + \begin{pmatrix} 2kx_2^2 \\ -2\alpha k x_1 x_2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\beta \end{pmatrix}.$$

Fie $C(x) = \begin{pmatrix} 0 & \gamma(x) \\ -\gamma(x) & 0 \end{pmatrix}$, unde $\gamma(x)$ este funcție scalară de componentele vectorului x, necunoscută.
Obținem

$$\begin{pmatrix} 0 & \gamma(x) \\ -\gamma(x) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\alpha k x_1 \\ 2kx_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2k\gamma(x)x_2 \\ -2\alpha k x_1 \gamma(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2kx_2^2 \\ -2\alpha k x_1 x_2 \end{pmatrix}.$$

De unde $\gamma(x) = x_2$. Deci $C(x) = \begin{pmatrix} 0 & x_2 \\ -x_2 & 0 \end{pmatrix}$.

Sistemul (1) este stabil în mare (teorema Barbașin Krașovski. Într-adevăr, luînd ca funcțieLeapunov chiar funcția $V=\alpha k x_1^2 + k x_2^2 > 0$, obținem

$$\dot{v} = 2\alpha k x_1 \dot{x}_1 + 2k x_2 \dot{x}_2 = 2\alpha k x_1 (x_2 + 2k x_2^2) + 2k x_2 (-\alpha x_1 - (\beta + k) x_2$$
$$- 2\alpha k x_1 x_2 = 2k x_2^2 (\beta + k) < 0,$$

întrucît k_1, $\beta > 0$.

Studiul stabilității sistemului (1) îl mai putem face cu sistemul de primă aproximație, care, pentru comanda optimă, este

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -\alpha x_1 - \beta x_2 - k x_2$$
$$k = -\beta + \sqrt{\beta^2 + 1}.$$

Matricea $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\beta - k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\sqrt{\beta^2+1} \end{pmatrix}$ are valorile proprii date de rădăcinile ecuației

$$det \begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ \alpha & \lambda + \sqrt{\beta^2 + 1} \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda\sqrt{\beta^2 + 1} + \alpha = 0,$$

$$\lambda_{1.2} = \frac{-\sqrt{\beta^2+1} \pm \sqrt{\beta^2 + 1 - 4\alpha}}{2}.$$

Cum $\alpha > 0$, $\mathrm{Re}\lambda_1, \lambda_2 < 0$, matricea sistemului liniar optimal este hurwitziană, sistemul este asimptotic stabil.

Partea neliniară a sistemului (1) are proprietatea că se anulează în origine.

Impunem condiția $\|\varphi\|^2 \leqslant M^2 (\|x\|^2)^{1+\alpha_1}$ unde definim $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ iar $\varphi = \begin{pmatrix} 2k x_2^2 \\ -2\alpha k x_1 x_2 \end{pmatrix}$.

Avem

$$\|\varphi^2\| = 4k^2 x_2^2 + 4\alpha^2 k^2 x_1^2 x_2^2 \quad M > 0, \text{ const.}$$
$$\alpha_1 > 0.$$

Fie $r^2 = x_1^2 + x_2^2$ raza de atracție care stabilește domeniul în care este valabilă stabilitatea în prima aproximație. Există o funcție pătratică pozitiv definită v a cărei derivată w să fie egală cu $-r^2$. Fie ea $v = (x, Bx)$.

Avem [7]: $-\frac{v}{\lambda_1} \geqslant -r^2 \geqslant \frac{v}{\lambda_2}$, unde λ_1 este valoarea proprie minimă a matricii B, iar λ_2, cea maximă.

Avem $-r^2 = (x, C_1 x) = w$.

Fie $C_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Pentru determinarea matricii B rezolvăm ecuația

$$A'B + BA = C_1, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\beta - k \end{pmatrix}.$$

Luăm $B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$

A' este transpusa matricii A

$$\begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ 1 & -\beta-k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha & -\beta-k \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Obținem

$$\begin{aligned} &\alpha(b_3+b_2)=1,\\ &-\alpha b_4+b_1-b_2(\beta+k)=0,\\ &b_1-b_3(\beta+k)-\alpha b_4=0,\\ &b_2-b_4(\beta+k)+b_3-b_4(\beta+k)=-1. \end{aligned}$$

De unde

$$B=\begin{pmatrix} \dfrac{\alpha+1}{2(\beta+k)}+\dfrac{1}{2\alpha}(\beta+k) & \dfrac{1}{2\alpha} \\ \dfrac{1}{2\alpha} & \dfrac{\alpha+1}{2\alpha(\beta+k)} \end{pmatrix}.$$

Valorile proprii ale matricii B sînt date de

$$det\begin{vmatrix} \lambda-\dfrac{\alpha+1}{2(\beta+k)}-\dfrac{1}{2\alpha}(\beta+k) & \dfrac{1}{2\alpha} \\ -\dfrac{1}{2\alpha} & \lambda-\dfrac{\alpha+1}{2\alpha(\beta+k)} \end{vmatrix}=0.$$

Se obțin rădăcinile

$$\lambda_1=\sqrt{\frac{(\alpha+1)^2+\beta^2+1}{\beta^2+1}},\quad \lambda_2=\frac{\alpha^2+\beta^2+2}{2\alpha}\sqrt{\frac{(\alpha+1)^2+\beta^2+1}{\beta^2+1}}.$$

Cu notațiile $\rho_1=\rho_2=-1\ldots$ valorile proprii maximă și minimă ale matricii C_1,

$$\Delta_1=\min(\lambda_1,\lambda_2)=\lambda_1,$$
$$\Delta_2=\max(\lambda,\lambda_2)=\lambda_2,$$

rezultă următoarea condiție pentru a putea aplica teoria stabilității în primă aproximație.

$M\Delta_2 r^{\alpha_1}<1$ adică constanta M poate fi aleasă astfel încît să verifice inegalitatea

$$M<\frac{1}{r^{\alpha_1}\dfrac{\alpha^2+\beta^2+2}{2\alpha}\sqrt{\dfrac{(\alpha+1)^2+\beta^2+1}{\beta^2+1}}}.$$

unde r este raza de atracție.

Cu M astfel determinat, sistemul (1) este asimptotic stabil în origine pentru comanda optimală.

NOTĂ

1. Nu totdeauna este posibilă determinarea matricei antisimetrice $C(x)$. Se poate întîmpla ca o astfel de matrice să nu existe pentru un sistem neliniar dat. Se pune problema determinării gradului posibil de aproximare a sistemului neliniar dat inițial cu un altul, constituit după metoda expusă, pe baza părții liniare a sistemului inițial astfel încît comanda optimă a sistemului aproximat să fie o comandă, suboptimală pentru sistemul inițial, pentru același criteriu de calitate. Altfel spus, trebuie determinate clase de sisteme neliniare, pentru care comanda optimală a părții lor liniare, pentru același criteriu de calitate, să rămînă comandă optimală sau suboptimală, pentru orice sistem din acele clase.

Această problemă va fi expusă într-o lucrare viitoare.

2. Rezultatele obținute prin modelarea pe calculatorul analogic sînt conforme cu teoria. Sistemul (1) și sistemul format doar cu partea sa liniară admit aceeași lege de comandă optimală și aceeași valoare minimă a funcționalei J (pentru condiții inițiale egale), anume $\min J = V(x_{10}, x_{20})$ unde $x_{10} = x_1(t_0)$, $x_{20} = x_2(t_0)$.

BIBLIOGRAFIE

1. C. D. Cullum, E. Polak, *Equivalence relations for the classification and solution of optimal control problems*, J. SIAM control, *4*, 3 (1966).
2. Ruey-Wen Liu, R. Joffrey Leake, *Exhaustive equivalence Classes of optimal Systems with separable controls*, SIAM Journal on Control, *4*, 4 (1966).
3. R. E. Kalman, *Optimal control and the calculus of variations* in „*Mathematical optimization techniques*" cap. 16 Univ. of. Calif. Press 1963.
4. — *When is a linear control system optimal*, Report. RIAS 63. 5 March 1963.
5. V. M. Popov, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, Editura Academiei, 1966.
6. N. N. Krasovskii, A. M. Letov, *K teorii analiticescovo construirovania reguliatorov*, Avtomatica; Telemekanica, **XXIII**, 6 (1962).
7. E. A. Barbașin, *Vvedenie v teorii ustoicivosti*, Izd. Nauka., Moskva, 1967.

O SINTEZĂ OPTIMALĂ PE BAZA UNUI CRITERIU INTEGRAL PĂTRATIC PE INTERVAL FINIT ȘI INFINIT DE CONDUCERE, PENTRU UN OBIECT LINIAR ȘI INVARIANT

DE

V. RĂSVAN

62.505.001.2

Lucrarea prezintă un mod de extindere a problemei lui A. M. Letov de construcție analitică a regulatoarelor pentru cazul cînd intervalul de optimizare este finit, dîndu-se metoda de sinteză pe baza principiului maximului al lui L. S. Pontreaghin. În cazul-limită, cînd intervalul de optimizare devine infinit, se regăsește soluția clasică.

1. INTRODUCERE

Optimizarea sistemelor automate pe baza criteriilor pătratice este inclusă de obicei în categoria de probleme denumită „construcția analitică a regulatoarelor".

Principalele direcții în această problemă au fost date de A. M. Letov în ciclul său de articole cu acest titlu [1]. Deși au fost făcute multe generalizări în această problemă, nu este lipsită de interes reluarea cîtorva dintre problemele puse în [1], utilizînd metode de calcul apropiate de cele originale în scopul de a obține noi rezultate, deoarece la apariția unei noi probleme atenția se îndreaptă în primul rînd asupra găsirii unor metode generale de calcul, rezultatele și generalizările problemei apărînd pe parcurs.

Așa cum se va vedea în cele ce urmează, utilizînd metode apropiate de cele ale lui A. M. Letov, se obțin noi rezultate, generalizatoare ale celor existente, din care pot fi regăsite o parte din relațiile deja cunoscute în literatura de specialitate [1], [2].

2. ENUNȚAREA PROBLEMEI

Se consideră obiectul supus optimizării ca fiind liniar și invariant în timp, fiind descris de ecuația vectorial-matriceală:

$$\dot{x} = Mx + Nu, \tag{1}$$

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2 , p. 415—426, 1969

unde

x este vectorul n-dimensional al stărilor,
u — vectorul r-dimensional al comenzilor,
M — o matrice $n \times n$ constantă,
N — o matrice $r \times n$ constantă.

Se cere să se facă sinteza mărimii de comandă, adică să se determine $u = f(x,t)$, astfel încît să se minimizeze funcţionala

$$J(u, T) = \frac{1}{2}\int_0^T (x'Gx + u'Hu)\mathrm{d}t. \tag{2}$$

În expresia funcţionalei se presupune că $x'Gx$ şi $u'Hu$ sînt forme pătratice pozitiv definite; de aici rezultă [4] relaţiile

$$G = G', \tag{3}$$
$$H = H'.$$

Se mai face ipoteza că nu se impun nici un fel de restricţii asupra vectorilor x şi u.

3. REZOLVAREA PROBLEMEI FORMULATE

Deşi condiţiile problemei permit utilizarea calculului variaţional clasic, vom urma totuşi calea indicată de [2] şi vom utiliza principiul maximului al lui Pontreaghin pentru a avea un mod unitar de tratare a tuturor problemelor de optimizare formulate în [1].

Conform cu metoda adoptată, se introduce vectorul adjunct p şi se scrie expresia hamiltonienei

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}x'Gx - \frac{1}{2}u'Hu + p'\dot{x} \tag{4}$$

sau

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}x'Gx - \frac{1}{2}u'Hu + p'(Mx + Nu). \tag{4'}$$

De aici, pe baza ecuaţiei lui Hamilton, se obţine sistemul adjunct

$$\dot{p} = -\nabla_x \mathcal{H} = Gx - M'p. \tag{5}$$

Scriind principiul maximului, se obţine

$$\max_u \mathcal{H} = \mathcal{H}(u_{opt}), \tag{6}$$

ceea ce revine la a scrie

$$\nabla_u \mathcal{H} = -Hu + N'p = 0, \tag{6'}$$

de unde rezultă

$$u_{opt} = H^{-1}N'p. \tag{6''}$$

Din relațiile (1), (5) și (6″) se obține sistemul de ecuații diferențiale omogen de ordinul $2n$

$$\dot{x} = Mx + NH^{-1}N'p, \qquad (7)$$
$$p = Gx - M'p.$$

Acest sistem omogen are proprietatea că, dacă λ este o rădăcină a ecuației caracteristice, atunci și $-\lambda$ este o rădăcină a ecuației caracteristice. Proprietatea este demonstrată în anexă.

Presupunem ([1], [2]) că toate rădăcinile $\pm \lambda_j (j = 1,2, ..., n)$ ale ecuației caracteristice sînt distincte.

Rezultă că soluția sistemului omogen are forma următoare [5]:

$$x(t) = \sum_1^n C_j h_j^x e^{-\lambda_j t} + \sum_1^n C_{n+j} h_{n+j}^x e^{\lambda_j t},$$
$$p(t) = \sum_1^n C_j h_j^p e^{-\lambda_j t} + \sum_1^n C_{n+j} h_{n+j}^p e^{\lambda_j t}, \qquad (8)$$

unde Re $\lambda_j > 0$.

În ecuațiile (8), $h_k (k = 1,2, ..., 2n)$ reprezintă vectorii proprii ai sistemului de ecuații omogen; h_k^x și h_k^p reprezintă descompunerea pe subspațiile X și P a vectorului h_k (spațiul X este spațiul stărilor, iar P spațiul adjunct).

Forma acestor vectori este următoarea:

$$h_k^x = \begin{bmatrix} h_{1k} \\ h_{2k} \\ \vdots \\ h_{nk} \end{bmatrix}; \quad h_k^p = \begin{bmatrix} h_{n+1,k} \\ h_{n+2,k} \\ \vdots \\ h_{2n,k} \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Se introduc matricele următoare:

$$A = \begin{bmatrix} h_{11} h_{12} \cdots h_{1n} \\ h_{21} h_{22} \cdots h_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots \\ h_{n1} h_{n2} \cdots h_{nn} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} h_{1,n+1} h_{1,n+2} \cdots h_{1,2n} \\ h_{2,n+1} h_{2,n+2} \cdots h_{1,2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_{n,n+1} h_{n,n+2} \cdots h_{n,2n} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} h_{n+1,1} h_{n+1,2} \cdots h_{n+1,n} \\ h_{n+2,1} h_{n+2,2} \cdots h_{n+2,n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_{2n,1} h_{2n,2} \cdots h_{2n,n} \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} h_{n+1,n+1} h_{n+1,n+2} \cdots h_{n+1,2n} \\ h_{n+2,n+1} h_{n+2,n+2} \cdots h_{n+2,2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_{2n,n+1} h_{2n,n+2} \cdots h_{2n,2n} \end{bmatrix} \qquad (10)$$

Se pot scrie deci relațiile (8) sub forma

$$x(t) = A\ diag(e^{-\lambda t})[C_j] + B\ diag(e^{\lambda t})[C_{n+j}],$$
$$p(t) = C\ diag(e^{-\lambda t})[C_j] + D\ diag(e^{\lambda t})[C_{n+j}], \qquad (8')$$

unde s-au făcut notaţiile

$$diag\,(e^{\pm\lambda t}) = \begin{bmatrix} e^{\pm\lambda_1 t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\pm\lambda_2 t} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & e^{\pm\lambda_n t} \end{bmatrix}; \quad [C_j] = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix}; \quad [C_{n+j}] = \begin{bmatrix} C_{n+1} \\ C_{n+2} \\ \vdots \\ C_{2n} \end{bmatrix}.$$

În continuare soluţionarea problemei se face punînd diferite condiţii pentru vectorul stărilor şi vectorul adjunct, pentru $t = 0$ şi $t = T$, cu alte cuvinte este necesară rezolvarea unei probleme variaţionale bilocale.

Vom considera următoarele cazuri.

I. Cazul cînd $T \to \infty$ ([1], [2]). În acest caz, impunînd condiţia ca sistemul să fie asimptotic stabil, se obţine relaţia

$$[C_{n+j}] = 0. \tag{11}$$

Ecuaţiile (8′) capătă forma

$$\begin{aligned} x(t) &= A\, diag\,(e^{-\lambda t})\,[C_j], \\ p(t) &= C\, diag\,(e^{-\lambda t})\,[C_j]. \end{aligned} \tag{12}$$

Dacă x° şi p° sînt condiţiile iniţiale pentru vectorul de stare şi adjunctul său, atunci se poate scrie

$$\begin{aligned} x^\circ &= A[C_j], \\ p^\circ &= C[C_j], \end{aligned} \tag{13}$$

sau

$$p^\circ = CA^{-1}x^\circ. \tag{14}$$

S-a stabilit astfel relaţia dintre condiţiile iniţiale. Deoarece intervalul de timp este infinit, momentul iniţial poate fi oricare (toate momentele de timp au aceeaşi importanţă ca momente iniţiale) şi relaţia (14) este valabilă în orice moment de timp [1], [2].

Rezultă deci că se poate scrie în general

$$p(t) = CA^{-1}x(t), \tag{15}$$

relaţie care se putea obţine şi direct din eliminarea timpului dintre relaţiile numerotate cu (12).

Menţionăm că inversarea matricei A se poate face în ipoteza că această operaţie este posibilă, adică $det\ A \neq 0$.

În continuare, pe tot parcursul articolului vom presupune că operaţiile care se fac au sens.

Din relaţia (15), pe baza relaţiei (6″) se obţine soluţia sintezei:

$$u(t) = H^{-1}N'CA^{-1}x(t). \tag{15′}$$

II. Cazul cînd T este finit. Acest caz a fost tratat în literatură [3], [8], obţinîndu-se o soluţie a sintezei în care $u(x,t)$ era o relaţie liniară în raport cu x, dar care depindea explicit de timp. În cele ce

urmează se va da o soluţie exprimată printr-o relaţie neliniară în raport cu x, dar care nu depinde explicit de timp.

Vom impune condiţia finală

$$x(T) = 0, \tag{16}$$

ceea ce revine la

$$0 = A\, diag\,(e^{-\lambda T})\,[C_j] + B\, diag\,(e^{\lambda T})\,[C_{n+j}], \tag{17}$$

de unde rezultă

$$[C_{n+j}] = -\, diag\,(e^{-\lambda T})\, B^{-1} A\, diag\,(e^{-\lambda T})\,[C_j]. \tag{18}$$

Se obţine următoarea formă a ecuaţiilor:

$$x(t) = A\, diag\,(e^{-\lambda(t-T)})\, K + B\, diag\,(e^{\lambda(t-T)})\, K_*, \tag{19}$$
$$p(t) = C\, diag\,(e^{-\lambda(t-T)})\, K + D\, diag(e^{\lambda(t-T)})\, K_*,$$

unde s-au făcut notaţiile

$$K = diag\,(e^{-\lambda T})\,[C_j], \tag{20}$$
$$K_* = -B^{-1}AK. \tag{20'}$$

Notînd cu x° şi p° condiţiile iniţiale ale sistemului dinamic şi, respectiv ale sistemului adjunct, atunci se poate scrie

$$x^0 = A\, diag\,(e^{\lambda T})\, K + B\, diag\,(e^{-\lambda T})\, K_*, \tag{21}$$
$$p^0 = C\, diag\,(e^{\lambda T})\, K + D\, diag\,(e^{-\lambda T})\, K_*,$$

relaţii care se mai scriu şi astfel:

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ p^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} diag\,(e^{\lambda T}) & 0 \\ 0 & diag\,(e^{-\lambda T}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ K_* \end{bmatrix}. \tag{21'}$$

Din această relaţie se obţine, pe baza regulii de inversare a matricelor celulare de ordinul doi (regula este stabilită în anexă), următoarea relaţie

$$\begin{bmatrix} K \\ K_* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} diag(e^{-\lambda T}) & 0 \\ 0 & diag\,(e^{\lambda T}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (C - DB^{-1}A)^{-1} & 0 \\ 0 & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -DB^{-1} & E \\ -CA^{-1} & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^0 \\ p^0 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

Dezvoltînd relaţia (22), se obţine

$$\begin{aligned} K &= diag\,(e^{-\lambda T})\,(C - DB^{-1}A)^{-1}\,(p^\circ - DB^{-1}x^0), \\ K_* &= diag\,(e^{\lambda T})\,(D - CA^{-1}B)^{-1}\,(p^0 - CA^{-1}x^0). \end{aligned} \tag{22'}$$

Pe baza relaţiilor (20') şi (22') se poate scrie

$$p^0 - CA^{-1}x^0 = (D - CA^{-1}B)\, diag\,(e^{-\lambda T})\, B^{-1}A\, diag\,(e^{-\lambda T})(C - DB^{-1}A)^{-1}$$
$$(DB^{-1}x^0 - p^0). \tag{23}$$

Apare ca evident faptul că relația este liniară și invariantă în timp.

Forma de scriere a fost astfel adoptată pentru a se vedea faptul că la limită (cînd $T \to \infty$) se regăsește relația (14), stabilită în mod independent.

Trebuie menționat că relația (23) nu mai reprezintă aici legea de comandă în circuit închis, deoarece, T fiind finit, nu toate momentele de timp au importanță egală și nu orice moment poate fi considerat ca inițial.

Pentru a găsi dependența $p(x)$ se scriu relațiile (19) sub forma

$$\begin{aligned} x(t) &= A\ diag\,(K)[e^{-\lambda(t-T)}] + B\ diag\,(K_*)[e^{\lambda(t-T)}], \\ p(t) &= C\ diag\,(K)\,[e^{-\lambda(t-T)}] + D\ diag\,(K_*)[e^{\lambda(t-T)}], \end{aligned} \tag{19'}$$

unde $diag(K)$ și $diag(K_*)$ sînt matrice diagonale care se obțin din vectorii K și K_*, așezînd componentele acestora pe diagonala principală.

Vectorii-coloană $[e^{\pm\lambda(t-T)}]$ se obțin din matricele diagonale $diag(e^{\pm\lambda(t-T)})$ astfel: componentele vectorilor sînt elementele de pe diagonalele principale ale acestor matrice.

Utilizînd matricele celulare, se poate scrie

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} diag(K) & 0 \\ 0 & diag(K_*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [e^{-\lambda(t-T)}] \\ [e^{\lambda(t-T)}] \end{bmatrix}. \tag{19''}$$

De aici, utilizînd formula de inversare stabilită, se scrie relația

$$\begin{bmatrix} [e^{-\lambda(t-T)}] \\ [e^{\lambda(t-T)}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} diag\left(\frac{1}{K}\right) & 0 \\ 0 & diag\left(\frac{1}{K_*}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (C - DB^{-1}A)^{-1} & 0 \\ 0 & (D - CA^{-1}B)^{-1} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} -DB^{-1}E \\ -CA^{-1}E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Dezvoltînd relația (24), se obține

$$\begin{aligned} [e^{-\lambda(t-T)}] &= diag\left(\frac{1}{K}\right)(C - DB^{-1}A)^{-1}(p - DB^{-1}x), \\ [e^{\lambda(t-T)}] &= diag\left(\frac{1}{K_*}\right)(D - CA^{-1}B)^{-1}(p - CA^{-1}x). \end{aligned} \tag{25}$$

Pentru eliminarea timpului între aceste relații este necesară transformarea vectorilor-coloană în matrice-diagonale. Transformarea care realizează aceasta este matricea tridimensională unitară.

Rezultatul transformării îl vom scrie proiectat în planul colii de hîrtie, ceea ce revine la n înmulțiri cu secțiuni de orientare verticală (noțiunea de secțiune de orientare dată este luată în sensul din [6]) prin matricea tridimensională. Aceste secțiuni au forma

$$\Lambda_j = [\delta_{kl}] \quad (j = 1, 2, \ldots, n) \qquad \text{unde } \delta_{kl} = \begin{cases} 0 & \text{pentru } k \neq j;\ l \neq j, \\ 1 & \text{pentru } k = l = j. \end{cases}$$

Rezultă că se obţin următoarele relaţii :

$$e^{-\lambda_j(t-T)} = \Lambda_j \, diag\left(\frac{1}{K}\right)(C - DB^{-1}A)^{-1}(p - DB^{-1}x),$$

$$e^{\lambda_j(t-T)} = \Lambda_j \, diag\left(\frac{1}{K_*}\right)(D - CA^{-1}B)^{-1}(p - CA^{-1}x) \qquad (26)$$

$$(j = 1, 2, \ldots, n).$$

Înmulţind relaţiile, se ajunge în final la eliminarea timpului :

$$\Lambda_j \, diag\left(\frac{1}{K}\right)(C - DB^{-1}A)^{-1}(p - DB^{-1}x)\,\Lambda_j \, diag\left(\frac{1}{K_*}\right) \times$$

$$\times (D - CA^{-1}B)^{-1}(p - CA^{-1}x) = 1 \qquad (j = 1, 2, \ldots, n). \qquad (27)$$

Relaţiile (27) reprezintă o dependenţă neliniară a vectorului adjunct p în funcţie de vectorul de stare x. Aşa cum era de aşteptat în cazul unor dependenţe neliniare, relaţiile depind de condiţiile iniţiale. Această dependenţă are loc prin intermediul matricelor $diag\left(\frac{1}{K}\right)$ şi $diag\left(\frac{1}{K_*}\right)$.

Modul de calcul al acestor matrice se vede din relaţia (22′) şi din regula de formare a matricelor $diag(K)$ şi $diag(K_*)$.

Cu $diag\left(\frac{1}{K}\right)$ şi $diag\left(\frac{1}{K_*}\right)$ s-au notat inversele matricelor $diag(K)$, şi $diag(K_*)$, care se obţin prin inversarea elementelor de pe diagonala principală.

Expresia completă a acestor matrice nu s-a mai introdus în relaţia (27) pentru a nu o complica.

Considerînd că din relaţiile (27) se pot explicita componentele vectorului p, atunci cu ajutorul relaţiei (15′) se obţine soluţia sintezei.

Explicitarea componentelor vectorului p se poate face cu ajutorul schemei dispozitivului de calcul; în cazul nostru, acest dispozitiv presupune elemente de înmulţire, sumatoare şi extractoare de radical.

La intrarea acestui dispozitiv de calcul se aplică componentele vectorului de stare, iar la ieşire se obţin componentele vectorului adjunct.

Se poate însă examina şi posibilitatea liniarizării relaţiei, calculîndu-se aproximaţia care se face.

Verificarea corectitudinii se poate face prin regăsirea relaţiei (15) din relaţia (27) cînd $T \to \infty$.

Constatăm că matricele $diag(K)$ şi $diag(K_*)$ tind spre 0 cînd $T \to \infty$, datorită expresiilor lor.

În membrul drept al ecuaţiilor (27) găsindu-se o constantă, este necesar ca în stînga să se obţină o nedeterminare de tip $0 \cdot \infty$ care să ducă la o limită finită. Aceasta are loc dacă pentru orice j se îndeplinesc relaţiile

$$p - DB^{-1}x = 0, \qquad (28)$$

$$p - CA^{-1}x = 0. \qquad (28')$$

A doua relație este identică cu (15).

Prima relație reprezintă o soluție străină introdusă prin înmulțire. Examinînd relațiile (25), constatăm că, dacă se trece la limită, din a doua relație va rezulta ca necesară relația (28′), în timp ce prima relație nu impune cu necesitate îndeplinirea relației (28).

S-a regăsit astfel soluția din cazul I.

Ținînd seama că principiul maximului exprimă în general numai o condiție necesară de optim, este necesară obținerea condiției suficiente de optim.

Se știe însă (vezi demonstrația din [7]) că în cazul sistemelor liniare principiul maximului exprimă și o condiție suficientă de optim (pe lîngă cea necesară din cazul general). În cazul de față, $u(t)$ determinat din relațiile (6″) și (8) coincide cu soluția cunoscută pentru care este demonstrată teorema din [7]; elementul nou apare la eliminarea timpului între $p(t)$ și $x(t)$. Cu alte cuvinte, teorema din [7] poate fi aplicată, și relațiile (27) exprimă condițiile necesare și suficiente de optim.

4. CONCLUZII

Soluția obținută în cazul analizat are proprietatea că vectorul u depinde numai de x și nu depinde explicit de timp, cu alte cuvinte realizarea sistemului nu necesită generarea unor funcții de timp.

Neliniaritatea soluției introduce în schimb dependența de condițiile inițiale. Această dependență are totuși loc sub formă destul de simplă: în momentul inițial se calculează matricele care depind de condițiile inițiale, după care aceste matrice nu se mai modifică în cursul procesului.

Obținerea acestei soluții ridică necesitatea soluționării în continuare a următoarelor probleme:

1) stabilirea unei legături între soluția obținută pe această cale și relația liniară obținută de Kalman [8], cu alte cuvinte rezolvarea unei probleme de unicitate. De asemenea este necesară compararea celor două soluții, stabilind dacă complexitatea aparaturii pentru soluția neliniară depășește sau nu complexitatea aparaturii de generare a funcțiilor de timp;

2) stabilirea condițiilor în care problema rezolvată în lucrare este soluționabilă: s-a presupus că matricele A, B, C, D sînt nesingulare și este necesar să se stabilească exact condițiile de nesingularitate;

3) extinderea soluției pentru cazurile cînd condițiile sînt mai stricte; este vorba de cazul limitărilor asupra vectorului de comandă și de stare.

Este de așteptat ca rezolvarea acestor probleme să aducă noi proprietăți ale sistemului adjunct prin intermediul căruia se generează mărimea de comandă la sistemele automate în circuit închis.

EXEMPLU DE CALCUL

Vom considera cazul sistemului de ordinul unu, deoarece, pe lîngă simplitatea calculului analitic, prezintă şi o interpretare geometrică interesantă :

$$\dot{x} = ax + bu,$$

$$J(u, T) = \int_0^T (cx^2 + u^2)\, \mathrm{d}t.$$

Conform [3], se obţine ecuaţia adjunctă

$$\dot{p} = cx - ap,$$

iar soluţia sistemului este

$$x(t) = x_0\left(ch\lambda t + \frac{a}{\lambda}\,\mathrm{sh}\,\lambda t\right) + \frac{b^2}{\lambda} p_0\,\mathrm{sh}\,\lambda t,$$

$$p(t) = \frac{c}{\lambda}\, x_0\,\mathrm{sh}\lambda t + p_0\left(\mathrm{ch}\,\lambda t - \frac{a}{\lambda}\,\mathrm{sh}\,\lambda t\right),$$

unde $\lambda = \sqrt{a^2 + cb^2}$.
Impunînd şi condiţia $x(T) = 0$, se obţine relaţia

$$p_0 = -\left(\frac{\lambda}{b^2}\,\mathrm{cth}\,\lambda T + \frac{a}{b^2}\right) x_0,$$

care este tocmai relaţia dintre condiţiile iniţiale.

Înlocuind această relaţie în soluţia sistemului, se găseşte relaţia vectorial-matriceală

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} = x_0 \begin{bmatrix} 1 & -\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T \\ -\left(\frac{\lambda}{b^2}\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T + \frac{a}{b^2}\right) & \left(\frac{\lambda}{b^2} + \frac{a}{b^2}\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{ch}\,\lambda\, t \\ \mathrm{sh}\,\lambda\, t \end{bmatrix}.$$

Determinantul matricei pătrate este $-\dfrac{\lambda}{b^2\,\mathrm{sh}^2\lambda T}$, nenul pentru T finit.

Prin inversarea matricei se obţine relaţia

$$\begin{bmatrix} \mathrm{ch}\,\lambda\, t \\ \mathrm{sh}\,\lambda\, t \end{bmatrix} = -\frac{\mathrm{sh}^2\,\lambda\, T}{\lambda\, x_0} \begin{bmatrix} \lambda + a\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T & b^2\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T \\ a + \lambda\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T & b^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix}.$$

Dezvoltînd şi ridicînd la pătrat, va rezulta

$$ch^2\,\lambda\, t = \frac{\mathrm{sh}^4\,\lambda T}{\lambda^2 x_0^2}\,[(\lambda + a\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T)\, x + b^2\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T\, p]^2,$$

$$\mathrm{sh}^2\,\lambda t = \frac{\mathrm{sh}^4\,\lambda T}{\lambda^2 x_0^2}\,[(a + \lambda\,\mathrm{cth}\,\lambda\, T)\, x + b^2 p]^2.$$

Scăzînd relaţiile dintre ele, se obţine

$$\frac{\mathrm{sh}^4\,\lambda T}{\lambda^2 x_0^2}\,[(\mathrm{cth}^2\,\lambda\, T - 1)\,[b^2 p - (\lambda - a)\, x]\,[b^2 p + (\lambda + a)\, x] = 1$$

sau, după simplificările posibile,

$$\frac{\operatorname{sh}^2 \lambda T}{\lambda^2 x_0^2} [b^2 p - (\lambda - a) x][b^2 p + (\lambda + a) x] = 1.$$

Se observă că, dacă $T \to \infty$, se regăsește soluția

$$p = -\left(\frac{\lambda}{b^2} + \frac{a}{b^2}\right) x,$$

care este tocmai condiția inițială trecută la limită.

Interpretarea geometrică a soluției în cazul sistemului de ordinul unu este dată în figura 1.

Curbele $p(x)$ sînt hiperbole în planul $p - x$, avînd una dintre asimptote identică cu traiectoria optimă în cazul $T \to \infty$.

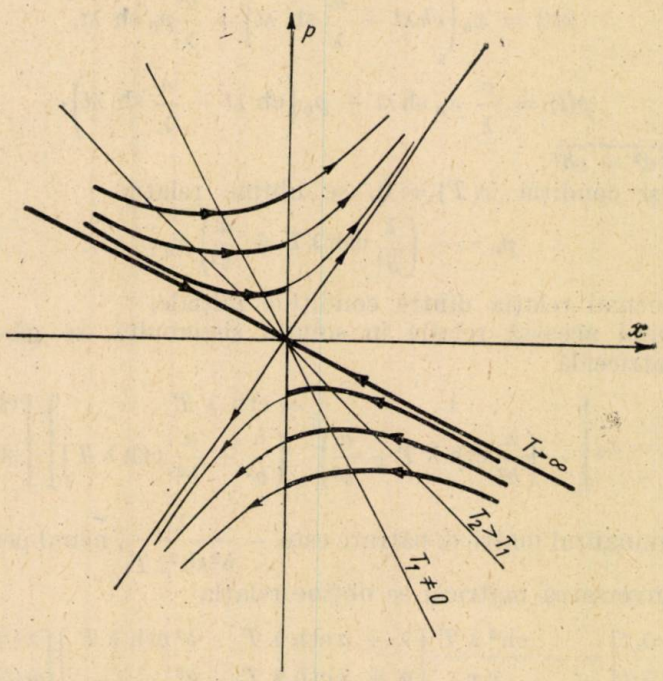


Fig. 1. — Interpretarea geometrică a soluției pentru sistemul de ordinul unu.

Condițiile inițiale sînt reprezentate în acest plan prin drepte care umplu sectorul dintre axa $x = 0$ și dreapta care corespunde lui $T \to \infty$. Pentru un x_0 dat și un T impus se coboară ordonata pînă la dreapta care corespunde lui T și se găsește p_0. Traiectoria optimă este segmentul din hiperbola care trece prin punctul găsit, segment cuprins între dreapta respectivă și axa $x = 0$.

Pentru $T \to \infty$, deplasarea nu se mai face pe o hiperbolă, ci chiar pe dreapta respectivă, indiferent de condițiile inițiale (așa cum este de așteptat în cazul unei relații liniare).

Se constată că în cadrul acestei interpretări se cuprinde și sensul limitativ al axei $x = 0$. Ea corespunde lui $T \to 0$, cînd ar fi necesară o comandă infinită pentru a readuce instantaneu sistemul în starea de echilibru. Acest caz însă nu are sens fizic.

ANEXĂ

1. Vom demonstra afirmația din [1] și [2] că sistemul (7) are proprietatea că, dacă λ este o rădăcină a ecuației caracteristice, atunci și $-\lambda$ este tot o rădăcină a ecuației caracteristice.

În ecuația caracteristică

$$det\begin{bmatrix} M - \lambda E & NH^{-1}N' \\ G & -M' - \lambda E \end{bmatrix} = 0,$$

se schimbă λ în $-\lambda$:

$$det\begin{bmatrix} M + \lambda E & NH^{-1}N' \\ G & -M' + \lambda E \end{bmatrix} = det\begin{bmatrix} M' + \lambda E & G \\ NH^{-1}N' & -M + \lambda E \end{bmatrix} =$$

$$= det(M' + \lambda E) \cdot det(-M + \lambda E - NH^{-1}N'(M' + \lambda E)^{-1}G) =$$

$$= det\begin{bmatrix} -M + \lambda E & -NH^{-1}N' \\ -G & M' + \lambda E \end{bmatrix} = det\begin{bmatrix} M - \lambda E & NH^{-1}N' \\ G & -M' - \lambda E \end{bmatrix}.$$

În demonstrație s-au utilizat proprietatea de simetrie a matricelor G și $NH^{-1}N'$, precum și expresiile din [4] ale determinantului unei matrice-bloc formată din patru matrice de ordinul n.

2. Vom da, în baza formulelor din [4], expresia inversei unei matrice-bloc, formată din patru matrice pătrate de ordinul n.

Se consideră matricea-bloc

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

unde A, B, C, D sînt matrice pătrate, $n \times n$, nesingulare.

Se definește matricea $\mathcal{X} = \mathcal{M}^{-1}$ din relația

$$\mathcal{X}\mathcal{M} = E$$

sau

$$\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix},$$

unde în prima relație E este matricea-unitate $2n$, iar în a doua relație E este matricea-unitate n; prin 0 s-a notat în relația a doua o matrice

$n \times n$ cu toate elementele nule. Pe baza regulilor de calcul pentru matrice-bloc date în [4], rezultă

$$X_1 A + X_2 C = E,$$
$$X_1 B + X_2 D = 0,$$
$$X_3 A + X_4 C = 0,$$
$$X_3 B + X_4 D = E.$$

Din relaţiile a doua şi a treia rezultă imediat

$$X_1 = -X_2 D B^{-1}; \quad X_3 = -X_4 C A^{-1},$$

şi, înlocuind în relaţiile întîi şi a patra, se obţin expresiile

$$X_2 = (C - D B^{-1} A)^{-1}; \qquad X_1 = -(C - D B^{-1} A)^{-1} D B^{-1},$$
$$X_4 = (D - C A^{-1} B)^{-1}; \qquad X_3 = -(D - C A^{-1} B)^{-1} C A^{-1}.$$

Rezultă de aici expresia finală

$$\mathscr{X} = \begin{bmatrix} (C - D B^{-1} A)^{-1} & 0 \\ 0 & (D - C A^{-1} B)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D B^{-1} & E \\ -C A^{-1} & E \end{bmatrix}.$$

Să observăm că toate calculele se fac în ipoteza că $det\,(C - D B^{-1} A) \neq 0$ şi $det\,(D - C A^{-1} B) \neq 0$, adică rangul lui $\mathscr{M}$ este $2n$ (de fapt una dintre inegalităţi o atrage şi pe cealaltă [4]).

BIBLIOGRAFIE

1. А. М. Летов, *Аналитическое конструирование регуляторов*, I—V, Автоматика и телемеханика, *4—6* (1960); 4 (1961); *11* (1962).
2. Чжан Жень-вей, *Одна задача синтеза оптимальных систем по принципу максима*, Автоматика и телемеханика, *10* (1961).
3. Ю. И. Параев, *Одна задача аналитического конструирования регуляторов*, Автоматика и телемеханика, *2* (1964).
4. Ф. Р. Гантмахер, *Теория матриц*, Москва, ГИТТЛ, 1953.
5. Л. С. Понтрягин, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Москва, Наука, 1965.
6. Н. П. Соколов, *Пространственные матрицы и их приложения*, Москва Физматгиз, 1960.
7. Л. И. Розоноэр, *Принцип максимума Л. С. Понтрягина в теории оптимальных систем.*, I, Автоматика и телемеханика, *10* (1959).
8. R. E. Kalman, *Contributions to the Theory of Optimal Control*, Bol. Soc. Math. Mexicana, 1960.

PROCESE DE REDUCERE CATALITICĂ A OXIGENULUI ÎN PILA DE COMBUSTIE PE SUPORT DE CĂRBUNI SPECIAL TRATAȚI

DE

M. MARINESCU, ȘT. DOBOȘ și I. MINEA

621—352.6 : 541.135.5

Lucrarea conține două părți distincte, una cu aspecte teoretice, privind mecanismul reducerii electrochimice a oxigenului în mediu bazic și a fenomenelor de polarizare care o însoțesc și care se manifestă la electrozii de difuzie gazoasă în zona contactului triplu gaz-electrod-electrolit, și alta cu aspect practic, privind procese de activare a cărbunelui vegetal, de mărire a acestei activități prin înglobarea în structura sa a metalelor cu activitate catalitică pronunțată.

Sînt arătate etapele principale ale tehnologiei de fabricație a electrozilor de cărbune vegetal activ și a metodelor de activare suplimentară prin depuneri de metale active fin dispersate în masa electrodului.

Sînt trasate curbele caracteristice curent/potențial pentru fiecare tip de electrod încercat, a căror analiză și interpretare concordă foarte bine cu aspectele teoretice dezvoltate în prima parte referitoare la mecanismul reducerii oxigenului în mediu alcalin și la fenomenele de polarizare.

Este analizată pe scurt influența compoziției chimice a cărbunelui asupra performanțelor electrozilor și a diverșilor parametri, ca temperatura, concentrația, presiunea oxigenului, influența contactului electric.

1. INTRODUCERE

Într-un articol publicat anterior în această revistă [1] a fost definită pila de combustie și principiul ei de funcționare, trecîndu-se în revistă principalele rezultate obținute în domeniul realizării pilelor de combustie.

Actuala dezvoltare a pilelor de combustie este determinată de performanțele electrozilor, sediul transformărilor electrochimice, de cunoașterea mecanismelor care intervin la debitarea curentului electric, de rezolvarea problemelor de electrocataliză și de găsirea unor materiale catalitice noi care să înlocuiască metalele nobile, rare și scumpe, folosite aproape pretutindeni în prezent.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 427—445, 1969

Cercetările efectuate în cadrul Institutului de energetică al Academiei în domeniul pilelor de combustie sînt axate pe studiul materialelor indigene folosite drept electrozi, în special, cărbunele vegetal activ, pe studiul catalizatorilor electrochimici şi pe cel al relaţiilor care există între structura electrozilor şi fenomenele de electrod [3].

Pentru studierea fenomenelor care apar la funcţionarea electrozilor de difuzie gazoasă, respectiv în cazul reducerii electrochimice a oxigenului, nu putem transplanta pur şi simplu metodele cineticii electrochimice clasice, aplicabile în general electrozilor cu geometrie relativ simplă şi cu regimuri de funcţionare perfect definite [4]. Structura poroasă complicată a electrozilor de difuzie gazoasă din pilele de combustie, unde repartiţia fazelor în contact este alta decît în cazul electrozilor simpli, conferă acestora mai multe funcţii în vederea realizării contactului triplu gaz-electrod-electrolit. Electrodul trebuie deci să fie un separator între compartimentul de aducere a reactivului gazos şi al electrolitului, să permită evacuarea sau aducerea sarcinilor electrice ca urmare a transferului electronic în zona de reacţie şi să aibă o funcţie catalitică [5].

Aceste funcţii impun o anumită textură a electrodului, determinată de necesitatea măririi la maximum a suprafeţei de reacţie corespunzătoare unui volum dat, care să permită aducerea reactivilor şi eliminarea produselor rezultante din zona de reacţie şi care să ducă deci la mărirea vitezei globale de reacţie la suprafaţa electrodului.

În lucrarea de faţă se studiază folosirea cărbunelui vegetal ca electrod de oxigen, procedeele de activare a cărbunelui vegetal, mărirea activităţii electrochimice prin tratamente suplimentare de impregnare şi depunere a metalelor cu activitate catalitică pronunţată, trasînd curbele de polarizare pentru fiecare tip de electrod studiat.

2. REDUCEREA ELECTROCHIMICĂ A OXIGENULUI

2.1. Mecanismul de reacţie

În cursul ultimilor ani, procesele de ionizare a oxigenului pe diferite materiale, şi în special pe carbon, au căpătat o mare importanţă practică, determinată de cercetările în domeniul pilelor de combustie. Studiul mecanismului reducerii electrochimice a oxigenului molecular prezintă deci un interes considerabil şi constituie obiectul a numeroase cercetări din ultimul timp :

$$O_2 + 4\,H^+ + 4\,e \rightarrow 2\,H_2O. \qquad (1)$$

Reacţia de reducere a oxigenului molecular în mediu bazic se poate desfăşura după două căi principale [6] — [10], cinetica şi mecanismul reacţiei depinzînd în mare măsură de starea suprafeţei electrodului.

Prima cale este reducerea oxigenului molecular adsorbit pe suprafaţa electrodului, cu participarea a doi electroni şi formarea de peroxid de hidrogen :

$$O_2 \rightarrow O_{2ads} + H_2O + 2\,e \rightarrow OH^- + HO_2^-. \qquad (2)$$

Valoarea potențialului de electrod al catodului în circuit deschis în cazul reacției de mai sus este dată de ecuația generală [11]

$$e_c = e_0 - \frac{RT}{2F} \ln \frac{a_{HO_2^-} \cdot a_{OH^-}}{p_{O_2} \cdot a_{H_2O}} \cdot \qquad (3)$$

Semnificația fiecărui termen este bine cunoscută, Berl [9] fiind primul autor ce propune acest mecanism, care nu implică disocierea în atomi a moleculei de oxigen la formarea peroxidului, mulți autori demonstrînd apoi valabilitatea reacției (2).

Ecuația (3) arată că potențialul de electrod se schimbă cu variația concentrației de OH^- și HO_2^- sau a presiunii oxigenului, avînd valoarea de 0,076 V (raportată la un ENH și 25°C) pentru reacția de mai sus, devenind mai negativ pe măsură ce concentrația ionilor de peroxid crește.

În a doua fază a acestui proces de reducere a oxigenului, peroxidul de hidrogen format ca produs intermediar este redus în continuare pe cale electrochimică :

$$HO_2^- + H_2O + 2\,e \rightarrow 3\,OH^-, \qquad (4)$$

sau este descompus catalitic pe suprafața electrodului :

$$2\,HO_2^- \rightarrow 2\,OH^- + O_{2ads}. \qquad (5)$$

Oxigenul rezultat intrînd din nou în reacția de reducere electrochimică (2), nu avem deci nici o pierdere faradică pentru oxigenul consumat.

A doua cale posibilă de reducere a oxigenului molecular este dată de reacția

$$O_2 \rightarrow 2\,O_{ads} + 2\,H_2O + 4\,e \rightarrow 4\,OH^-, \qquad (6)$$

implicînd disocierea moleculei în atomi adsorbiți pe suprafața electrodului, un mecanism cu un consum de 4 electroni pe molecula de oxigen. Atomii adsorbiți sînt reduși electrochimic la ioni OH^- fără formarea intermediară a peroxidului de hidrogen.

Electrodul pentru reducerea oxigenului are o funcție complexă, determinată de structura poroasă complicată, impusă nu numai din necesitatea măririi la maximum a suprafeței de reacție, ci mai ales de conservarea în timp a performanțelor care-l fac apt la utilizarea lui într-o pilă de combustie.

Funcția catalitică a electrodului determină fenomene de adsorbție și de transfer electronic ce se desfășoară în stratul superficial, funcție care este mărită printr-o serie de tratamente, urmărind depunerea de metal fin divizat activ în această structură poroasă. În afară de cărbunele activ, argintul și platina sînt catalizatorii cei mai studiați în procesul reducerii electrochimice a oxigenului.

Pe argintul fin dispersat pe cărbune, o adsorbție fizică conform ecuației (2) apare ca o primă treaptă de reacție [6] :

$$\begin{array}{l} 2\,Ag + O_2 \rightarrow Ag - - - - O \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \\ \qquad\qquad\qquad\quad Ag - - - - O\,. \end{array} \qquad (7)$$

Acest oxigen adsorbit poate lua parte la echilibrul Berl:

$$\begin{matrix} Ag - - - O \\ \quad\quad\quad | \\ Ag - - - O \end{matrix} \rightarrow H_2O + 2e \rightarrow HO_2^- + OH^- + 2\,Ag. \qquad (8)$$

Pe de altă parte, oxigenul adsorbit fizic se poate desface şi lega prin chemosorbţie:

$$2\,Ag + \begin{matrix} Ag - - - O \\ \quad\quad\quad | \\ Ag - - - O \end{matrix} \rightarrow 2\,Ag_2O. \qquad (9)$$

În acest caz, reducerea electrochimică a atomilor de oxigen se realizează conform reacţiei

$$\text{metal} \diagdown\!\!\diagup O + H_2O + 2e \rightarrow 2\,OH^-. \qquad (10)$$

Reducerea catodică a oxidului de argint decurge la un potenţial mai pozitiv decît potenţialul procesului Berl:

$$Ag_2O + HO_2^- \rightarrow O_2 + OH^- + 2\,Ag. \qquad (11)$$

În contact deci cu soluţia de H_2O_2, oxidul de argint este redus cu oxidarea simultană a peroxidului.

Mecanismul de reacţie se poate deci schimba funcţie de natura adsorbţiei. Apariţia peroxidului de hidrogen este însă o trăsătură caracteristică a procesului de reducere a oxigenului la aproape toţi electrozii. Prezenţa peroxidului de hidrogen şi a oxigenului la suprafaţa electrodului influenţează în mare măsură comportarea electrodului şi mecanismul proceselor ce se produc pe el.

Problema mecanismului reducerii electrochimice a oxigenului pe catod, proces care depinde foarte mult de starea şi de natura suprafeţei, rămîne încă o problemă deschisă mai ales la densităţi ridicate de curent, cu atît mai mult cu cît în momentul de faţă nu se ştie dacă apariţia peroxidului de hidrogen este rezultatul unor reacţii consecutive sau o reacţie secundară auxiliară.

2.2. Polarizarea electrodului

Cînd o pilă este în circuit deschis, putem calcula forţa sa electromotoare E din considerente termodinamice, luînd în consideraţie procesele care au loc la cei doi electrozi, catod şi anod, în condiţii reversibile. În mod practic însă, forţa electromotoare este determinată esenţial de cinetica reacţiilor de la electrozi cînd pila debitează curent, în condiţii deci cînd sistemul considerat este ireversibil.

Reacţiile la electrozii de difuzie cu triplu contact sînt destul de complexe, deoarece transferul electronic al sarcinilor are loc la suprafaţa unui solid în contact cu un lichid în prezenţa unui gaz, aşa cum schematic este reprezentată în figura 1.

După cum se poate vedea din schița unui por reprezentată în figura 2, în zona contactului triplu se manifestă pronunțate efecte de anizotropie, pe de o parte în transportul sarcinii în faza electrolitică la o distribuție neuniformă a cîmpului primar și, pe de altă parte, al trans-

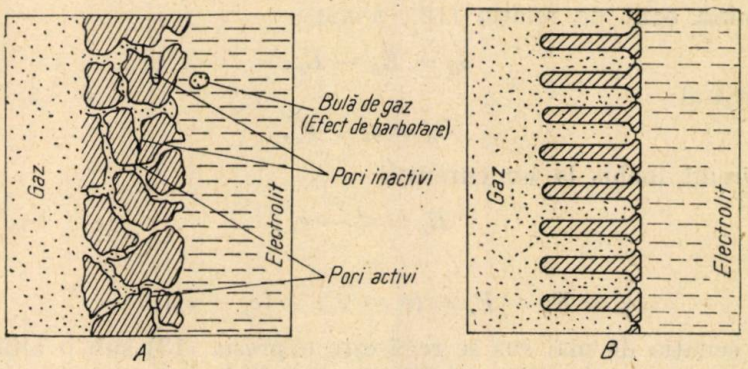


Fig. 1. — Reprezentarea schematică a unui electrod de difuzie gazoasă : *A* — porozitate dezordonată ; *B* — porozitate ordonată.

portului de masă ca efecte antagoniste de aducere a reactivilor și de evacuare a produselor formate.

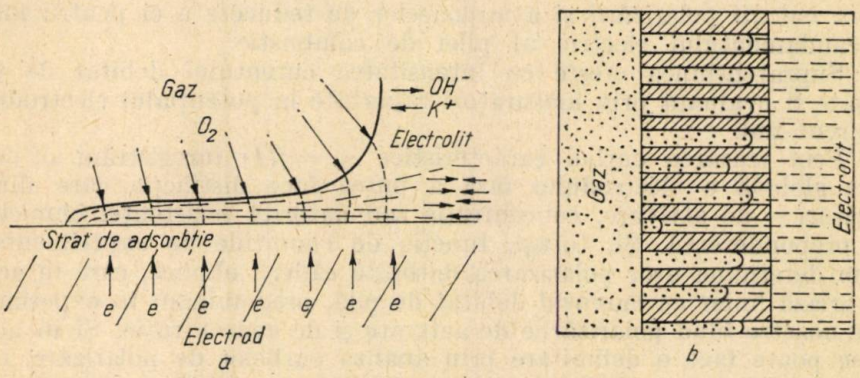


Fig. 2. — Reprezentarea configurației meniscului într-un por al electrodului cu triplu contact : *a* — grosimea filmului de electrolit la interfața gaz-electrolit-electrod ; *b* — poziția meniscului într-un electrod cu porozitate neuniformă.

Atunci cînd pila debitează curent, se produc la nivelul electrozilor transformări care tind să se opună acestei treceri, forța electromotoare fiind diminuată în circuitul închis. Apare o forță contra electromotoare și, la un moment dat cînd pila debitează un curent i, putem scrie relația (12)

$$E_i = E_0 - E_p, \tag{12}$$

unde E_0 este forța electromotoare (f.e.m.) la curent nul, iar E_p forța contra electromotoare sau tensiunea de polarizare.

Această cădere de tensiune este tensiunea de polarizare a pilei, ea fiind suma polarizării catodice şi anodice :

$$E_p = \eta_c + \eta_a = \eta_t, \tag{13}$$

unde η_t este polarizarea totală.

Ţinînd cont de relaţia (12), avem

$$\eta_t = E_0 - E_i, \tag{14}$$

la curent nul

$$E_0 = e_c - e_a, \tag{15}$$

iar în circuit închis la un curent i

$$E_i = e'_c - e'_a, \tag{16}$$

de unde

$$\eta_t = E_0 - E_i = (e_c - e'_c) + (e_a - e'_a). \tag{17}$$

În ecuaţia de mai sus se regăseşte expresia (13) sub o altă formă, în care $\eta_c = e_c - e'_c$, este polarizarea catodică, iar $\eta_a = e_a - e'_a$ polarizarea anodică.

De notat că η_c, η_a şi η_t sînt numite şi „supratensiuni", precizînd însă că „polarizarea" trebuie să fie utilizată pentru desemnarea fenomenului şi supratensiunea pentru desemnarea mărimii corespunzătoare.

Supratensiunile anodice şi catodice pot fi evaluate în raport cu potenţialele de electrod la curent nul, măsurarea lor dîndu-ne indicaţii asupra naturii polarizării şi a mijloacelor de reducere a ei pentru mărirea randamentului electric al pilei de combustie.

Supratensiunea creşte cu intensitatea curentului debitat de pilă şi poate fi evaluată prin măsurători raportate la potenţialul electrodului la curent nul.

Prin trasarea curbei caracteristice $\eta_c = f(I)$ înregistrăm o polarizare globală a electrodului fără a putea face distincţia care dintre polarizări — de activare, concentraţie sau datorită rezistenţei ohmice — este preponderentă. Şi, totuşi, funcţie de condiţiile de experimentare, putem determina uşor polarizarea datorată căderii ohmice, care în general variază liniar cu curentul debitat de pilă, predominant în experimentările noastre fiind polarizările de activare şi de concentraţie. Şi în acest caz se poate face o delimitare prin analiza curbelor de polarizare, executate în diferite condiţii : de temperatură, concentraţie, presiune, densitate de curent, natura electrodului, tratamente speciale de activare aplicate electrodului etc.

3. PARTEA EXPERIMENTALĂ

3.1. Condiţii de experimentare şi aparatura folosită

Obiectul cercetării l-au constituit electrozii de cărbune vegetal activ şi electrozii sinterizaţi tip „Carbochim" de structură poroasă, folosiţi drept catozi în procesele de reducere electrochimică a oxigenului, cărora

li s-au încorporat diferite metale cu activitate catalitică pronunţată. Pentru cercetarea posibilităţilor de încărcare a electrozilor de cărbune au fost ridicate curbele densitate de curent/potenţial de electrod. Figura 3 arată construcţia celulei de măsură.

Electrozii, în plăci rotunde de Ø 20 mm, grosimea de 3,0 mm, sînt fixaţi în cadru de plexiglas, constituind celula de măsură, o parte

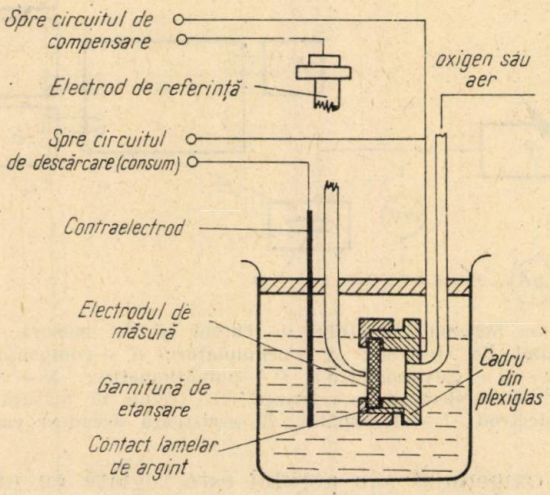


Fig. 3. — Celula de măsură.

fiind în contact cu oxigenul, cealaltă cu electrolitul alcalin, care este o soluţie de KOH 10N preparată din reactiv p.a. Un electrod de zinc a servit drept contraelectrod şi un electrod de calomel saturat drept electrod de referinţă. În scopul prevenirii unui contact imperfect în timpul măsurătorii de potenţial, pe partea gazoasă a electrodului de cărbune, la partea exterioară, o bandă de argint metalic asigură un contact bun prin presare.

Măsurătorile s-au făcut la 20°C şi la temperaturi mai ridicate, menţinute cu ajutorul unui termostat universal U 10.

Măsurătorile de potenţial au fost executate folosind o tehnică staţionară directă, metoda amperostatică, a cărei schemă este reprezentată în figura 4, în care distingem două circuite electrice : unul determinat de pila Zn/KOH/C, mărimea curentului debitat fiind determinată de valoarea rezistenţei exterioare R, şi celălalt determinat de acelaşi electrod de cărbune şi un electrod de referinţă din calomel C/KOH/Hg/HgO pentru măsurarea concomitentă a fenomenelor de polarizare catodică prin metoda compensaţiei.

Schema de măsurare cuprinde o rezistenţă variabilă decadică „Metra", un compensator de reglare, un element Weston, potenţiometru RFT, galvanometru, milivoltmetru, miliampermetru şi sursă de curent continuu.

Oxigenul este asigurat din butelii de oxigen sau din aer cu ajutorul unui suflător cu aparatura corespunzătoare măsurătorilor de presiune.

La baza tuturor încercărilor am stabilit ca limită de încărcare forţa electromotoare minimă a pilei carbon Zn|KOH|C care debitează curent să nu fie mai mică de 0,600 V, adică circa jumătate din valoarea f.e.m. cu rezistenţă infinită, regimul de lucru fiind acelaşi pentru toate determinările.

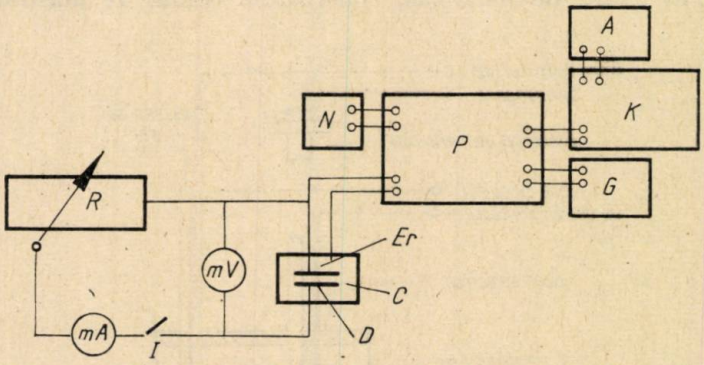


Fig. 4. — Schema circuitului de curent şi de măsură a potenţialului de electrod: A — acumulator; K — compensator de precizie; C — galvanometru; P — potenţiometru; N — element normal; E_r — electrod de referinţă; C — celula de măsură; D — contraelectrod; I — întrerupător; R — rezistenţă decadică variabilă.

Presiunea oxigenului sau aerului este reglată cu un robinet cu ac micrometric, asigurînd în compartimentul de gaz o presiune mică cuprinsă între 60 şi 350 mm col. apă, respectiv 4,5 — 26,6 torr, presiune la care nu se atinge efectul de barbotare.

3.2. Confecţionarea electrozilor

Electrozii de difuzie gazoasă din cărbune vegetal activ, confecţionaţi de noi, sînt corpuri poroase bune conducătoare de electricitate, de dimensiunile arătate mai sus.

Carbonul are în general rolul unui electrod inert, la temperatură joasă nereacţionînd nici cu gazul nici cu soluţia sau produsele de reacţie rezultate din procesul reducerii electrochimice. El este însă capabil, sub orice formă s-ar găsi, să adsoarbă mai mult sau mai puţin oxigen funcţie de structura sa poroasă şi să devină de fapt un electrod de oxigen [13].

Natura carbonului, granulometria, natura liantului, condiţiile de amestec, presare, uscare şi tratare, precum şi condiţiile de activare, sînt factori care influenţează performanţele electrozilor confecţionaţi şi sînt analizate detaliat în alte lucrări [1], [3].

Presarea pastilelor s-a executat în matriţe simple la o presă hidraulică de 30 de tone.

Proprietăţile active catalitice ale cărbunelui depind după cum s-a arătat mai sus de:

— starea suprafeţei;

— macro- şi microstructura electrozilor realizaţi;

— dimensiunile porilor și repartiția lor;
— mărimea suprafeței specifice;
— conductibilitatea electrică;
— hidrofobia față de electrolitul utilizat și altele.

Aceste proprietăți sînt rezultatul tratamentelor speciale aplicate în vederea activării lor. În cadrul laboratoarelor noastre a fost realizată o instalație de laborator în vederea activării electrozilor, cu temperatură reglabilă în atmosferă controlată [3]. Pastilele de cărbune au fost activate în atmosferă de vapori de apă și de amoniac la temperaturi cuprinse între 450 — 950°C, o singură activare fiind realizată la 1 200°C în atmosferă de azot.

Încorporarea unor mici cantități de metal activ fin divizat, ca argint, platină, paladiu și nichel, în structura electrodului de cărbune îi măresc, după cum vom vedea, performanțele.

Această încorporare sau depunere de metale catalitice a fost realizată după următoarele procedee [3]:

— reducerea chimică a sărurilor respective în atmosferă controlată la temperatură ridicată (argint, platină);
— reducerea chimică a sărurilor după impregnarea pastilelor de cărbune în soluție de formol 40% (argint, platină, paladiu);
— depuneri catodice de metale pe cale electrolitică prin reducerea lor în băi de depunere electrolitică (argint, platină, paladiu);
— depuneri catodice prin reducerea sărurilor pătrunse prin impregnare timp de 16 h în fază semiuscată, prin aplicarea electrozilor direct pe pastilă, despărțiți de un separator umectat (argint, platină, paladiu);
— încorporarea directă a pulberilor metalice reduse chimic sau electrochimic prin adăugarea lor în cantități corespunzătoare la operația de presare a pastilelor (argint, nichel).

Pulberea de nichel a fost preparată după o metodă specială pornind de la aliaj de AlNi [1], pulberea obținută fiind de culoare neagră, foarte piroforică, ceea ce impune păstrarea ei într-o soluție slab alcoolică.

Electrozii de cărbune tip „Carbochim" s-au confecționat prin prelucrarea lor la strung pentru a realiza aceleași dimensiuni ca a pastilelor de cărbune activ, măsurătorile executîndu-se atît pe pastile netratate, cît și pe pastile activate suplimentar fără tratamente termice, prin depuneri de metale catalitice active, respectînd aceeași tehnică ca pentru cărbunele vegetal activ.

Electrozii obținuți prin procedeele de activare fizică au fost realizați în șarje de mai multe bucăți, unii servind pentru măsurători electrochimice, alții pentru măsurători de constante fizice, ca porozitate, permeabilitate, suprafață specifică etc.

3.3. Rezultatele măsurătorilor

Toate experimentările au fost efectuate respectînd schema de măsurare din figura 4, ținînd seama de condiția arătată mai sus de a descărca pila pe o rezistență exterioară astfel ca forța ei electromotoare să nu scadă sub 0,600 V, deoarece sub această tensiune, deși curenții debitați pot avea valori foarte mari, polarizarea foarte ridicată a catodului îi reduc performanțele.

În tabela 1 vom da modelul fişei de măsurători pentru un electrod oarecare, identică pentru toate determinările efectuate.

Tabela 1

Electrod nr. P_{20} (temperatura de activare: 1 200°C (azot), compoziţia %: 66,6, C, 33.3 Ni; tratamente suplimentare ————; electrolit: KOH10N; comburant: oxigen; presiunea: P = 600 kg/cm²)

R	Ω	∞	2000	800	300	50	10	5	3	2	1	∞
I	mA	–	0,65	1,6	4,4	24	100	180	234	330	460	–
E_t	V	1,4	1,39	1,37	1,35	1,28	1,15	1,05	0,96	0,83	0,64	1,3
$E_1 = e_{cal} - e'_c$	mV	202	219	231	245	298	398	470	540	668	820	253
$e'_c = e_{cal} - E_1$	mV	+39	+22	+10	−4	−57	−157	−229	−299	−427	−572	−12
p_{O_2} mm col.H_2O		116	115	113	108	101	97	97	92	92	92	92
D_c	mA/cm²	–	0,32	0,8	2,2	12	50	90	117	165	230	–
Temperatura 20°C							zonă de lucru utilă					

Pentru determinarea variaţiei potenţialului de electrod cu densitatea de curent calculată în funcţie de suprafaţa geometrică a electrodului, respectiv caracteristica potenţial/curent, am ales un sistem de reprezentare în axe semilogaritmice luînd pe abscisă variaţia potenţialului de electrod al catodului e'_c (mV/Hg/HgO), măsurat cu un electrod de calomel saturat ca electrod de referinţă, iar pe ordonată densitatea de curent D_c (în mA/cm²) în coordonată logaritmică, pentru a putea reprezenta şi valorile mici ale curenţilor debitaţi de pildă.

În figura 5 sînt reprezentate curbele variaţiilor de potenţial funcţie de densitatea de curent pentru electrozii din cărbune vegetal activaţi în vapori de apă la diverse temperaturi. Rezultatele sînt foarte slabe pentru temperaturi mici şi chiar, pînă la 750°C, electrozii abia ating o $D_c = 2$ mA/cm², polarizarea catodului fiind foarte ridicată pentru aceste densităţi de curent. Temperatura optimă de activare în vapori de apă este de 800—850°C.

În această diagramă este reprezentată funcţionarea aceluiaşi electrod P_6 alimentat cu oxigen şi cu aer, curba alimentării cu oxigen fiind superioară alimentării cu aer. Peste 850°C rezultatele sînt mai slabe pentru densităţi mai ridicate de curent.

Curbele din figura 6 redau variaţia potenţialului de electrod funcţie de densitatea de curent pentru electrozi trataţi la temperaturi diferite în atmosferă de amoniac.

Şi în cazul activării cu amoniac, rezultatele cele mai bune se obţin în jurul temperaturii de 850°C. După cum se poate vedea din analiza diagramelor, caracteristica potenţial/curent, spre exemplu temperatura de 900°C, se confundă cu cea pentru 750°C, ambele fiind sub valoarea curbei obţinută la 850°C.

Plaja temperaturilor de activare este mai mare în cazul activării cu amoniac față de activările în vapori cu apă, panta curbelor de polarizare însă fiind diferită față de aceea a electrozilor activați în vapori de apă.

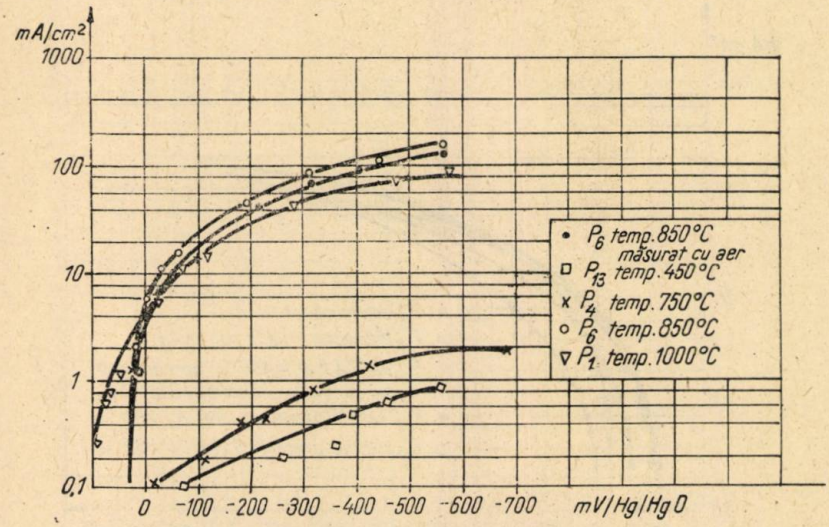


Fig. 5.—Variația potențialului de electrod cu densitatea de curent, pentru cărbunii activați în vapori de apă la diverse temperaturi.

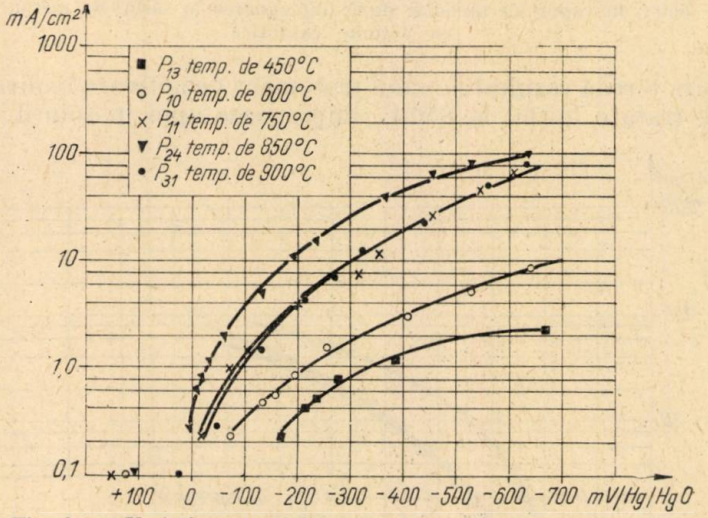


Fig. 6. — Variația potențialului de electrod cu densitatea de curent pentru cărbunii activați în vapori de amoniac la diverse temperaturi.

Curbele din figura 7 sînt rezultatul unui tratament de activare, executat la 850°C pentru pastile de cărbune activ netratat P_{24}, impregnat în soluție de $AgNO_3$ imediat după presare P_{25}, impregnat în soluție de $AgNO_3$ după un tratament prealabil la 450°C P_{26} și electrozi presați cu adăugare de pulberi metalice active, argint și nichel, P_{27} și P_{30}.

Rezultatele obținute se situează deasupra celor obținute în aceleași condiții numai pe cărbune activ, adăugarea pulberilor active dînd cele mai bune rezultate.

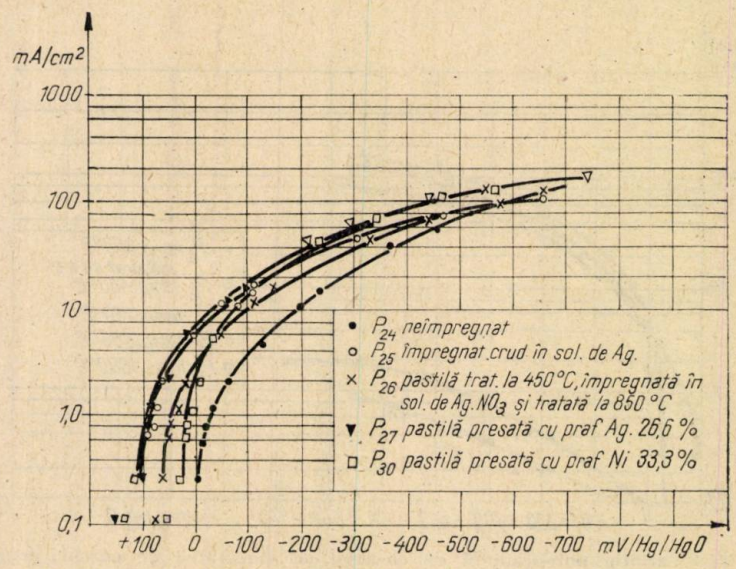


Fig. 7. — Variația potențialului de electrod cu densitatea de curent pentru electrozii de cărbune tratați la temperatura de 850°C în vapori de amoniac după impregnarea în săruri de metale cu acțiune catalitică.

Figura 8 redă rezultatele unui tratament de activare realizat la 900°C pe pastile tratate inițial la 850°C, impregnate apoi în soluții de $AgNO_3$

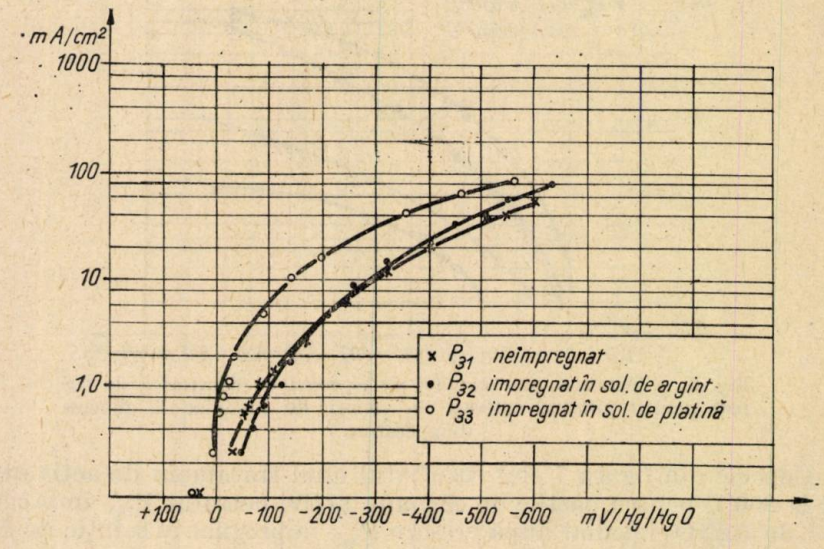


Fig. 8. — Caracteristica curent/potențial pentru electrozii de cărbune impregnați în săruri de metale catalitice reduse chimic la temperatura de 900°C.

P_{32} și de $H_2PtCl_6 \cdot 6\,H_2O$ față de o pastilă netratată. Deși temperatura este mai mare, rezultatele obținute sînt inferioare celor obținute la 850°C, demonstrînd încă o dată că temperatura optimă de activare a cărbunelui vegetal este de 850°C.

Se cercetează în continuare rezultatele obținute prin depuneri de metale active prin reducere chimică în soluție de formol sau prin depuneri catodice din electroliți în băi galvanice.

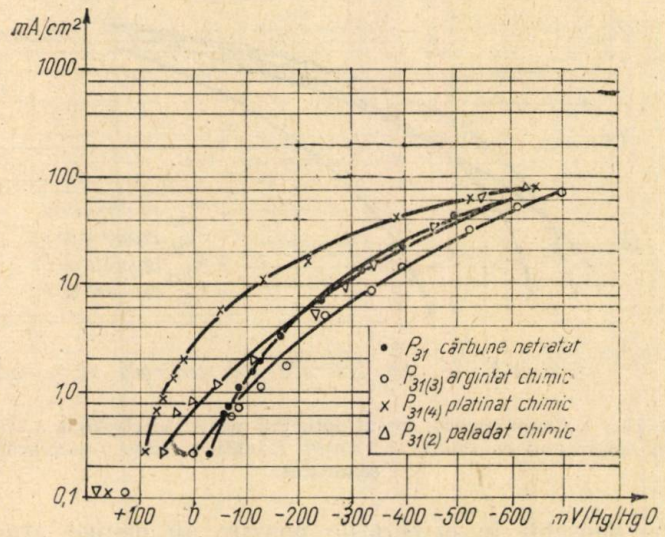


Fig. 9. — Influența adaosurilor de metale active reduse pe cale chimică asupra caracteristicii curent/potențial.

Prin reducerea pe cale chimică a metalelor chiar în structura poroasă a electrodului de cărbune activ, rezultatele, așa cum sînt redate în figura 9, nu arată o îmbunătățire pronunțată a performanțelor față de cărbunele netratat. Acest lucru poate fi explicat prin reducerea suprafeței specifice totale a electrodului, în special prin înfundarea porilor mici, și prin slaba aderență a metalelor reduse chimic.

Rezultate mai bune se obțin prin reducerea electrochimică a sărurilor metalelor catalitice, reducere ce se realizează pe pastilele impregnate cu soluțiile respective, electroliza avînd loc în fază semiuscată, pastilele fiind împachetate cu separatori avînd montați pe părțile exterioare electrozii sursei de curent.

Prin depuneri realizate în băi galvanice (fig. 11), rezultatele sînt superioare celor anterioare, și aceasta datorită creșterii cantității de metal depus. Cele mai bune rezultate sînt date de depunerile catodice ale paladiului $P_{12(3)}$ [3].

Deoarece cercetările noastre sînt îndreptate în special spre găsirea unor catalizatori eficienți ieftini în locul metalelor nobile (fig. 12), arată pentru aceeași compoziție de electrod C 66,6%, Ni 33,3%, presată după o amestecare perfectă, variația potențialului de electrod funcție de densi-

tatea de curent la diferite temperaturi de activare. Aceste rezultate sînt foarte bune și vor constitui în viitor obiectul unor cercetări detaliate.

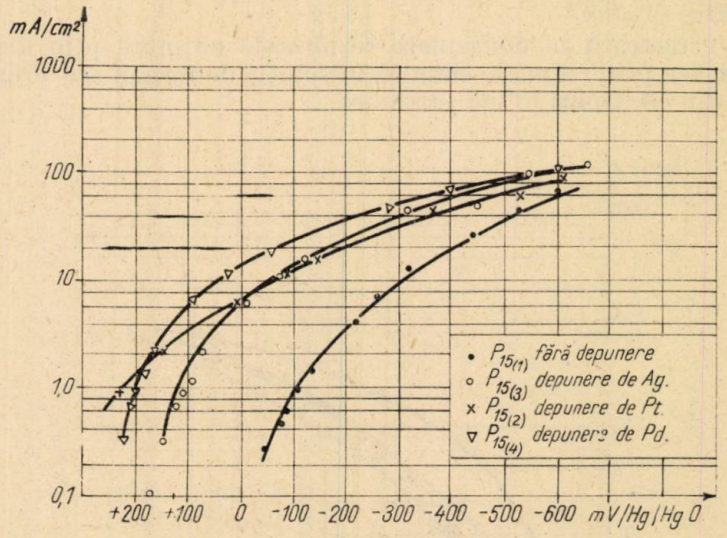


Fig. 10. — Caracteristica curent/potențial pentru electrozii de cărbune activ impregnați cu soluție de săruri catalitice reduse electrochimic semiuscat.

Un loc deosebit în cercetările noastre au ocupat studiile asupra electrozilor tip „Carbochim" pentru a putea fi folosiți ca electrozi în pile de combustie.

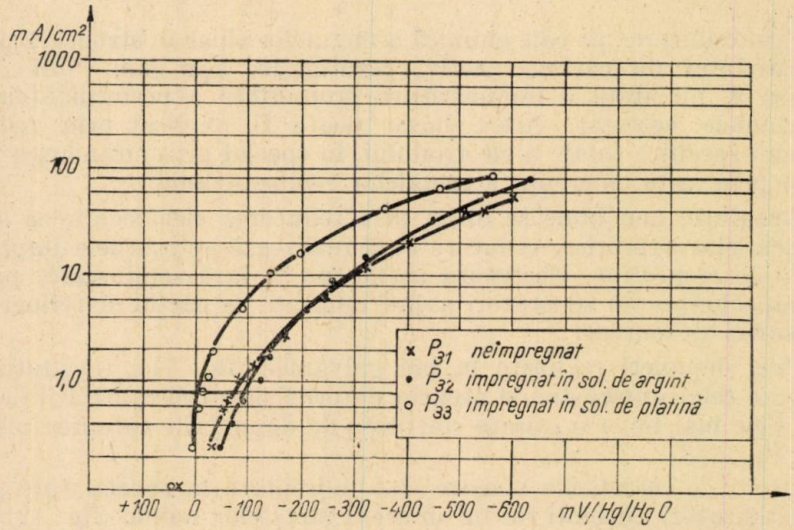


Fig. 11. — Caracteristica curent/potențial pentru electrozii de cărbune activ peste care s-au depus metale cu acțiune catalitică în băi galvanice.

Unele rezultate, reprezentate în figura 13, arată că față de cele obținute cu cărbune vegetal activat în condiții speciale, P_{20}, sînt mult inferioare. Cu toate tratamentele ce se aplică acestor pastile pentru im-

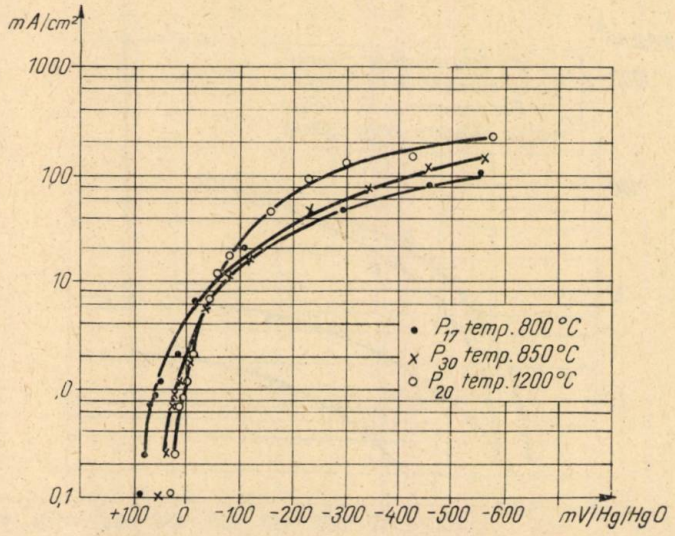


Fig. 12. — Variația potențialului de electrod cu densitatea de curent pentru catozi din praf de cărbune și nichel de aceeași compoziție tratați la temperaturi diferite.

pregnarea lor în săruri catalitice și reducerea pe cale chimică sau electrochimică, curbele obținute nu diferă mult față de cea a pastilei netratate.

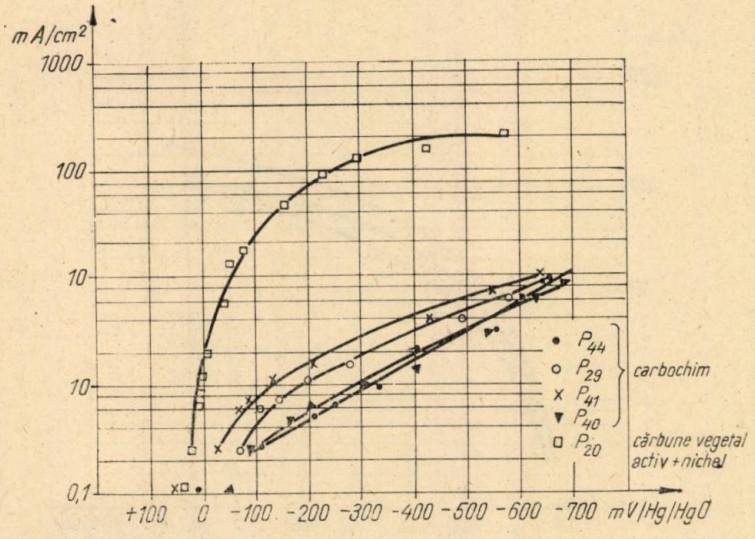


Fig. 13. — Caracteristica curent/potențial pentru electrozii confecționați din cărbune tip „Carbochim" netratat și după aplicarea diverselor tratamente.

Acest lucru este legat de faptul că acest cărbune are un procent de sulf destul de ridicat, care este o otravă puternică pentru metalele cu activitate catalitică ridicată, aşa cum reiese din analiza chimică elementară

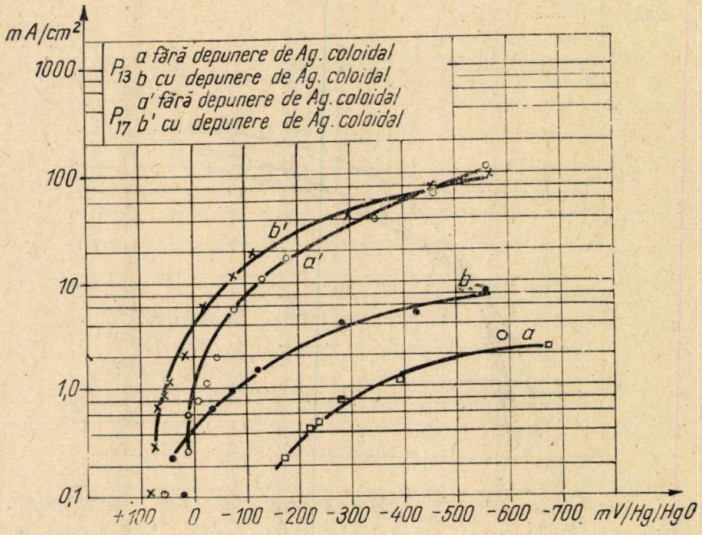


Fig. 14. — Influenţa contactului electric asupra caracteristicii curent/potenţial.

a acestui cărbune (în procente) : umiditate 0,001, hidrogen 0,00, carbon 98,76, cenuşă 1,04, sulf 0,19.

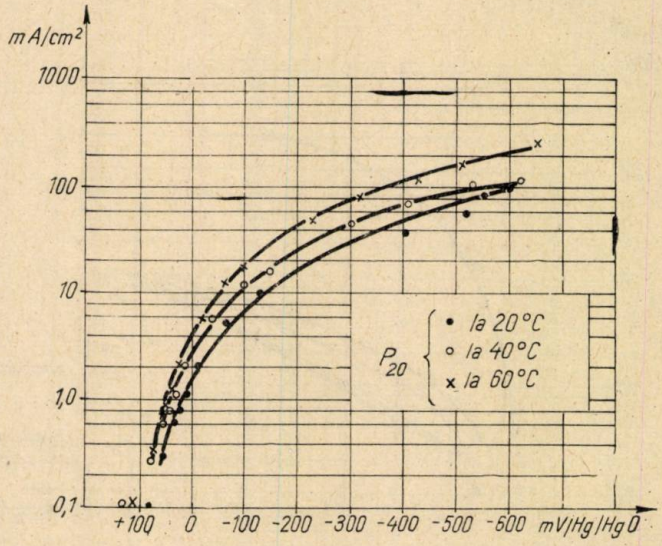


Fig. 15.— Influenţa temperaturii de lucru asupra caracteristicii curent/potenţial pentru un acelaşi electrod P_{20}.

Figura 14 arată efectul unui contact mai bun realizat prin depunerea unui inel de argint coloidal depus după o rețetă „Leitsilber-200 DEGUSSA" în zona de contact. Pentru cărbunii tratați la temperaturi

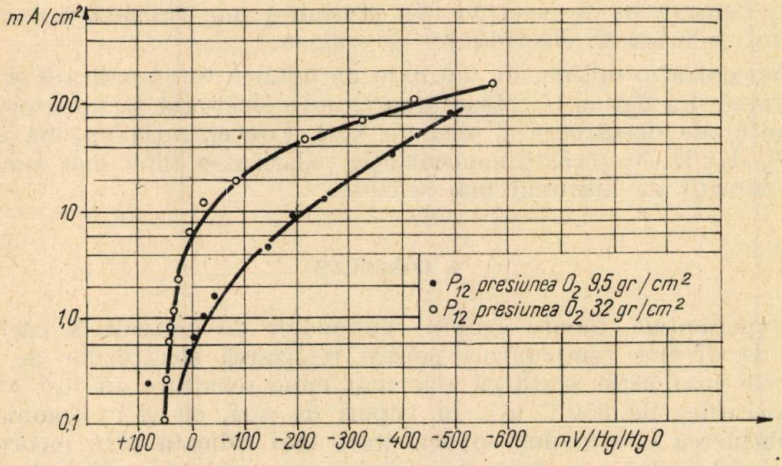


Fig. 16. — Influența presiunii oxigenului asupra caracteristicii curent/potențial pentru același electrod P_{12}.

mici P_{13} la 450°C, un inel suplimentar de argint îi măresc performanțele foarte mult. La temperaturi ridicate însă, efectul contactării suplimentare nu mărește prea mult performanțele, spre exemplu P_{17} tratat la 800°C.

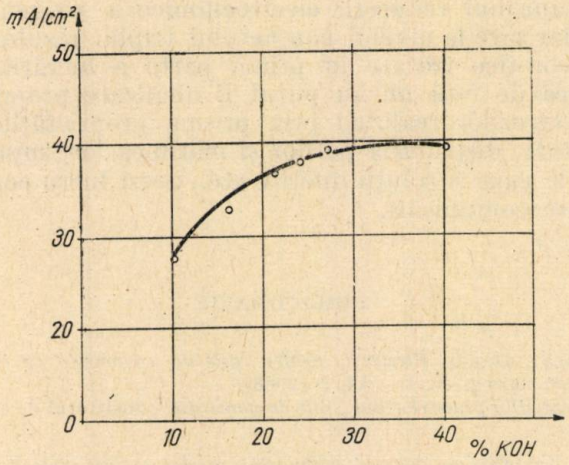


Fig. 17. — Influența concentrației electrolitului asupra densității de curent debitată de catod.

Se cercetează funcționarea pilei la diverse temperaturi, concluziile fiind arătate în figura 15. Rezultatele cele mai bune se obțin pentru o temperatură de 60°C, măsurătorile efectuate la temperaturi mai ridicate suprapunîndu-se pe curba obținută la 60°C.

Efectul presiunii asupra funcţionării electrodului de oxigen este analizat în figura 16, trasînd curbele pentru acelaşi electrod la presiuni diferite.

Rezultatele obţinute sînt în concordanţă perfectă cu ecuaţia generală a potenţialului de electrod (3), presiunea mai ridicată a oxigenului micşorînd polarizarea electrodului de oxigen.

Concentraţia optimă de hidroxid de potasiu este analizată şi redată în diagrama din figura 17. Măsurătoarea este efectuată avînd o rezistenţă în circuitul de descărcare a pilei de 10Ω. Concentraţia optimă este de 35—40% KOH, la această concentraţie polarizarea fiind mai mică decît la concentraţii de hidroxid mai scăzute.

4. CONCLUZII

Experienţele făcute asupra metodelor de activare a cărbunelui vegetal la diverse temperaturi pentru realizarea electrozilor de oxigen în pila de combustie arată că cele mai bune rezultate au fost obţinute la temperatura de 850°C atît în vapori de apă, cît şi în amoniac.

Obţinerea electrozilor cu activitate mai ridicată prin încorporarea în masa cărbunelui a prafului de nichel activ arată că rezultatele înregistrate comparate cu ale metalelor nobile la funcţionarea acestor electrozi, cu densităţi de curent de peste 200 mA/cm², trebuie continuate pe scară mai largă pentru înlocuirea totală a metalelor nobile, scumpe şi rare, folosite încă pretutindeni drept catalizatori ai reacţiilor de electrod.

Discutarea şi interpretarea curbelor caracteristice curent/potenţial, ridicate pentru un număr mare de electrozi, dau indicaţii preţioase privitoare la mecanismul reducerii electrochimice a oxigenului şi a fenomenelor de polarizare la nivelul contactului triplu, rezultate concordante cu aspectele teoretice tratate în prima parte a lucrării.

În lucrarea de faţă nu au putut fi analizate proprietăţile electrochimice ale electrozilor realizaţi prin prisma proprietăţilor fizice măsurate, ca porozitate, distribuţia porilor şi mărimea lor, suprafaţa specifică, permeabilitate la gaze şi soluţii diferite etc., acest lucru constituind obiectul unei viitoare comunicări.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinescu, Şt. Doboş, *Electrozi pentru pile de combustie cu combustibil dizolvat*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2* (1968).
2. M. Marinescu, *Studiul proceselor din „pile de combustie"*, Institutul de energetică Bucureşti, 1966.
3. M. Marinescu, Şt. Doboş, *Studiul cărbunelui vegetal activat, folosit drept electrod într-o pilă de combustie*, Institutul de energetică, 1968.
4. M. Bonnemay, *Remarques sur de nouvelles méthodes d'études des électrodes à piles à combustible*, Deuxièmes journées internationales d'étude des piles à combustible, Bruxelles, iunie 1967, p. 17.
5. M. G. Bronoël, *Nouveaux générateurs électrochimiques*, Ingénieurs de l'automobile, *7—9*, 421 (1968).

6. J. Mrha, W. Vielstich, *Influence of the oxigen partial pressure on the potential establishment of charcoal diffusion-electrodes and conclusions on the mechanism*, Power Sources — 1966, Londra, D.H. Collins, 1966, p. 445.
7. V. S. Bagotzky, *Some aspects of the oxygen reduction mechanism*, Power Sources — 1966, Londra, D. H. Collins, 1966, p. 433.
8. A. B. Hart, G. J. Womack, *Fuel Cells. Theory and Application*, Londra Chapman and Hall, 1967, p. 73.
9. * * * *Les piles à combustible. Ouvrage collectif publié sous le patronage de la délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique*, Paris, Technip, 1965, p. 143, 268.
10. R. Vignaud, Ph. Brouillet, *Détection des groupes de surface sur les électrodes de carbone et relation avec la valeur de la tension électrochimique*, Deuxièmes journées internationales d'étude des piles à combustible, Bruxelles, iunie 1967, p. 37.
11. I. A. Atanasiu, Gh. Facsko, *Electrochimie*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1958, p. 189.
12. C. Le Bras, D. Waroux, *Étude de problèmes relatifs au fonctionnement d'électrodes de piles à gaz*, R.G.E., **74**, *1*, 81 (1965).
13. Parisot, R. Vic, R. Meyer, *Piles électriques à combustion électrochimique de l'hydrogène*, Revue de L'INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE, *11*, 1674 (1967).

M. BRAȘOVAN și E. SERACIN, *„Metode noi de proiectare a acționărilor electrice"*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1968.

Dintre problemele pe care dezvoltarea rapidă și multilaterală a industrici le ridică în mod permanent, problema acționărilor electrice prezintă un interes deosebit. Noile realizări și perfecționarea tehnică continuă a mijloacelor existente de acționare conferă acestei probleme caracterul de permanentă actualitate și determină cu necesitate rezolvarea sa judicioasă prin alegerea variantei optime tehnice și economice dintre soluțiile posibile.

Stabilirea acestei variante întîmpină însă de multe ori dificultăți, metodele actuale de proiectare și dimensionare a acționărilor electromecanice fiind laborioase, bazîndu-se în numeroase cazuri pe tatonări și necesitînd prin urmare un volum însemnat de calcule.

Cunoscînd aceste dificultăți și urmărind înlăturarea lor, colectivul format din prof. dr. ing. M. Brașovan și conf. dr. ing. E. Seracin, condus de principiul dialectic că orice procedeu de lucru, inclusiv metodele de proiectare tehnice, este susceptibil de perfecționare, pune la punct, în urma unor îndelungate și fructuoase cercetări, noi metode de proiectare a acționărilor electrice, menite să deschidă calea stabilirii rapide a soluțiilor practice și eficiente în domeniul acționărilor cu sarcină variabilă.

Rezultatele obținute înmănunchiate într-un volum reprezintă o contribuție valoroasă a autorilor în domeniu, mai ales că lipsa unor lucrări de specialitate, nu atît lucrări de prezentare a principiilor teoretice cît de aplicare a acestor principii în cazuri concrete, se face de mult timp simțită atît la noi cît și în străinătate.

Lucrarea este judicios împărțită de-a lungul a șase capitole însumînd 235 pagini. Prezentarea este cursivă iar conținutul bogat ilustrat cu exemple concrete care justifică noile metode de calcul introduse de autori pentru alegerea motoarelor electrice de acționare.

Tratarea analitică aprofundată a cazurilor celor mai reprezentative, urmată de aplicații numerice, face din lucrarea destinată în primul rînd inginerilor proiectanți un remarcabil material didactic recomandat în egală măsură și studenților de la facultățile de electrotehnică.

În primul capitol se recapitulează succint toate elementele de bază necesare tratării problemelor propuse și se prezintă într-o formă originală, cu contribuții inedite ale autorilor, metodele actuale de proiectare a acționărilor electrice accentuîndu-se asupra deficiențelor lor.

Capitolul doi cuprinde ideile de bază ale noilor metode de calcul a acționărilor electrice cu încărcare variabilă propuse de autori și care constau în principal în următoarele:

a) echivalarea diagramei reale de sarcină cu o diagramă în trepte;

b) alegerea constantei electromecanice de timp drept mărime de bază a proiectării;

c) folosirea constantei de timp drept criteriu de comparație a diferitelor soluții.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 447—448, 1969

Toate aceste elemente fiind precizate se trece în capitolul trei la analiza criteriului și a metodelor de echivalare a diagramei de sarcină, stabilindu-se pe baza condițiilor limită posibilitatea selecționării variantei optime.

În capitolele următoare se prezintă exemple de aplicare a noilor metode de proiectare.

Astfel în capitolul patru se tratează cazul acționărilor în care motorul asincron funcționează cu rezistență rotorică constantă avîndu-se în vedere atît încărcările uniforme cît și neuniforme.

Cazul acționărilor cu modificator de alunecare este prezentat în capitolul cinci, considerîndu-se modificarea continuă și modificarea în trepte a rezistenței rotorice.

Ultimul capitol, al șaselea, cuprinde acționările cu încărcare dependentă de unghiul de rotație.

Lucrarea se încheie cu 32 trimiteri bibliografice.

Nu vom trece evident aici la o analiză a lucrării dar vom sublinia lăudabila intenție a autorilor de a realiza ceva util, de a răspunde unei necesități reclamată cel puțin de cercurile de specialiști.

O trăsătură dominantă o constituie caracterul său didactic mai puțin întîlnit în lucrările destinate proiectărilor, indiferent de domeniul la care se referă. Fără a constitui un simplu ghid orientativ cu formule de calcul și tabele de valori, cititorul este pus inițial în temă și introdus treptat în miezul problemei. Specialistul familiarizat cu metodele actuale de proiectare găsește în propunerile originale, argumentate științific, noi căi de rezolvare simplificată a unor probleme variate.

Prezentarea sobră și concisă, demonstrațiile riguroase și alegerea meticuloasă a exemplelor semnificative ridică valoarea științifică a lucrării.

Volumul apărut într-o formă îngrijită în Editura Academiei se recomandă cu căldură oricărui interesat.

Pompiliu Oprișan

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TEHNIQUES", SÉRIE ELECTROTECHNIQUE ET ÉNERGÉTIQUE, TOM. 15, nr.2, 1969

A. TIMOTIN și A. ȚUGULEA 621.3.017.22

Parametrii tranzitorii ai unei bobine cu pierderi prin curenți turbionari

Se prezintă teoria generală a unui element dipolar inductiv cu parametri tranzitorii și se calculează acești parametri pentru o bobină cilindrică lungă cu miez conductor masiv.

Se deduc expresii asimptotice valabile fie pentru valori mici ale timpului, fie pentru valori mari ale timpului și se prezintă ecuațiile generale în valori instantanee ale acestor elemente.

AURELIAN CRĂCIUNESCU și SORIN BUCURENCIU 621.52 : 621.396.64

Dependențe criteriale pentru calculul prin similitudine al amplificatoarelor magnetice

În lucrare se stabilesc criteriile de similitudine și dependențele criteriale necesare calculului unui amplificator magnetic prin metoda invarianților integrali. Se analizează cazul amplificatorului magnetic folosit la comanda prin indus a servomotoarelor de curent continuu după schema în punte monofazată. Se prezintă un exemplu numeric de calcul al unui amplificator magnetic prin metoda invarianților integrali.

R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN și A. ȚUGULEA 536.2.

Rețelele termice și de difuzie în regim variabil

Analogia cunoscută între rețelele termice și cele electrice în regim staționar este extinsă și la regimurile variabile.

În acest scop se definesc parametrii operaționali și tranzitorii ai elementelor termice de rețea și se stabilesc schemele lor echivalente electrice. Definiții similare se pot da și pentru sistemele de difuzie. Se dau exemple de calcul al unor parametri tranzitorii termici.

C. A. VASILESCU și V. PIMSNER **621.527 : 665.5**

Ejectoare pentru antrenarea gazelor petroliere

Ejectoarele pot fi folosite și în cîmpurile de sonde petroliere dîndu-li-se utilizări multiple : comprimarea gazelor pentru transport, antrenarea emulsiilor de fluid, exploatarea sondelor.

Autorii își pun problema influenței pe care o are greutatea moleculară a fluidului antrenat asupra funcționării ejectorului și asupra formei sale constructive. Se arată teoretic, că la valori mici ale coeficientului de ejecție (în cazul teoretic $u\,t < 0{,}43$) și valori mari ale presiunii de comprimare, dau rezultate mai bune camerele de amestec de secțiune constantă, în timp ce la presiuni mici și la coeficienți de ejecție mari, sînt de preferat camerelor de, amestec de presiune constantă.

PAUL DIMO **620.9 : 518.4 : 338**

Grafuri „R.E.I". și „Imaginile lor nodale"

Grafurile „*R.E.I.*" și „Imaginile lor nodale" permit o nouă evoluție a dialogului „om-mașină" prin vizualizarea permanentă a stărilor pe consolele calculatoarelor.

Reprezentarea funcției studiate se face prin utilizarea simultană a două structuri geometrice elementare : — radială și serie —. Se arată generalitatea conceptelor și aplicații din domeniul economic.

ECATERINA ARIE **620.9 : 518.4.**

Scheme și imagini nodale atașate problemelor de optimizare a sistemelor energetice

Ca și în studiul regimurilor rețelelor electrice — liniare sau neliniare —, conceptele figurative ale „analizei nodale — P. Dimo" pot fi aplicate în probleme de optimizare liniare sau neliniare : schemele și grafurile „*R.E.I.*" pentru vizualizarea structurii sistemului, a

modelului matematic şi a procesului de calcul, imaginile nodale pentru a prezenta rapoarte cantitative ce caracterizează soluţia şi sensibilitatea acesteia la variaţii ale parametrilor problemei.

În acest scop au fost introduse variabile duale, cu semnificaţia economică de preţuri şi diagrame nodale duale care permit compararea acestor preţuri; vizualizînd rezultate de calcul obţinute pe calculatoare electronice, ele facilitează dialogul om-calculator şi pot fundamenta decizii cu caracter operativ sau legate de continuarea studiului.

AL. PAP

338.062.219.1 : 338.T.9

Optimizarea structurii schimburilor internaţionale de combustibil prin optimizarea planului anual de aprovizionare cu combustibili şi energie al economiei naţionale

În baza unui studiu amănunţit al fenomenelor şi a diverselor interdependenţe legate de comerţul exterior, se tratează problema modelării matematice a aspectelor esenţiale legate de schimburile internaţionale de combustibili. Includerea schimburilor internaţionale de combustibili şi energie al economiei naţionale, permite ca prin optimizarea acestui plan, să se optimizeze implicit şi structura importului şi exportului de combustibili. În acest fel creşte în mod sensibil eficienţa economică a procesului de optimizare.

D. BERBECE, V. CARACUDOVICI, P. DAN, C. NAGY şi G. PANAITESCU

620.9

Modelarea matematică a evoluţiei consumului specific de energie în vederea prognozei necesarului de energie pe cale statistico-matematică

Pornind de la considerente statistice şi extra-statistice se stabileşte alura principială a evoluţiei consumului specific de energie şi se studiază trei modele matematice precizîndu-se domeniul lor de aplicaţie. Se demonstrează pe exemple concrete aplicarea lor.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc în tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri; rezumatele în limba română și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

V. CARACUDOVICI

620.9

FOLOSIREA CORELAȚIILOR MULTIPLE PENTRU FUNDAMENTAREA PROGNOZELOR ÎN DOMENIUL CONSUMULUI DE ENERGIE

Se prezintă un procedeu de aplicare a metodei corelațiilor multiple pentru separarea influenții factorilor de variație asupra consumului de energie dintr-un domeniu dat și utilizarea acestui proces la fundamentarea prognozelor statistice bazate pe corelații pentru sectoarele economiei la care dezvoltarea nu mai poate fi caracterizată printr-un singur indicator, tehnico-economic.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 241—247, București, 1969

C. A. VASILESCU

621.436.5

UNELE PROBLEME RIDICATE DE PROCESELE ENERGETICE DIN MOTOARELE DIESEL ÎNALT SUPRAALIMENTATE

Supraalimentarea înaltă constituie o cale de viitor în dezvoltarea motoarelor diesel. Dacă se limitează presiunea maximă din cilindru la $p_2 = 150$ bar (pentru a reduce solicitările mecanice), apare o corelație între raportul de compresiune ε, gradul de supraalimentare π și modul de realizare al ridicării intermediare, care limitează parametrii ε și π. Răcirea intermediară ridică problema radiatorului eficient. Dacă se analizează și dezvoltarea procesului de ardere, se constată că trebuie luată în discuție și cifra cetanică a combustibilului. În articol se atrage atenția asupra tuturor acestor probleme, care vor constitui aspecte de cercetare în viitor.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 255—265, București, 1969

S. PETRESCU

536.71; 536.8

DETERMINAREA LUCRULUI MECANIC ÎN PROCESELE TERMODINAMICE DE VITEZĂ FINITĂ FOLOSIND METODA TERMODINAMICII IREVERSIBILE FENOMENOLOGICE

Se studiază cu ajutorul metodei oferite de termodinamica fenomenologică ireversibilă procesele de comprimare și destindere adiabate de viteză finită, obținîndu-se expresia lucrului mecanic pentru aceste procese :

$$dL = p_g (1 \pm K_1 w) . dV,$$

în care p_g este presiunea gazului, w viteza pistonului, K_1 o funcție de temperatură, și celelalte proprietăți ale sistemului care poate fi determinată fie experimental, fie folosind în continuare o metodă structurală (cinetică sau statistică).

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 249—254, București, 1969

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU

662.94

STABILITATEA ȘI LUNGIMEA FLĂCĂRII TURBIONARE LA VARIAȚIA CARACTERISTICII GEOMETRICE A SISTEMULUI ARZĂTOR-FOCAR

Se justifică avantajele focarelor turbionare cu caracteristică geometrică r/R mare. Din punctul de vedere al traseului și al lungimii flăcării în focar, nu sînt diferențe față de focarele cu caracteristică geometrică mică, iar ca stabilitate este de notat o îmbunătățire substanțială.

Lucrarea prezintă și unele aspecte noi care completează modelul fizic al arderii turbionare în incinte.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 267—274, București, 1969

I. R. CIRIC

538.122: 621.3.013

LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A CONDUCTOARELOR MASIVE SFEROIDALE

Se studiază levitația electromagnetică a unui conductor în formă de elipsoid de revoluție (sferoid) situat în cîmpul magnetic cu simetrie axială al unor spire circulare parcurse de curenți alternativi de înaltă frecvență. Pentru aceasta, se utilizează modelul sferoidului perfect conductor în prezența spirelor conductoare filiforme.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 275—299, București, 1969

A. MORARU

621.313.823.5

CONTRIBUȚII LA TEORIA MOTORULUI ELECTROMAGNETIC CU MIȘCARE LINIARĂ. ECUAȚII ȘI CARACTERISTICI DE FUNCȚIONARE

Se dezvoltă teoria funcționării în regim staționar a motorului electromagnetic cu mișcare liniară alternativă. Se stabilesc ecuațiile de funcționare, se indică un algoritm pentru determinarea valorii curentului, a fluxului și a forței instantanee în funcționare și se dau relații pentru predeterminarea prin calcul a caracteristicilor oscilomotorului.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 315—335, București, 1969

T. DORDEA

621.3.026.12: 621.314.2

ASUPRA FUNCȚIONĂRII ÎN PARALEL A TRANSFORMATOARELOR ELECTRICE

Transformatoarele electrice pot fi aduse prin mijloace exterioare în situația de a debita o putere egală cu suma puterilor nominale numai dacă curenții nominali sînt proporționali.

Aprecierea funcționării în paralel cu sarcini active reduse prin neglijarea curentului de mers în gol este însoțită de erori inadmisibil de mari.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 301—314, București, 1969

E. POTOLEA

538.552.9: 518.12

APLICAREA TEORIEI GRAFULUI LA STUDIUL REȚELELOR TRIFAZATE NESIMETRICE

Se aplică metoda componentelor simetrice și teoria grafului la studiul rețelelor trifazate în care intervin nesimetrii de impedanțe și de admitanțe. Nesimetriile se iau în considerație cu ajutorul a două categorii de matrice: matricele $[\underline{Z}_l]$, $[\underline{Y}_l]$, care conțin caracteristicile de material, și matricele $[\underline{L}]$, $[\underline{T}]$, care conțin informațiile cu privire la locurile nesimetriilor din laturi și de la noduri. Ecuațiile de funcționare ale rețelei cu nesimetrii se rezolvă cu ajutorul unei metode directe, care necesită inversarea unor matrice simetrice și a unei matrice nesimetrice cu ordinul determinat de numărul nesimetriilor.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 337—356, București, 1969

I. ADĂMUȚ

538.566:621.3.015.3.518

METODE ANALOGICE DE REZOLVARE A ECUAȚIILOR TELEGRAFIȘTILOR DE ORDINUL UNU

Se prezintă două metode de rezolvare a ecuațiilor de propagare generalizate pe o linie monofilară cu ajutorul calculatoarelor electronice analogice.

Metoda aproximării nucleului termenului integral cu o serie de puteri negative necesită o schemă mai simplă și permite modelarea unor lungimi mai mici de linie (2,82 km), la timpi mai mici, față de metoda aproximării cu transformatele unor exponențiale.

Pentru procesele foarte rapide (1 — 60 μs), ambele metode necesită mijloace rapide de urmărire și de înregistrare.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 357—375, București, 1969

I. LAPOHOS

621.317.374

APARAT PENTRU DETERMINAREA PERMITIVITĂȚII ȘI tg δ PENTRU MATERIALE ELECTROIZOLANTE SUB FORMĂ DE PLĂCI SUBȚIRI LA TEMPERATURI DE 20 — 130°C ȘI LA O FRECVENȚĂ DE 440 kHz

În lucrare este prezentat un aparat sensibil și cu o bună siguranță în funcționare, pentru determinarea permitivității și tangentei unghiului de pierderi ale diferitelor materiale electroizolante sub formă de plăci. El funcționează pe baza rezonanței electrice dintre două oscilatoare, unul din ele cuprinzînd și epruveta de studiat între armăturile unui condensator. Celălalt oscilator lucrează la o frecvență stabilizată cu ajutorul unui cristal de cuarț termostatizat.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 393—400, București, 1969

E. WAGNER

621.3.015.3.001.29

CONTRIBUȚII LA CALCULUL SUPRATENSIUNILOR DE COMUTAȚIE LA LINII AERIENE TRIFAZATE

În lucrare se prezintă o metodă numerică de calcul pentru determinarea supratensiunilor de comutație pe linii trifazate. Tensiunea se calculează simultan la ambele capete ale liniei pas cu pas ținînd însă seama de influența pămîntului asupra propagării undelor. Undele de tensiune emise sînt descompuse în unde diferențiale dreptunghiulare și pe linie se urmărește, prin intermediul matricei funcțiilor de transfer, propagarea acestora. La capetele liniei se însumează undele diferențiale și se determină din condițiile de limită, undele de tensiune reflectate. Este prezentat mersul de calcul pentru determinarea funcțiilor de transfer și sînt discutate unele condiții de reflectare. Pentru exemplificare sînt prezentate rezultatele obținute la calculul supratensiunilor la punerea sub tensiune a unei linii trifazate.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 377—391, București, 1969

ED. RĂDĂCEANU

626—53.001

ASUPRA REZOLVĂRII UNOR PROBLEME DE COMANDĂ OPTIMALĂ PRIN METODA ECHIVALENȚEI

În articol se examinează dintr-un punct de vedere unitar unele aspecte ale echivalenței problemelor de conducere optimală a sistemelor automate, metoda ilustrîndu-se prin două exemple.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 401—413, București, 1969

V. RĂSVAN

62.505.001.2

O SINTEZĂ OPTIMALĂ PE BAZA UNUI CRITERIU INTEGRAL PĂTRATIC, PE INTERVAL FINIT ȘI INFINIT DE CONDUCERE, PENTRU UN OBIECT LINIAR ȘI INVARIANT

Lucrarea prezintă un mod de extindere a problemei lui A. M. Letov de construcție analitică a regulatoarelor pentru cazul cînd intervalul de optimizare este finit, dîndu-se metoda de sinteză pe baza principiului maximului al lui L. S. Pontreaghin. În cazul limită, cînd intervalul de optimizare devine infinit, se regăsește soluția clasică.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 415—426, București, 1969

V. CARACUDOVICI

620.9

ANWENDUNG MEHRFACHER KORRELATIONEN ZUR BEGRÜNDUNG VON ENERGIEBEDARFSPROGNOSEN

Es wird ein Verfahren studiert, zur Anwendung mehrfacher Korrelationen zur Aufstellung von Energiebedarfsprognosen, um die Einflußfaktoren des Energieverbrauches zu trennen. Es wird die Verwendung dieser Methode ausgeführt für Prognosen des Energieverbrauches solcher Wirtschaftszweige, die mit Hilfe einfacher Korrelationen nicht behandelt werden können, u. zw. aufgrund der Abhängigkeit des Energiebedarfes von mehreren voneinander unabhängigen Kennziffern.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 241—247, București, 1969

M. MARINESCU, ȘT. DOBOȘ, I. MINEA

621—352.6:541.135.5

PROCESE DE REDUCERE CATALITICĂ A OXIGENULUI ÎN PILA DE COMBUSTIE PE SUPORT DE CĂRBUNI SPECIAL TRATAȚI

Lucrarea conține două părți distincte, una cu aspecte teoretice, privind mecanismul reducerii oxigenului în soluție alcalină și fenomenele de polarizare care o însoțesc în zona contactului triplu, și alta cu aspect practic, de activare a cărbunelui vegetal, de mărire a acestei activități prin diverse procedee.

Sînt analizate curbele caracteristice curent/potențial pentru diverse tipuri de electrozi realizați.

Se studiază influența diferiților parametri asupra performanțelor electrozilor realizați la funcționarea lor în pilă.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 427—445, București, 1969

S. PETRESCU

536.71: 536.8

THE CALCULATION OF THE WORK IN THERMODYNAMIC PROCESSES WITH FINITE VELOCITY, USING THE PHENOMENOLOGICAL THERMODYNAMICS OF IRREVERSIBLE PROCESSES

Using the method of phenomenological thermodynamics of irreversible processes, the author studies the adiabatic compression and expansion processes with finite velocity. He obtains the expression of the work for those processes

$$dL = p_g (1 \pm K_1 w) dV,$$

where p_g — the gas pressure, w — the velocity of the piston, K_1 — a function of temperature and other properties of the system, which may be found experimentally or using a structural method (kinetic or statistical).

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 249—254, București, 1969

C. A. VASILESCU

621.436.5

PROBLÈMES SOULEVÉS PAR LES PROCESSUS ÉNERGÉTIQUES DES MOTEURS DIESEL À SURALIMENTATION POUSSÉE

La suralimentation poussée constitue une des voies de prespective dans le développement des moteurs Diesel. Si on limite la pression maximale dans le cylindre à $p_2 = 150$ bar (pour en réduire les sollicitations mécaniques) résulte une corrélation entre le rapport volumétrique de compression ε, le degré de suralimentation π et le moyen de réaliser le refroidissement intermédiaire, qui limite les paramètres ε et π. Le refroidissement intermédiaire soulève le problème du radiateur efficient. Si on analyse le développement du processus de combustion on constate qu'on doit prendre en discussion aussi la valeur du nombre cétanique du combustible. Dans cet article on relève tous ces problèmes, qui vont constituer des aspects de recherche es futures.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 255—265, Bucureşti, 1969

T. DORDEA

621.3.026.12:621.314.2

SUR LE FONCTIONNEMENT EN PARALLÈLE DES TRANSFORMATEURS ÉLECTRIQUES

Les transformateurs électriques peuvent être mis dans la situation de pouvoir débiter une puissance égale à la somme des puissances nominales seulement si les courants nominaux sont proportionnels.

L'appréciation du fonctionnement en parallèle avec des charges actives réduites par la négligence du courant de marche à vide est accompagnée d'erreurs de grandeurs inadmissibles.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 301—314, Bucureşti, 1969

I. R. CIRIC

538.122: 621.3.013

LA LÉVITATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES CONDUCTEURS MASSIFS DE FORME SPHÉRIQUE

On étudie la lévitation électromagnétique d'un conducteur de forme ellipsoïdale de révolution, situé dans le champ magnétique avec symétrie axiale des spires circulaires parcourues par des courants alternatifs de haute fréquence. On utilise le modèle du sphéroïde parfaitement conducteur en présence des spires conductrices.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 275—299, Bucureşti, 1969

A. MORARU

621.313.823.5

CONTRIBUTIONS À LA THÉORIE DU MOTEUR ÉLECTROMAGNÉTIQUE À MOUVEMENT LINÉAIRE. ÉQUATIONS ET CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT

On développe la théorie de fonctionnement en régime stationnaire du moteur électromagnétique à mouvement linéaire alternatif. On établit les équations de fonctionnement, indiquant un algorithme pour déterminer la valeur du courant, du flux et de la force instantanée en marche et on donne les formules pour la prédétermination par calcul des caractéristiques du moteur oscillant.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 315—335, Bucureşti, 1969

E. POTOLEA

538.552.9:518.12

APPLICATION DE LA THÉORIE DU GRAPHE À L'ÉTUDE DES RÉSEAUX TRIPHASÉS ASYMÉTRIQUES

Dans ce travail on applique la méthode des composantes symétriques et la théorie du graphe à l'étude des réseaux triphasés avec asymétries d'impédance et d'admittance.

On considère ces asymétries à l'aide de deux catégories de matrices : les matrices $[\underline{Z}_t]$ $[\underline{Y}_t]$ qui contiennent les caractéristiques du matériau et les matrices $[\underline{I}]$ $[\underline{T}]$ contenant les informations concernant les lieux des asymétries des branches et des nœuds. Les équations du reseau aux asymétries se résolvent à l'aide d'une méthode directe, qui exige l'inversion de quelques-unes des matrices symétriques et d'une matrice asymétrique de l'ordre déterminé par le nombre des asymétries.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 337—356, Bucureşti, 1969

E. WAGNER

621.3.015.3.001.24

BEITRAG ZUM BERECHNEN DER SCHALTÜBERSPANNUNGEN AN DREHSTROMLEITUNGEN

Zum Berechnen der Schaltüberspannungen wird in der vorliegenden Arbeit die Ausbreitung der Wellen auf Hochspannungsleitungen Schritt für Schritt verfolgt, um aber eine größere Genauigkeit zu erzielen wird mit einer zeitabhängigen Übertragungs matrix gearbeitet, die es ermöglicht die Dämpfung der Wellen in Betracht zu ziehen.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 377—391, Bucureşti, 1969

I. ADĂMUŢ

538.566: 621.3.015.3: 518

MÉTHODES ANALOGIQUES POUR RÉSOUDRE LES ÉQUATIONS DES TÉLÉGRAPHISTES GÉNÉRALISÉES DU PREMIER ORDRE

On présente deux méthodes pour la solution des équations de propagation généralisées sur une ligne monofilaire, à l'aide des calculatrices électroniques analogiques.

La méthode de l'approximation du noyau du terme intégral avec une série de puissances négatives nécessite un schéma plus simple et permet d'obtenir un modelage des lignes plus courtes (2,28 km) dans un intervalle réduit en comparaison de la méthode de l'approximation avec les transformations de Laplace des exponentiels.

Pour les procesus très rapides (1 — 60 μs) les deux méthodes nécessitent des dispositifs rapides d'enregistrement.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 357—375, Bucureşti, 1969

I. LAPOHOS

621.317.374

APPAREIL POUR LA DÉTERMINATION DE LA PERMITTIVITÉ ET tg δ POUR LES MATÉRIAUX ÉLECTRO-ISOLANTS EN FORME DE PLAQUES MINCES

L'ouvrage présente un appareil sensible et d'une bonne sûreté de fonctionnement pour la détermination de la permittivité et de la tangente de l'angle de perte des différents matériaux électro-isolants en forme de plaqus. Cet appareil fonctionne sur la base de la résonnance électrique entre deux oscillateurs, l'un d'eux comprenant aussi l'éprouvette à étudier entre les armatures d un condenseur. L'autre oscillateur fonctionne à une fréquence stabilisée à l'aide d'un cristal de quartz thermostatisé.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 393—400, Bucureşti, 1969

ED. RĂDĂCEANU .

621.53.001

ON THE SOLUTION OF OPTIMAL CONTROL PROBLEMS BY THE EQUIVALENCE METHOD

This paper examines some aspects of the equivalence of optimal control systems. The method is illustrated by two examples.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 401—413, Bucureşti, 1969

M. MARINESCU, ST. DOBOŞ, I. MINEA

621—352.6:541.135.5

KATALYTISCHE REDUKTIONSPROZESSE DES SAUERSTOFFES IN DER BRENNSTOFFZELLE

Die Arbeit hat zwei Teile, einen mit theoretischen Betrachtungen über die Reduktion des Sauerstoffes in alkalischer Lösung und die Polarisationsphänomene, die sie im Gebiet des dreifachen Kontaktes begleiten; und einen mit praktischer Einstellung über die Aktivierung der Pflanzenkohle, und Vergrößerung dieser Aktivität durch verschiedene Verfahren.

Es werden die charakteristischen Kurven Strom/Potential für verschiedene selbstgefertigte Elektrodentypen untersucht.

Es wird der Einfluß verschiedener Parameter auf die Leistungen der selbstgefertigten Elektroden in einer Zelle studiert.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 427—445, Bucureşti, 1969

V. RĂSVAN

62.505.001.2

AN OPTIMUM SYNTHESIS, BASED ON QUADRATIC PERFORMANCE INDEX ON BOUNDED AND UNBOUNDED OPTIMIZATION INTERVAL FOR A LINEAR TIME-INVARIANT PLANT

The paper presents a method for extending A. M. Letov's problem of analytical controller design to the case of a bounded optimization interval; a method for synthesis via the L. S. Pontryagin's maximum principle is presented. For the limit case, when the optimization interval becomes unbounded the classic solution is found.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p. 415—426, Bucureşti, 1969

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU

662.94

УСТОЙЧИВОСТЬ И ДЛИНА ВИХРЕВЫХ ПЛАМЕН В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРЕЛОК-ТОПОК

Даются условия выгодности вихревых топок с большой геометрической характеристикой r/R. С точки зрения пути и длины пламени в топке, не существует различия по сравнению с малыми геометрическими характеристиками, но с точки зрения устоичивости следует подчеркнуть лучшие качества.

Представляется также дополнение физической модели вихревого сгорания в топках.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 2, p . . ., Bucureşti, 1969.

1969 SEP 23

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

DAN TEODORESCU, **Servomotorul amplificației și aplicațiile lui în automatizări**, 1968, 300 p., 22 lei.

M. BRAȘOVAN și E. SERACIN, **Metode noi de proiectare a acționărilor electrice**, 1968, 238 p., 11 lei.

ȘT. N. SĂVULESCU, **Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă**, 1968, 312 p., 15 lei.

V. V. GHIA, **Recirculația gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÎNCU, **Modelarea hidraulică în curenți de aer sub presiune**, 1967, 246 p., 11 lei.

AL. NICA, **Sisteme de lubrifiație**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA, OLGA BIȚĂ, **Procese de lubrifiație frecare și uzură la suprafețele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, **Curgerea nestațională a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p., 16 lei.

MIRCEA SOARE, **Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite la calculul plăcilor curbe subțiri**, 1968, 623 p., 33 lei.

GH. BUZDUGAN, **Dinamica fundațiilor de mașini**, 1968, 368 p., 24 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicații industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 283 p., 16,50 lei.

I.P.I. – c. 3205

43821

Lei 40.–

F 1736
04-007

REFERALVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

3

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 453–670, Bucureşti, 1969

Comitetul de redacție

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste Romnâia;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. G. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — secretar de redacție.

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 19, nr. 3 1969

SUMAR

Economie energetică Pag.

M. ELEFTERESCU, Echivalarea tehnico-economică a formelor şi purtătorilor de energie. 455

Termoenergetică şi termotehnică

D. GRECOV, I. IORDACHE, Schimbul de masă şi de căldură în jeturi evoluînd în mediu turbionar 467

V. V. GHIA, N. LEMNEANU, Influenţa mediului bogat în oxigen asupra arderii picăturilor de păcură 483

V. PIMSNER, I. MARĂCINEANU, Transferul de căldură în reţelele fixe de palete confuzoare 499

V. PIMSNER, ST. ŞTEFAN, Distribuţia vitezelor de ieşire din reţeaua circulară de palete fixe confuzoare. 511

I. IORDACHE, Debitul de gaze recirculate în cazul jeturilor mărginite. 525

Electroenergetică şi electrotehnică

I. R. CIRIC, Studii experimentale referitoare la levitaţia electromagnetică a conductoarelor sferoidale. 535

C. IONESCU, Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unui sistem trifazat de conductoare situate într-un ecran dreptunghiular subţire, fără pereţi despărţitori. 553

A. MORARU, Metodele de studiu al fenomenului de inducţie în ecranele electromagnetice ale transformatoarelor 581

M. POMÎRLEANU, Selectarea factorilor determinanţi ai valorilor curenţilor de scurtcircuit 601

CR. VASILIU, Sinteza în serie-paralel a funcţiei de intrare bipătratice 617

Note

AL. DĂNESCU, EL. DĂMĂCEANU, M. MARINESCU, Instalaţie experimentală pentru studiul ionizării în flăcările de hidrocarburi 637

S. BUCURENCIU, A. CRĂCIUNESCU, Folosirea metodelor de transfigurare la calculul circuitelor cu neliniarităţi de tipul $P = ZQ^m$ 643

V. ISCRULESCU, Cîteva probleme actuale ale chimiei procesului de ardere. 651

Recenzii 665

Material documentar 667

St. Cerc. Energ. Electr., Tom. 19, Nr. 3, pag. 453—670, Bucureşti, 1969

ECHIVALAREA TEHNICO-ECONOMICĂ A FORMELOR ŞI PURTĂTORILOR DE ENERGIE

DE

M. ELEFTERESCU

620.9

Întrucît în ultima perioadă de timp consumul de energie atît pe plan mondial, cît şi în diverse ţări este într-o continuă creştere, el schimbîndu-şi în acelaşi timp şi structura, rezultă necesitatea stabilirii unei metode de calcul pentru determinarea condiţiilor de echivalare a diverselor forme sau purtători de energie.
În lucrare se stabilesc relaţii care permit luarea în considerare simultan atît a condiţiilor tehnice de echivalenţă cît şi a celor economice.

1. CONSIDERAŢII GENERALE

Unul din aspectele importante ale problemei stabilirii condiţiilor optime de satisfacere a cerinţelor de energie ale economiei naţionale este şi acela al stabilirii condiţiilor tehnice şi economice de echivalare a diferitelor forme sau purtători de energie.

Necesitatea studierii acestui aspect apare mai evidentă dacă se au în vedere modificările structurale ce se manifestă în bilanţurile energetice ale diferitelor ţări, printre care şi ţara noastră, modificări ce au ca trăsătură comună tendinţa de a se apela într-o măsură tot mai mare la forme şi purtători de energie de calitate superioară. Analizîndu-se datele statistice referitoare la consumul mondial de energie primară, se constată că în ultima perioadă acesta a crescut foarte mult, schimbîndu-şi în acelaşi timp şi structura; în timp ce cu cîteva decenii în urmă întreaga producţie de energie primară se baza aproape exclusiv pe cărbuni, în 1940 ponderea combustibililor solizi a scăzut la 69% (23% ţiţei şi gaze, 8% alte surse), ajungîndu-se ca în 1966 ponderea combustibililor solizi să scadă la circa 41%, iar cea a ţiţeiului şi gazelor să crească la circa 56%, restul de 3% din necesarul mondial de energie primară fiind acoperit din diverse alte surse [1].

Această evoluţie se datoreşte faptului că, pe de o parte, cărbunele oferă în comparaţie cu alţi combustibili condiţii mai puţin avantajoase de utilizarea în instalaţiile consumatorilor şi că el devine din ce în ce

mai scump, iar pe de altă parte obținerea energiei din alți purtători de energie primară este mai avantajoasă. Evoluția menționată afectează în primul rînd procesele energo-tehnologice care folosesc cărbunele, printre care se pot menționa ca exemplu procesele tehnologice de producere a fontei, oțelului, cimentului, procesele de încălzire (cuptoare industriale, încălzirea centrală a clădirilor industriale sau civile), precum și tracțiunea feroviară, adică procesele care în literatura recentă de specialitate sînt denumite „procese energo-intensive".

În aceste condiții, problema precizării unei metode pe baza căreia să se poată stabili condițiile de echivalare a diverselor forme și purtători de energie și deci eficiența substituirii unui purtător (formă) de energie prin altul (alta) a căpătat o importanță deosebită atît pentru procesele energotehnologice existente, cît și, în special, pentru procesele și instalațiile care urmează a intra în funcțiune în perioada de perspectivă.

În cele ce urmează ne propunem ca, după o sumară trecere în revistă a metodelor utilizate sau preconizate pentru echivalarea formelor sau purtătorilor de energie, să prezentăm o metodă generalizată care, pentru stabilirea condițiilor de echivalare, ia în considerare simultan atît condițiile de echivalare din punct de vedere tehnic, cît și pe cele de echivalare din punct de vedere economic, ceea ce face ca metodele anterioare să apară drept cazuri particulare ale metodei pe care o prezentăm.

2. METODE UTILIZATE SAU PRECONIZATE PENTRU ECHIVALAREA FORMELOR SAU PURTĂTORILOR DE ENERGIE

Preocupările de pînă în prezent privind echivalarea diferitelor forme sau purtători de energie pot fi rezumate și grupate în principal în două categorii :

a) echivalarea formelor sau a purtătorilor de energie pe baza caracteristicilor lor fizico-chimice ;

b) echivalarea diverselor forme sau purtători de energie pe baza efectelor economice obținute în cazul utilizării lor în instalațiile consumatoare.

a) Echivalarea formelor sau a purtătorilor de energie pe baza caracteristicilor lor fizico-chimice constă în principal în stabilirea unui raport între cantitățile de purtători de energie X_i, care pot pune la dispoziția economiei energetice o anumită energie E, și cantitatea de purtătorul de energie de referință X_0, care poate pune la dispoziție aceeași energie E, adică în stabilirea unei relații de forma

$$X_i = k_i X_0 . \tag{1}$$

Caracteristicile fizico-chimice care se iau de obicei în considerare pentru stabilirea relațiilor de echivalență sînt puterea calorifică inferioară în cazul combustibililor, energia activă sau echivalentul caloric teoretic în cazul energiei electrice și temperatura, presiunea etc. în cazul altor purtători de energie.

Coeficientul de echivalare va fi, de exemplu, pentru diverşi combustibili raportul puterilor lor calorifice:

$$k = \frac{P_{ci}}{P_{co}}, \tag{2}$$

unde indicele i se referă la combustibilul i, iar indicele o la combustibilul de referinţă.

Echivalarea formelor sau purtătorilor de energie prin această metodă se întîlneşte frecvent în lucrările referitoare la bilanţurile energetice corespunzătoare unor perioade de timp trecute, în care echivalarea se face în scopul totalizării şi prezentării centralizate a energiilor evidenţiate în bilanţurile respective, lucrări care îşi propun deci să reflecte o situaţie trecută fără a intra în analiza eficienţei economice a utilizării diverşilor purtători sau forme de energie [2]—[5].

b) Echivalarea diverselor forme sau purtători de energie pe baza efectelor economice obţinute în cazul utilizării lor în instalaţii consumatoare constă în determinarea unui „echivalent al folosirii relative", care arată cît poate costa pe un consumator un purtător de energie i, a cărui utilizare este preconizată în locul purtătorului de energie de referinţă, astfel încît preţul de cost al producţiei finite să rămînă acelaşi [6].

Modul de calculare a mărimii echivalentului folosirii relative se poate rezuma astfel:

— se calculează preţul de cost al producţiei finite, punîndu-se în evidenţă costul combustibilului de referinţă utilizat:

$$P_1 = MP_1 + MA_1 + S_1 + A_1 + E_1 + C_1, \tag{3}$$

în care

MP_1 este costul materiei prime,
MA_1 — costul materialelor auxiliare,
S_1 — salarii,
A_1 — cota de amortisment,
E_1 — costul energiei şi combustibilului (care se folosesc în ambele variante),
C_1 — costul combustibilului de referinţă (care urmează a se înlocui);

— se calculează preţul de cost al producţiei în cazul în care în locul combustibilului de referinţă se utilizează un alt combustibil:

$$P_2 = MP_2 + MA_2 + S_2 + A_2 + E_2 + \frac{I}{T} + C_2 + \Delta C, \tag{4}$$

în care

I sînt investiţiile necesare pentru trecerea la utilizarea combustibilului 2,
T este durata de viaţă a utilajului pentru care se fac investiţiile I,

ΔC sînt cheltuieli suplimentare legate de gospodărirea noului combustibil; celelalte mărimi, notate cu indicele 2, avînd aceeaşi semnificaţie ca în cazul precedent;

— se impune condiţia ca preţurile realizate în cele două variante să fie egale:

$$P_1 = P_2, \tag{5}$$

de unde, considerînd că în ambele variante sînt egale cheltuielile care nu se referă direct la combustibil, rezultă

$$C_2 = C_1 - \frac{I}{T} - \Delta C, \tag{6}$$

sau, avînd în vedere că

$$C_1 = p_1 Q_1, \quad C_2 = p_2 Q_2, \quad I = iQ_2 \tag{7}$$

şi punînd în evidenţă preţurile unitare p şi cantităţile de combustibil utilizate Q,

$$p_2 = p_1 \frac{Q_1}{Q_2} - \frac{\Delta C}{Q_2} - \frac{i}{T} \tag{8}$$

sau

$$Q_2 = \frac{p_1 Q_1 - \Delta C}{p_2 + \frac{i}{T}}, \tag{9}$$

aceasta reprezentînd relaţiile de echivalare economică a doi purtători de energie din punctul de vedere al unui proces sau unitate productivă.

În cazurile în care înlocuirea unui combustibil prin altul nu necesită investiţii şi nici cheltuieli suplimentare, relaţiile (8), (9) se simplifică, devenind

$$p_2 = p_1 \frac{Q_1}{Q_2} \text{ şi, respectiv, } Q_2 = \frac{p_1}{p_2} Q_1. \tag{10}$$

Metoda de echivalare menţionată presupune implicit şi o echivalare tehnică a cantităţilor de combustibil, în sensul că ambele cantităţi Q_1 şi Q_2 pot satisface din punct de vedere tehnic aceleaşi necesităţi de energie.

În legătură cu aplicarea metodei la scara economiei naţionale este de semnalat necesitatea analizării unui număr foarte mare de întreprinderi şi de procese energotehnologice şi gruparea acestora în grupe de „consumatori identici". Avînd în vedere că la stabilirea grupelor de consumatori identici se au în vedere natura procesului tehnologic, ramura economică din care face parte, mărimea agregatelor, mărimea cantităţilor de purtători de energie consumate etc., precum şi o serie de alţi factori, ca, de exemplu, vechimea instalaţiilor, se ajunge la un număr foarte mare de grupe de consumatori identici, ceea ce îngreuiază foarte mult aplicarea practică a metodei.

3. METODICĂ PENTRU ECHIVALAREA FORMELOR SAU PURTĂTORILOR DE ENERGIE PE BAZA CARACTERISTICILOR LOR FIZICO-CHIMICE ŞI A EFECTELOR ECONOMICE (7)

Avînd în vedere cele menţionate, mai departe ne propunem stabilirea unor formule şi metode care să permită echivalarea diverselor forme sau purtători de energie şi deci şi eficienţa substituirii unui purtător (formă) de energie prin altul (alta), luînd în considerare simultan atît condiţiile de echivalare din punct de vedere tehnic, cît şi pe cele de echivalare din punct de vedere economic.

Echivalarea purtătorilor şi a formelor de energie trebuie efectuată ţinînd seama de întregul efect economic al folosirii lor, ceea ce implică, printre altele:

— aprecierea tehnică-economică multilaterală a utilizării fiecărui purtător sau formă de energie în procesul respectiv;

— luarea în considerare a urmărilor economice care apar în urma schimbării cantităţii şi calităţii producţiei fabricate în cazul înlocuirii unui purtător de energie cu altul.

Criteriul pe baza căruia se propune stabilirea echivalenţei diferiţilor purtători de energie, ca şi în alte probleme similare, este cel al cheltuielilor de calcul:

$$K = C + \varepsilon I, \tag{11}$$

în care

K sînt cheltuielile de calcul;

C — cheltuielile de exploatare anuale;

ε este coeficientul normat al eficienţei investigaţiilor;

I sînt investiţiile.

Aspectele tehnice-economice care trebuie avute în vedere sînt, în principal, următoarele:

a) calitatea producţiei finite;

b) productivitatea utilajelor folosite în diferitele variante;

c) particularităţile tehnice ale instalaţiilor tehnologice;

d) organizarea procesului de producţie.

a) *Calitatea producţiei finite.* În multe cazuri este aproape imposibil să se realizeze o calitate identică a producţiei finite în cazul schimbării purtătorului sau formei de energie utilizate pînă atunci; în aceste cazuri, pentru a se obţine totuşi produse finite de aceeaşi calitate, este necesar a se efectua cheltuieli suplimentare. La efectuarea comparaţiei şi la stabilirea condiţiilor de echivalare a formelor şi a purtătorilor de energie consideraţi trebuie deci să se aibă în vedere necesitatea efectuării unor cheltuieli suplimentare pentru aducerea producţiei la acelaşi nivel calitativ. Dacă nu este totuşi posibil a se realiza produse calitativ identice, trebuie să se ţină seama de pagubele pe care le aduce economiei naţionale scăderea calităţii produselor respective corespunzătcare unei variante în raport cu cealaltă.

În cele ce urmează considerăm cazul general în care înlocuirea unui combustibil prin altul atrage după sine o schimbare a calităţii producţiei finite şi că pentru obţinerea aceleiaşi calităţi este necesară să efectueze cheltuieli suplimentare; notăm aceste cheltuieli suplimentare cu a_i'.

b) *Productivitatea utilajelor folosite în diferite variante.* La efectuarea comparării variantelor este indicat a se asigura variantelor ce se compară productivităţi identice.

Vom considera însă pentru generalizare că înlocuirea purtătorului sau a formei de energie atrage după sine modificarea productivităţii, cele două variante fiind caracterizate prin producţii anuale diferite :

$$V_i \neq V_0, \tag{12}$$

şi că pentru obţinerea diferenţei de produse finite sînt necesare cheltuielile suplimentare C_s.

c) *Particularităţile tehnice ale instalaţiilor tehnologice.* Se consideră că fiecare variantă care prevede utilizarea unui anumit purtător sau formă de energie este caracterizată, pe lîngă producţia anuală V_i menţionată distinct anterior, şi de mărimile q_i, k_i şi η_i, care reprezintă consumul specific de combustibil, factorul de transformare în combustibil convenţional sau într-un combustibil de referinţă, caracteristic combustibilului i şi, respectiv, randamentul de utilizare a purtătorului sau formei de energie i în instalaţia considerată.

De asemenea fiecare variantă, prevăzînd utilizarea unui purtător sau formă de energie i, este caracterizată prin necesitatea efectuării unor investiţii suplimentare I_i.

d) *Organizarea procesului de producţie.* La stabilirea relaţiilor de echivalare, o condiţie obligatorie pentru o justă apreciere este luarea în considerare pentru fiecare variantă a celei mai raţionale exploatări a utilajului şi asigurarea unor condiţii de muncă egale tuturor variantelor ce se compară. Considerăm că pentru asigurarea unor condiţii de muncă egale este necesar să se efectueze cheltuieli suplimentare, pe care le notăm cu a_i''.

În aceste condiţii, la efectuarea comparării variantelor şi la stabilirea condiţiilor de echivalare este necesar să se ia în considerare şi să se analizeze trei categorii de indicatori :

1) indicatorii tehnici-economici ai producţiei ;

2) indicatorii tehnici-economici ai diferiţilor purtători sau forme de energie ce se analizează ;

3) consumurile specifice de purtător sau formă de energie raportate la unitatea de producţie.

Fie deci produsul sau procesul tehnologic P pentru care se preconizează utilizarea purtătorului sau formei de energie, notat cu indicele i, în locul purtătorului sau formei de energie, notat cu indicele o.

Se pune problema determinării relaţiilor cantitative care trebuie să existe între indicii tehnici-economici caracteristici ai purtătorului sau formei de energie i şi cei ai purtătorului sau formei de energie o, astfel încît această înlocuire să fie posibilă în condiţii de echivalenţă, criteriul fiind criteriul egalizării cheltuielilor de calcul, adică înlocuirea să fie posibilă cu respectarea condiţiei

$$K_i = K_0. \tag{13}$$

Explicitînd indicatorii tehnici-economici pe baza cărora urmează a se efectua compararea variantelor şi stabilirea condiţiilor de echivalare, se poate scrie :

1. Indicatori tehnico-economici ai producţiei :

— cheltuielile de exploatare pe unitatea de produs :

$$c_0 = a + p_0 q_0 \text{ şi respectiv } c_i = a + \delta_i + p_i q_i, \tag{14}$$

în care

a sînt cheltuieli independente de forma sau de purtătorul de energie utilizat,

p_0, p_i — preţurile unitare ale purtătorilor sau formelor de energie,

$\delta_i = a_i' + a_i''$ — cheltuielile suplimentare corespunzătoare variantei i pentru asigurarea aceleiaşi calităţi a producţiei finite şi aceloraşi condiţii de muncă ;

— producţia anuală V_0 şi V_i corespunzătoare celor două variante. Considerăm că între aceste mărimi există o relaţie de forma

$$V_i = \beta_i \cdot V_0, \tag{15}$$

în care $\beta_i > 1$;

— randamentele de utilizare a purtătorilor şi a formelor de energie considerate $\eta_i \neq \eta_0$;

— investiţiile I_0 şi I_i necesar a se efectua pentru utilizarea purtătorilor sau a formelor respective de energie.

Considerînd că mărimea acestor investiţii este dependentă de cantităţile corespunzătoare de purtători sau forme de energie Q, se poate scrie

$$I_0 = i_0 Q_0 \text{ şi, respectiv, } I_i = i_i Q_i, \tag{16}$$

i_0 şi i_i fiind investiţiile specifice caracteristice purtătorilor sau formelor de energie respective.

2. Indicatorii tehnici-economici ai purtătorilor sau formelor de energie ce se compară :

— coeficienţii de transformare în combustibil convenţional sau în alt purtător sau formă de energie de referinţă k_0 şi k_i. Dacă unul dintre purtătorii sau formele de energie ce se compară, de exemplu cel din varianta o, se ia drept combustibil de referinţă, coeficientul respectiv de transformare va fi egal cu 1 ; în exemplul menţionat, în asemenea caz, ar rezulta $k_0 = 1$;

— preţul unităţii naturale de purtător sau formă de energie p_0 şi p_i.

3. Consumurile specifice de purtători sau forme de energie q_0 şi q_i, exprimate în unităţi naturale din purtătorul sau forma de energie considerată, raportate la unitatea de produs.

Condiţia de echivalenţă economică a celor două variante, ţinînd cont de relaţiile (11), (13) şi (14), va fi

$$aV_0 + p_0 Q_0 + \varepsilon i_0 Q_0 + C_e = aV_i + \delta_i V_i + p_i Q_i + \varepsilon i_i Q_i, \tag{17}$$

în care $Q_0 = q_0 V_0$ şi, respectiv, $Q_i = q_i V_i$.

După cum s-a menționat anterior, paralel cu condiția economică trebuie să se țină seama și de condițiile tehnice în care se poate efectua înlocuirea unui purtător (formă) de energie prin altul.

Pentru stabilirea acestor condiții tehnice, pornim de la faptul că pentru producerea unui anumit produs finit prin același procedeu tehnologic va fi necesară o energie e bine precizată, indiferent de purtătorul sau de forma de energie utilizată pentru obținerea acestei energii e; evident, în cazul înlocuirii unui purtător de energie prin altul, consumul specific de energie q_i poate fi diferit, datorită faptului că randamentele de utilizare η_i a purtătorilor respectivi de energie pot fi diferite.

Avînd în vedere cele de mai sus, se pot scrie egalitățile

$$e = q_0 k_0 \eta_0 = q_i k_i \eta_i, \tag{18}$$

unde e reprezintă energia necesară pentru producerea unei unități de produs.

Din relația de mai sus, avînd în vedere indicațiile din relațiile (15) și (17), se obține

$$Q_i = \beta_i Q_0 \frac{k_0 \eta_0}{k_i \eta_i}. \tag{19}$$

Deci, pentru echivalarea diferitelor forme sau purtători de energie pe baza caracteristicilor lor tehnice și a efectelor economice obținute, este necesar a fi îndeplinite simultan atît condițiile menționate în relația (19), cît și cele menționate în relația (17).

Pentru stabilirea unei expreii unice care să țină seama de ambele condiții, vom înlocui în relația (17) valoarea Q_i prin echivalentul ei indicat în relația (19). Se obține astfel

$$aV_0 + p_0 Q_0 + \varepsilon i_0 Q_0 + C_s = aV_i + \delta_i V_i + p_i \beta_i Q_0 \frac{k_0 \eta_0}{k_i \eta_i} + \varepsilon i_i \beta_i Q_0 \frac{k_0 \eta_0}{k_i \eta_i}, \tag{20}$$

de unde rezultă valoarea prețului unitar $(p_i)_{echiv.}$ ce se poate plăti pentru purtătorul sau forma de energie i care înlocuiește purtătorul sau forma de energie utilizată pînă atunci, astfel încît varianta ce prevede utilizarea noului purtător de energie să fie caracterizată prin aceleași cheltuieli de calcul ca și varianta de bază, avîndu-se în vedere indicatorii tehnico-economici caracteristici procesului de producție respectiv și combustibililor ce se compară:

$$(p_i)_{echiv} = \frac{V_0}{V_i}(p_0 + \varepsilon i_0)\frac{k_i \eta_i}{k_0 \eta_0} + \left[\frac{a(V_0 - V_i)}{V_i} - \delta_i\right] \cdot \frac{1}{q_0} \cdot \frac{k_i \eta_i}{k_0 \eta_0} -$$

$$- \varepsilon i_i + \frac{C_s}{V_i} \cdot \frac{1}{q_0} \cdot \frac{k_i \eta_i}{k_0 \eta_0} \tag{21}$$

sau

$$(p_i)_{echiv.} = \frac{V_0}{V_i}(p_0 + \varepsilon i_0)\frac{q_0}{q_i} + \left[\frac{a(V_0 - V_i)}{V_i} - \delta_i\right]\cdot\frac{1}{q_i} - \varepsilon i_i + \frac{C_s}{q_i V_i}\cdot \qquad (22)$$

Similar se poate deduce relaţia care trebuie să existe între indicii tehnici caracteristici purtătorilor de energie ce se compară pentru a fi asigurată condiţia de echivalenţă, avîndu-se în vedere indicii tehnici-economici caracteristici procesului tehnologic considerat, precum şi preţul combustibililor respectivi.

Punînd în evidenţă consumurile specifice de purtători de energie, relaţia de echivalare se poate scrie

$$(q_i)_{echiv.} = \frac{V_0}{V_i}\cdot\frac{(p_0 + \varepsilon i_0)q_0 + \frac{1}{V_0}[a(V_0 - V_i) - \delta_i V_i] + \frac{C_s}{V_0}}{p_i + \varepsilon i_i}\cdot \qquad (23)$$

Rezultă că înlocuirea unui purtător de energie prin altul se poate efectua în condiţii de echivalenţă în cazurile în care preţul unitar al noului purtător de energie p_i este egal cu cel rezultat din condiţiile de echivalenţă (21) sau (22), adică

$$p_i = (p_i)_{echiv.} \qquad (24)$$

Substituirea se poate efectua în condiţii avantajoase [8] în cazurile în care

$$p_i < (p_i)_{echiv.}, \qquad (24')$$

şi ar fi neeconomică, evident, în cazurile în care

$$p_i > (p_i)_{echiv.} \qquad (24'')$$

Similar, substituirea unui purtător de energie prin altul are loc în condiţii de echivalenţă în cazul în care, fiind date caracteristicile tehnico-economice ale procesului tehnologic şi purtătorilor de energie consideraţi, consumul specific de purtător de energie în noua variantă este egal cu cel rezultat din relaţia de echivalare (23), adică

$$q_i = (q_i)_{echiv.}\cdot \qquad (25)$$

Relaţiile de echivalare propuse sînt valabile pentru cazul generalizat în care variantele ce se compară şi a căror condiţii de echivalenţă se urmăreşte a se stabili diferă între ele prin: producţia utilajelor ($V_i \neq V_0$), calitatea producţiei finite sau (şi) efortul de muncă ($\delta_i \neq 0$), investiţiile necesare ($i_i \neq i_0$), fiecare variantă fiind de asemenea caracterizată prin indici tehnici-economici particulari.

În multe cazuri, punîndu-se problema înlocuirii unui purtător sau formă de energie care se utilizează deja cu un alt purtător sau formă de

energie, varianta de bază nu necesită investiții suplimentare, adică $i_0 = 0$; de asemenea se compară de obicei variante care au aceeași producție anuală, adică $V_i = V_0$, ceea ce înseamnă $C_s = 0$.

Introducîndu-se aceste ipoteze particulare, relațiile de echivalare stabilite se simplifică substanțial, ele devenind

$$(p_i)_{echiv.} = p_0 \frac{k_i \eta_i}{k_0 \eta_0} - \frac{\delta_i}{q_0} \cdot \frac{k_i \eta_i}{k_0 \eta_0} - \varepsilon i_i, \tag{21'}$$

sau

$$(p_i)_{echiv.} = p_0 \frac{q_0}{q_i} - \frac{\delta_i}{q_i} - \varepsilon i_i \tag{22'}$$

ori

$$(q_i)_{echiv.} = \frac{p_0 q_0 - \delta_i}{p_i + \varepsilon i_i}. \tag{23'}$$

Remarcăm că unele dintre relațiile astfel simplificate sînt similare cu cele prezentate anterior (relațiile (8) și (9)), acestea fiind deci cazuri particulare ale formulelor generale.

Dacă se fac în continuare ipotezele simplificatoare că schimbarea purtătorului sau formei de energie nu atrage după sine schimbarea calității producției finite și nici a condițiilor de muncă și că, de asemenea, această înlocuire de purtători sau forme de energie nu necesită investiții suplimentare, relațiile propuse se simplifică în continuare, ele devenind

$$(p_i)_{echiv.} = p_0 \frac{k_i \eta_i}{k_0 \eta_0}, \tag{21''}$$

$$(p_i)_{echiv.} = p_0 \frac{q_0}{q_i}, \tag{22''}$$

$$(q_i)_{echiv.} = \frac{p_0}{p_i} q_0. \tag{23''}$$

Comparînd aceste relații simplificate cu cele menționate anterior, relațiile (10), se constată că ele sînt similare, ceea ce verifică încă o dată generalitatea formulelor (21), (22) și (23).

Se poate considera deci că relațiile menționate, prin caracterul lor general, satisfac scopul propus inițial, și anume acela de a reuni într-o singură expresie indicatorii tehnici-economici caracteristici procesului tehnologic și indicii caracteristici purtătorilor și formelor de energie care vin în considerare și că, de asemenea, pe baza acestor relații se pot stabili valorile pe care le pot avea indicatorii purtătorului sau formei de energie a cărei utilizare se preconizează, astfel încît înlocuirea purtătorului sau a formei de energie de bază (utilizată pînă atunci) să se poată efectua în condiții de echivalență tehnică și economică.

Relaţiile propuse prezintă în plus avantajul că includ în expresiile lor numai indici caracteristici (valori specifice) care caracterizează procesele tehnologice considerate şi nu valorile absolute care le corespund şi, ca atare, permit o mai uşoară aplicabilitate în practică la scara economiei naţionale prin aceea că procesele energotehnologice existente în economia naţională pot fi mai uşor grupate în categorii de consumatori identici, folosind-se drept criteriu de grupare valorile indicilor caracteristici, independent de ramura economiei naţionale în care se găsesc consumatorii consideraţi şi de vechimea instalaţiilor respective.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Statistical Yearbook* 1967, United Nations New York, 1968.
2. * * * *Österreichische Energiebilanz für das Jahr* 1959, Viena, 1961.
3. G. H. Marchal, *Bilan énergétique de la Belgique, année 1953*, Annales des mines de Belgique, 1955.
4. Cs. Nagy, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Consideraţii privind principiile care stau la baza întocmirii unui bilanţ energetic*, A II-a Conferinţă Internaţională pentru energetică industrială referat, D 144, Budapesta, 1961.
5. M. Elefterescu, St. Kovacs, Gh. Trandafirescu, *Contributions à l'établissement de la meilleure variante pour la couverture du nécessaire d'énergie*, Rev. Roum. sci. tehn., Serie electrotechnique et énergétique, *4* (1965).
6. * * * *Descrierea metodicii determinării principiilor şi calculelor fundamentale în alegerea purtătorilor de energie*, Budapesta, 1963.
7. M. Elefterescu, *Metodică pentru echivalarea tehnico-economică a diverşilor purtători de energie*, Comunicare prezentată în sesiunea de comunicări a Institutului de energetică, Bucureşti, 1967.
8. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, Şt. Kovacs, *Substitution von Energieträgern in energieintensiven, Prozessen*, Rev. Roum. sci. techn. electrotechnique et énergétique, **13**, *1* (1968).

SCHIMBUL DE MASĂ ȘI DE CĂLDURĂ ÎN JETURI EVOLUÎND ÎN MEDIU TURBIONAR

DE

D. GRECOV și I. IORDACHE

536.24 : 662.61

Se descrie comportarea jetului axial care expandează într-un mediu turbionar, cînd ajutajul jetului este amplasat în centrul unui turbion de tip Rankine. Pentru acest caz, se prezintă date teoretice și experimentale legate de cîmpurile de concentrație, de viteze și presiuni statice, care scot în evidență procesul de separare a jetului față de mediul ambiant.

1. INTRODUCERE

Procesele de schimb de masă și de căldură în jeturi joacă un rol deosebit de important într-o mare diversitate de instalații industriale.

O aplicație directă a teoriei jeturilor o constitue determinarea conturului și a lungimii flăcărilor difuzive în focare sau al domeniului de stabilitate al flăcărilor.

Se remarcă că în literatura de specialitate au apărut foarte puține date privind jeturile axiale care expandează într-un mediu ambiant rotitor [1], [2], deși problema respectivă are o deosebită importanță în instalațiile tip ciclon (reactori chimici, focare de cazane sau cuptoare).

O deosebită importanță o poate prezenta cazul evoluției jetului în axul unui turbion tip Rankine, care este caracteristic instalațiilor ciclon [3]. Turbionul tip Rankine este caracterizat printr-o mișcare de vîrtej liber, avînd în centru un nucleu în care mișcarea este cvasi-solid de rotație.

După cum se știe, variațiile vitezei, temperaturii și concentrației în lungul axului jetului liber rotund are loc după o hiperbolă, cu excepția zonei inițiale a jetului, unde parametrii respectivi se mențin constanți. În cazul jetului care expandează în axul turbionului Rankine, variația mărimilor respective este complet diferită în ceea ce privește atît repartițiile radiale cît și cele axiale.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 467—481, 1969

În cele ce urmează se va face un studiu comparativ privind cîmpurile de concentraţii şi de temperaturi ale jeturilor libere care expandează într-un mediu stagnant sau în rotaţie.

Se va considera în continuare că şi în cazul jeturilor care expandează într-un mediu rotitor se menţine o similitudine între transportul de căldură şi de masă, iar grosimile straturilor-limită termic şi difuziv coincid. În acest caz se pot utiliza măsurătorile privind cîmpurile de temperaturi pentru a determina implicit şi cîmpurile de concentraţii.

2. ANALIZA TEORETICĂ A FACTORILOR CARE INFLUENŢEAZĂ EVOLUŢIA JETULUI ÎN MEDIU TURBIONAR

Asupra schimbului de căldură şi de masă în jeturi influenţează în special gradientul vitezei axiale $\frac{dv_z}{dr}$ şi gradientul vitezei tangenţiale $\frac{d\,v_\theta}{dr}$, precum şi condiţiile de turbulenţă existente în curgerea respectivă. Pe lîngă aceşti factori care sînt dominanţi în cazul jeturilor libere, se remarcă că la evoluţia jetului într-un turbion apare influenţa cîmpului de forţe centrifugal, care poate avea un efect important în special în cazul flăcărilor, unde diferenţele de densitate flacără — mediu ambiant rotitor sînt foarte mari. În ceea ce priveşte nivelul de turbulenţă al mişcării, acesta poate fi mult influenţat de caracterul mişcării turbionare, ceea ce, desigur, va modifica profund interacţiunea jet — mediu ambiant şi deci procesele de schimb de masă şi de căldură.

În acest sens este indicat să se facă o analiză a stabilităţii curgerii turbionare şi să se deducă criteriul de stabilitate al curgerii respective.

2.1. Stabilitatea curgerii turbionare

Dacă se consideră o curgere turbionară şi o particulă amplasată la o rază oarecare r de centrul de rotaţie, care, datorită unei perturbaţii, este deplasat pe o altă curbă cu raza de curbură $r_1 = r + dr$, condiţia ca particula să poată reveni liber pe curba r este ca forţa centrifugă pe curba r să fie mai mică decît pe curba r_1. Forţa centrifugă în curgerea turbionară se pote exprima prin formula

$$f_c = \frac{K^2}{mr^2}, \tag{1}$$

unde $K = mr^2\omega$ reprezintă impulsul cinetic al particulei de masă m (ω este viteza unghiulară).

Ecuaţia de stabilitate a curgerii va fi

$$\frac{K^2}{mr^2} - \frac{K_1^2}{m\,r_1^2} \leqslant 0, \tag{2}$$

unde $r_1 > r$.

Pe baza relaţiei (2) se poate scrie condiţia de stabilitate:

$$K_2^1 - K^2 \geqslant 0, \tag{3}$$

sau, utilizînd o dezvoltare în serie Taylor cu neglijarea termenilor de ordin superior, se poate obţine

$$K^2(r + \mathrm{d}r) - K^2(r) = K\frac{\partial K}{\partial r} \geqslant 0. \tag{4}$$

Un raţionament similar se poate aplica pentru particula situată pe o anumită lungime de arc $r\theta$ şi deplasată de forţa perturbatoare pe arcul $r(\theta + \mathrm{d}\theta)$, obţinîndu-se condiţia de stabilitate $K\frac{\partial K}{r\mathrm{d}\theta} \geqslant 0$.

Criteriul general de stabilitate va fi deci pentru o curgere plană turbionară

$$K\left(\frac{\partial k}{\partial r} - \frac{\partial k}{r\partial\theta}\right) \geqslant 0, \tag{5}$$

care poate fi pusă sub forma

$$m^2 r^2 \omega\left[\frac{\partial}{\partial r}(rv_\theta) - \frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}\right] \geqslant 0. \tag{6}$$

Observînd că rotorul curgerii în coordonate cilindrice este de forma $(\mathrm{rot}\, V)_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}$, relaţia (6) poate fi exprimată vectorial, obţinîndu-se criteriul Reyleigh [4] de stabilitate al curgerii turbionare:

$$\overline{\omega} \cdot (\mathrm{rot}\, V)_z \geqslant 0. \tag{7}$$

Din relaţia (7) rezultă clar că pentru un vîrtej liber, unde $\mathrm{rot}\, V = 0$, curgerea este indiferent stabilă. Pentru cazul curgerii axial simetrice, unde $\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta} = 0$, condiţia de stabilitate devine $\frac{\partial(v_\theta \cdot r)}{\partial r} \geqslant 0$. Deci, cînd produsul rv_θ creşte cu raza în cîmpul turbionar, mişcarea este stabilă (ceea ce presupune tendinţa de laminarizare a curgerii) şi intensitatea turbulenţei este redusă, curgerea laminară putîndu-se menţine la valori mari ale vitezelor.

Pentru mişcarea cvasisolidului în rotaţie, unde $\frac{\partial(v_\theta \cdot r)}{\partial r} > 0$, mişcarea este de asemenea stabilă, deci în apropierea axului turbionului

tip Rankine se va produce o reducere a pulsaţiilor de viteze, temperaturi şi concentraţii, ceea ce presupune o reducere a intensităţii schimbului de masă şi de căldură.

Cu totul altă situaţie se întîlneşte în cazul jeturilor turbionate care expandează într-un mediu stagnant (jetul liber turbionat). În acest caz, produsul $v_\theta \cdot r$ scade rapid dinspre jet înspre mediul ambiant, conducînd la o creştere rapidă a turbulenţei şi deci a schimbului de masă şi de căldură.

În concluzie, unul dintre factorii importanţi care vor influenţa comportarea jetului în mediu ambiant rotitor îl constituie amortizarea turbulenţei în stratul-limită al jetului prin rotirea acestuia, antrenat fiind în această mişcare de mediul ambiant rotitor.

În zona iniţială a jetului, unde vitezele axiale ale jetului sînt mari şi deci există o zonă de turbulenţă mărită datorită gradienţilor mari ai vitezelor axiale şi tangenţiale şi perturbării cîmpului rotitor, se poate presupune că schimbul de masă şi de căldură va fi intensificat în comparaţie cu jetul liber.

2.2. Schimbul de masă şi de căldură în cîmpuri de forţe centrifugale

Pentru a determina la echilibru care este repartiţia cîmpurilor de concentraţii şi de temperaturi într-un cîmp de forţe centrifugale, se poate utiliza metoda indicată de Svedberger [5]. Astfel, în cazul amestecurilor binare, se consideră echilibrul dintre cantitatea de substanţă 2, împinsă către periferie de forţele centrifugale, şi cantitatea de substanţă 1, care difuzează în acelaşi timp în direcţie opusă conform legii Fick. Forţa centrifugă care acţionează asupra unui mol de substanţă de greutate moleculară M_2 este $r\omega^2 A$, unde A reprezintă masa aparentă a substanţei 2 :

$$A = M_2(1 - V_2\rho), \tag{8}$$

în care V_2 este volumul specific parţial al substanţei 2, iar ρ densitatea substanţei 1.

Se poate considera că fluxul de substanţă antrenat de forţele centrifugale va fi direct proporţional cu forţa aplicată şi invers proporţional cu forţa de frecare F.

Pentru o concentraţie molară x_2 în volumul elementar supus forţei centrifuge, fluxul de substanţă este

$$\mathrm{d}\,Q_2 = \frac{x_2\,\omega^2\,r\,M_2\,(1 - V_2\,\rho)}{F}\,\mathrm{d}t, \tag{9}$$

iar cantitatea de substanţă care se deplasează în direcţie opusă, conform legii Fick, va fi

$$\mathrm{d}\,Q_1 = D\,\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}r}\,\mathrm{d}t = \frac{RT}{F}\,\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}r}\cdot\mathrm{d}t, \tag{10}$$

în care pentru coeficientul de difuzie D s-a utilizat ecuaţia lui Sutherland—Einstein : $D = \frac{RT}{F} = \frac{RT}{N\,6\,\pi\,\eta r}$,

La echilibru, expresiile (9) şi (10) sînt egale, şi prin separarea variabilelor se obţine ecuaţia

$$\frac{\mathrm{d}x_2}{x_2} = \frac{M_2(1 - V_2\,\rho)\,\omega^2\,r\,\mathrm{d}r}{RT}. \tag{11}$$

În cazul mişcării cvasisolidului de rotaţie, unde $\omega = \text{const}$, integrarea ecuaţiei (11) conduce la relaţia

$$\frac{x_2^\beta}{x_2^\alpha} = exp\left[M_2\left(1 - \frac{\rho}{\rho_2}\right)\cdot\frac{\omega^2(r_\beta^2 - r_\alpha^2)}{2\,RT}\right], \tag{12}$$

unde r_α şi r_β reprezintă două raze diferite, la care se stabilesc respectiv concentraţiile x^α şi x^β.

Din ecuaţia (12) rezultă că, atunci cînd specia 2 are o densitate mai mică decît densitatea mediului 1, concentraţia x_2 la raza r_β va fi mai mică decît concentraţia la raza r_α ($r_\beta > r_\alpha$), deci are loc o tendinţă de concentrare a speciei cu densitate mai mică spre axul cîmpului rotitor.

În cazul mişcării staţionare de tip vîrtej liber, unde $\omega^2\,r = \text{const}$, se obţine relaţia.

$$\frac{x_2^\beta}{x_2^\alpha} = exp\left[\frac{-M_2(1 - \rho/\rho_2)}{2\,RT}\cdot\left(\frac{\Gamma}{2\pi}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{r_\beta^2} - \frac{1}{r_\alpha^2}\right)\right], \tag{13}$$

unde Γ reprezintă mărimea circulaţiei în vîrtejul liber.

Într-un mod similar se poate considera că într-un cîmp neuniform de temperaturi, cînd temperatura în axul mişcării turbionare este mai ridicată decît în masa ambiantă, există tendinţa de separare la echilibru a masei calde centrale faţă de mediul ambiant rotitor.

Într-adevăr, considerînd o coloană de gaze calde amplasată în axul mişcării şi înconjurată de mediul ambiant rece în rotaţie, este evident că forţele centrifuge care se vor aplica asupra unui volum elementar aflat la o distanţă r de axul de rotaţie vor depinde de densitatea locală a mediului.

Definind o temperatură medie în sistem ca fiind temperatura la care ar ajunge sistemul la echilibru în absenţa forţelor centrifugale, se poate considera că fluxul de căldură dat de acţiunea forţelor centrifuge va fi

$$\mathrm{d}\,Q = \frac{c_p\,\rho\,T\,\omega^2\,r\,(1 - \rho_0/\rho)\,\mathrm{d}t}{F}, \tag{14}$$

unde ρ şi ρ_0 sînt densităţile mediului la o temperatură locală T şi respectiv, la temperatura medie în sistem T_0.

Fluxul de căldură prin conducţie, dat de relaţia Fourier, va fi

$$dQ = \lambda \frac{dT}{dr} \cdot dt. \tag{15}$$

La echilibru, cele două fluxuri se egalează, rezultînd ecuaţia

$$\rho \frac{\omega^2 r \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)}{F} = \rho \frac{\lambda}{c_p \rho} \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{dT}{dr}. \tag{16}$$

Luînd în ecuaţia (16) criteriul Lewis egal cu unitatea şi utilizînd relaţia Sutherland — Einstein, se obţine în final

$$\frac{\omega^2 r}{R}(1 - y) = T_0 \frac{dy}{dr}, \tag{17}$$

unde s-a notat $y = \dfrac{T}{T_0}$.

Se observă că ecuaţia (17) s-a obţinut în ipoteza neglijării energiei disipate prin frecări în curgerea rotitoare în ipoteza curgerii laminare şi considerînd că gazele respective se comportă conform legii gazelor perfecte: $\rho_0/\rho = \dfrac{T}{T_0} = y$.

La integrarea ecuaţiei (17) între limitele $r = r_1$ şi $r = r_2$, la care temperaturile vor fi T_1 şi respectiv T_2, în cazul curgerii în cvasisolid de rotaţie (ω = const) rezultă

$$\frac{y_1 - 1}{y_2 - 1} = exp\left[\frac{\omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2 R T_0}\right], \tag{18}$$

iar în cazul turbionului liber (Γ = const)

$$\frac{y_1 - 1}{y_2 - 1} = exp\left[\left(\frac{\Gamma}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2RT_0}\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)\right]. \tag{19}$$

Din relaţiile (18) şi (19) rezultă că la echilibru temperatura în cîmpul centrifugal nu este uniformă, existînd o tendinţă de concentrare a temperaturilor înalte în axul turbionului. În cazul regimului laminar de curgere,

la creşterea vitezei unghiulare sau a circulaţiei mişcării rotitoare va rezulta o mărire a separării temperaturilor în volumul considerat. Se remarcă însă că, în realitate, la creşteri mari ale circulaţiei mişcării rotitoare turbulenţa în curgere poate creşte, ceea ce intensifică schimbul de căldură şi deci relaţiile (18) şi (19) îşi pierd valabilitatea.

Fenomenul de separare descris mai sus este complet diferit de procesul Rancq de separare, care are loc datorită frecărilor în curgere şi deci depinde de cifra Pr.

În timp ce la tubul Rancq are loc o separare în zone calde şi reci de la temperatura iniţială T_0, în cazul analizat mai sus separarea nu are loc dacă există o temperatură uniformă în volumul care circumscrie procesul.

Acest fenomen de separare pe lîngă procesul de laminarizare al curgerii impus de condiţiile de stabilitate ale curgerii rotitoare explică într-o anumită măsură rezultatele experimentale obţinute în cazul jeturilor expandînd în axul unui turbion tip Rankine.

3. DESCRIEREA INSTALAŢIEI DE EXPERIMENTARE

Instalaţia experimentală constă dintr-o cameră cilindrică cu diametrul Ø 500 mm şi înălţimea $H = 1\,500$ mm, avînd la partea superioară un coş cilindric metalic de diametru Ø = 100 mm şi lungimea $L = 1000$ mm (fig. 1).

Pentru observare s-au practicat două ferestre laterale de dimensiuni 120 × 120 mm, amplasate la distanţe diferite de gura de ieşire a ajutajului jetului central, respectiv $Z_1 = 450$ mm şi $Z_2 = 860$ mm. Ferestrele au fost confecţionate din cuarţ.

Intrarea aerului în cameră se face tangenţial, prin fante cu deschiderea de 3 mm, pe o înălţime de 1 000 mm pe generatoarea camerei. Fantele sînt amplasate la distanţă egală pe circumferinţa camerei cilindrice, luîndu-se un număr de şase fante pentru a asigura o intrare cît mai uniformă a aerului în instalaţie. Astfel aerului i se imprimă o mişcare de rotire care se menţine foarte uniformă pe întreaga înălţime a instalaţiei.

Jetul studiat se amplasează în axul camerei turbionare cilindrice, dimensiunea ajutajului jetului putînd fi schimbată (s-au luat ajutaje cu dimensiuni de 3, 4, 6 şi 8 mm). Capătul ajutajului este montat la 320 mm de placa fixă de bază a instalaţiei pentru a evita influenţa curgerilor secundare.

Pentru a studia schimbul de masă sau de căldură în jetul care evoluează în cîmpul rotitor, s-a prevăzut posibilitatea să se introducă în ajutajul central aer cald, preîncălzit într-un preîncălzitor electric pînă la temperatura de 200°C. Pentru studiul flăcărilor în jeturi evoluînd în cîmp turbionar s-a mai prevăzut posibilitatea de alimentare cu gaze naturale prin ajutajul central. În lungul camerei cilindrice turbionare sînt practicate orificii montate la distanţe de 100 şi 200 mm pentru introducerea sondelor de măsură.

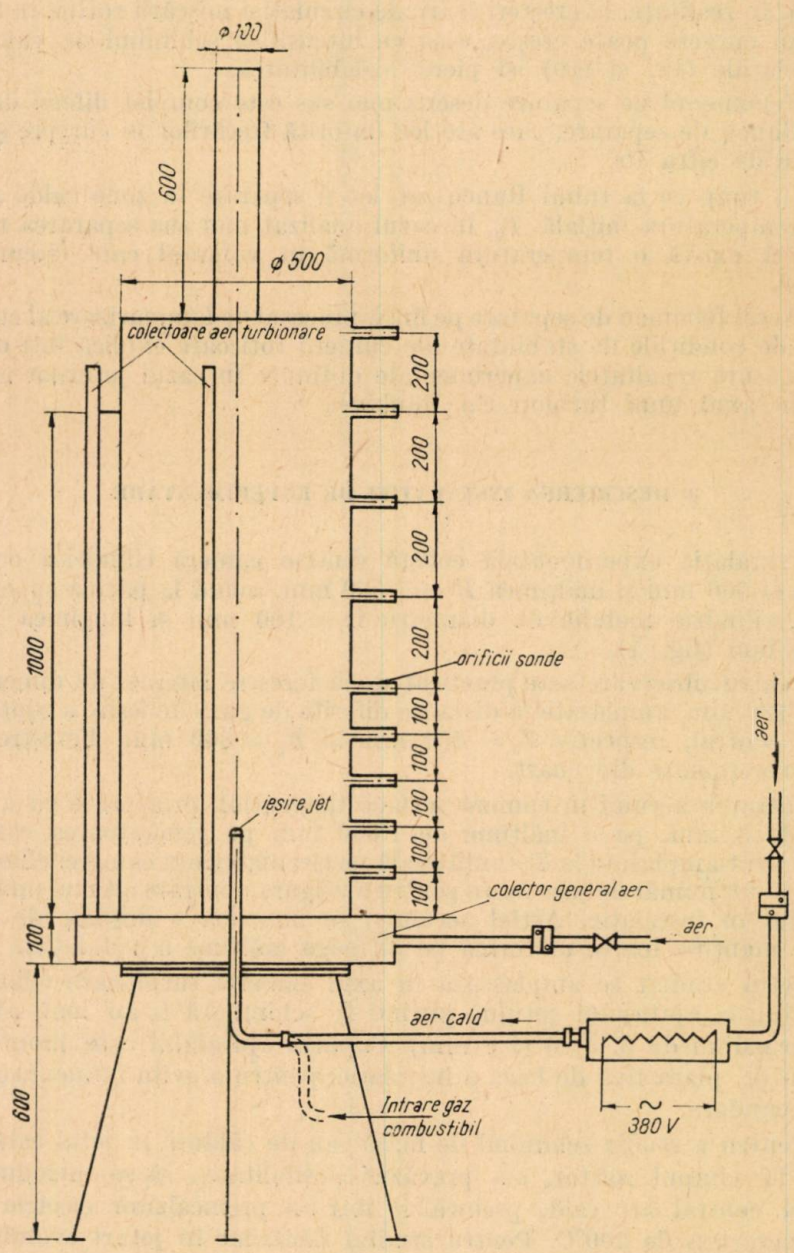


Fig. 1. — Instalație experimentală pentru studiul jetului în mediu turbionar.

4. REZULTATE EXPERIMENTALE

Măsurătorile au urmărit în primul rînd să pună în evidenţă caracterul mişcării turbionare. Pentru aceasta s-au efectuat măsurători privind

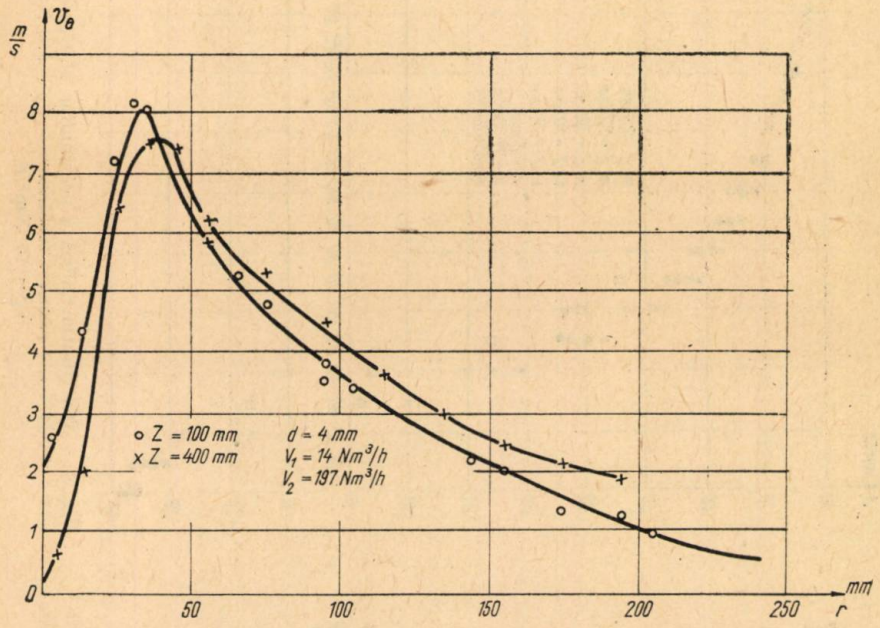


Fig. 2. — Distribuţia vitezelor tangenţiale în camera turbionară.

cîmpul de viteze şi presiuni statice atît radial, cît şi pe întreaga secţiune a camerei.

Cîmpul de viteze s-a determinat cu ajutorul termoanemometrului DISA cu temperatura constantă a firului, după ce în prealabil s-a observat că la debitele de aer introduse tangenţial în instalaţie vitezele axiale şi radiale erau neglijabile în raport cu cele tangenţiale. În figura 2 se indică, spre exemplu, distribuţia radială a vitezelor tangenţiale la înălţimile $Z_1 = 100$ şi $Z_2 = 400$ mm de la gura ajutajului, cînd debitele de aer turbionat şi de aer în ajutajul central au fost, respectiv, $V_2 = 197$ Nm³/h şi $V_1 = 14 \frac{\text{Nm}^3}{\text{h}}$, iar diametrul ajutajului central $d = 4$ mm.

Se remarcă distribuţia caracteristică unui turbion liber de forma $v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}$, iar la raza $r < 40$ mm cîmpul de viteze corespunde mişcării unui cvasisolid de rotaţie ($\omega = \text{const}$). Distribuţia vitezelor este suficient de uniformă în lungul camerei turbionare.

Măsurătorile cîmpului de presiuni statice au arătat de asemenea o uniformitate mare în toate secţiunile camerei turbionare. În figura 3 se indică valorile măsurate ale presiunilor statice în funcţie de rază, la diverse înălţimi Z ale camerei turbionare şi la un debit de aer introdus

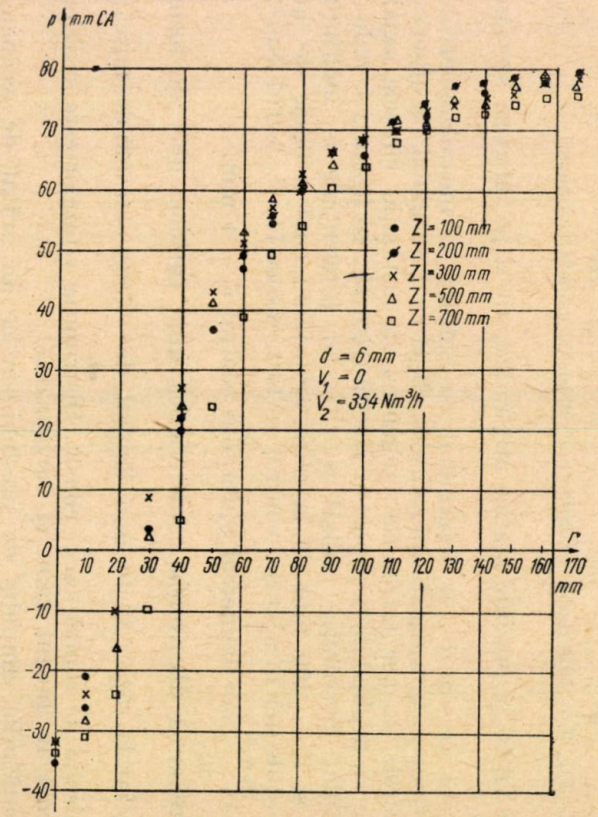


Fig. 3. — Distribuția radială a presiunilor statice în diverse secțiuni ale camerei turbionare: $V_2 = 354$ Nm³/h, $V_1 = 0$.

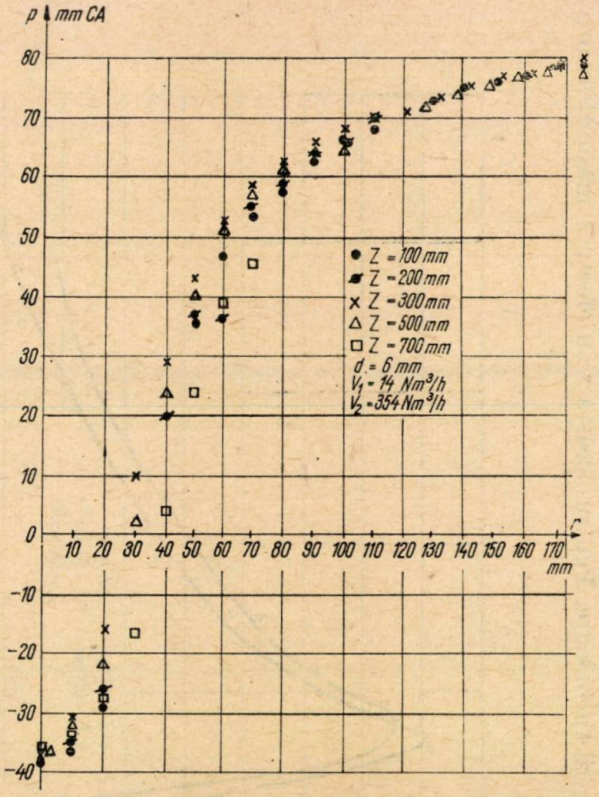


Fig. 4. — Distribuția radială a presiunilor statice în diverse secțiuni ale camerei turbionare: $V_2 = 354$ Nm³/h, $V_1 = 14$ Nm³/h.

în fantele tangenţiale $V_2 = 354$ Nm³/h, debitul prin ajutajul central fiind nul ($V_1 = 0$). Se remarcă o foarte apropiată distribuţie a presiunilor pe înălţimea camerei turbionare, cu crearea unei depresiuni de circa 35 mm col. H_2O pe axul camerei.

Comparînd figurile 3 şi 4, unde în cazul figurii 4 prin ajutajul central se introduce un debit axial $V_1 = 14$ Nm³/h, se observă că prezenţa jetului

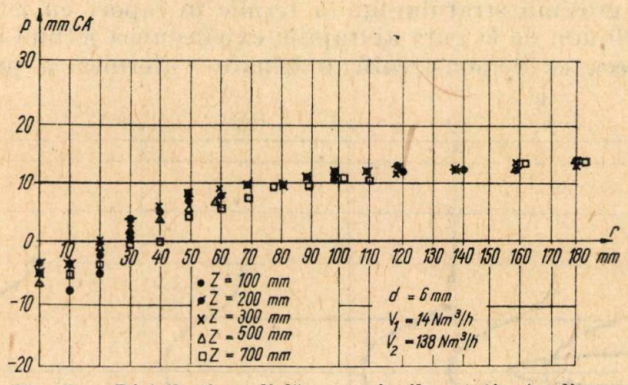


Fig. 5. — Distribuţia radială a presiunilor statice în diverse secţiuni ale camerei turbionare: $V_2 = 138$ Nm³/h, $V_1 = 14$ Nm³/h.

central nu modifică sensibil distribuţia presiunilor, ceea ce se poate explica prin faptul că debitul de aer turbionat V_2 este mult mai mare decît debitul axial central V_1.

Micşorarea debitului de aer introdus tangenţial (V_2) are ca rezultat o scădere a depresiunii din axul camerei turbionare, gradientul radial de presiuni micşorîndu-se corespunzător (fig. 5).

Pentru caracterizarea procesului de schimb de masă şi de căldură s-a introdus un jet de aer cald central la temperaturi variind între 100 şi 206°C prin ajutaje de diametre $d = 4$, 6 şi 8 mm.

Utilizînd similitudinea dintre procesele de schimb de căldură şi schimb de masă, s-au calculat concentraţiile cu ajutorul formulei

$$X = X_0 \frac{t - t_2}{t_1 - t_2}, \tag{20}$$

unde:

t este temperatura măsurată într-un punct oarecare amplasat pe raza r şi înălţimea Z;

t_1 şi t_2 sînt temperaturile iniţiale ale jetului cald (central) şi a aerului ambiant turbionat;

X_0 este concentraţia iniţială, care în cazul respectiv se ia egală cu unitatea.

În figura 6 se indică, spre exemplu, distribuţia concentraţiilor într-un jet care expandează într-un ajutaj cu diametrul $d = 6$ mm, debitul de aer cald $V_1 = 7{,}15$ Nm³/h, debitul de aer rece turbionat $V_2 = 218$ Nm³/h, $t_1 = 111$°C şi $t_2 = 25$°C. În figura 6 se indică locul geometric al punctelor unde concentraţia devine egală cu jumătate faţă de concentraţia în ax, indicată cu notaţia $r_{0,5}$.

Pentru comparaţie, în figura 6 se indică de asemenea dreapta $r_{0,5}$ calculată pentru un jet liber expandînd în atmosferă stagnantă pentru care s-a luat o distribuţie a concentraţiilor în secţiunea de forma curbei erorilor $\frac{X}{X_m} = exp\,(-0{,}25\, r^2/a^2z^2)$.

În toate variantele experimentale (tabela 1) se constată o micşorare importantă a grosimii stratului-limită termic în raport cu jetul liber, iar intre 100 şi 500 mm de la gura ajutajului expansiunea jetului este aproape înexistentă, ceea ce demonstrează o frînare puternică a proceselor de

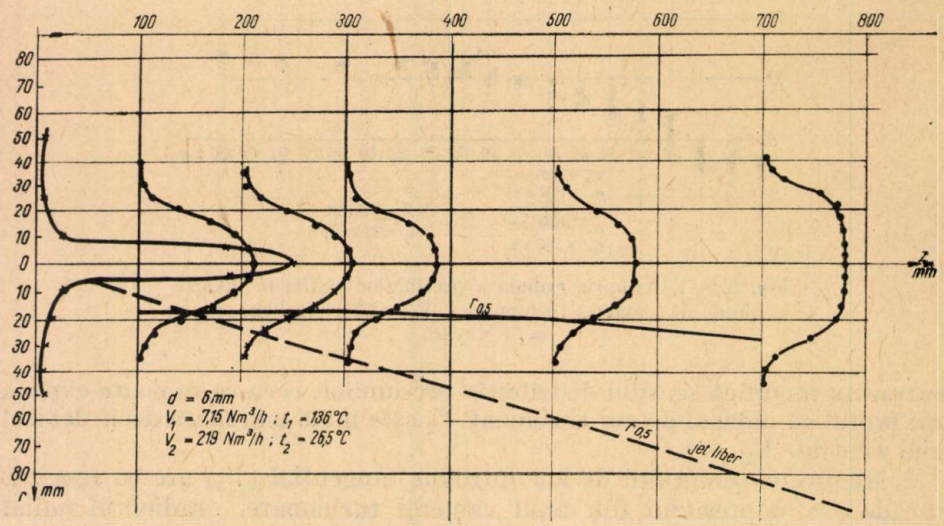


Fig. 6. — Distribuţia concentraţiilor în jetul axial evoluînd în mediu turbionat.

Tabela 1

Nr. variantelor	d mm	Debit V_1 Nm³/h	Debit V_2 Nm³/h	Viteză W_1 nm/s	Viteză W_2 nm/s	Circulaţie Γ m²/s
A 1	4	14,05	142	310,8	2,18	3,42
A 2		13,1	354	289,7	5,45	8,55
B 1	6	7,15	219	70,28	3,37	5,29
B 2		14,05	351	138,11	5,42	8,5
B 3		14,05	219	138,11	3,37	5,29
B 4		14	142	138	2,186	3,42
C 1	8	7,38	218	40,8	3,36	5,28
C 2		10	220	55,3	3,42	5,37

schimb de masă şi de căldură în jetul care evoluează într-un mediu turbionar tip Rankine.

O altă observaţie se referă la faptul, care poate fi remarcat şi în figura 6, că în apropierea ajutajului valoarea $r_{0,5}$ depăşeşte valoarea

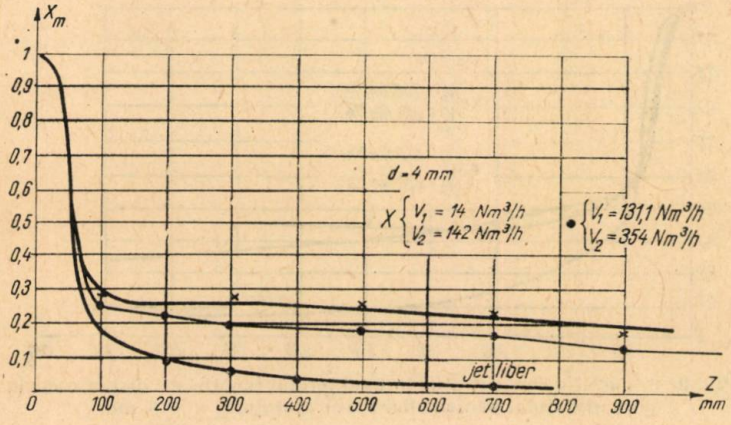


Fig. 7. — Variaţia concentraţiei în axul jetului funcţie de distanţa de la gura ajutajului pentru diametrul ajutajului $d = 4$ mm.

corespunzătoare la jetul liber, ceea ce arată că în această zonă schimbul de masă şi de căldură este intensificat. Totuşi această zonă este mică şi nu influenţează cu mult întreaga comportare a jetului în mediu turbionat, jet care apare sub forma unei coloane perfect conturate faţă de mediul ambiant rotitor. Se remarcă că izolarea mai intensă a jetului apare la valori mici ale circulaţiei aerului ambiant, deci la turbulenţă redusă în mediul respectiv.

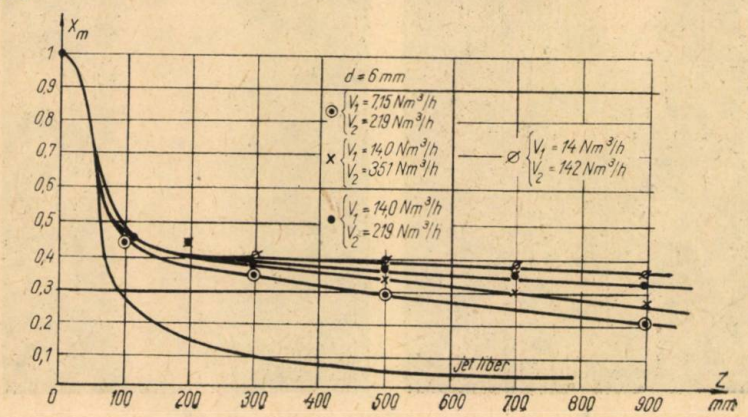


Fig. 8. — Variaţia concentraţiei în axul jetului funcţie de distanţa de la gura ajutajului pentru diametrul ajutajului $d = 6$ mm.

În figurile 7, 8 şi 9 se indică variaţia concentraţiilor din ax în lungul jetului la diverse diametre ale ajutajelor şi la diferite debite V_1 şi V_2, conform tabelei 1, iar pentru comparaţie se dau de asemenea variaţia respectivă în cazul jetului liber.

Se remarcă și aici tendința de menținere aproape constantă a concentrației în axul jetului în tot cursul evoluției acestuia după o amestecare mai intensă în zona inițială.

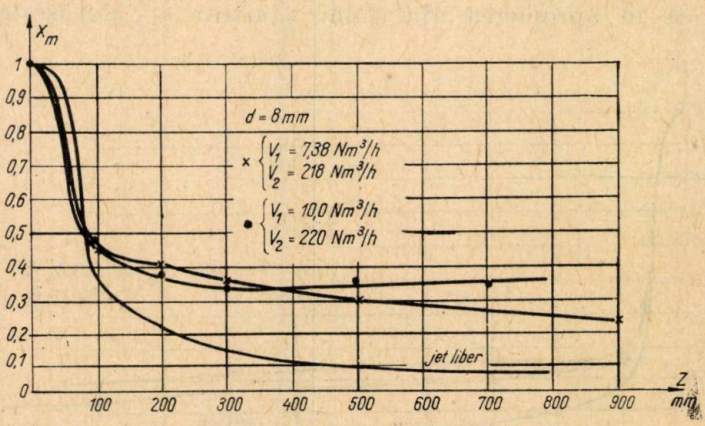
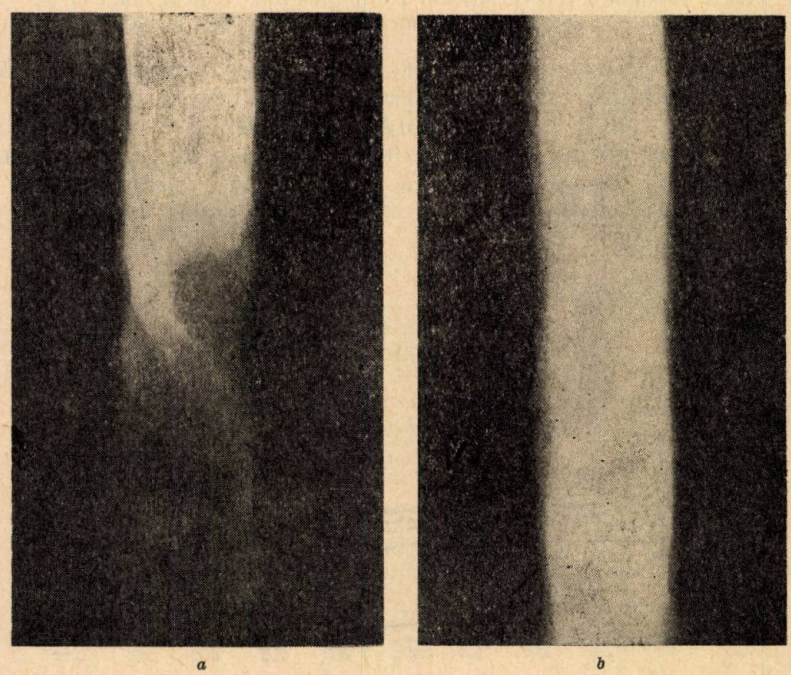


Fig. 9. — Variația concentrației în axul jetului funcție de distanța de la gura ajutajului pentru diametrul ajutajului $d = 8$ mm.



a b

Fig. 10. — Flacăra de gaze naturale evoluînd în mediu turbionat, fotografiată la înălțimile $z_1 = 450$ și $z_2 = 860$ mm, debit de aer introdus tangențial $V_2 = 136$ Nm³/h, debit de gaze combustibile $V_1 = 1{,}61$ Nm³/h și diametrul ajutajului de gaze $d = 4$ mm.

Micșorarea debitului de fluid în jetul central și creșterea debitului de aer turbionat au drept rezultat o scădere mai rapidă a concentrației

în ax, ceea ce corespunde unui amestec mai intens între jet și mediul ambiant rotitor. Acest fapt pune în evidență importanța turbulenței create în cîmpul turbionar la valori mari ale circulației.

Astfel, în figura 8, în varianta B_4 concentrația în ax X_m este mai ridicată decît în varianta B_2, cea mai rapidă cădere a concentrației apărînd la viteze inițiale ale jetului mai mici (varianta B_1). Aceeași alură a căderii concentrațiilor din ax în lungul jetului se remarcă și în cazul rezultatelor experimentale indicate în figurile 7 și 9, fenomenul de separare al jetului central fiind evident la toate regimurile studiate.

Ca o ilustrare a fenomenului de separare a jetului central față de mediul ambiant rotitor, în figura 10 se prezintă aspectul unei flăcări de gaz metan care expandează printr-un ajutaj de diametru $d = 4$mm amplasat în axul turbionului.

Se remarcă și aici că flacăra are aspectul unei coloane cu diametru aproape constant, în care se pot observa liniile de curent de formă spirală.

Suprafața înfășurătorii flăcării are un aspect neted, corespunzînd unui nivel foarte redus al turbulenței. O turbulență mai intensă se observă, în general, în apropierea ajutajului de combustibil. Datorită înrăutățirii schimbului de masă și de căldură, flăcările respective devin foarte lungi.

5. CONCLUZII

Investigarea teoretică și experimentală a comportării unui jet de gaz amplasat în axul unui cîmp rotitor tip Rankine a scos în evidență tendința de separare a jetului față de mediul ambiant, schimbul de căldură și de masă fiind mult diminuat.

Înrăutățirea condițiilor de schimb de masă și de căldură se poate explica, pe de o parte, prin creșterea stabilității curgerii în cîmpuri turbionare (deci prin laminarizarea curgerii în jet) și, pe de altă parte, prin influența cîmpului de forță centrifugal existent în curgerea turbionară, care poate conduce la o separare a mediilor cu densități diferite.

Studiul proceselor de schimb de masă și de căldură în jeturi evoluînd în medii turbionate își poate găsi o utilizare importantă la realizarea focarelor-ciclon funcționînd cu combustibili gazoși și lichizi, la crearea unor instalații de ardere cu flăcări foarte lungi și distribuție uniformă a temperaturii sau la alte instalații unde intervin jeturi care expandează în axul unui mediu rotitor.

BIBLIOGRAFIE

1. N. A. Chigier, J. M. Beer, D. Grecov, *Jet Flames in rotating Flow Fields*, Univ. of Sheffield Rep. No. FTCE/33 NAC, January, 1969.
2. H. W. Emmons, Shuh-Jing-Ying, *The Fire Whirl*, Eleventh Symposium (International) on Combustion The Combustion Institute, 1967.
3. N. Pănoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Interdependența parametrilor geometrici și funcționali la modelarea izotermică monofazică a focarelor ciclon orizontale*, St. cerc. energ., **14**, 3 (1964).
4. L. V. Landau, E. M. Lifschitz, *Lehrbuch der Theoretischen Physik*, vol. 6, Hydrodynamik Academie-Verlag, Berlin, 1966.
5. M. H. Jacobs, *Diffusion Processes* Springer-Verlag-Heidelberg, New York 1967.

INFLUENŢA MEDIULUI BOGAT ÎN OXIGEN ASUPRA ARDERII PICĂTURILOR DE PĂCURĂ

DE

V. V. GHIA şi N. LEMNEANU

662.68

Se determină caracteristicile arderii în mediu corburant îmbogăţit de oxigen pentru picăturile mici din diferite sorturi de păcură. Se stabilesc relaţiile analitice pentru calculul timpului total de ardere şi timpului de ardere a materiilor volatile, în funcţie de diametrul iniţial al picăturii, concentraţia în oxigen a mediului comburant şi temperatura ambiantă picăturii.

1. GENERALITĂŢI

Experimentările efectuate au arătat că prin îmbogăţirea cu oxigen a mediului comburant rezultă [1]:

— creşterea temperaturii flăcării care poate determina mărirea căldurii utile transmise în special prin radiaţie;

— intensificarea procesului de ardere şi scurtarea lungimii flăcării ca urmare a creşterii vitezei de ardere;

— micşorarea pierderilor prin căldura conţinută în gazele de ardere evacuate la coş, datorită micşorării volumului gazelor de ardere evacuate din focar.

Pentru numeroase cazuri practice aceste efecte pot fi deosebit de favorabile. Deşi costul oxigenului este încă relativ ridicat, arderea în mediu comburant bogat în oxigen se aplică cu rezultate promiţătoare la unele tipuri de cuptoare [2], [3] şi se întrevăd importante posibilităţi de lărgire a aplicabilităţii [4]. În vederea stabilirii soluţiilor optime de realizare a instalaţiilor de ardere funcţionînd în aceste condiţii noi, se impune cunoaşterea naturii intime a procesului de ardere pentru picăturile de păcură care se introduc prin pulverizare.

Pentru descrierea fenomenului şi determinarea teoretică a timpului de ardere a picăturilor mici de combustibili lichizi uşori sau organici puri, s-au folosit mai multe modele fizice, dintre care modelul folosit de B. D. Spalding permite să se aprecieze sensul în care influenţează conţinutul de oxigen din comburant [5] [6]. În cazul arderii combustibililor lichizi

grei apar deosebiri importante, deoarece mai întîi ard materiile volatile şi apoi în continuare arde reziduul carbonos, denumit cenosferă.

De aceea ne propunem să stabilim influenţa comburantului bogat în oxigen asupra procesului de ardere a picăturilor de păcură, despre care literatura de specialitate nu ne furnizează date.

Cercetările s-au efectuat cu păcuri de calitate inferioară caracteristice consumurilor actuale şi de viitor ale ţării noastre. Picăturile de dimensiuni mici au fost arse la diferite temperaturi ale mediului ambiant, viteza relativă dintre acestea şi comburant fiind practic nulă.

2. REZULTATE EXPERIMENTALE PRELIMINARE

Pentru realizarea obiectivelor propuse s-a folosit o instalaţie experimentală adecvată, constînd din următoarele părţi principale:

— cuptor electric care permitea încălzirea mediului gazos din interiorul acestuia pînă la temperatura maximă de circa 1 200°C;

— reostat pentru reglarea temperaturii de încălzire a cuptorului;

— aparat de cinematografiere, care filma evoluţia în timp a picăturii printr-o fantă practicată corespunzător în peretele lateral al cuptorului;

— filamente de silică cu diametrul 0,1—0,15 mm pentru susţinerea picăturilor de păcură;

— lupă pentru mărirea imaginii picăturii;

— sursă de lumină punctiformă care permitea iluminarea picăturii în timpul filmării;

— dispozitiv pentru introducerea în cuptor a filamentului de silică la extremitatea căruia se suspenda picătura;

— instalaţie de alimentare şi de preparare a mediului comburant;

— celulă fotoelectrică cuplată cu oscilograf pentru înregistrarea intensităţii luminoase a picăturii arzînd;

— cadru de susţinere pentru aparate.

Detalii suplimentare asupra instalaţiei rezultă dintr-o publicaţie anterioară [7].

Pentru cele patru sorturi de păcură prezentate în tabela 1, s-a cercetat evoluţia procesului de ardere la picături cu diametrul mediu iniţial $D_0 \approx 0{,}3 - 1{,}5$ mm, în amestecuri de oxigen-azot cu proporţiile precizate de tabela 2.

Temperatura mediului ambiant picăturii a variat între 700 şi 1 100°C.

În figura 1 se prezintă procesul de ardere în aer pentru porţiuni din fazele caracteristice ale unei picături de păcură parafinoasă P, avînd dimensiuni relativ mari. Din fotografii remarcăm fazele distincte ale timpilor de întîrziere la aprindere τ_i, arderea volatilelor τ_v, întîrzierea la aprinderea cenosferei τ_{ic} şi arderea efectivă a cenosferei τ_{ec}.

În consecinţă timpul de existenţă al picăturii de păcură este egal cu suma

$$\tau_e = \tau_i + \tau_v + \tau_{ic} + \tau_{ec}. \qquad (1)$$

Tabela 1

Combustibilul Caracteristica	Păcură *P* (parafinoasă Teleajen)	Păcură *I* (iraniană)	Păcură P_o (parafinoasă Ploiești)	Păcură *C* (cracată)
Densitate (g/cm³)	0,9380	0,9506	0,9244	0,9816
Viscozitate la 50°C (°E)	12,35	23,8	10,42	—
75°C (°E)	4,15	7,7	3,82	—
100°C (°E)	2,78	3,8	2,90	13,27
110°C (°E)	—	2,4	—	8,26
Punct de inflamare (°C)	161° M	220° M	159° M	193° M
Cocs conradson (%)	5,15	8,55	5,39	12,61
Sulf (%)	0,19	2,29	0,19	0,22
Putere calorică (kcal/kgf) superioară	10.473	10.161	10.530	10.288
Indice de refracție la 20°C	1,5148	—	1,5148	1,5585
Greutate moleculară	367	388	364	399
Cenușă (%)	0,15	0,042	0,11	0,25
C_A, procentul de carboni aromatici (%)	20,05	31,39	21,45	43,12
C_N, procentul de carboni naftenici (%)	30,32	28,31	29,98	13,02
C_R, procentul de carboni ciclici (%)	50,40	59,70	51,43	56,15
C_P, procentul de carboni parafinici (%)	49,60	40,30	48,57	43,85
R_A, numărul de cicluri aromatice	1,03	1,83	0,97	2,17
R_T, numărul total de cicluri	2,98	3,53	2,88	3,55
R_N, numărul de cicluri naftenice	1,95	1,70	1,91	1,38
Analiza elementară				
C (%)	86,04	84,50	86,75	83,01
H (%)	12,3	11,4	12,22	10,81

Tabela 2

Combustibilul	Păcură P	Păcură I	Păcură P_0	Păcură C
Conținutul procentual de oxigen al mediului comburant	21	21	21	21
	39,9	39,9	47,4	47,4
	62,2	62,2	67,4	67,4
O_2 (% în volume)	97,2	97,2	97	97

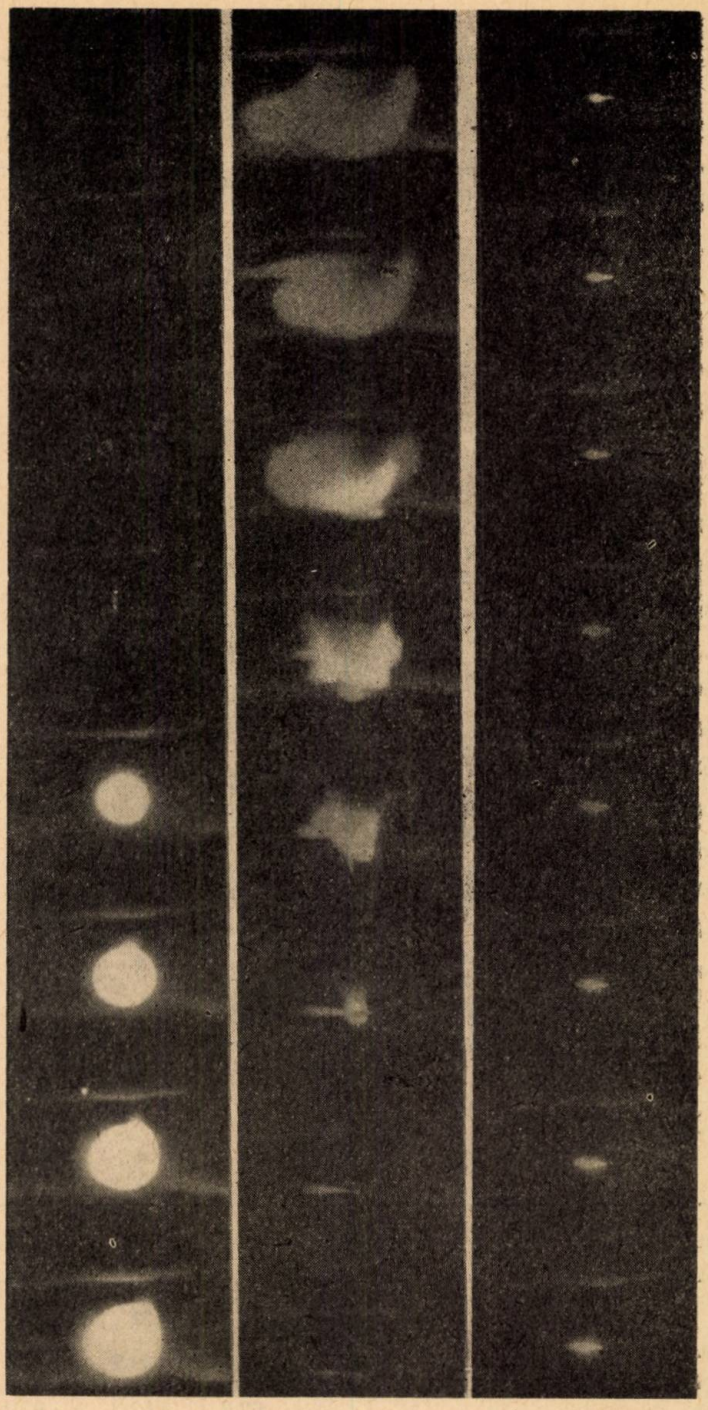


Fig. 1. — Evoluția arderii în aer a picăturii de păcură P [având $D_0 = 1242\ \mu$, cînd $t_m = 900\ ^\circ C$.

Creşterea conţinutului de oxigen din mediul comburant exercită o influenţă sensibilă asupra fiecăruia dintre termenii care compun timpul τ_e. Figura 2 prezintă porţiuni din fazele caracteristice ale arderii a două picături de păcură P, la care comburantul este îmbogăţit cu oxigen în proporţii diferite.

Din comparaţia figurilor 1 şi 2 se poate aprecia că prin creşterea surplusului de oxigen din mediul comburant:

— se produce o umflare considerabilă a picăturii şi a cenosferei, ceea ce oferă condiţii favorabile de ardere a carbonului din aceasta;

— flacăra se apropie tot mai mult de suprafaţa picăturii;

— se reduc sensibil timpii τ_i şi τ_{ic};

— apare posibilitatea suprapunerii evidente a unei anumite durate din timpii de ardere a materiilor volatile τ_v şi cenosferei τ_{ec} în diferite zone ale suprafeţei picăturii.

Apreciem că reducerea timpului τ_i apare în special ca o consecinţă a micşorării întîrzierii la aprindere chimică şi umflării importante a picăturii, datorită căreia suprafaţa acesteia primeşte cantităţi mărite de căldură de la mediul ambiant.

Timpul τ_{ic} se reduce datorită faptului că reacţiile de ardere se amorsează mai repede, ca o consecinţă a gradientului ridicat de oxigen din mediul ambiant picăturii şi datorită umflării accentuate care oferă o suprafaţă de reacţie mai mare. Valoarea ridicată a gradientului de oxigen care apropie mult frontul de flacără de suprafaţa picăturii şi neomogenitatea structurii picăturii pot determina o anumită suprapunere a timpilor τ_v şi $\tau_c = \tau_{ic} + \tau_{ec}$.

O măsură a creşterii relative a dimensiunilor picăturii în procesul de ardere o dă mărimea

$$X = \frac{D_m - D_0}{D_0}, \qquad (2)$$

unde D_m este valoarea medie a dimensiunilor corespunzătoare volumului maxim al cenosferei. Studiindu-se pentru păcurile menţionate variaţia mărimii X în funcţie de temperatura ambiantă picăturii t_m şi conţinutul de oxigen al mediului comburant O_2, rezultă că:

— pentru $t_m = \text{const}$, X se măreşte o dată cu creşterea concentraţiei O_2 mai accentuat pentru $O_2 = 21 - 50\%$ şi apoi în continuare creşte aproximativ liniar însă mult mai lent, atingînd valorile maxime $X = 2{,}5 \ldots 3$;

— cea mai mare influenţă asupra creşterii mărimii X în intervalul $O_2 \approx 21 \ldots 50\%$ apare la păcura parafinoasă;

— pentru $O_2 = \text{const}$, X are o valoare cu atît mai mare cu cît temperatura este mai ridicată.

Întrucît umflarea picăturii joacă un rol important în desfăşurarea procesului de ardere, este de aşteptat că influenţa cea mai pregnantă a conţinutului de oxigen comburant să se manifeste în intervalul $O_2 = 21 \ldots 50\%$.

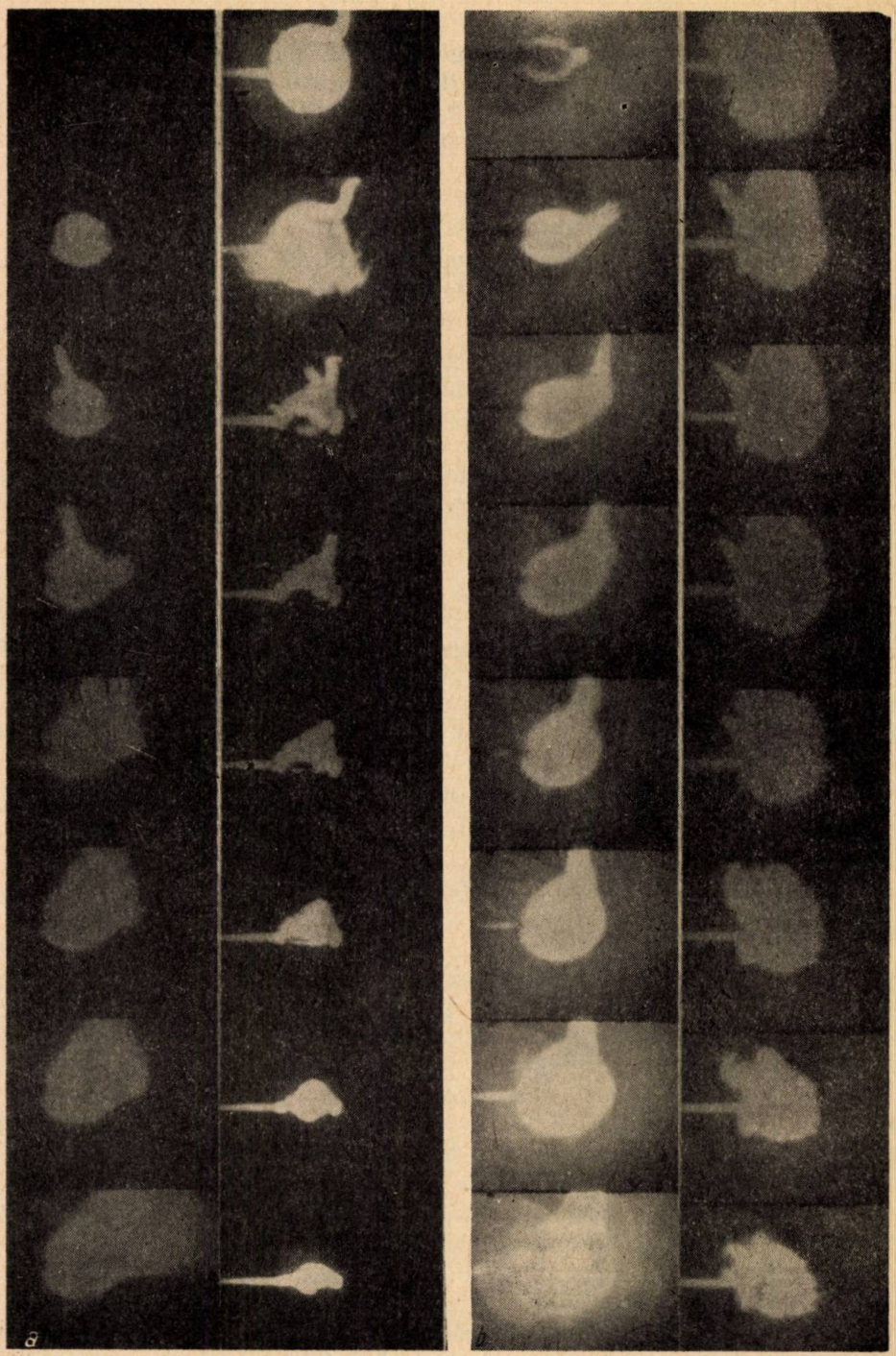


Fig. 2. — Evoluția arderii picăturii de păcură P în comburant bogat în oxigen :
a — $D_0 = 1\,182\ \mu$, $O_2 = 47{,}4\ \%$, $t_m = 900\ ^\circ C$;
b — $D_0 = 1\,350\ \mu$, $O_2 = 67{,}7\ \%$, $t_m = 900\ ^\circ C$.

3. TIMPUL DE ARDERE

Pentru arderea unei picături mici de combustibil petrolier ușor sau organic pur dat, se poate stabili teoretic [6] și verifica experimental cu aproximație acceptabilă o relație de forma

$$\frac{K_0}{D}, \frac{dm}{d\tau} = f(T_m, O_2, O_{2s}), \tag{3}$$

unde

$$T_m = 273 + t_m,$$

$\frac{dm}{d\tau}$ reprezintă viteza de ardere,
D — diametrul picăturii la timpul τ,
O_{2s} — concentrația în oxigen de la suprafața picăturii,
K_0 — constantă funcție de caracteristicile combustibilului și gazelor rezultate din arderea acestuia.

Se poate deduce că

$$\frac{dm}{d\tau} = -\frac{dm'}{\tau} = -\frac{\rho\pi}{2} D^2 \frac{dD}{d\tau}, \tag{4}$$

deoarece masa picăturii m' de densitate ρ, la momentul τ, este egală cu diferența dintre masa inițială a picăturii și masa m care se consumă prin ardere.

Înlocuind (4) în (3) și considerînd că arderea se desfășoară în regim difuzional ($O_{2s} \approx 0$), rezultă o ecuație diferențială liniară, care, integrată, dă timpul de ardere:

$$\tau_a = \frac{K}{f(T_m, O_2)} D_0^2, \tag{5}$$

unde K este o constantă pentru un combustibil dat, iar forma funcției $f(T_m, O_2)$ depinde de tipul combustibilului ars.

Experimentările au arătat că relațiile de forma (5) deduse teoretic, date fiind ipotezele simplificatoare pe care se bazează, nu pot fi folosite la calculul timpului τ_a pentru combustibilii lichizi grei, la care procesul de ardere este foarte complex.

Întrucît pentru cele două păcuri de tip parafinos P și P_0 rezultatele au fost practic aceleași, se evidențiază că structura păcurii este determinată în ceea ce privește caracteristicile de ardere și de aceea în cele ce urmează ne vom referi numai la păcura P.

În figurile 3 și 4 se prezintă în diagrama $\tau_v - D_0^2$, punctele experimentale obținute la arderea picăturilor de păcură P și I, pentru temperaturile $t_m = 700$, 900 și 1 100 °C și la valorile concentrației în oxigen din tabela 2.

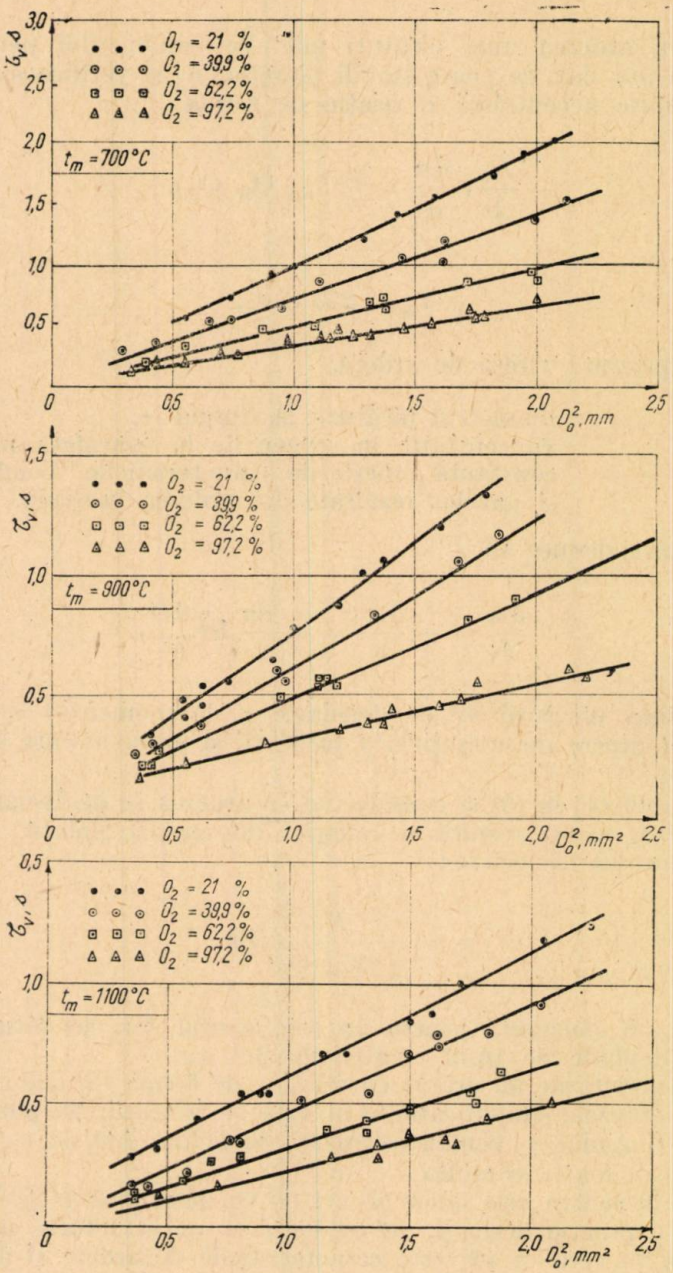


Fig. 3. — Timpul τ_v funcție de D_0^2, pentru păcura P la $t_m = 700°$, 900°, 1 100 °C și diferite valori O_2.

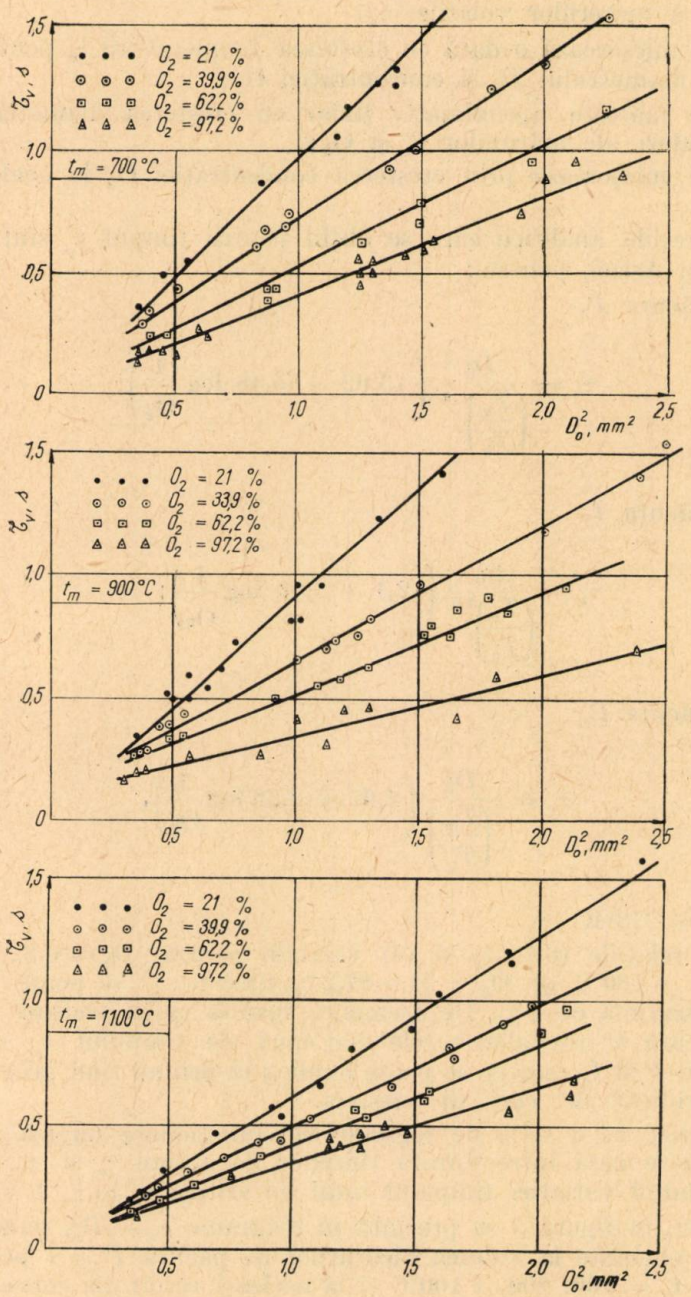


Fig. 4. — Timpul τ_v funcție de D_0^2, pentru păcura *I* la t_m = 700°, 900°, 1 100 °C și diferite valori C_2.

Pe baza rezultatelor experimentale prezentate rezultă că timpul de ardere a materiilor volatile τ_v:

— se micşorează o dată cu creşterea temperaturii t_m pentru aceeaşi valoare a diametrului D_0 şi concentraţiei O_2;

— se măreşte aproximativ liniar cu creşterea diametrului D_0^2 la aceleaşi valori ale mărimilor t_m şi O_2;

— se micşorează prin creşterea concentraţiei O_2 la aceleaşi valori D_0 şi t_m.

Expresiile analitice care se obţin pentru timpul τ_v sînt de forma relaţiei (5). Astfel, pentru:

— păcura P,

$$\tau_v = \frac{D_0^2}{\left(\frac{T_m}{T_0}\right)^{1,4}} \left(13{,}02 + 5{,}48 \log \frac{1}{O_2}\right); \tag{6}$$

— păcura I,

$$\tau_v = \frac{D_0^2}{\left(\frac{T_m}{T_0}\right)^{1,3}} \left(12{,}1 + 5{,}36 \log \frac{1}{O_2}\right); \tag{7}$$

— păcura C,

$$\tau_v = \frac{D_0^2}{\left(\frac{T_m}{T_0}\right)} \left(4{,}97 + 2{,}33 \log \frac{1}{O_2}\right), \tag{8}$$

unde $T_0 = 273^{\circ}K$.

Din relaţiile (6), (7) şi (8) valabile pentru $D_0 \approx 0{,}3 \ldots 1{,}5$ mm, $t_m = 700 \ldots 1\,100^{\circ}C$ şi $O_2 = 21 - 97{,}2\,\%$, timpul τ_v se poate obţine cu o eroare maximă de 4%. De asemenea rezultă că în aceleaşi condiţii de ardere păcura C are valorile cele mai mici ale timpului τ_v comparativ cu păcurile P şi I, ceea ce se poate explica în primul rînd prin conţinutul cel mai ridicat de cocs al acesteia.

Întrucît la o serie de regimuri de funcţionare nu s-a putut face o diferenţiere netă între durata timpilor de ardere τ_v şi τ_c, apare ca indicat studiul variaţiei timpului total de ardere $\tau_a = \tau_v + \tau_c$.

Astfel, în figura 5 se prezintă în diagrame $\tau_a - D_0^2$, punctele experimentale obţinute la arderea picăturilor de păcură P şi I pentru temperaturile $t_m = 700$, 900, 1 100°C şi la aceleaşi valori ale concentraţiei O_2 ca la determinarea timpului τ_v.

Rezultatele experimentale prezentate reflectă o influenţă similară a mărimilor O_2, D_0 şi t_m asupra timpului τ_a, ca şi asupra timpului τ_v. Micşorarea sensibilă a timpului τ_a o dată cu creşterea concentraţiei O_2

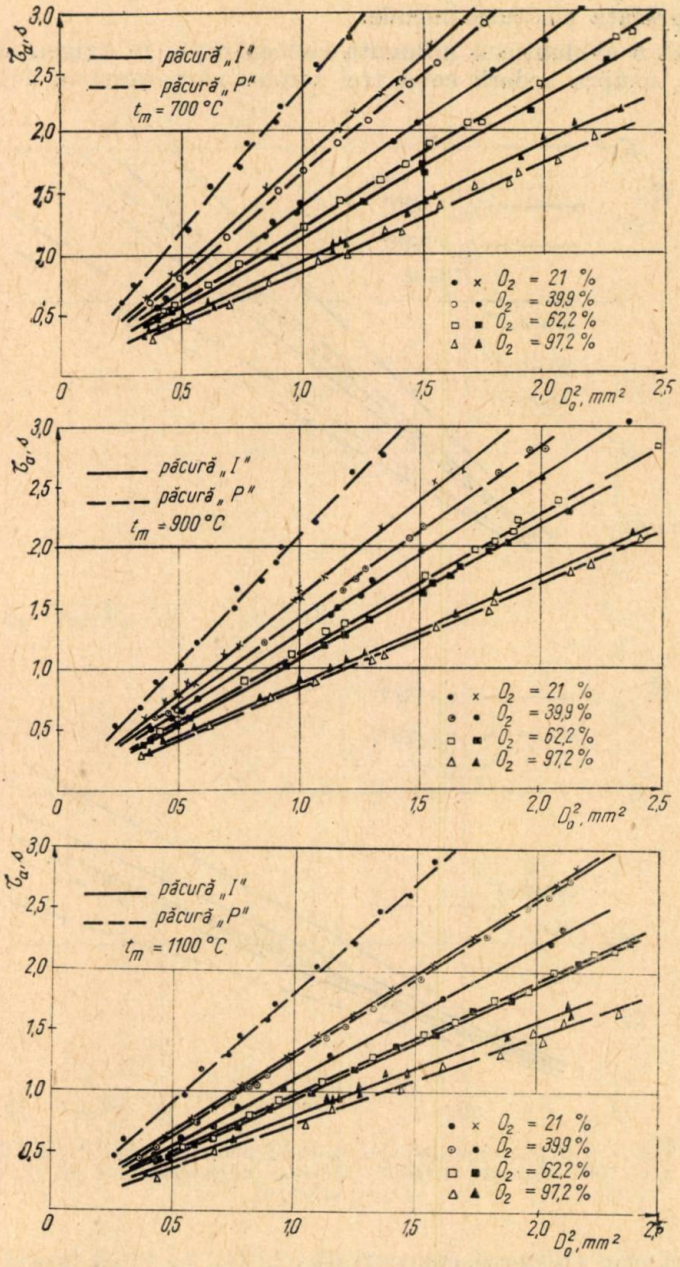


Fig. 5. — Timpul τ_a funcție de D_0^2, pentru păcurile P și I la t_m = 700°, 900°, 1 100 °C și diferite valori O_2.

este explicabilă prin intensificarea procesului de ardere difuzional atît a volatilelor, cît şi a cenosferei, care oferă o suprafaţă de reacţie mult mărită faţă de suprafaţa picăturii iniţiale.

Figura 6 evidenţiază influenţa concentraţiei în oxigen O_2 şi a temperaturii t_m asupra arderii celor trei sorturi caracteristice de păcură. Se

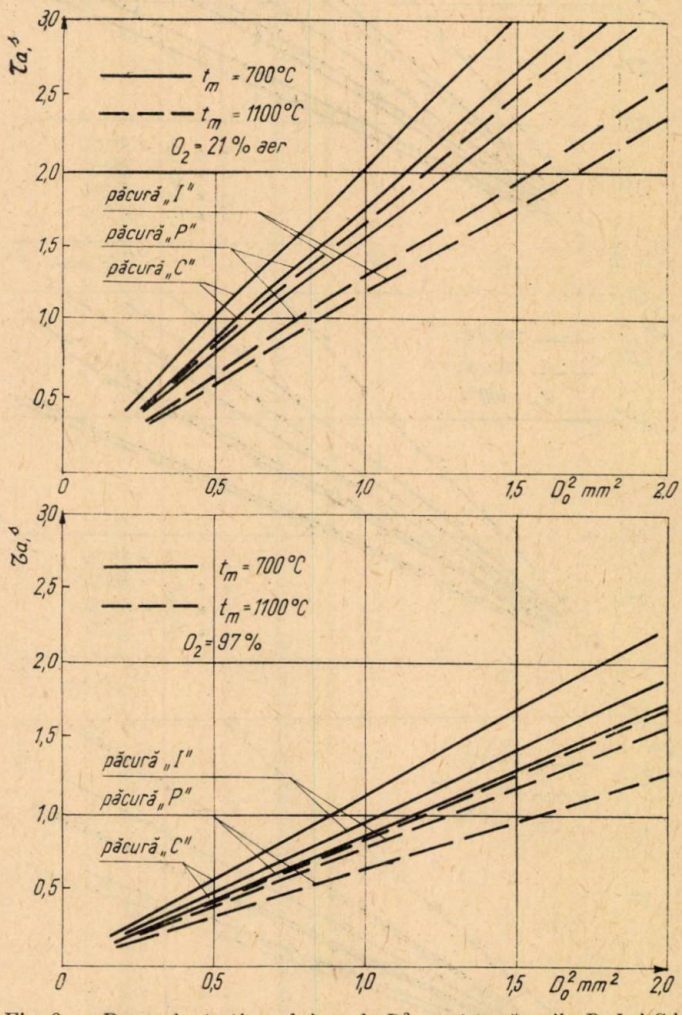


Fig. 6. — Dependenţa timpului τ_a de D_0^2, pentru păcurile *P*, *I* şi *C* la t_m = 700° respectiv 1 100°C, arderea desfăşurîndu-se cu O_2 = = 21% şi 97 %.

constată că prin creşterea concentraţiei în O_2, pe lîngă faptul că se realizează o micşorare sensibilă a timpului τ_a, în general se menţin diferenţele care apar între tipurile de păcuri cercetate.

Astfel, păcura *C* are totdeauna timpul total de ardere cel mai mare, indiferent dacă arderea se desfăşoară în aer sau în carburantul îmbogăţit

cu oxigen. Se poate aprecia însă că plaja pe care se răspîndesc punctele experimentale obținute se micșorează o dată cu creșterea concentrației O_2, adică prin aceasta se pot atenua diferențierile care apar între diferitele sorturi de combustibili arși.

Expresiile analitice care se obțin pentru timpul τ_a sînt de forma relației (5). Astfel, pentru :

— păcura P,

$$\tau_a = \frac{D_0^2}{\frac{T_m}{T_0}} \left(20{,}16 + 8{,}52 \log \frac{1}{O_2} \right); \tag{9}$$

— păcura I,

$$\tau_a = \frac{D_0^2}{\frac{T_m}{T_0}} \left(12{,}40 + 4{,}44 \log \frac{1}{O_2} \right); \tag{10}$$

— păcura C,

$$\tau_a = \frac{D_0^2}{\frac{T_m}{T_0}} \left(17{,}57 + 7{,}305 \log \frac{1}{O_2} \right). \tag{11}$$

Relațiile (9), (10) și (11), valabile pentru $D_0 \approx 0{,}3 \ldots 1{,}5$ mm, $t_m = 700 \ldots 1\,100$ °C și $O_2 = 21 - 97\%$, permit obținerea timpului τ_a cu o eroare maximă de 6% față de valorile obținute experimental.

O măsură a gradului în care creșterea concentrației O_2 influențează asupra arderii diferitelor sorturi de păcură o constituie parametrul

$$\varphi = \frac{\tau_{21} - \tau_{O_2}}{\tau_{21}}, \tag{12}$$

unde :

τ_{21} este valoarea timpului τ_a pentru arderea în aer ;

τ_{O_2} — valoarea timpului τ_a pentru arderea în mediu comburant îmbogățit cu oxigen.

În figura 7 rezultă că scăderea procentuală a timpului τ_a este cea mai mare la păcura P și cea mai mică la păcura C, iar influența cea mai sensibilă a surplusului de oxigen din comburant se exercită la valori mici ale acestuia.

Aceasta evidenţiază din nou că există o valoare optimă a concentraţiei O_2 în funcţie de tipul combustibilului folosit şi a instalaţiei în care se realizează arderea.

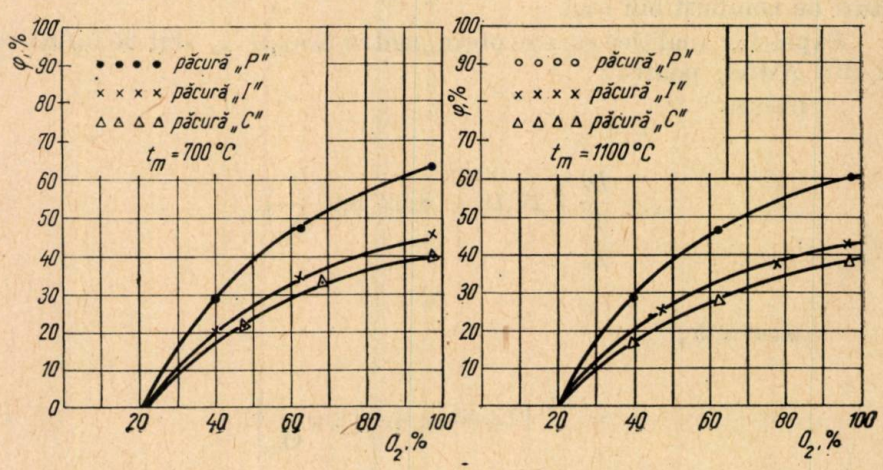


Fig. 7. — Dependenţa mărimii φ de concentraţia O_2, la t_m = 700 °C respectiv 1 100 °C, pentru păcurile *P*, *I* şi *C*.

4. CONCLUZII

Timpul total de ardere pentru picături mici de păcură într-un mediu comburant bogat în oxigen se poate obţine dintr-o relaţie de forma

$$\tau_a = \left(\frac{T_m}{T_0}\right)^a (A + B \log O_2) D_0^2,$$

unde a, A şi B sînt nişte constante care depind de caracteristicile combustibilului folosit. Dintr-o expresie similară se poate obţine şi timpul de ardere al materiilor volatile.

Cele mai favorabile condiţii de ardere le oferă păcurile *I* şi *P*, iar cele mai dezavantajoase caracteristici de ardere le are păcura cracată *C*. De aceea se poate aprecia că în condiţii identice de pulverizare şi de amestec cu mediul comburant, păcura *C* va da flacăra cea mai lungă, deci va necesita focarul cel mai ancombrant. Întrucît acest combustibil are viscozitatea iniţială cea mai mare, rezultă că pentru a fi adus la fluiditatea necesară pulverizării, el necesită încălzirea prealabilă cea mai puternică. De aceea, dacă păcura *C* nu este încălzită suficient prin pulverizare, picăturile au diametre iniţiale D_0 mai mari, astfel că şi din această cauză flacăra se va lungi.

Funcţionarea cu mediu comburant îmbogăţit în oxigen, deşi în general menţine diferenţele dintre timpii τ_a, totuşi le micşorează pe măsură ce concentraţia în oxigen O_2 se măreşte, adică ameliorează mai mult caracteristicile de ardere ale păcurii *C*.

Cercetările au arătat că se poate vorbi de o valoare optimă a concentrației O_2 funcție de tipul combustibilului și de tipul instalației de ardere, deoarece micșorarea timpului τ_a este mult mai importantă în intervalul $O_2 \approx 21...50\%$.

Păcura *I*, provenită din țiței iranian, are timpul τ_a apropiat de al păcurii P, însă sensibil mai mic ca la păcura *C*. Caracteristicile avantajoase care apar se pot explica prin umflarea și porozitatea mărită a cenosferei picăturilor de păcură *I*, ceea ce mărește considerabil suprafața de reacție cu oxigenul. Prin arderea cenosferei se obține un reziduu sfărîmicios și neaderent, ceea ce este avantajos pentru exploatare. Nu trebuie neglijat faptul că, datorită conținutului ridicat de sulf, păcura *I* oferă condiții favorabile de apariție a coroziunii.

BIBLIOGRAFIE

1. K. K. Kissel, M. Michaud, *International Flame Research Fundation first experiments at Ijmuiden on the combustion of oil using oxigen*, Journal of the Institute of Fuel, *254* (1962).
2. W. J. Chater, J. L. Harrison, *Recent advances with oxigen in iron and steel making*, Butterworth, London, 1964.
3. J. S. Lemlin, D. Smith, M. G. Sri-Ram, *The application of oxi-fuel combustion in the european Steel Industry*, Journal of the Institute of Fuel, *301*, 50—59 (1966).
4. R. L. Brown, D. A. Everest, J. D. Lewis, A. Wiliams, *High — temperature processes with special reference to flames ans plasmas*, Journal of the Institute of Fuel, Nov, 433—439, 1968.
5. B. D. Spalding, *Osnovi teorii gorenia*, Gosenergoizdat, Moskva, 1959.
6. F. A. Williams, *On the burning rate of a fuel droplet in an oxidizing atmosphere*, Combustion and Flame, *2*, 207—208, (1961).
7. V. V. Ghia, N. Lemneanu, *Influence du comburant sur les temps de combustion des gouttes de mazout et de rezidu phenolique*, Revue Generale de Thermique, *2* (1969).

TRANSFERUL DE CĂLDURĂ ÎN REŢELELE FIXE DE PALETE CONFUZOARE

DE

V. PIMSNER şi I. MĂRĂCINEANU

536.621.1

Studiul transferului de căldură în funcţie de parametrii funcţionali ai curgerii poate fi efectuat cu suficientă exactitate, utilizînd metoda similitudinii. În lucrare se analizează posibilităţile principiale ale modelării curgerii cu schimb de căldură, particularităţile şi servituţile metodei, limitele extrapolării rezultatelor obţinute etc. Se determină experimental ecuaţia criterială a transferului de căldură, evidenţiindu-se influenţa criteriilor Reynolds, Mach, ca şi a soluţiei constructive a reţelei de palete.

Regimul termic al reţelelor de palete ale turbinelor constituie principalul parametru de determinare a performanţelor şi duratei de exploatare a instalaţiei.

Mărirea sensibilă a temperaturii fluidului de lucru în amontele turbinei, condiţie esenţială de îmbunătăţire a randamentului şi puterii specifice, constituie una dintre direcţiile principale de cercetare impuse de necesitatea modificării radicale a concepţiei şi realizării sistemelor de răcire a paletelor, care nu pot fi elaborate fără o cunoaştere aprofundată a mecanismului intim al transferului de căldură în reţelele de palete, a factorilor care îl condiţionează etc.

Încadrate în grupa proceselor de curgere turbulentă cu transfer de căldură şi lucru mecanic, însoţite de frecări interne şi pe pereţii paletelor, abordarea analitică a problemelor este extrem de dificilă, iar ipotezele simplificatoare introduse pot conduce la concluzii infirmate de experiment, ceea ce conduce la utilizarea teoriei similitudinii ca metodă de lucru care permite determinarea criteriilor sau a invarianţilor ce asigură generalizarea datelor obţinute asupra tuturor proceselor similare, realizate în instalaţii geometric asemenea. Problema modelării fenomenelor din reţelele de palete, şi în special a curgerii cu schimb de căldură, necesită o analiză deosebit de atentă, impusă de regimul de curgere al fluidului de lucru care urmează a fi modelat, de distribuţia spaţială a vitezelor şi de particularităţile stratului-limită în regimurile respective; de aceea se vor analiza în continuare posibilităţile principiale ale modelării acestor tipuri

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 499–510, 1969

de procese, particularităţile şi servituţile metodei, limitele extrapolării rezultatelor obţinute etc. pentru aprecierea corectă a rezultatelor obţinute.

Fluidul de lucru din maşinile rotative poate fi considerat un gaz perfect, omogen, ale cărui transformări energetice se efectuează fără modificarea structurii sale chimice. Evoluţia fluidului de lucru, cu schimb de căldură şi lucru mecanic cu mediul ambiant în prezenţa forţelor de frecare, poate fi redat de următoarele relaţii de bază ; ecuaţia de stare a gazului perfect, ecuaţia continuităţii, a impulsului, a conservării şi transformării energiei şi a transferului de căldură prin convecţie şi conducţie, din care rezultă criteriile de bază [1], [2], iar relaţiile criteriale obţinute sînt valabile pentru instalaţiile geometric asemenea dacă condiţiile adimensionale de contur sînt aceleaşi. În plus este necesar [3] ca coeficienţii de viscozitate μ şi μ', căldurile specifice c_v şi c_p şi coeficientul de transfer de căldură prin conducţie λ să fie consideraţi constanţi sau variabili după o lege exponenţială, iar intensitatea fluxului de căldură raportată la factorul $\frac{\overline{w}\tau}{l}$ să aibă o distribuţie identică în raport cu parametrul timpului şi al spaţiului.

Dacă se poate neglija influenţa viscozităţii şi a schimbului de căldură, atunci fenomenele pot fi considerate ca automodelate în raport cu criteriile Re, Pr şi Nu, cu raportul căldurilor specifice, a coeficienţilor viscozităţii etc.

Similitudinea procesului este precizată de criteriile M, Re, Pr, Nu şi de raportul căldurilor specifice dacă fluidul de lucru poate fi considerat gaz perfect cu călduri specifice constante, avînd constanţi coeficienţii de viscozitate μ şi de conducţie λ.

Pentru gazele utilizate în tehnică — între limitele curente de temperaturi, criteriul Pr diferă puţin de unitate, iar variaţia sa cu presiunea şi cu temperatura poate fi neglijată. Se poate considera deci că efectele viscozităţii şi ale conducţiei sînt de acelaşi ordin de mărime, ceea ce impune neglijarea sau luarea în considerare simultan a ambilor coeficienţi. În plus, valoarea acestor coeficienţi este atît de mică în raport cu criteriul Re, încît din relaţiile de bază se pot neglija termenii afectaţi de coeficienţi dacă grad T şi div $\overline{w}$ nu sînt atît de mari încît să impună considerarea acestor termeni.

Temperatura şi viteza realizează variaţii foarte mari în undele de şoc şi în stratul-limită ; aceasta înseamnă că într-o curgere subsonică, în afara stratului-limită, fluidul poate fi considerat lipsit de viscozitate şi neconductibil, relaţiile de calcul corespunzînd curgerii potenţiale.

În schimb, în stratul-limită şi în undele de şoc, gradientul vitezei şi cel al temperaturii au valori atît de importante, încît pot determina aspectul transformării. De aceea este necesară o analiză atentă a modului de interpretare a rezultatelor obţinute prin modelarea unei curgeri supersonice sau sonice într-o curgere subsonică, şi în special a modelării proceselor din stratul-limită.

De remarcat că în relaţiile curgerii de bază, la deducerea criteriilor de similitudine, considerînd un corp izolat, spre exemplu un profil aerodinamic, plasat într-un mediu infint, adică nelimitat de pereţi rigizi, parametrii principali, ca viteza, temperatura, presiunea etc., se raportează la valoarea aceloraşi parametri din amonte la infinit [4], [5]. În cazul reţelelor

de palete, valoarea de raportare a mărimilor este semisuma valorilor parametrului din amontele și avalul rețelei [5], [6], conform teoriei forțelor portante pentru rețele de palete, stabilită de M. E. Jukowski.

Din rezultatele experimentale prezentate în literatură [7], [8], se constată că în domeniul fluidelor incompresibile ($0 < M \leqslant 0{,}3$) se realizează o automodelare totală în raport cu scara geometrică dacă dimensiunile nu scad sub o valoare critică, la care influența stratului-limită devine sensibilă [2].

Mărirea cifrei M modifică distribuția presiunilor pe profil, însă această modificare se manifestă treptat, astfel încît, admițînd o modelare aproximativă, se poate admite o valoare-limită $M \simeq 0{,}5$, care depinde în principal de forma canalului de curgere. În literatură însă nu este prezentată o relație teoretică sau experimentală care să determine intensitatea transferului de căldură în funcție de criteriile Re și M separat, cu atît mai puțin este analizată influența configurației geometrice, corelată cu ceilalți parametri, pentru a scoate în relief influența stratului-limită care condiționează direct pierderile și transferul de căldură în rețeaua de palete.

Trebuie subliniat că criteriul Re stabilit anterior exprimă raportul forțelor de inerție și al forțelor de frecare internă ce se exercită în întreaga masă de fluid și nu poate da o imagine asupra proceselor din stratul-limită, în principal schimbul de impulsuri dintre fluid și peretele rigid.

Fluidul ideal, în sensul dinamicii gazelor, nu opune nici o rezistență la schimbarea formei, căci nu posedă forțe tangențiale capabile să realizeze acest efect. Un astfel de fluid nu are forțe de viscozitate sau de frecare internă. Ele sînt rezultatul redistribuirii impulsurilor particulelor elementare în interiorul fluidului și apar ca reacții ale fluidului la schimbarea formei sale în timpul mișcării, mărimea lor depinzînd de condițiile cinematice ale curgerii. Aceste forțe asigură variația continuă a parametrilor fizici în întreaga masă a sistemului.

Neglijarea forțelor de frecare simplifică foarte mult relațiile de calcul, dar ele nu pot rezolva problemele de interacțiune cu mediul ambiant. Contradicția internă a noțiunii de gaz ideal apare pregnant în zona stratului-limită, ceea ce a condus la apariția teoriei stratului-limită, care este valabilă numai la valori mari ale criteriului Re.

Grosimea relativă a stratului-limită dinamic este de ordinul $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_\infty}}$, iar a stratului-limită termic este $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Pe}_\infty}}$, de unde rezultă prin împărțire

$$\frac{\delta_D}{\delta_T} \simeq \sqrt{\frac{\mathrm{Pe}_\infty}{\mathrm{Re}_\infty}} = \sqrt{\mathrm{Pr.}} \qquad (1)$$

Pentru gaze se poate considera $Pr \simeq 1$, deci grosimea stratului-limită termic este practic egală cu cea a stratului-limită dinamic, ceea ce permite simplificarea ecuațiilor Navier-Stokes și în cazul stratului-limită termic prin eliminarea factorilor de importanță secundară, deși se poate demonstra că repartiția vitezelor în stratul-limită, în special în prezența unui gradient de presiune în lungul curgerii, este cu mult mai complexă ca repartiția liniară a temperaturilor. Dacă grosimea celor două straturi-limită nu este aceeași, la determinarea stra-

tului-limită termic este indispensabilă cunoaşterea prealabilă a celui dinamic, căci transferul de căldură prin convecţie este condiţionat de distribuţia vitezelor.

Constatările făcute sînt valabile din domeniul în care teoria stratului-limită este aplicabilă, adică atîta timp cît sistemul termodinamic poate fi considerat un mediu continuu. Această condiţie poate fi exprimată punînd condiţia ca raportul dintre parcursul mediu al moleculei l şi grosimea stratului-limită δ să fie

$$\frac{l}{\delta} \ll 1.$$

Se ştie că între viscozitatea cinematică ν şi viteza medie moleculară $\bar{c}$ există relaţia

$$\nu = \frac{l\bar{c}}{2}.$$

Cum viteza $\bar{c}$ poate fi exprimată prin viteza sunetului,

$$a = \sqrt{\frac{\pi k}{8}}\,\bar{c},$$

rezultă

$$\frac{l}{\delta} = 2\sqrt{\frac{\pi k}{8}} \cdot \frac{\nu}{a\,\delta} \simeq \frac{\nu}{a\,\delta}, \tag{2}$$

deci produsul dintre viteza sunetului şi grosimea stratului-limită trebuie să fie cu mult mai mare decît valoarea coeficientului viscozităţii cinematice pentru ca fluidul să poată fi considerat mediu continuu pentru care să fie valabile ecuaţiile stratului-limită. Relaţia (2) poate fi pusă sub forma (ţinînd seama că $\frac{L}{\delta} = \sqrt{\mathrm{Re}}$)·

$$\frac{l}{\delta} = \frac{\nu}{w_\infty L} \cdot \frac{w_\infty}{a} \cdot \frac{L}{\delta} = \frac{M}{\sqrt{\mathrm{Re}}}. \tag{3}$$

Deci, în domeniul $\frac{M}{\mathrm{Re}} \ll 1$, relaţiile termodinamice şi a transferului de căldură, care consideră sistemul un mediu continuu, sînt valabile.

Influenţa criteriului M în cazul curgerii gazelor perfecte cu $\mathrm{Pr} \simeq 1$ poate fi scoasă în relief cu ajutorul relaţiei transferului de căldură :

$$\bar{w}\ \mathrm{grad}\left(T + \frac{\bar{w}^2}{2c_p}\right) = a\,\Delta^2\left(T + \frac{\bar{w}^2}{2c_p}\right)$$

sau

$$\overline{w} \text{ grad } T^* = a \Delta^2 T^*, \tag{4}$$

în care T^* este temperatura de frînare. Starea fluidului în amonte este definită de criteriile

$$\pi_1^* = \frac{\rho_\infty \overline{w}_\infty^2}{p_\infty} \text{ și } \pi_2 = \frac{\overline{w}_\infty^2}{i_\infty}. \tag{5}$$

Se remarcă ușor că ambele criterii conțin pentru fluide compresibile criteriile k și M și rolul lor devine preponderent în domeniul M = 1, iar curgerea subsonică și supersonică reacționează invers la acțiunile factorilor exterri. Particularitatea principală a curgerii cu viteze mari constă în necesitatea luării în considerație a variației densității, care depinde, prin ecuația de stare a gazului perfect, de valoarea absolută a presiunii și a temperaturii. Aceasta este diferența principală dintre curgerea fluidelor compresibile la viteză mare și cea la viteză mică, la care, în procesele cu transfer de căldură, nu apar valorile absolute, ci diferențele de presiune și de temperatură, ceea ce nu permite determinarea independentă a condițiilor dinamice ale procesului. De aceea în cazul curgerii compresibile trebuie determinată starea gazului în amonte la infinit, iar în curgerile prin rețele starea medie a gazului, ceea ce are o importanță principială la studiul transformărilor sistemului.

În cazul curgerii turbulente, condițiile fizice ale interacțiunii termice și dinamice dintre perete și fluid sînt relativ diferite, datorită gradientului de presiune care apare în lungul curgerii sub acțiunea forțelor de disipație ce afectează distribuția vitezelor, dar nu a temperaturii. În regim permanent, efortul de frecare în interiorul curgerii este $\tau = \tau(y)$, iar $\tau_0 = \tau(0) = \text{const}$. Căderea de presiune și frecarea interioară se echilibrează și poate fi stabilită relația [9]

$$\tau_0 = \frac{R}{2} \frac{dp}{dx}. \tag{6}$$

Cum

$$dp = \zeta \frac{\rho \overline{w}^2}{2} \frac{dx}{2R},$$

rezultă relația

$$\tau_0 = \frac{\zeta}{8} \rho \overline{w}^2 \tag{7}$$

și presiunea rămîne constantă într-o secțiune dată. Temperatura însă nu poate rămîne constantă și, în lungul unei linii paralele cu axul canalului, temperatura scade, ceea ce face imposibilă similitudinea cîmpurilor de viteze și de temperaturi în cazul transferului de căldură. Se constată însă că diferența dintre configurațiile celor două cîmpuri este cu atît mai redusă, cu cît distribuția transversală a energiei interne este mai uniformă, ceea

ce corespunde unei intense turbulenţe. Concentraţia distribuţiei vitezelor şi a temperaturilor într-o curgere turbulentă permite [9] obţinerea relaţiei dintre coeficientul de transfer de căldură prin convecţie α, viteza mediată $\overrightarrow{\overline{w}}$ şi coeficientul de rezistenţă ζ :

$$\alpha = \frac{\zeta}{8} c_p \rho \overline{w}. \tag{8}$$

Relaţia permite ca pe baza legii de variaţie a coeficientului de frecare $C_f = f_1(\mathrm{Re})$ sau a coeficientului de rezistenţă $\zeta = f_2(\mathrm{Re})$ să se determine relaţia dintre coeficientul de transfer de căldură α şi viteza de curgere. În cazul cifrelor Re mari, cînd $\zeta = \text{const}$, se poate considera $\alpha = K\overline{w}$.

Relaţiile stabilite permit, în cazul macroturbulenţei intense, să se determine coeficientul de transfer de căldură prin convecţie pe baza coeficientului de frecare. Aceasta înseamnă că în reţelele de palete trebuie considerate simultan relaţiile care exprimă schimbul de căldură dintre fluid şi perete şi relaţiile energiei disipate. Raportul criteriilor Nu şi Pe determină criteriul Stanton,

$$\mathrm{St} = \frac{\alpha}{c_p \rho \overline{w}}, \tag{9}$$

care exprimă variaţia lăţimii pierderii de entalpie δ_T^{**} pe direcţia x. Criteriul St poate fi astfel exprimat prin coeficienţii de pierderi :

$$\mathrm{St} = \frac{C_f}{2} = \frac{\zeta}{8}. \tag{10}$$

care exprimă corespondenţa dintre convecţia căldurii şi schimbul de impulsuri la fluidele în mişcare. Se constată în mod analog existenţa unei analogii între difuzia masică şi cea termică, dependentă de caracteristicile fizice ale sistemului.

Relaţiile deduse conturează domeniul de valabilitate al transpunerii datelor experimentale obţinute pe instalaţia reală.

Principiile care au stat la baza modelării procesului din reţeaua fixă de palete confuzoare, ca şi instalaţia experimentală, au fost prezentate în [3], [13]; modificarea scării geometrice, necesitarea reliefării influenţei formei constructive a reţelei etc. conduc în final la relaţia criterială de forma

$$F(\mathrm{Nu}, \mathrm{Re}, \mathrm{M}, \Phi, \bar{t}, \theta) = 0,$$

în care $\theta = \frac{T_p}{T_g^*}$ este raportul dintre temperatura peretelui T_p şi cea de frînare a gazului T_g^*, Φ este factorul de formă, iar $\bar{t}$ pasul raportat. S-a scos în relief că alegerea judicioasă a scării geometrice permite realizarea unei largi game de modele, alegîndu-se soluţia care să permită analiza optimă a parametrilor studiaţi.

Pentru a evidenția influența soluției constructive au fost experimentate trei tipuri de profile, corespunzătoare regimurilor subsonic de medie și mare viteză, ca și a celui transsonic, prezentate în figura 1, la diverse pasuri și înălțimi ale canalului, redate în continuare în codificarea utilizată :

N — 0.000.000 — M — regim normal (N), mediu (M);
X.000.000 — tipul rețelei (A,B,C);
X00.000 — înălțimea H a canalului (1 — h = 140 mm; 2 — H = 120 mm; 3 — H = 100mm).
X0.000 — pasul t al rețelei (1 — t = 57 mm; 2 — t = 48mm; 3 — t = 39 mm);
X.000 — unghiul α_0 de așezare a paletelor în rețea (1 — α_0 = 45°);
X00 — presiunea totală din amontele rețelei 2 — 600mm coloană apă; 3 — 900; 4 — 1 200;
X0 — temperatura termocuplei nr. 1 (1 — 3 mV; 5—5 mV; 9—7 mV);
X — parametrii mediului ambiant (1 — condiții standard).

Datele experimentale au fost prelucrate conform metodicii expuse [13]. Prin alegerea adecvată a secțiunilor de curgere și a temperaturilor s-a putut varia criteriul Mach, menținînd R_e = const. Pentru toate tipurile de palete se constată (fig. 2) că coeficientul transferului de căldură α_g este proporțional cu căderea de presiune din rețea și invers proporțional cu fluxul de căldură transmis fluidului. Se constată că mărirea vitezei de curgere în paralel cu creșterea fluxului de căldură a permis ca temperatura gazelor să rămînă practic constantă, deși T_p a crescut cu peste 200%, ceea ce a condus la micșorarea lui α_g cu mărirea temperaturii peretelui (fig. 3). Considerînd parametri constanți înălțimea canalului H, fluxul de căldură Q și pasul rețelei, rezultă că relația căldurii $Nu_l = f(\mathrm{Re}_l)$ este liniară pentru θ = const, dar influența pasului este progresivă (fig. 4), fiind cu atît mai sensibilă cu cît pasul este mai mic. Această constatare a fost prevăzută inițial prin analiza distribuției presiunii pe profilul rețelei în funcție de variația pasului.

Influența înălțimii canalului asupra transferului de căldură a fost reliefată în figura 5, în care s-a prezentat $\mathrm{Nu}_l = f(\mathrm{Re}_l)$, considerînd H și viteza gazelor ca parametri. În limitele domeniului de variație se poate obține o variație liniară între criteriile Re_l și Nu_l, luată în continuare în în calcule (curba I), corespunzător condițiilor de lucru în care influența criteriilor studiate este minimă. Menținîndu-se ceilalți parametri constanți, se deduce pentru profilul N—A relația

$$\mathrm{Nu}_l = 500 \cdot 10^{-5}\, \mathrm{Re}_l.$$

Pentru a determina influenţa temperaturii, implicit a fluxului de căldură, au fost determinate relaţiile $Nu_l + = f(Re_l)$, considerînd T_p ca

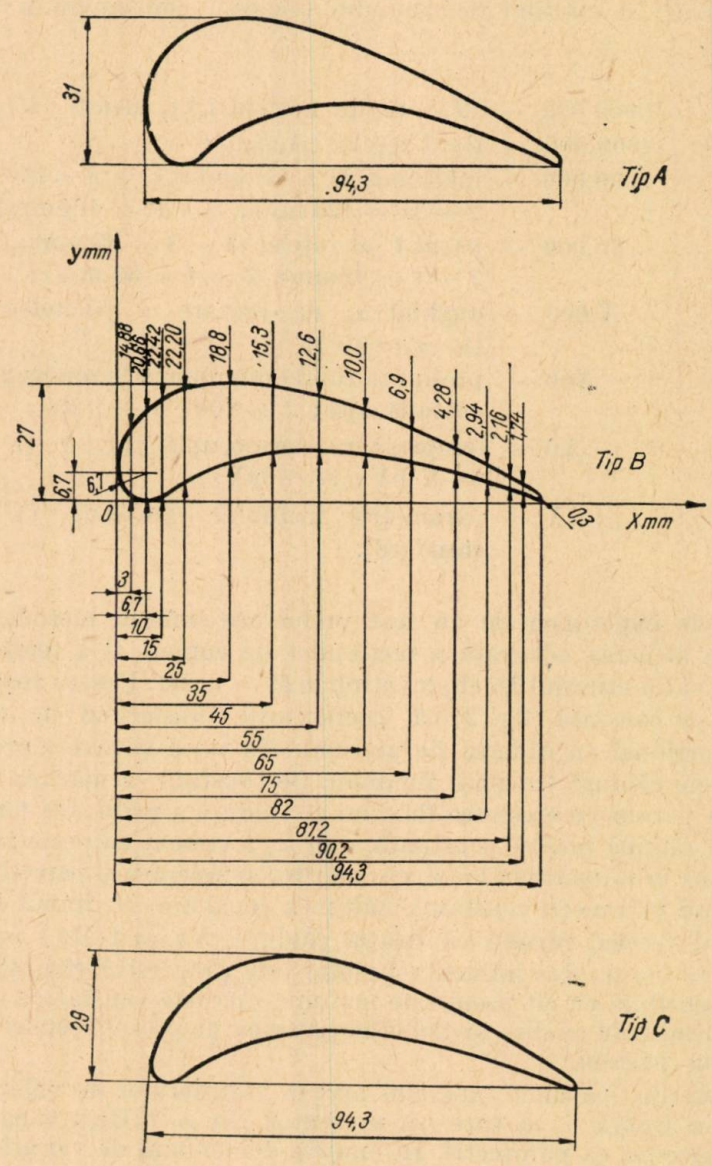


Fig. 1. — Profilele paletelor experimentale: A — regim subsonic ($M \simeq 0{,}4$); B — regim subsonic ($M \simeq 0{,}7$); C — regim transonic ($M \simeq 0{,}9 \ldots 1{,}0$).

parametru (fig. 6). Pe baza acestor diagrame se poate reprezenta relaţia $Nu_l = f(\lambda)$, considerînd $H = \text{const}$ (fig. 7), a cărei expresie este

$$Nu_l = 1{,}43 \cdot 10^4 \, \lambda^{1{,}18},$$

care, cu o eroare sub 3%, poate fi asimilată cu o dreaptă de forma

$$Nu_I = 0{,}96 \cdot 10^4 \lambda$$

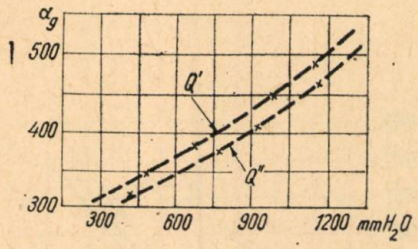


Fig. 2. — Variația coeficientului transferului de căldură α_g în funcție de viteza de curgere și de fluxul de căldură $Q(Q' < Q'')$.

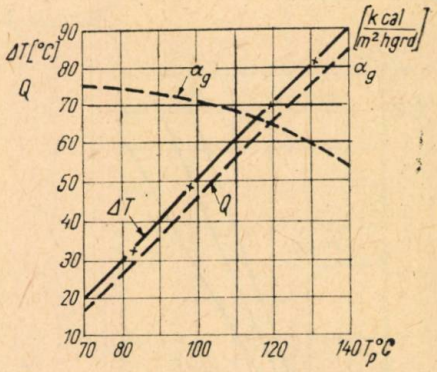


Fig. 3. — Dependența dintre temperatura peretelui T_p, diferența temperaturilor peretelui și a gazului ΔT, fluxul de căldură și coeficientul transferului de căldură α_g.

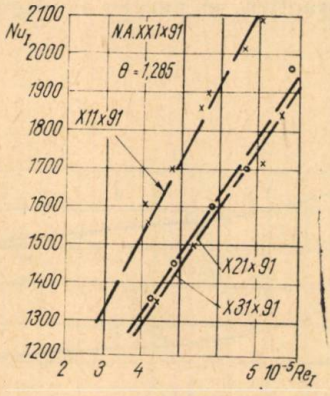


Fig. 4. — Variația criteriului Nu_I în funcție de criteriul Re_I.

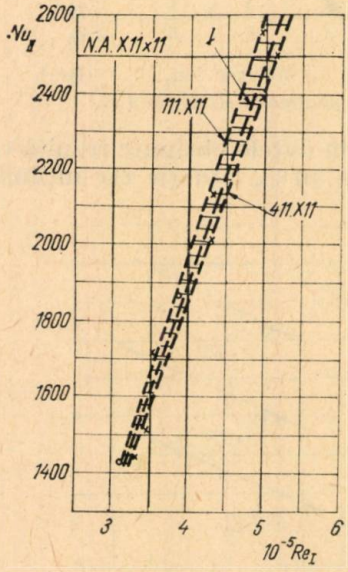


Fig. 5. — Funcția $Nu_I = f(Re_I)$, parametri H și $\overline{w}_g$.

pentru $H = 140$ mm și

$$Nu_I = 0{,}923.10^4 \lambda$$

pentru $H = 100$ mm.

Pentru $\lambda = \text{const}$, relaţia $Nu_I = f(H)$ are o alură crescătoare (fig. 8); dacă se notează $\overline{H} = \frac{H}{l_1}$, în care l_1 este semiperimetrul profilului, se obţine relaţia

$$Nu_I = 1\,860\,\overline{H}^{0,12}.$$

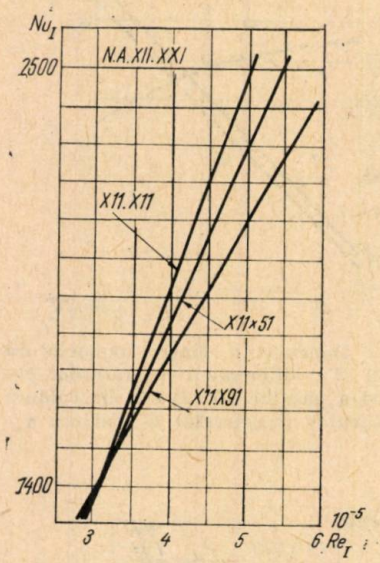


Fig. 6. — Relaţia $Nu_I = f(Re_I)$, parametri H, $\overline{w}_g$ şi T_p.

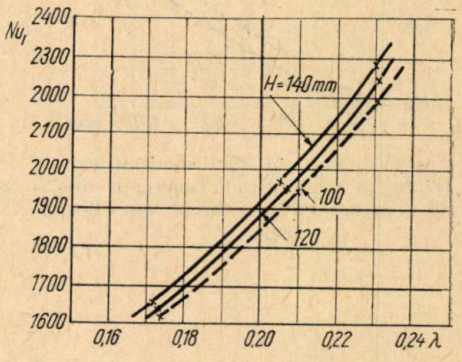


Fig. 7. — Relaţia $Nu_I = f(\lambda)$, parametru înălţimea paletei H.

Din datele obţinute rezultă că, pentru o variaţie a înălţimii canalului de peste 40 %, situaţie rar întîlnită în practică, şi pentru configuraţii de

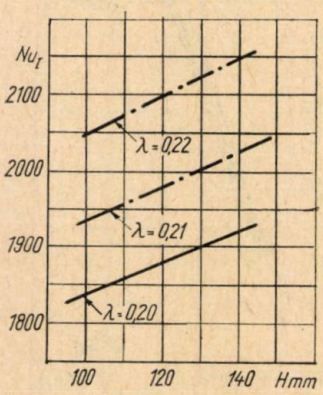


Fig. 8. — Dependenţa dintre criteriul Nu_I şi înălţimea H a canalului pentru $\lambda = \text{const}$.

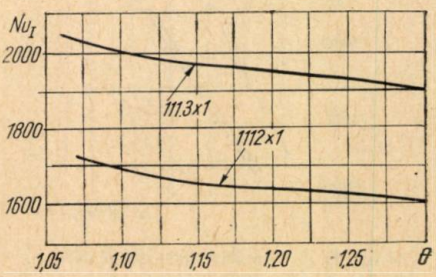


Fig. 9. — Variaţia criteriului Nu_I în funcţie de θ, parametru presiunea din amontele reţelei.

reţele geometric asemenea, H_1 realizează o variaţie sub 6 % pentru $\lambda = 0,20$ şi circa 4,8 % pentru $\lambda = 0,22$, ceea ce subliniază gradul de influenţă al acestui parametru.

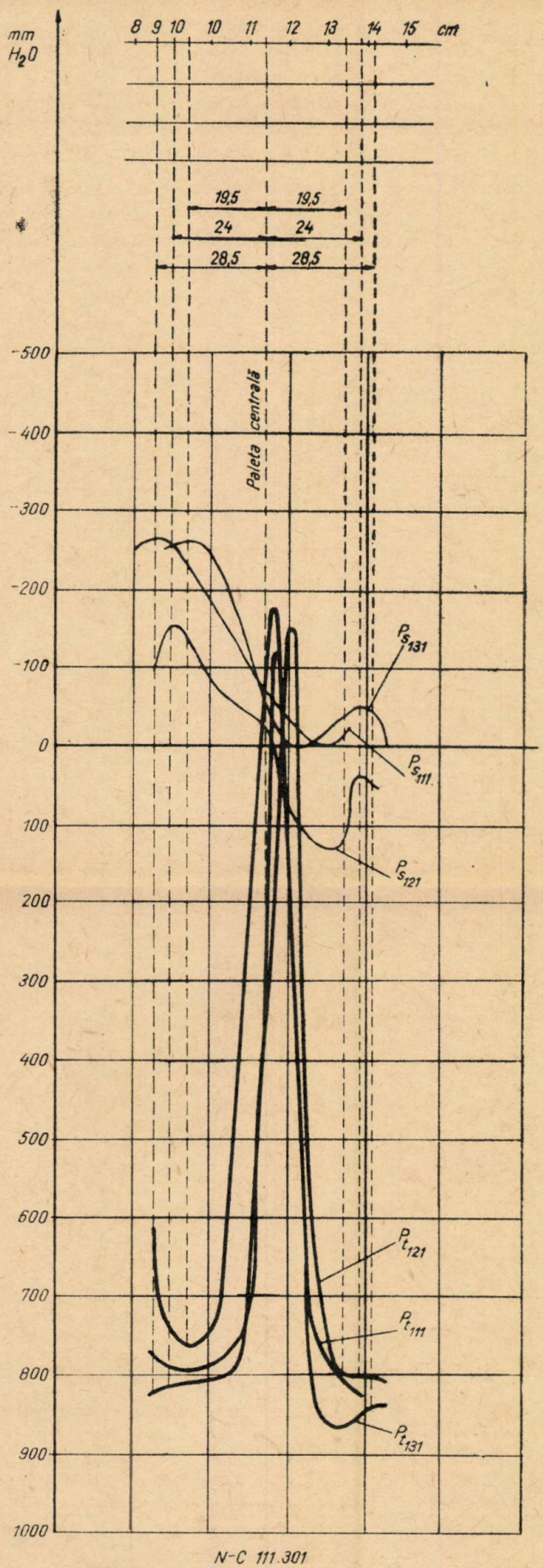
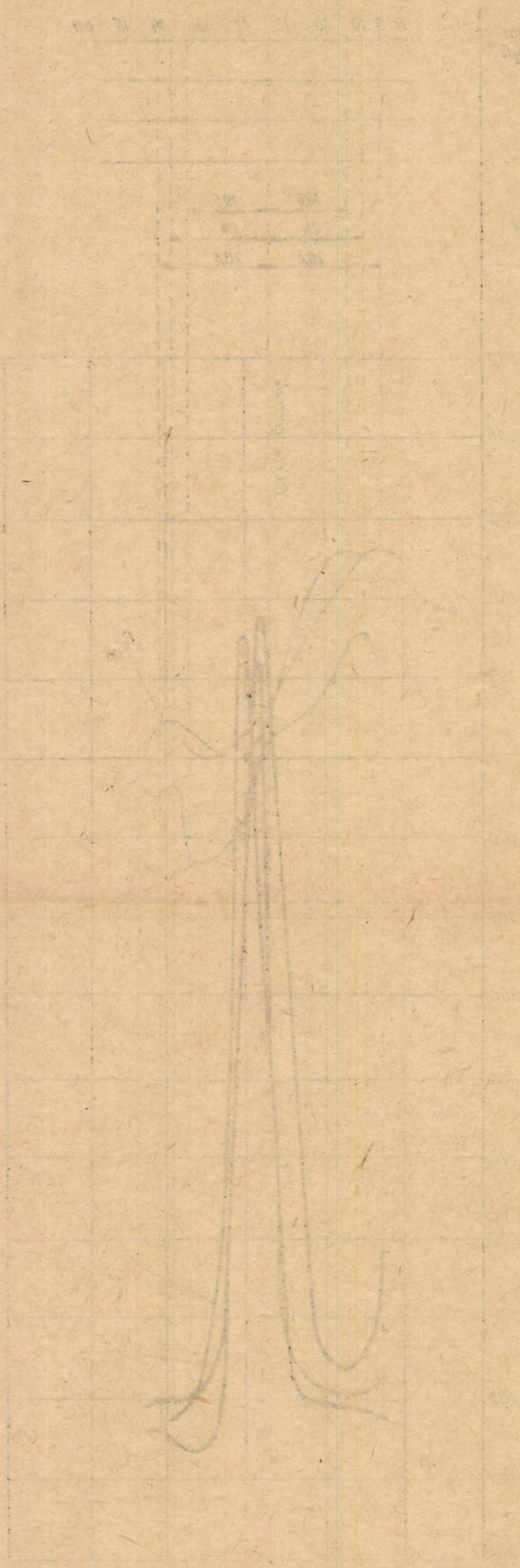


Fig. 10. — Variația presiunilor statice și totale în lungul bordului de fugă la diverse pasuri t ale rețelei de tip C și aceeași presiune din amonte.



Criteriul Nu_l descreşte cu θ (fig. 9); pentru o variaţie a lui θ de peste 25%, Nu_l descreşte în medie cu 5—6%. Prin prelucrarea datelor rezultă

$$Nu = 1\,750\ \theta^{-0,3}.$$

Pentru a sublinia influenţa parametrilor curgerii asupra transferului de căldură, în figura 10 s-a reprezentat variaţia presiunilor statice şi totale la bordul de fugă al reţelei de palete în funcţie de viteza de curgere şi de intensitatea fluxului de căldură.

Regimul de viteze utilizat a scos în relief o influenţă redusă a pasului relativ al reţelei, menţinut între limitele utilizate în practică, obţinîndu-se relaţia

$$Nu = 850\ \bar{t}^{0,11}.$$

Deoarece profilele studiate corespund profilelor optime pentru domeniul subsonic şi transsonic, diferenţierea factorului de formă este prea redusă pentru a fi pusă în relief prin modificarea intensităţii schimbului de căldură, variaţiile obţinute încadrîndu-se în limitele erorilor de măsură.

Pe baza relaţiilor obţinute rezultă ecuaţia criterială a transferului de căldură:

$$Nu = K\,Re\ \lambda^{1,18}\ \bar{H}^{0,12}\ \theta^{-0,3}\ \bar{t}^{0,11},$$

care determină interdependenţa dintre mărimile studiate. Valoarea constantei se află între limitele $K = (2{,}56 \text{ şi } 3).10^{-2}$ la toate regimurile experimentate, ceea ce indică o eroare de maximum 15% în întregul domeniu de variaţie.

Prin explicitarea criteriilor de similitudine se obţine valoarea coeficientului transferului de căldură:

$$\alpha_g = K \frac{\lambda_g \bar{w}_g}{\nu_g}\ \lambda^{1,18}\ \bar{H}^{0,12} \left(\frac{T_g^*}{T_p}\right)^{-0,3} \bar{t}^{0,11},$$

care permite cu uşurinţă determinarea intensităţii schimbului de căldură în reţelele fixe confuzoare.

Principial relaţia criterială este valabilă numai pentru profilele geometric asemenea celor experimentale. Cum însă aceste profile diferă foarte puţin de profilele uzual întîlnite în practică, se poate admite că relaţia criterială dedusă poate fi aplicată tuturor reţelelor fixe de palete confuzoare.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, Gh. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, Editura Academiei, Bucureşti, 1964.
2. L. B. B. B. Roelter, V. H. Cherry, *Heat Transfer Notes* Mc. Graw Hill Book Co New York 1965.
3. V. Pimsner, I. Mărăcineanu, *Les critériums Reynolds et le transfer de la chaleur dans l'anbage fixe de la turbine*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electr. et Energ., **13**, *3*(1968).
4. E. Carafoli, *Aerodinamica vitezelor mari*, Editura Academiei, 1957.
5. М. Е. Дейч, *Техническая газодинамика*, Госэнергоиздат, Москва 1961.
6. Е. С. Стечкин, *Теория реактивных двигателей*, Оборонгиз, Москва, 1958.
7. А. А. Гухман, *К вопросу о методах гидродинамических испытаний лопаток паровых турбин*. 123
8. М. Е. Дейч, *К вопросу о концевых потерях в направляющих каналах паровых турбин*, Советское котлотурбостроение, 6 (1945).
9. А. А. Гухман, *Применение теории подобия к исследованию процессов тепломассообмена*, Высшая школа, Москва, 1967.
10. V. Pimsner, *Einfluss der Natur des Arbeitsfluidums auf Universal — Charakteristik der Gasturbine*, Revue d'Electr. et d'Energ., **XIII**, *1*, 1963.
11. G. Gazley, *Boundary layer Stability and Transition in Subsonic and Supersonic Flow*, IAS 20(1) 19 (1953).
12. Е. А. Гусакова, *Аэродинамическое совершенствование лопаточных аппаратов паровых и газовых турбин*, Госэнергоиздат, Москва, 1960.
13. V. Pimsner, I. Mărăcineanu, *Instalaţie experimentală pentru studiul transferului de căldură în reţelele de palete*, St. cerc. energ. electr., **17**, *4* (1967).

DISTRIBUŢIA VITEZELOR DE IEŞIRE DIN REŢEAUA CIRCULARĂ DE PALETE FIXE CONFUZOARE

DE

V. PIMSNER şi ST. ŞTEFAN

621.438

Lucrarea studiază distribuţia vitezelor în secţiunea de ieşire din reţeaua circulară de palete fixe confuzoare, în funcţie de legea de profilare a paletei în lungul razei. Deoarece distribuţia vitezelor este influenţată de parametrii stratului limită, s-au calculat pe baza metodelor uzuale distribuţiile vitezelor pe intradosul şi pe extradosul paletelor. Rezultatele obţinute permit stabilirea mai corectă a performanţelor tipurilor de reţele de palete studiate.

Îmbunătăţirea performanţelor energetice ale treptei turbinei este determinată de arhitectura interioară a reţelei fixe de palete, deci de legea de profilare a paletelor, care determină atît intensitatea transferului de energie dintre fluidul de lucru şi rotorul maşinii, cît şi mărimea pierderilor în reţelele fixe şi mobile.

Cercetările întreprinse pentru exprimarea analitică a corelaţiei dintre configuraţia geometrică a reţelei de palete şi transferul de energie se bazează în exclusivitate pe teoria curgerii potenţiale, urmărindu-se determinarea distribuţiei vitezelor pentru o anumită soluţie constructivă de profile, ca şi rezolvarea „problemei inverse" a construirii reţelei de profile pe baza unei distribuţii stabilite a vitezelor de curgere.

Pe baza relaţiilor stabilite s-a putut realiza un important pas în perfecţionarea maşinilor rotative, care poate fi însă continuat numai dacă se iau în considerare pierderile produse de viscozitatea fluidului de lucru. Datorită complexităţii de abordare a curgerii unui fluid vîscos într-o reţea de palete se consideră că curgerea este formată dintr-o curgere potenţială de bază şi din curgerea cu frecare în zona stratului-limită, care generează pierderile principale şi modifică distribuţia vitezei curgerii potenţiale. Se poate astfel elabora o metodă de calcul a distribuţiei reale a vitezelor pe baza cărora să se determine valoarea pierderilor din reţele şi să se stabilească căile de perfecţionare a performanţelor energetice ale reţelelor de palete.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 511–523, 1969

Criteriile actuale de alegere şi de apreciere a unei anumite soluţii constructive nu iau în considerare distribuţia reală a vitezelor, care reflectă pierderile marginale şi de profil, ceea ce poate modifica apreciabil concluziile obţinute, în special în cazul reţelelor noilor tipuri de maşini rotative. De aici şi necesitatea determinării analitice a distribuţiei vitezelor în secţi-

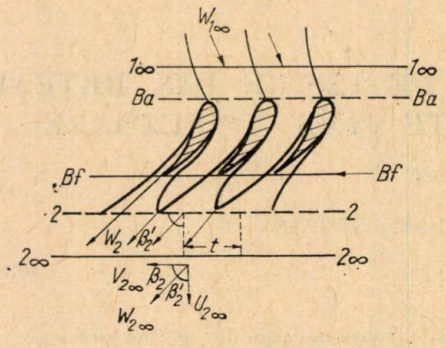


Fig. 1. — Influenţa stratului-limită asupra distribuţiei vitezelor în reţeaua de palete.

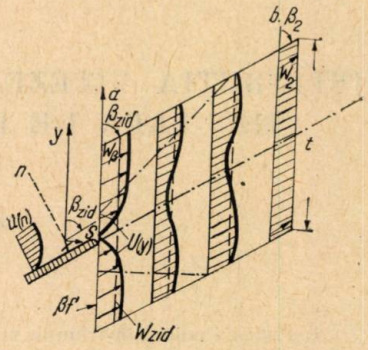


Fig. 2. — Variaţia vitezei în aval de bordul de fugă al paletei.

unea de ieşire a reţelelor de palete confuzoare pentru diverse legi de profilare a paletei în lungul înălţimii, luînd în considerare pierderile de pe intradosul şi extradosul paletei în vederea analizei mai riguroase a metodelor de calcul a performanţelor energetice ale maşinilor rotative şi a stabili o primă etapă în perfecţionarea reţelelor de palete.

Metodele de calcul a pierderilor în reţelele de palete au la bază relaţiile de determinare a disipării energiei în stratul-limită a unei plăci plane situate într-un curent de gaze perfecte, uniform în amonte la infinit.

Calculele se orientează fie spre determinarea globală a pierderilor, deci a pierderilor în stratul-limită, a pierderilor la bordul de fugă şi a celor datorită amestecării [1], [2], fie spre calculul pierderilor din ajutajul reţelei [3], stabilindu-se relaţii separate de calcul pentru celelalte tipuri de pierderi.

Metoda globală consideră că vectorul rezultant al tuturor forţelor care acţionează asupra profilului aflat în reţea $\boldsymbol{R}$ poate fi exprimat prin suma vectorială dintre rezultanta $\boldsymbol{F}$ dedusă din teorema Jukovski şi rezistenţa profiluiui $\boldsymbol{F}_f$, determinată de micşorarea presiunii totale în reţea :

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{F} &= \frac{\rho}{2}\,(w_{2\infty}^2 - w_{1\infty}^2)\,\boldsymbol{t} + \rho\,(\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{w}_{1\infty})\;(\boldsymbol{w}_{1\infty} - \boldsymbol{w}_{2\infty}),\\ \boldsymbol{F}_f &= \Delta P^* \cdot \boldsymbol{t} = \boldsymbol{t}\left[\left(P_{1\infty} + \frac{\rho w_{1\infty}^2}{2}\right) - \left(P_{2\infty} + \frac{\rho w_{2\infty}^2}{2}\right)\right].\\ \boldsymbol{R} &= \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_f \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Grosimea stratului-limită reuşeşte în planul 2—2 să cuprindă complet secţiunea de trecere, după care apare o curgere de strat-limită.

Presupunînd că uniformitatea curentului este avansată, se admite că $P_2 = P_{2\infty}$; $\delta_2^* = \delta_2^{**}$ și micșorarea presiunii totale este

$$\Delta P^* = \rho w_{2\infty}^2 \frac{\delta_2^{**}}{t \sin \beta_{2\infty}}. \tag{2}$$

Dacă se notează $\alpha = 1 - \left(\frac{w_{Bf}}{w_{2\infty}}\right)^2$; $H_{Bf} = \frac{\delta_{Bf}^*}{\delta_{Bf}^{**}}$, atunci între secțiunile $2-2$ și $Bf-Bf$ se poate scrie relația:

$$1 - \alpha - \frac{\alpha}{2} H_{Bf} < \frac{\delta_2^{**}}{\delta_{Bf}^{**}} < \frac{1-\alpha}{1+\frac{\alpha}{2}} \delta_{Bf}^{**}. \tag{3}$$

Valoarea lui H_{Bf} este funcție de regimul curgerii și, pentru cifre Reynolds mari, variază în limitele $H_{Bf} \simeq 2{,}0$ (în cazul desprinderii stratului-limită) și $H_{Bf} \simeq 1{,}4$ pentru curgerea fără desprindere.

Pentru profilul izolat se utilizează relația

$$\delta_2^{**} = \delta_{Bf}^{**} \left(\frac{w_{Bf}}{w_{2\infty}}\right)^{\frac{H_{Bf}+5}{2}}, \tag{4}$$

pe baza căreia se deduce

$$\Delta P^* = \rho w_{2\infty}^2 \left(\frac{w_{Bf}}{w_{2\infty}}\right)^n \frac{\delta_{Bf}^{**}}{t \sin \beta_2}, \tag{5}$$

în care $n = 3{,}2$ pentru $H_{Bf} = 1{,}4$ și $n = 3{,}5$ pentru $H_{Bf} = 2$.

Pe baza relațiilor obținute se poate transpune calculul în secțiunea bordului de fugă al rețelei.

Determinarea pierderilor de presiune poate fi efectuată prin compararea energiei curgerii potențiale cu cea a curgerii din avalul rețelei în planul în care jeturile de fluid sînt complet amestecate, iar viteza transversală pe direcția de deplasare rămîne constantă. Plecînd de la expresiile

$$\left.\begin{aligned} \delta_{Bf}^* &= \int_0^\infty \left[1 - \frac{u(n)}{w_{Bf}}\right] dn, \\ \delta_{Bf}^{**} &= \int_0^\infty \frac{u(n)}{w_{Bf}} \left[1 - \frac{u(n)}{w_{Bf}}\right] dn \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

și notînd

$$\Delta^* = \frac{\delta_{Bfe}^* + \delta_{Bfi}^*}{t \sin \beta_{2id}}; \qquad \theta = \frac{\delta_{Bfe}^{**} + \delta_{Bfi}^{**}}{t \sin \beta_{2id}}, \tag{7}$$

vom considera în continuare :

$$\left.\begin{aligned} w_{Bf} &= \frac{w_{2id}}{1-\Delta^*}, \\ P_{Bf} &= P_{2id} - \frac{\rho}{2} w_{2id}^2 \left[\frac{1}{(1-\Delta^*)^2} - 1\right], \\ \beta_{Bf} &= \beta_{2id}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Din ecuaţia continuităţii aplicată secţiunii bordului de fugă rezultă că în direcţia axei OX componentele vitezei în cazul curgerii ideale şi cu frecare sînt egale, deci

$$w_{1z} = w_{2id} \sin \beta_{2id} = w_2 \sin \beta_2, \tag{9}$$

Ecuaţia impulsului în lungul axei OY după introducerea parametrului stratului-limită şi cu ajutorul relaţiilor (8) şi (9) devine

$$\frac{\operatorname{ctg} \beta_2}{\operatorname{ctg} \beta_{2id}} = \frac{1-\theta-\Delta^*}{(1-\Delta^*)^2} = \varkappa, \tag{10}$$

iar proiectată pe axa OX devine

$$2\frac{P_{2id} - P_2}{\rho w_{2id}^2} = \frac{2\Delta^* - \Delta^{*2}}{(1-\Delta^*)^2} - 2(\varkappa - 1)\sin^2 \beta_{2id}. \tag{11}$$

Pe baza relaţiilor stabilite se poate determina

$$\frac{\Delta P^*}{\rho w_{2id}^2} = \frac{2\Delta^* - \Delta^{*2}}{(1-\Delta^*)^2} - 2(\varkappa - 1)\sin^2 \beta_{2id} - (\varkappa^2 - 1)\cos^2 \beta_{2id} \tag{12}$$

Definind randamentul reţelei confuzoare prin relaţia

$$\eta_{r.c} = 1 - \frac{\Delta P^*}{P_1 - P_2}, \tag{13}$$

există în final toate relaţiile care permit determinarea parametrilor la ieşirea din reţea, a pierderilor şi a randamentului reţelei, precum şi modificarea unghiului de ieşire a fluidului datorită viscozităţii.

Se consideră că relaţiile stabilite sînt valabile pentru $\Delta^* < \frac{1}{5}$, iar în cazul profilelor montate în reţea factorul Δ^* trebuie amplificat cu $\frac{\delta_{Bf}}{t \cdot \sin \beta_2}$.

Deși calculele efectuate sînt verificate satisfăcător în practică, relațiile arată că frecarea conduce la o scădere a presiunii, la o mărire a vitezei și $\beta_2 < \beta_{2id}$, în comparație cu curgerea potențială, ceea ce nu se confirmă totdeauna în practică.

Metodele expuse pot fi completate cu relații semiempirice care să ia în considerare influența pasului, o distribuție mai judicioasă a grosimii stratului-limită etc., astfel că precizia relațiilor de calcul să ajungă la valori de 3—5 %.

Metoda de calcul a pierderilor pe profil [3] revine la determinarea pierderilor din stratul-limită al curgerii în jurul paletei , ceea ce impune stabilirea inițială a relațiilor stratului-limită de pe profile, deci a stratului-limită spațial.

Prin alegerea convenabilă a sistemului de axe de referință se pot obține relații integrabile care să permită determinarea pierderilor de energie din rețea [4].

În direcția de curgere a fluidului de-a lungul profilului, grosimea stratului-limită are o variație crescătoare. Convențional stratul-limită se termină în locul în care viteza longitudinală a fluidului din stratul-limită diferă de viteza fluidului exterior cu 1 %.

Curgerea în amontele profilului de obicei este laminară, după care urmează o zonă de tranzit în care curgerea este atît laminară în vecinătatea profilului, cît și turbulentă. După zona de tranzit se obține un strat turbulent stabil.

Sistemul de ecuații care caracterizează mișcarea fluidului în stratul-limită se obține din ecuația de mișcare a fluidelor vîscoase în cazul mișcării plane, la care se adaugă ecuația de continuitate, obținîndu-se în final sistemul de ecuații Prandtl.

Pentru rezolvarea problemelor de strat-limită se folosește metoda relațiilor integrale, spre exemplu cea dată de Karman sub forma

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\delta} u^2\,\mathrm{d}y - U_0\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\delta} u\,\mathrm{d}y = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}\delta - \frac{\tau_0}{\rho}. \tag{14}$$

cu condițiile la limită

$$\begin{aligned} &\text{pentru } y = 0: \; u = 0; \; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}, \\ &\text{pentru } y = \delta: \; u = U_0; \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \end{aligned} \tag{15}$$

Dacă se folosesc relațiile (6), ecuația (14) devine

$$\frac{\mathrm{d}\delta^{**}}{\mathrm{d}x} + \frac{U_0'^{**}}{U_0}(2 + H + M_0) = c_f, \tag{16}$$

cu :

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}\;;\; M_0 = \frac{U_0}{a_0}\;;\; c_f = \frac{\tau_0}{\rho U_0^2}.$$

Ecuaţiile (14) şi (16) se folosesc pentru calculul stratului-limită atît în cazul curgerii laminare, cît şi turbulente în strat.

În ecuaţia (16) intervin trei necunoscute : δ^{**}; c_f; $H\left(M, \frac{dP}{dx}\right)$.

Pentru determinarea parametrilor stratului-limită turbulent, în prealabil trebuie să se determine coordonatele şi parametrii zonei de tranzit, în care scop se consideră

$$\left.\begin{aligned} c_f &= \frac{1}{\mathrm{Re}_p^{**m}} \cdot \zeta(f), \\ \zeta(f) &= a_0 + a_1 f + a_2 f^2 + \dots, \\ f &= \frac{U_0' \delta^{**2}}{\nu_2}, \\ u &= U_0 \cdot \varphi\left(\frac{y}{\delta^{**}}, f\right), \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

care, introduse în (3), dau ecuaţia diferenţială în forma

$$\frac{df}{dx} = \frac{U_0''}{U_0'} f + \frac{U_0'}{U} F(f), \tag{18}$$

unde $F(f) = a - b f$, a şi b fiind mărimi constante.

Se introduc valori adimensionale pentru U_0 şi x sub forma $\overline{U}_0 = \frac{U_0}{U_\infty}$; $\overline{x} = \frac{x}{L}$ în care L este lungimea profilului. Prin integrarea ecuaţiei (18) se obţine

$$f(\overline{x}) = \frac{a \overline{U}_0'}{\overline{U}_0^b} \int_0^{\overline{x}} U_0^{b-1}(\overline{x})\, d\overline{x}. \tag{19}$$

Pentru determinarea punctului în care începe zona de tranzit ($\overline{x}_{cr}$) se rezolvă sistemul

$$\left.\begin{aligned} &\frac{0{,}055}{E_0^{5/3}} \left(1 + \frac{f}{0{,}085}\right)^{2/3} + 225 = \frac{U^0 \delta^{**}}{\nu_0}, \\ &\delta^{**} = L \sqrt{\frac{1}{\mathrm{Re}_L} f(\overline{x})}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Din $\overline{x}_{cr}$ începe zona de tranzit caracterizată de lungimea $\overline{S} = \frac{S}{L}$ şi de mărimea r^{**} :

$$r^{**} = \frac{\mathrm{Re}_{fz}^{**}}{\mathrm{Re}_{iz}^{**}} \text{ cu : } \mathrm{Re}_{fz}^{**} = \frac{U_0 \delta_{fz}^{**}}{\nu}\ ; \quad \mathrm{Re}_{iz}^{**} = \frac{U_0 \delta_{iz}^{**}}{\nu}. \tag{21}$$

Dacă se notează $f_{cr} = \dfrac{U_0' \bar{x}_{cr} \cdot \delta \bar{x}_{cr}}{\nu_0}$, atunci [6]

$$\left.\begin{aligned} \bar{S} &= \left(\frac{10^6}{\mathrm{Re}}\right)^{0.15} (3{,}7 + 5{,}5 f_{cr})\ \%, \\ r^{**} &= (7 + 100\, f_{cr})^{0{,}12+0{,}5\, f_{cr}} + 0{,}12\, M. \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Cu aceste mărimi se determină coordonatele secțiunii de la care se poate calcula stratul-limită turbulent, pentru care se adoptă o distribuție a vitezelor în strat $u = U_0 \left(\dfrac{y}{\delta}\right)^n$.

Rezolvarea ecuației (3) se poate efectua în cazul în care se consideră

$$\left.\begin{aligned} H &= H(M)\ [6], \\ \frac{\tau_0}{\rho_0 U_0^2} &= (\zeta + a_1 \Gamma)\, \mathrm{Re}_p^{**m} \left(1 + \frac{K-1}{2} M_0^2\right)^{-1}, \\ \Gamma &= \frac{U_0' \delta^{**}}{U_0} \cdot \mathrm{Re}_p^m, \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

care, introduse în (16), conduc la ecuația diferențială

$$\Gamma' + s(\bar{x})\Gamma + t\ (\bar{x}) = 0, \tag{24}$$

valabilă pentru un domeniu care nu conține punctul de rupere al stratului-limită.

Rezolvarea ecuației diferențiale (24) determină valoarea $\bar{\delta}^{**}$ în funcție de $\bar{\delta}_{it}^{**}$ și λ_{it}, valori ale grosimii convenționale și ale vitezei adimensionale la începutul curgerii turbulente ($\bar{x}_{it} = \bar{x}_{cr} + \bar{s}$), sub forma

$$\bar{\delta}^{**} = \frac{1}{\varphi_1 \mathrm{Re}_*^{0.2}} \left[\bar{\delta}_{it}^{**1{,}25} \cdot \mathrm{Re}_*^{0.25} \varphi_3 + \int_{\bar{x}0}^{\bar{x}} \varphi_2 \, d\bar{x}\right]^{0{,}8}, \tag{25}$$

unde

$$\varphi_1 = \lambda_{it}^{2.35} \cdot (6 - \lambda_{it}^2)^{1.3} \cdot e^{0.105 \lambda_{it}^2},$$

$$\varphi_2 = 0{,}078\, \lambda_{it}^{2.69} \cdot (6 - \lambda_{it}^2)^{2.62}\, e^{0{,}31 \lambda_{it}^2},$$

$$\varphi_3 = \lambda_{it}^{2.94} \cdot (6 - \lambda_{it}^2)^{1.62} \cdot e^{0.131 \lambda_{it}^2}.$$

Legile de profilare ale aparatului director permit determinarea variației parametrilor fluidului în lungul paletei în zona dintre stator și rotor. Din diferite legi de profilare a paletelor se vor enunța în continuare cele mai uzuale.

Legea circulației constante $rc_u = const.$ Se obține din ecuația de continuitate scrisă pentru fluide compresibile în curgeri staționare:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\rho r c_u)}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(\rho r c_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} = 0, \tag{26}$$

şi din expresia rot $\boldsymbol{c} = 0$ pentru o curgere potenţială şi simetrică. Rezultă

$$\mathrm{d}(r\,c_u) = \frac{\partial(r\,c_u)}{\partial r}\,\mathrm{d}r + \frac{\partial(r\,c_u)}{\partial \varphi}\,\mathrm{d}\varphi + \frac{\partial(r\,c_u)}{\partial z}\,\mathrm{d}z = 0, \tag{27}$$

deci : $rc_u = \text{const.}$

Ecuaţiile deduse sînt valabile pentru linii de curent simetrice în turbomaşini axiale şi radiale, precum şi pentru curgeri obţinute prin compunerea curenţilor potenţiali axiali şi radiali cînd se păstrează condiţiile impuse anterior.

Legea constantei unghiului vitezei absolute la ieşire din reţeaua fixă de palete $\alpha_1 = const.$ Legea se poate transforma într-o lege exponenţială prin considerarea unei evoluţii izentropice în amonte de rotor şi a echilibrului radial :

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{d}P + \rho c_1\,\mathrm{d}c_1 = \mathrm{d}P + \rho\,\frac{c_{1u}\,\mathrm{d}c_{1u}}{\cos^2\alpha_1} = 0,\\ &\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = \rho\,\frac{c_{1u}^2}{r}, \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

din care, prin integrare, obţinem

$$c_{1u}\,r^{\cos^2\alpha_1} = \text{const.} \tag{29}$$

Cum $c_{1z} = c_{1u}\,\mathrm{tg}\,\alpha_1$, în ipoteza $\alpha_1 = \text{const}$, relaţia (29) devine

$$c_{1z}\cdot r^{\cos^2\alpha_1} = \text{const.} \tag{30}$$

Din (29) şi (30) rezultă

$$c_1\,r^{\cos^2\alpha_1} = \text{const.} \tag{31}$$

Treptele de acest tip răsucesc curentul după o lege exponenţială cu exponentul mai mic decît unitatea. Pentru valori mici ale unghiului α_1, exponentul $\cos^2\alpha_1$ tinde către unitate şi toate deosebirile faţă de legea $rc_u = \text{const}$ devin neesenţiale.

Legea de profilare $\rho\,c_z = const.$ Această lege realizează o astfel de rotire a fluidului, încît debitul şi grosimea unui element cilindric care străbate reţeaua se menţin constante, adică

$$\rho_1\,c_{1z} = \rho_2\,c_{2z} = c.$$

Componenta periferică c_{1u} în cazul legii $\rho\,C_z = \text{const}$ se determină din ecuaţia evoluţiei izentropice şi a echilibrului radial. Se obţine astfel

$$\frac{c_{1u}^2}{c_{1u_b}^2} = \frac{\dfrac{T^*}{T_{1b}} - \varepsilon^{k-1} - \dfrac{K-1}{2\varepsilon^2}\,M_{zb}^2}{\dfrac{T^*}{T_{1b}} - 1 - \dfrac{K-1}{2}\,M_{zb}^2}, \tag{32}$$

cu

$$\varepsilon = \frac{\rho_1}{\rho_{1b}}\ ;\quad \nu = \frac{r_b}{r}.$$

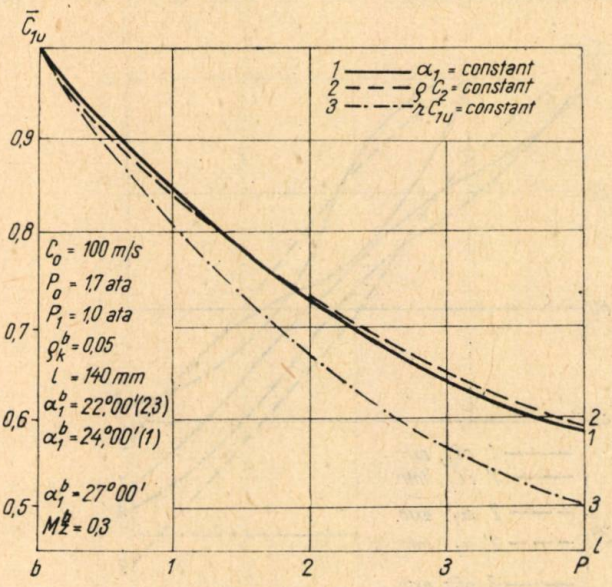


Fig. 3. — Variația vitezei $\bar{c}_{1u}$ în lungul paletei funcție de legea de profilare.

Conform legilor de profilare enunțate, au fost proiectate trei tipuri de palete cu parametrii generali : $U_{0am} = C_0 = 100\ \frac{m}{s}$;

$$P_0 = 1{,}7 \text{ ata}\ ;\quad P_1 = 1{,}0 \text{ ata}\ ;\quad \frac{d}{l} = 1{,}5.$$

Profilul paletelor este variabil în lungul acesteia, totodată variind și unghiul de dispunere αy a profilului, obținîndu-se prin proiectare următoarele valori :

Secțiune în paletă	t mm	rc_{1u} = const	α_1 = const	ρc_z = const
b	91,75	46°20′	45°50′	46°20′
1	114,4	50°30′	45°00′	47°00′
2	137,5	52°40′	47°00′	46°05′
3	159,5	58°00′	42°35′	48°30′
p	183,5	61°30′	39°15′	48°40′

Conform modelului de calcul prezentat mai sus s-a determinat variația grosimii stratului-limită în lungul paletelor pentru cele trei modele obținute.

Calculul s-a efectuat în condițiile existenței gradientului longitudinal de presiune și a parametrilor generali adoptați la proiectarea arhitecturii paletelor.

Prin rezolvarea ecuației (20) se determină coordonata punctului

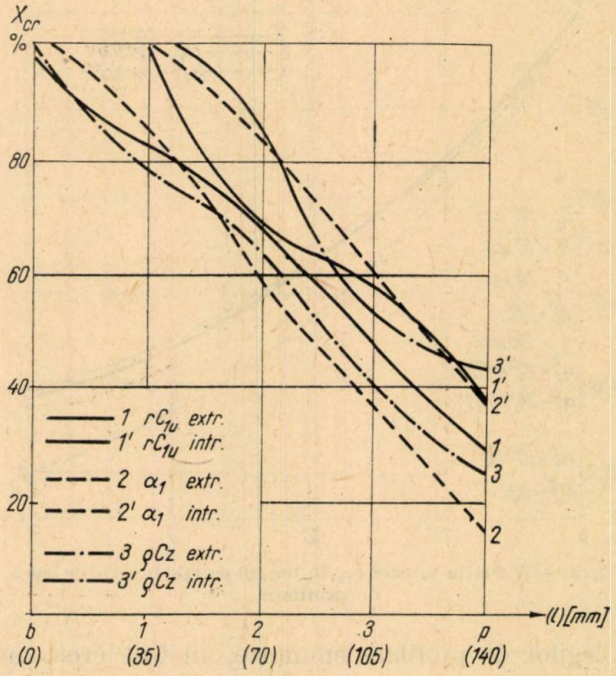


Fig. 4. — Variația în lungul paletei la începutul zonei de tranzit.

în care începe zona de tranzit ($\bar{x}_{cr}$) în fiecare dintre cele cinci secțiuni ale unei palete prezentate în figura 4.

Din prima ecuație a sistemului (22) rezultă lungimea zonei de tranzit (fig. 5). În felul acesta se obține coordonata punctului ($\bar{x}_{tt}$) de unde începe curgerea turbulentă în stratul-limită, coordonată fără de care nu se poate determina grosimea stratului-limită la bordul de fugă al rețelei. Cum $\bar{x}_{tt} = \bar{x}_{cr} + \bar{s}$, prin compunerea figurilor (4) și (5) se obține valoarea concretă a coordonatei punctului din care începe curgerea turbulentă.

Pentru secțiunile din lungul paletei pentru care se obține numai curgerea laminară, grosimea convențională a stratului-limită la bordul de fugă se determină din a doua relație a sistemului (20). Pentru restul secțiunilor se rezolvă ecuația (25) în ipoteza unei distribuții a vitezelor în stratul-limită $u = U_0 \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$.

Ținînd cont de faptul că în sistemul lui Prandtl avem $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$, se obține în final variația grosimii δ a stratului-limită la bordul de fugă,

reprezentări date în figurile 6, 7 și 8, corespunzătoare legilor de profilare adoptate.

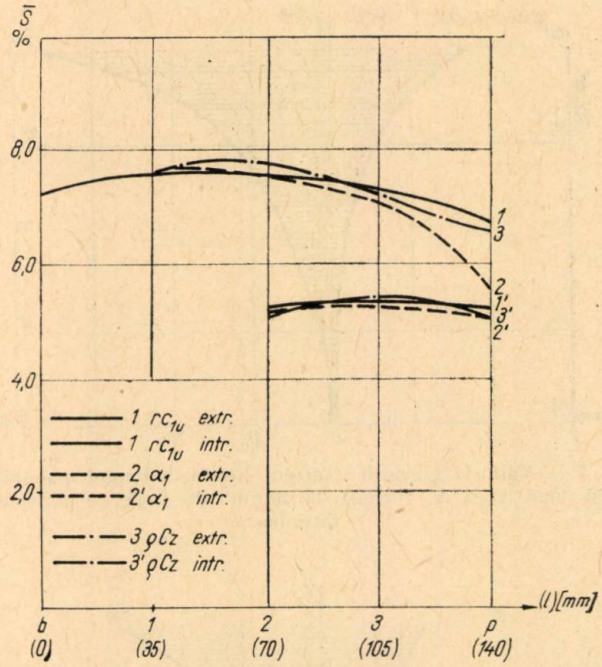


Fig. 5. — Variația în lungul paletei a lungimii zonei de tranzit.

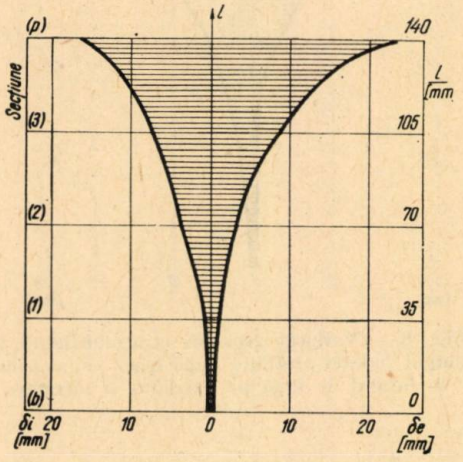


Fig. 6. — Variația grosimii stratului-limită în lungul paletei profilată după legea rc_{1u} = const la bordul de fugă pe extrados și intrados.

Modelul de calcul al stratului-limită utilizat este comod pentru calcule concrete.

Cea mai mare variaţie a grosimii stratului-limită în lungul paletei corespunde arhitecturii paletei obţinute din legea de profilare $\alpha_1 =$ const, în special pe extradosul paletei.

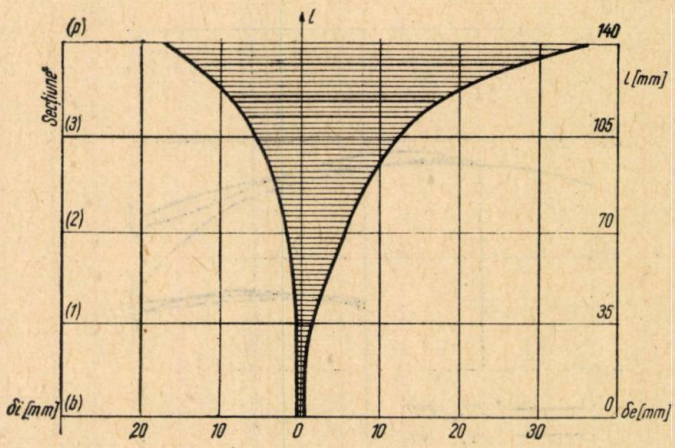


Fig. 7. — Variaţia grosimii stratului limită în lungul paletei profilată după legea $\alpha_1 =$ const la bordul de fugă pe extrados şi intrados.

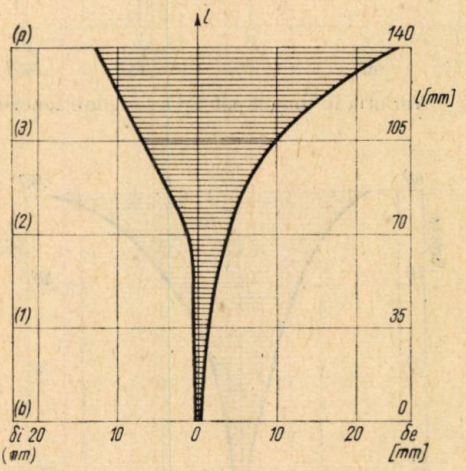


Fig. 8. — Variaţia grosimii stratului-limită în lungul paletei profilată după legea $c_z =$ const la bordul de fugă pe extrados şi intrados.

Cum paletele au fost proiectate pentru $l = 140$ mm şi $\frac{d}{l} = 1{,}5$, se observă că la baza reţelei curgerea în stratul-limită este laminară, iar pe măsură ce ne apropiem de periferie curgerea în stratul-limită este turbulentă, începînd din puncte din ce în ce mai apropiate de amontele paletei.

Metoda de determinare a distribuției vitezelor la bordul de fugă al rețelelor confuzoare de palete, ținînd seama de influența stratului-limită, permite stabilirea mai corectă a performanțelor tipurilor de rețele de palete studiate.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Schlichting, *Über die theoretische Berechnung der Strömungswerlust eines ebenen Schaufelgitters*, Ingenieur Archiv, B., XIX, 1951.
2. Л. Г. Лойцянский, *Механика жидкости и газа*, Москва, Ленинград, 1950.
3. Н. М. Марков, *Расчет аэродинамических характеристик лопаточного аппарата турбомашин*, Машгиз, Москва, 1955.
4. Mac Gregor, *Two dimensional bases in turbine blades*, Journal of the Aeronautical Sciences, *6* (1962).
5. Г. Н. Абрамович, *Прикладная газовая динамика*, Москва — Ленинград, 1951.
6. М. Е. Дейч, *Техническая газодинамика*, Госэнергоиздат, 1961.
7. М. Е. Дейч, Г. А. Филиппов, Л. Я. Лазарев, *Атлас профилей решеток осевых турбин* . . . . . .
8. V. Pimsner, Șt. Ștefan, *Studiu privind distribuția parametrilor fluidului la ieșirea din rețeaua fixă de palete în funcție de modul de proiectare a paletelor*, Memoriu 1967, I. E.

DEBITUL DE GAZE RECIRCULATE ÎN CAZUL JETURILOR MĂRGINITE

DE

I. IORDACHE

662.01

Analiza teoretică și experimentală a procesului de schimb de masă în jeturile cu viteză ambiantă variabilă mărginite de pereți a permis determinarea unei formule de calcul pentru debitul de gaze recirculate, formulă ce are un grad de precizie mai ridicat decît cele prezentate în literatura de specialitate.

1. INTRODUCERE

Cercetările referitoare la jeturile turbulente mărginite și la flăcările difuzive ce se realizează în incintele de ardere sînt strîns legate de fenomenul de recirculare naturală a unei anumite cantități de gaze către baza jetului, respectiv a flăcării.

Cunoașterea mărimii debitului de gaze recirculate și a parametrilor de care depinde aceasta are o importanță deosebită pentru studiul caracteristicilor flăcărilor difuziv turbulente în jeturi de gaze mărginite de pereți, știind că gazele de ardere recirculate influențează atît asupra lungimii flăcării, cît și asupra domeniului de stabilitate al acesteia [1], [5].

Pentru determinarea debitului de gaze de ardere recirculate sînt prezentate în literatura de specialitate [1] [2] unele formule de calcul: o formulă dedusă pe cale analitică de M. W. Thring și M. P. Newby [1] și două formule empirice deduse de A. Craya și R. Curtet pe baza datelor experimentale [2] pentru diferite rapoarte $\frac{R_0}{L}$ (R_0 fiind raza ajutajului de ieșire a jetului de gaze și L raza hidraulică a secțiunii transversale a camerei de ardere).

În ceea ce privește formula teoretică de calcul a debitului de gaze recirculate propusă de M. W. Thring și M. P. Newby [1], trebuie arătat că aceasta are un grad mare de aproximare, fiind dedusă în anumite

ipoteze simplificatoare (se consideră pentru jeturile mărginite aceeași lege de variație a concentrației în lungul axului jetului ca și pentru jeturile libere cu viteză ambiantă nulă).

2. DEBITUL DE GAZE RECIRCULATE DUPĂ M. W. THRING ȘI M. P. NEWBY

Pentru determinarea debitului de gaze de ardere recirculate, M. W. Thring și M. P. Newby [1] consideră că valoarea acestuia este egală cu diferența dintre debitul absorbit de jetul de gaze combustibile pe distanța dintre secțiunea de ieșire din ajutaj și secțiunea în care jetul atinge pereții camerei de ardere și debitul de aer necesar arderii, adică

$$m_r = m_a - m_{02}, \tag{1}$$

în care

m_a este debitul masic absorbit de jetul de gaze combustibile pe distanța dintre secțiunea de ieșire din ajutaj și secțiunea în care jetul atinge pereții camerei, distanță notată cu x_{00},
m_{02} — debitul masic de aer introdus în focar pe toată secțiunea transversală a acestuia.

În ceea ce privește determinarea debitului absorbit de jetul de gaze combustibile pe distanța x_{00}, M. W. Thring [1] folosește ecuația lui O. Hinze, stabilită de acesta pentru jeturile libere cu viteză ambiantă nulă, avînd forma

$$m_a = m_{01}\left(K\frac{x_{c0}}{R_0} - 1\right), \tag{2}$$

în care

m_{01} este debitul masic al jetului de gaze combustibile,
R_0 — raza ajutajului de ieșire a jetului de gaze,
K — constantă experimentală cu valoarea $K = 0{,}2$.

Distanța dintre secțiunea de ieșire din ajutaj a jetului de gaze combustibile și secțiunea în care acesta atinge pereții camerei de ardere x_{00}, conform [1], poate fi calculată cu suficientă aproximație cu ajutorul relației

$$x_{c0} = 4{,}5 \cdot L, \tag{3}$$

în care L reprezintă raza hidraulică a secțiunii transversale a camerei de ardere.

Introducînd relațiile (2) și (3) în (1) și ținînd seama de criteriul de recirculare stabilit de M. W. Thring și M. P. Newby [1], formula de calcul al debitului de gaze recirculate propusă de aceștia are forma

$$\frac{m_r}{m_{01} + m_{02}} = \frac{0{,}9}{\theta_r} - 1, \tag{4}$$

în care θ_r reprezintă criteriul de recirculare Thring-Newby.

Valorile criteriului de recirculare Thring - Newby pot fi calculate cu ajutorul relației

$$\theta_r = \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{R_0'}{L}, \tag{5}$$

în care

C_∞ este valoarea concentrației masice de gaze combustibile în cazul amestecului complet dintre cele două jeturi,

R_0' — raza echivalentă a ajutajului de gaze, care este definită de M. W. Thring [1] ca fiind raza unui ajutaj ipotetic prin care ar trece aceeași masă de gaze cu același impuls ca și în cazul real, însă cu o densitate egală cu cea a amestecului complet.

Raza echivalentă a ajutajului poate fi calculată conform [1] cu relația

$$R_0' = R_0 \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\bar{\rho}}}, \tag{6}$$

în care

ρ_{01} este densitatea gazelor combustibile, iar $\bar{\rho}$ densitatea amestecului complet.

Trebuie arătat că valorile debitului de gaze recirculate determinate cu ajutorul relației (4), propusă de M. W. Thring și M. P. Newby [1], pot fi considerate ca având numai un caracter orientativ, deoarece, după cum au arătat datele experimentale prezentate în [2], [6], funcțiile de repartiție ale vitezelor și ale concentrațiilor în cazul jeturilor mărginite, deși sînt tot funcții de tip Gauss, diferă de cele ale jeturilor libere, această diferență accentuîndu-se o dată cu creșterea debitului de gaze recirculate și deci cu scăderea criteriului de recirculare θ_r. Se poate considera că relația (4) dă aproximații bune pentru valori mari ale criteriului de recirculare θ_r, deoarece pentru valori ridicate ale acestuia debitul de gaze recirculate este mic în comparație cu debitul total al celor două jeturi, ceea ce va conduce la abateri minore ale funcțiilor de repartiție ale vitezelor și ale concentrațiilor față de cele ale jeturilor libere (M. W. Thring și M. P. Newby au considerat că jetul de gaze absoarbe pe distanța x_{00} ca și un jet liber cu viteză ambiantă nulă).

3. DEBITUL DE GAZE RECIRCULATE DUPĂ A. CRAYA ȘI R. CURTET

A. Craya și R. Curtet propun unele formule pentru calculul debitului de gaze recirculate [2], obținute pe baza datelor experimentale pentru diferite rapoarte $\frac{R_0}{L}$. Astfel, pentru valori ale raportului $\frac{R_0}{L} < 0{,}02$, în [2] se propune pentru determinarea debitului de gaze recirculate relația

$$\frac{m_r}{m_{01} + m_{02}} = \frac{0{,}44}{\theta_r} - 0{,}88. \tag{7}$$

De asemenea se arată că, pentru valori ale raportului $\frac{R_0}{L}$ cuprinse în domeniul $0{,}02 < \frac{R_0}{L} < 0{,}15$, valorile debitului de gaze recirculate sînt mai mari decît cele ce s-ar obține cu ajutorul relației (7).

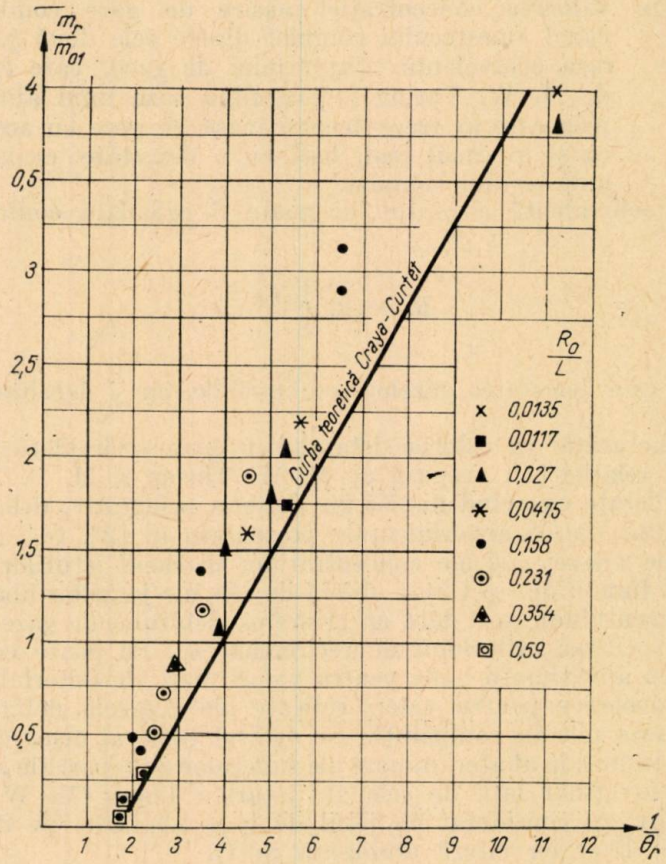


Fig. 1. — Variația debitului de gaze recirculate în funcție de mărimea $\frac{1}{\theta_r}$.

Pentru valori ale raportului $\frac{R_0}{L} > 0{,}15$, A. Craya și R. Curtet propun pentru determinarea debitului de gaze recirculate o formulă stabilită tot experimental, de forma

$$\frac{m_r}{m_{01} + m_{02}} = \frac{0{,}62}{\theta_r} - 0{,}9. \tag{8}$$

Din analiza formulelor (4), (7) și (8) reiese că variația debitului de gaze recirculate în funcție de mărimea $\frac{1}{\theta_r}$ ar fi de natură liniară, însă, după cum arată datele experimentale prezentate în [2] (fig. 1), se constată că această variație se apropie mai mult de una parabolică. Chiar din formulele (7) și (8), stabilite experimental, se constată o variație a pantei dreptei cu raportul $\frac{R_0}{L}$ și deci cu criteriul de recirculare θ_r.

Pentru a determina cît mai precis debitul de gaze recirculate este necesar ca la stabilirea debitului de gaze absorbit de jet pe distanța x_{00} să se țină seama și de influența fenomenului de recirculare asupra acestuia.

4. DEBITUL DE GAZE RECIRCULATE ÎN CAZUL GENERAL AL JETURILOR CU VITEZĂ AMBIANTĂ VARIABILĂ MĂRGINITE

Pentru determinarea corectă a debitului de gaze recirculate în cazul general al jeturilor cu viteză ambiantă variabilă mărginite de pereți, se pornește de la relația (1), propusă de M. W. Thring și M. P. Newby în [1], care poate fi scrisă și sub forma

$$\frac{m_r}{m_{01}} = \frac{m_a + m_{01}}{m_{01}} - \frac{m_{01} + m_{02}}{m_{01}} \tag{9}$$

sau

$$\frac{m_r}{m_{01} + m_{02}} = \frac{m_{01}}{m_{01} + m_{02}} \cdot \frac{m_a + m_{01}}{m_{01}} - 1. \tag{9'}$$

Raportul $\frac{m_{01}}{m_a + m_{01}}$ reprezintă valoarea medie a concentrației masice la distanța x_{00}, adică în secțiunea în care jetul atinge pereții camerei de ardere, care, conform [5], poate fi calculată cu ajutorul relației

$$\frac{m_{01}}{m_a + m_{01}} = \frac{2\pi a^2 x_{00}^2}{\pi L^2} C_m^* \int_0^\infty F_2(\varphi)\, \varphi\, d\varphi, \tag{10}$$

în care

a este coeficientul de structură al jetului,

C_m^* — valoarea concentrației masice pe axul jetului mărginit la distanța x_{00},

$F_2(\varphi)$ — funcția de repartiție a concentrației în secțiunea transversală a jetului, care, conform [5], este o funcție de tip Gauss de forma

$$F_2(\varphi) = e^{-k_1 \varphi^2}, \tag{11}$$

în care

$\varphi = \frac{y}{a\,x}$ reprezintă ordonata adimensională, iar k_2 este o constantă.

Dacă se ţine seama că tangenta jumătăţii unghiului de evazare a jetului este dată de relaţia

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{L}{x_{00}} \tag{12}$$

şi se introduce relaţia (11) în (10), se obţine

$$\frac{m_{01}}{m_a + m_{01}} = \frac{a^2\,x_{00}}{k_2\,L\,\operatorname{tg}\beta} \cdot C_m^*. \tag{13}$$

În ceea ce priveşte valoarea concentraţiei pe axul jetului mărginit C_m^*, aceasta poate fi calculată cu ajutorul funcţiei de corelaţie dintre valorile concentraţiei pe axul jetului mărginit şi respectiv cele ale jetului liber, funcţie determinată în [5], conform căreia se poate scrie

$$C_m^* = C_m\left(1 + k \cdot \frac{1}{\theta_r^*} \cdot \bar{x}\right), \tag{14}$$

în care

C_m reprezintă valoarea concentraţiei masice în amestec pe axul jetului liber cu viteză ambiantă variabilă,

θ_r^* — criteriul de recirculare pentru cazul jeturilor cu viteză ambiantă variabilă mărginite,

$\bar{x} = \frac{x}{R_1^*}$ — distanţa raportată la raza echivalentă a ajutajului de gaze combustibile,

k — constantă care depinde de raportul $\frac{m_{01}}{m_{01} + m_{02}}$.

Criteriul de recirculare θ_r^* pentru cazul jeturilor cu viteză ambiantă variabilă, conform [5], poate fi determinat cu ajutorul relaţiei

$$\theta_r^* = \frac{1}{C_\infty} \cdot \frac{R_1}{L}\left[1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^2 - 1)\right]^{-\frac{1}{2}}, \tag{15}$$

în care

R_1 este raza ajutajului de gaze combustibile,

ρ_{02} — densitatea aerului,

ρ_{01} — densitatea gazelor combustibile,

$m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$ — raportul dintre viteza iniţială a jetului de aer şi respectiv cea a jetului de gaze combustibile,

$\bar{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}$ — raportul dintre raza gurii de intrare a aerului şi raza ajutajului de gaze.

Valoarea mărimii R_1^*, conform [6], poate fi determinată cu ajutorul relației

$$R_1^* = R_1\left[1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\overline{R}_2^2 - 1)\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{16}$$

Avînd în vedere că debitul maxim de gaze recirculate conform [1], [2] are loc la distanța x_{00} și ținînd seama de relațiile (12), (15) și (16), valoarea concentrației masice C_m^* în această secțiune poate fi calculată cu relația

$$C_m^* = C_m\left(1 + k\frac{1}{\operatorname{tg}\beta}\cdot\frac{1}{C_\infty}\cdot\frac{1}{\theta_r^{*2}}\right). \tag{17}$$

În ceea ce privește valoarea concentrației pe axul jetului liber cu viteză ambiantă variabilă C_m, aceasta, conform [4], poate fi determinată cu relația

$$C_m = \frac{\sqrt{K_{11}}}{a K_{12}} C_0 \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\overline{\rho}}}\cdot\frac{1}{\overline{x}}, \tag{18}$$

în care

C_0 reprezintă concentrația masică inițială,

$\overline{\rho}$ — densitatea medie a amestecului,

$$K_{11} = 2\int_0^\infty [F_1(\varphi)]^2\,\varphi\,\mathrm{d}\varphi,$$

$$K_{12} = 2\int_0^\infty F_1(\varphi)\cdot F_2(\varphi)\,\varphi\,\mathrm{d}\varphi.$$

Mărimea $\overline{x}$ are aceeași semnificație ca și în formula (14), iar $F_1(\varphi)$ reprezintă funcția de repartiție a vitezei în jetul liber cu viteză ambiantă variabilă.

Introducînd relațiile (17) și (18) în (13), se obține pentru raportul $\frac{m_{01}}{m_a + m_{01}}$, după unele transformări, expresia

$$\frac{m_{01}}{m_a + m_{01}} = \frac{a\sqrt{K_{11}}}{k_2 K_{12}\operatorname{tg}\beta}\cdot\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\overline{\rho}}}\, C_0\cdot\frac{R_1^*}{L}\left(1 + k^*\frac{1}{C_\infty}\cdot\frac{1}{\theta_r^{*2}}\right), \tag{19}$$

în care

$$k^* = \frac{k}{\operatorname{tg}\beta}.$$

Dacă se introduce relația (19) în (9') și se ține seama de relația (15), avînd în vedere și faptul că raportul $\frac{m_{01}}{m_{01}+m_{02}}$ reprezintă concentrația masică în cazul amestecului complet C_∞, se obține pentru calculul debitului de gaze recirculate în jeturile cu viteză ambiantă variabilă mărginite o formulă de forma

$$\frac{m_r}{m_{01}+m_{02}} = \frac{k_2 K_{12} \operatorname{tg}\beta}{a\sqrt{K_{11}}} \cdot \frac{\frac{1}{C_0}\sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_{01}}}\theta_r^*}{\theta_r^{*2} + k^* \frac{1}{C_\infty}} - 1. \tag{20}$$

În cazul în care în jetul de gaze combustibile concentrația inițială are valoarea $C_0 = 1$, adică în jet nu există un amestec inițial, relația (20) devine

$$\frac{m_r}{m_{01}+m_{02}} = K \frac{\sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_{01}}} \cdot \theta_r^*}{\theta_r^{*2} + k^* \frac{1}{C_\infty}} - 1, \tag{21}$$

în care

$$K = \frac{k_2 K_{12} \operatorname{tg}\beta}{a\sqrt{K_{11}}}.$$

Trebuie arătat că relațiile (20) și (21), care au fost stabilite pentru cazul general al jeturilor cu viteză ambiantă variabilă mărginite, ot fi aplicate la determinarea debitului de gaze recirculate și în cazul particular al jeturilor cu viteză ambiantă nulă mărginite, studiate de M. W. Thring și M.P. Newby [1], cu condiția ca în aceste relații să fie introduse valorile lui θ_r date de formula (5).

În ceea ce privește valoarea constantei K, aceasta poate fi determinată cu suficientă aproximație dacă se ține seama că mărimile K_{11}, K_{12}, k_2, a și b, conform [6] și [7], au valorile $K_{11} = 1$; $K_{12} = 1{,}33$; $k_2 = 0{,}25$; $a = 0{,}07$ și $2\beta = 19°$.

În această situație, relația (21) poate fi scrisă și sub forma

$$\frac{m_r}{m_{01}+m_{02}} = 0{,}665 \frac{\sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_{01}}} \cdot \theta_r^*}{\theta_r^{*2} + k^* \frac{1}{C_\infty}} - 1. \tag{22}$$

Mărimea k^* a fost determinată experimental în funcție de $\frac{1}{C_\infty}$ pentru cazul în care jetul central a fost aer cald la temperatura de 150°C sau gaz metan, iar jetul periferic în ambele cazuri aer rece.

Mărimea k^* în funcție de $\frac{1}{C_\infty}$ este prezentată în diagrama din figura 2.

Încercările experimentale pentru determinarea mărimii k^* au fost efectuate pentru cazul jeturilor de aer (cel central aer cald și cel periferic aer rece) pe două camere de amestecare: una cu secțiunea pătrată cu

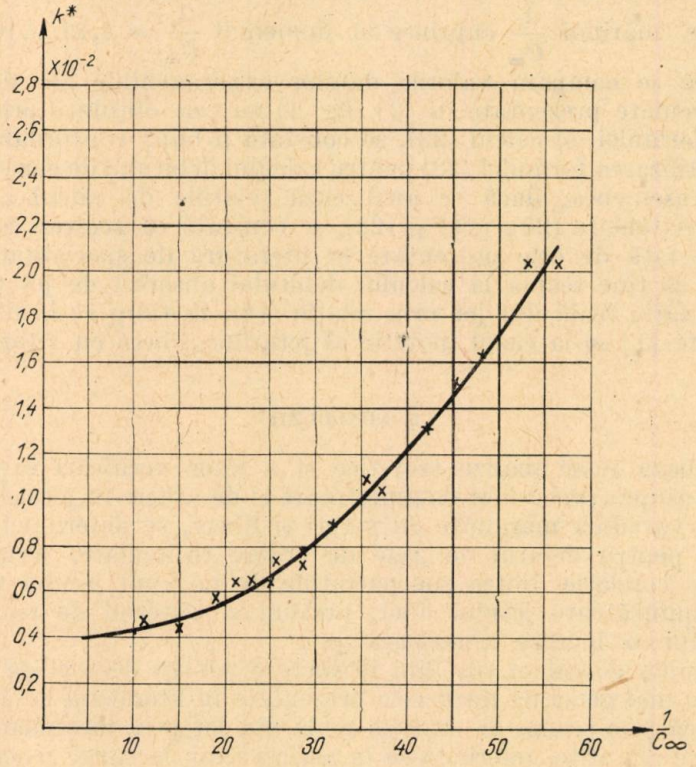


Fig. 2. — Variația mărimii k^* în funcție de $\frac{1}{C_\infty}$.

latura de 500 mm și alta cu secțiunea circulară cu diametrul $D = 200$ mm. În cazul experimentărilor cu gaz metan s-au utilizat două camere de ardere cu secțiunile circulare avînd diametrele $D = 350$ mm și 200 mm, coeficientul de exces de aer fiind variat în domeniul $\alpha = 1{,}02 \ldots 3$.

În ambele cazuri s-au folosit pentru jetul central orificii de ieșire cu diametrele $d_1 = 3{,}1$; 4,2; 6,1; 8; 10,1 și 12,1 mm, iar pentru aerul necesar arderii, care era introdus coaxial cu jetul central de gaz metan sau de aer preîncălzit, s-au utilizat două diametre pentru gura de ieșire a aerului ($d_2 = 98$ și 145 mm). Instalația experimentală a fost astfel concepută, încît a permis experimentarea fiecărui orificiu d_2 cu toate orificiile d_1.

În timpul experimentărilor, valoarea criteriului de recirculare θ_r^* a fost variată în domeniul $\theta_r^* = 0{,}16 \ldots 0{,}67$, experimentîndu-se în acest domeniu peste 100 de regimuri.

Trebuie menționat faptul că în instalațiile industriale de ardere, conform [1] și [2], parametrul θ_r poate lua valori în domeniul $\theta_r = 0{,}15 \ldots 0{,}35$.

Pentru verificarea relației (22) s-au folosit datele experimentale obținute la Centrul internațional de cercetare a flăcărilor de la Ijmuiden [2], prezentate în diagrama din figura 1, care au fost determinate pentru valori ale mărimii $\frac{1}{C_\infty}$ cuprinse în domeniul $\frac{1}{C_\infty} = 4{,}49 \ldots 10{,}25$.

Dacă se compară valorile datelor experimentale ale debitului de gaze recirculate prezentate în [2] (fig. 1) cu cele obținute prin calcul cu ajutorul formulei de calcul (22), se constată o bună concordanță, ceea ce permite utilizarea formulei (22) pentru calculul debitului de gaze recirculate.

De asemenea, dacă se analizează relațiile de calcul al debitului de gaze recirculate (20), (21) și (22), se constată că acestea dau rezultate mai bune față de cele prezentate în literatura de specialitate [1], [2], în sensul că ține seama la calculul debitului absorbit de jet pe distanța x_{00} de situația reală din jet prin relația (10), în timp ce în literatura de specialitate [1] se ia cazul ipotetic al jeturilor libere cu viteză ambiantă nulă.

5. CONCLUZII

Pe baza unei analize teoretice și a unor verificări experimentale efectuate asupra procesului de amestecare și de ardere în jeturile cu viteză ambiantă variabilă mărginite de pereți și libere, se determină o formulă de calcul pentru debitul de gaze de ardere recirculate, avînd la bază funcția de corelație dintre concentrațiile de pe axul jetului mărginit și cele corespunzătoare jetului liber, precum și criteriul de recirculare θ_r^*, stabilite într-o lucrare anterioară [4].

Formula de calcul stabilită în lucrare pentru debitul de gaze recirculate este mai generală decît cele prezentate în literatura de specialitate, în sensul că ține seama de situația reală din jet prin intermediul funcției de corelație amintite, referindu-se în același timp la cazul general al jeturilor cu viteză ambiantă variabilă mărginite.

BIBLIOGRAFIE

1. M. W. Thring, M. P. Newby, *Combustion length enclosed turbulent jet flames*, Fourth Symposium (international) on combustion, Baltimore, 1953.
2. E. H. Hubard, *Recirculation in cold models of furnace*, Journal of the Institute of Fuel, *255* april, 1962.
3. I. Iordache, D. Grecov, *Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent*, St. cerc. energ. electr., *3* (1966).
4. I. Iordache, *Schimbul de masă în cazul a două jeturi axial simetrice în echicurent mărginite de pereți*, St. cerc. energ. electr., *1* (1968).
5. — *Stabilitatea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite de pereți*, St. cerc. energ. electr., *1* (1969).
6. — *Contribuții la studiul lungimii și stabilității flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze mărginite*, Teză de doctorat 1968, Institutul Politehnic, București.
7. Г. Н. Абрамович., *Теория турбулентных струй*, Физматгиз, Москва, 1960.

STUDII EXPERIMENTALE REFERITOARE LA LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A CONDUCTOARELOR SFEROIDALE

DE

I. R. CIRIC

538.65

În lucrare se introduc și se calculează inductivitățile efective, cu ajutorul cărora se exprimă simplu forțele de levitație electromagnetică care acționează asupra conductoarelor sferoidale situate în cîmpul magnetic cu simetrie axială al unor spire circulare parcurse de curenți alternativi de înaltă frecvență [1]. Sînt prezentate rezultatele experimentale obținute la măsurarea inductivităților efective și a pierderilor prin efect Joule în conductoarele sferoidale induse; forțele de levitație electromagnetică corespunzătoare se obțin prin derivare grafică.

Rezultatele experimentale sînt comparate cu rezultatele obținute prin calcul numeric, indicîndu-se limitele pînă la care se poate utiliza modelul sferoidului perfect conductor [1].

1. INTRODUCERE

Într-o lucrare anterioară [1] se cercetează levitația electromagnetică a unui conductor masiv în formă de sferoid (elipsoid de rotație) alungit sau turtit în prezența a N spire circulare conductoare, presupuse filiforme, avînd ca axă comună axa de rotație a sferoidului și fiind parcurse de curenți alternativi de înaltă frecvență pe baza modelului perfect conductor al sferoidului indus.

Potențialul magnetic vector $\boldsymbol{A}'_s = \boldsymbol{u}_\varphi A'_s$, datorită numai curenților induși în sferoidul perfect conductor de către curentul i_s care circulă prin spira s, este pentru cazul sferoidului alungit

$$A'_s(\eta, \xi) = \frac{\mu_0 i_s}{2} [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 - 1)]^{\frac{1}{2}} \cdot$$

$$\cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) P_n^1(\eta) Q_n^1(\xi), \qquad (1)$$

permeabilitatea fiind peste tot practic egală cu permeabilitatea vidului, μ_0.

Forța instantanee rezultantă care acționează asupra sferoidului alungit perfect conductor este orientată pe verticală în sus (în sensul negativ al axei z) și are valoarea

$$F = \pi\mu_0 \sum_{k=1}^{N} i_k \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{\frac{1}{2}}}{\xi_k^2-\eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} i_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) K_n(\eta_k, \xi_k), \tag{2}$$

în care

$$K_n(\eta_k, \xi_k) \equiv \frac{2n+1}{n^2(n+1)} [\xi_k P_{n-1}^1(\eta_k) Q_n^1(\xi_k) - \eta_k P_n^1(\eta_k) Q_{n-1}^1(\xi_k)]. \tag{3}$$

Pierderile instantanee prin efectul Joule în masa sferoidului alungit, presupunîndu-se că acesta are o conductivitate superficială finită și constantă σ_s și admițîndu-se pentru repartiția superficială a curenților induși distribuția acestora din cazul ideal al sferoidului perfect conductor, sînt date de expresia

$$P = \frac{\pi}{2(\xi_0^2-1)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{\sigma_s} \int_{-1}^{+1} \frac{d\eta}{(\xi_0^2-\eta^2)^{\frac{1}{2}}} \times$$

$$\times \left[\sum_{s=1}^{N} i_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta) \right]^2, \tag{4}$$

în care $\sigma_s = \sigma\delta$, σ fiind conductivitatea, iar $\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu_0\sigma} \right)^{\frac{1}{2}}$ fiind adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului electromagnetic pentru materialul (de permeabilitate $\mu = \mu_0$) din care este confecționat sferoidul, la temperatura și la frecvența $\left(f = \frac{\omega}{2\pi} \right)$ de funcționare corespunzătoare.

În sistemele de bobine inductoare care se folosesc practic, spirele sînt legate în serie astfel încît ele sînt parcurse de către același curent electric i_0. Prin urmare, pentru aceste sisteme, curenții trebuie considerați egali cu

$$i_s = \varepsilon_s i_0 \quad (s = 1, 2, \ldots, N), \tag{5}$$

unde $\varepsilon_s = +1$ pentru spirele parcurse de către curentul i_0 în sensul de creștere al coordonatei φ și $\varepsilon_s = -1$ pentru spirele parcurse de către curentul i_0 în sens contrar. În această situație, expresia forței instantanee

(2), de exemplu, devine

$$F = \pi\mu_0 i_0^2 \sum_{k=1}^{N} \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{\frac{1}{2}}}{\xi_k^2-\eta_k^2} \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) K_n(\eta_k, \xi_k), \qquad (6)$$

în care $K_n(\eta_k, \xi_k)$ este dat de relația (3).

În expresiile (1)—(6) [1], P_n^1 și Q_n^1 sînt funcțiile Legendre asociate de speța întîi și, respectiv, a doua de indici n și 1, (η, ξ, φ) sînt coordonatele sferoidale ale unui punct curent [2], $\xi = \xi_0$ fiind ecuația suprafeței sferoidului conductor considerat, poziția spirei s fiind fixată prin coordonatele sferoidale $\eta = \eta_s$ și $\xi = \xi_s$ ale punctelor acesteia (fig. 1).

Rezultatele corespunzătoare sferoidului turtit se obțin din cele ale sferoidului alungit prin transformarea $\xi \to \pm j\xi$ și corespunzător $\xi_s \to \pm j\xi_s$ [3], unde s-a folosit notația $j \equiv \sqrt{-1}$.

În lucrarea de față se transformă expresia (6) a forței instantanee de levitație electromagnetică, aducînd-o la forma $F = -\frac{1}{2} i_0^2 \frac{\partial L}{\partial z}$, în care inductivitatea efectivă (după [4]) L depinde de poziția relativă dintre sferoid și sistemul de spire inductoare.

Ideea care stă la baza studiului experimental efectuat constă în calcularea și apoi în măsurarea acestor inductivități efective, urmînd ca valorile „experimentale" ale forțelor de levitație să fie obținute prin derivare grafică.

Măsurarea inductivităților la diferite frecvențe se poate face cu ajutorul punților de măsură, prin urmare mult mai simplu decît măsurarea directă a forțelor, care ar necesita, pe de o parte, aparataj mai complicat (balanțe de precizie, dispozitive optice pentru reperarea poziției sferoidului indus, ampermetre de înaltă frecvență), iar pe de altă parte generatoare de înaltă frecvență de puteri mai mari. Simultan cu măsurarea inductivităților echivalente ale sistemului de spire inductoare în prezența sferoidului conductor indus, în procesul de echilibrare a punții de măsură se pot determina cu suficientă aproximație și pierderile de putere activă corespunzătoare. Prin urmare, se măsoară foarte simplu și pierderile prin efectul Joule în sferoidul indus, pierderi care sînt deosebit de importante în aplicațiile practice, ele determinînd încălzirea conductorului levitat.

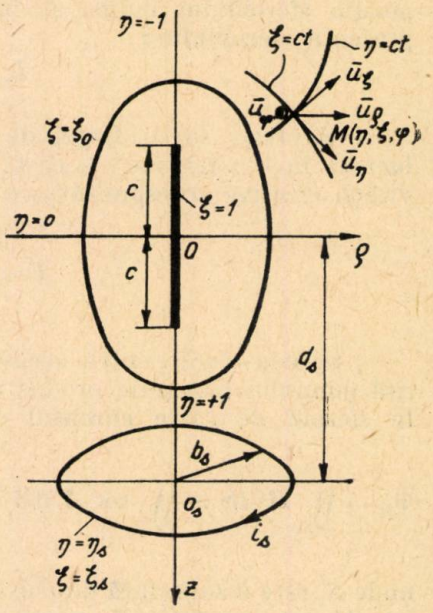


Fig. 1. — Alegerea sistemului de coordonate sferoidale.

Efectuarea măsurătorilor la diferite frecvențe permite determinarea limitelor pînă la care, pentru studiul teoretic al levitației electromagnetice a conductoarelor masive sferoidale, poate fi utilizat modelul perfect conductor al acestor corpuri.

2. INDUCTIVITATEA EFECTIVĂ A SISTEMULUI BOBINĂ INDUCTOARE-SFEROID INDUS

Forța instantanee de levitație electromagnetică exercitată asupra sferoidului (6) poate fi exprimată în funcție de inductivitatea echivalentă L_{ech} a sistemului de spire inductoare, dependentă de poziția sferoidului indus în raport cu sistemul de spire, în felul următor :

$$F = \frac{1}{2} i_0^2 \frac{\partial L_{ech}}{\partial z}, \tag{7}$$

în care z reprezintă distanța după axa de simetrie a sistemului de la bobina inductoare la sferoid.

Inductivitatea echivalentă L_{ech} este egală cu diferența dintre inductivitatea proprie a sistemului de spire L_0, care este independentă de poziția sferoidului indus, și inductivitatea efectivă L, determinată de prezența sferoidului :

$$L_{ech} = L_0 - L. \tag{8}$$

Expresia (6) a forței de levitație electromagnetică poate fi prelucrată în așa fel, încît această forță să se exprime cu ajutorul inductivității efective corespunzătoare sub forma

$$F = -\frac{1}{2} i_0^2 \frac{\partial L}{\partial z}. \tag{9}$$

Se consideră pentru aceasta fluxul magnetic Φ_{sk} prin spira k datorită cîmpului magnetic produs numai de către curenții turbionari induși în sferoid de către curentul din spira s

$$\Phi_{sk} = \iint_{S_k} \boldsymbol{B}'_s \, d\boldsymbol{S} \equiv \iint_{S_k} \operatorname{rot} \boldsymbol{A}'_s \, d\boldsymbol{S} = \oint_{\Gamma_k} \boldsymbol{A}'_s \, d\boldsymbol{l} = 2\pi b_k A'_s(\eta_s, \xi_s; \eta_k, \xi_k), \tag{10}$$

unde S_k este o suprafață deschisă care se sprijină pe contrul Γ_k al spirei k, iar A'_s este potențialul vector (1) luat în punctele spirei k.

Pentru cazul sferoidului alungit, de exemplu, avem

$$\Phi_{sk} = \pi c \mu_0 i_s [(1 - \eta_s^2)(\xi_s^2 - 1)]^{\frac{1}{2}} [(1 - \eta_k^2)(\xi_k^2 - 1)]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) P_n^1(\eta_k) Q_n^1(\xi_k), \tag{11}$$

unde c este semidistanța focală a sferoidului. Se observă că există relațiile de reciprocitate

$$\frac{\Phi_{sk}}{i_s} = \frac{\Phi_{ks}}{i_k}, \qquad (s, k = 1, 2, \ldots, N). \tag{12}$$

Derivata mărimii Φ_{sk} în raport cu coordonata z se scrie astfel

$$\frac{\partial \Phi_{sk}}{\partial z} = \left[\frac{\partial \eta_s}{\partial z}\frac{\partial}{\partial \eta_s} + \frac{\partial \xi_s}{\partial z}\frac{\partial}{\partial \xi_s} + \frac{\partial \eta_k}{\partial z}\frac{\partial}{\partial \eta_k} + \frac{\partial \xi_k}{\partial z}\frac{\partial}{\partial \xi_k}\right]\Phi_{sk}. \tag{13}$$

Trebuie ținut seama că variația $\mathrm{d}(z)$ este tocmai variația $\mathrm{d}(d_s)$ a distanței d_s de la planul spirei s pînă la centrul sferoidului pentru fiecare $s = 1, 2, \ldots, N$ și că razele b_s ale spirelor rămîn constante (fig. 1). Avînd în vedere relațiile de legătură ale acestor mărimi cu coordonatele sferoidale corespunzătoare [2],

$$\left.\begin{aligned} d_s &= c\eta_s \xi_s, \\ b_s &= c\,[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

rezultă

$$\frac{\partial \eta_s}{\partial z} = \frac{(1-\eta_s^2)\,\xi_s}{c(\xi_s^2-\eta_s^2)}; \qquad \frac{\partial \xi_s}{\partial z} = \frac{\eta_s(\xi_s^2-1)}{c(\xi_s^2-\eta_s^2)}. \tag{15}$$

Ținîndu-se seama și de formulele [2]:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\eta}\,[(1-\eta^2)^{\frac{1}{2}} P_n^1(\eta)] &= -\frac{n+1}{(1-\eta)^{\frac{1}{2}}}\,[\eta P_n^1(\eta) - P_{n-1}^1(\eta)], \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi}\,[(\xi^2-1)^{\frac{1}{2}} Q_n^1(\xi)] &= \frac{n+1}{(\xi^2-1)^{\frac{1}{2}}}\,[\xi Q_n^1(\xi) - Q_{n-1}^1(\xi)], \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

rezultă după efectuarea calculelor

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{sk}}{\partial z} = \pi\mu_0 i_s\,&[(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}}\,[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{\frac{1}{2}} \times \\ \times\Bigg[&\frac{1}{\xi_s^2-\eta_s^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}\,P_n^1(\eta_k)\,Q_n^1(\xi_k)\,K_n(\eta_s, \xi_s) + \\ &+\frac{1}{\xi_k^2-\eta_k^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)}\,P_n^1(\eta_s)\,Q_n^1(\xi_s)\,K_n(\eta_k, \xi_k)\Bigg], \end{aligned} \tag{17}$$

în care K_n este dat de relația (3).

Forța instantanee F_{sk} care se exercită asupra spirei k parcurse de către curentul i_k, datorită cîmpului magnetic produs de către curenții induși în sferoid numai de către curentul din spira s, este egală cu (vezi și expresia (2))

$$F_{sk} = \pi\mu_0 i_k i_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{2}} \frac{[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{\frac{1}{2}}}{\xi_k^2-\eta_k^2} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s) K_n(\eta_k, \xi_k), \tag{18}$$

pentru care s-a considerat sensul pozitiv al axei z.

Comparînd relațiile (17) și (18), se observă că

$$\frac{F_{sk}}{i_k i_s} + \frac{F_{ks}}{i_s i_k} = \frac{1}{i_s}\frac{\partial \Phi_{sk}}{\partial z} = \frac{1}{i_k}\frac{\partial \Phi_{ks}}{\partial z} \tag{19}$$

sau

$$F_{sk} + F_{ks} = \frac{1}{2}\left[i_k \frac{\partial \Phi_{sk}}{\partial z} + i_s \frac{\partial \Phi_{ks}}{\partial z}\right]. \tag{20}$$

Membrul stîng al ultimei egalități reprezintă contribuția la forța de levitație electromagnetică rezultantă cauzată de către interacțiunea mutuală a spirelor k și s. Se vede că, înlocuind $k = s$, se obține contribuția la forța de levitație rezultantă cauzată numai de către curentul din spira s:

$$F_{ss} = \frac{1}{2} i_s \frac{\partial \Phi_{ss}}{\partial z}. \tag{21}$$

Dacă se însumează asupra tuturor spirelor, forța instantanee rezultantă (2) poate fi scrisă deci sub forma

$$F = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} \sum_{s=1}^{N} i_k \frac{\partial \Phi_{sk}}{\partial z}. \tag{22}$$

Presupunînd acum că toate spirele sînt parcurse de către același curent i_0, cu (5) rezultă

$$F = \frac{1}{2} i_0 \sum_{k=1}^{N} \sum_{s=1}^{N} \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon_k \Phi_{sk}). \tag{23}$$

Fluxului magnetic Φ_{sk} prin spira k îi corespunde o inductivitate $\frac{\varepsilon_k \Phi_{sk}}{i_0}$, care contribuie la inductivitatea echivalentă a bobinei inductoare. După cum se observă, fluxul magnetic obținut prin însumarea (algebrică) a fluxurilor parțiale (11), $\sum_{k=1}^{N} \sum_{s=1}^{N} (\varepsilon_k \Phi_{sk})$, este partea din fluxul total prin

bobina inductoare care depinde de coordonata z, fiind condiționată numai de către cîmpul magnetic al curenților induși în sferoid. Acestui flux îi corespunde inductivitatea efectivă L:

$$L = -\frac{\sum_{k=1}^{N}\sum_{s=1}^{N}(\varepsilon_k \Phi_{sk})}{i_0} = -\pi c\mu_0 \sum_{k=1}^{N}[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2-1)]^{\frac{2}{4}} \times$$

$$\times \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2-1)]^{\frac{1}{4}} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \frac{P_n^1(\xi_0)}{Q_n^1(\xi_0)} P_n^1(\eta_k) Q_n^1(\xi_k) P_n^1(\eta_s) Q_n^1(\xi_s), \qquad (24)$$

cu ajutorul căreia se poate deci exprima forța instantanee de levitație sub forma (9). Partea cealaltă din fluxul total prin bobina inductoare, condiționată de către cîmpul magnetic al curentului din însăși bobina inductoare, nu depinde de coordonata z și ei îi corespunde inductivitatea proprie L_0.

Pentru cazul sferoidului turtit, inductivitatea efectivă se obține direct din (24), efectuînd transformarea $\xi_s \to \pm j\xi_s$; $\xi_k \to \pm j\xi_k$; $c \to \mp jc$ [3]:

$$L = -j\pi c\mu_0 \sum_{k=1}^{N}[(1-\eta_k^2)(\xi_k^2+1)]^{\frac{1}{4}} \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+1)]^{\frac{1}{4}} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} \frac{P_n^1(j\xi_0)}{Q_n^1(j\xi_0)} P_n^1(\eta_k) Q_n^1(j\xi_k) P_n^1(\eta_s) Q_n^1(j\xi_s). \qquad (25)$$

2.1. Cazuri particulare

Cazul-limită al sferei perfect conductoare situată în cîmpul celor N spire inductoare se obține dacă în expresia (24) sau (25) se fac următoarele înlocuiri în funcție de coordonatele sferice corespunzătoare (r, θ):

$$\xi_0 \to \infty,\ \xi_s \to \infty,\ \xi \to \infty;\ \eta_s \to \cos\theta_s,\ \eta \to \cos\theta,$$
$$c \to 0,\ c\xi_0 \to r_0,\ c\xi_s \to r_s,\ c\xi \to r, \qquad (26)$$

și dacă se utilizează dezvoltările asimptotice ale funcțiilor Legendre asociate pentru argumente mari [5]:

$$P_n^1(z) \xrightarrow[|z|\to\infty]{} \frac{(2n)!}{2^n n!(n-1)!} z^n,\quad Q_n^1(z) \xrightarrow[|z|\to\infty]{} -\frac{n!(n+1)!2^n}{(2n+1)!z^{n+1}}. \qquad (27)$$

Rezultă

$$L = \tau\,\mu_0 r_0 \sum_{k=1}^{N} \sin\theta_k \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s \sin\theta_s \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \left(\frac{r_0}{r_k}\right)^n \left(\frac{r_0}{r_s}\right)^n P_n^1(\cos\theta_k) P_n^1(\cos\theta_s). \qquad (28)$$

Cazul-limită al discului circular se obține dacă în expresia (25) se face $\xi_0 = 0$ și dacă se ține seama că [6]

$$\frac{P_n^1(j0)}{Q_n^1(j0)} = \left| \begin{array}{l} j\dfrac{2}{\pi} \text{ pentru } n \text{ impar,} \\ 0 \text{ pentru } n \text{ par.} \end{array} \right\} \tag{29}$$

Rezultă

$$L = 2\mu_0 b_0 \sum_{k=1}^{N} [(1-\eta_k^2)(\xi_k^2+1)]^{\frac{1}{2}} \sum_{s=1}^{N} \varepsilon_k \varepsilon_s [(1-\eta_s^2)(\xi_s^2+1)]^{\frac{1}{2}} \cdot$$

$$\cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{[2n(2n-1)]^2} P_{2n-1}^1(\eta_k) Q_{2n-1}^1(j\xi_k) P_{2n-1}^1(\eta_s) Q_{2n-1}^1(j\xi_s). \tag{30}$$

3. CALCULE NUMERICE

Ca și în cazul expresiilor forțelor de levitație electromagnetică și a pierderilor prin efect Joule [1], sumele care intervin în expresiile inductivităților efective (24), (25) nu se pot efectua exact. Calculele numerice se pot face aproximativ, reținînd un număr suficient de termeni în aceste sume. Convergența seriilor care apar în expresiile (24) și (25) este asigurată de către factorii $Q_n^1(\xi_s)$, care descresc repede cînd n crește. Aceste serii au convergența cu atît mai rapidă, cu cît argumentul ξ_s al funcțiilor Q_n^1 este mai mare și cu atît mai lentă cu cît argumentul ξ_s se apropie de valoarea ξ_0.

Mărimile adimensionale $\dfrac{L}{\mu_0 b_0}$ sînt funcții de $2N+1$ parametri adimensionali: ξ_0 și η_s, ξ_s $(s = 1, 2, \ldots, N)$. Ținîndu-se seama de relațiile (14) și de relațiile de legătură corespunzătoare dintre semiaxele a_0 și b_0 ale sferoidului și coordonata ξ_0 (fig. 2),

$$a_0 = c\xi_0, \quad b_0 = c(\xi_0^2 - 1)^{\frac{1}{2}}, \tag{31}$$

funcțiile $\dfrac{L}{\mu_0 b_0}$ se pot exprima cu ajutorul următorilor $2N+1$ parametri adimensionali: $\dfrac{b_0}{a_0}$ și $\dfrac{b_0}{b_s}, \dfrac{d_s}{b_s}$ $(s = 1, 2, \ldots, N)$.

Un parametru util pentru desenarea graficelor este h [1]:

$$h = \frac{d_1}{b_1} = \operatorname{cotg} \alpha_1, \tag{32}$$

d_1, b_1 și α_1 referindu-se la cea mai de jos spiră a sistemului de spire considerat (fig. 2).

Pentru o bobină inductoare constituită din spire coaxiale echidistante dispuse pe suprafața unui con cu vîrful în jos, unghiul la vîrf

corespunzător fiind β (fig. 2), numărul de parametri adimensionali care fixează geometria sistemului se reduce la șase : $\frac{b_0}{a_0}$, $\frac{b_0}{b_1}$, $\mathrm{tg}\beta$, h, distanța (aceeași) dintre centrele a două spire consecutive raportată la b_1 și numărul de spire inductoare N.

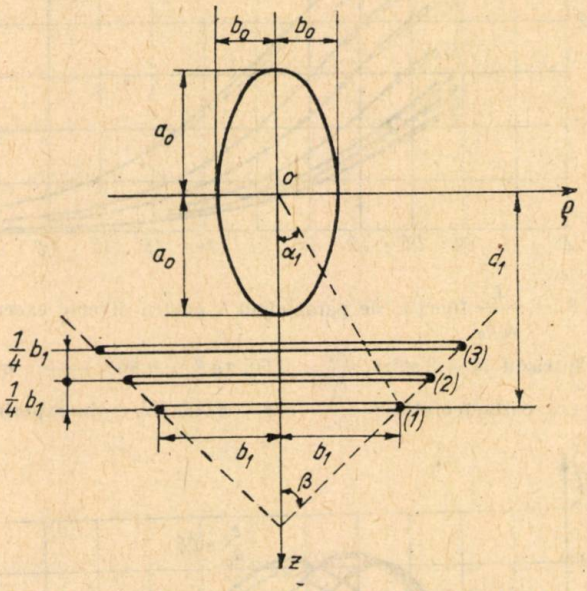


Fig. 2. — Dimensiuni geometrice pentru un sistem cu trei spire inductoare.

S-au efectuat calcule numerice pentru sisteme cu o singură spiră, cu două și cu trei spire, de fiecare dată distanța dintre centrele a două spire consecutive fiind $\frac{1}{4}b_1$, ceilalți parametri luînd valorile următoare :

$$\frac{b_0}{a_0} = 0{,}20\ ;\ 0{,}40\ ;\ 0{,}60\ ;\ 0{,}80\ ;\ 1{,}25\ ;\ 1{,}50\ ;\ 2{,}00\ ;\ 3{,}00\ ;\ 5{,}00,$$

$$\frac{b_0}{b_1} = 0{,}25\ ;\ 0{,}50\ ;\ 0{,}75\ ;\ 1{,}00,$$

$$\mathrm{tg}\beta = 0{,}00\ ;\ 0{,}20\ ;\ 0{,}40\ ;\ 0{,}80,$$

$$h = 0{,}55\ldots2{,}15.$$

Singurele rezultate numerice prezentate în lucrare sînt acelea reprezentate grafic în figurile 3 și 5, respectiv în figurile 9 și 10.

În procesul de calcul cu formulele (22) și (23) s-a ținut seama că, în general, convergența seriilor care intervin în aceste formule este cu atît mai rapidă, cu cît raportul $\frac{b_0}{a_0}$ este mai apropiat de unitate, cu cît

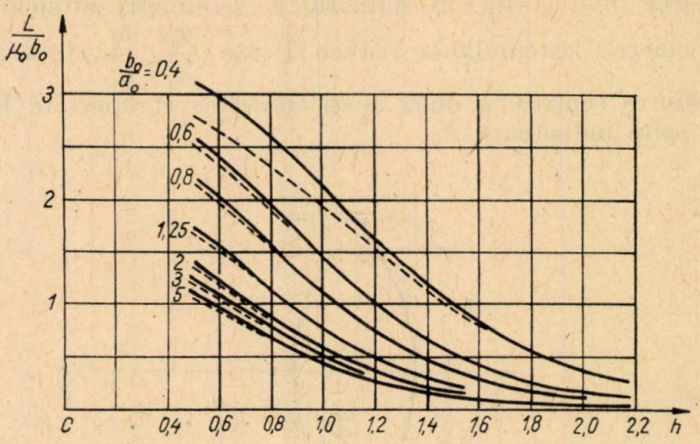


Fig. 3. — $\frac{L}{\mu_0 b_0}$ funcție de parametrul h pentru diverse excentricități în cazul $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$, $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; — — — — $f = 8\,000$ Hz, curbe experimentale.

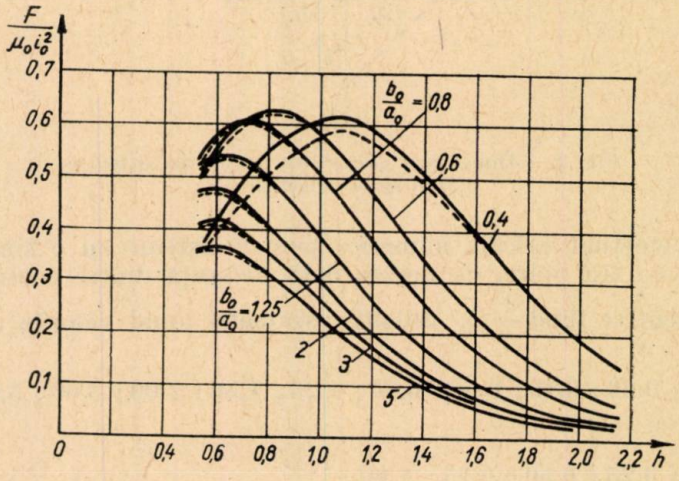


Fig. 4. — $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru diverse excentricități în cazul $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$, $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; — — — — $f = 8\,000$ Hz, curbe experimentale.

raportul $\frac{b_0}{b_1}$ este mai mic și cu cît h este mai mare. Influența parametrului $\operatorname{tg}\beta$ asupra convergenței acestor serii este mai puțin importantă.

Erorile (în procente) care se fac atunci cînd se rețin din seriile infinite doar primii 4,7 și, respectiv, 14 termeni nu depășesc valorile indicate în tabela următoare:

Număr de termeni reținuți	$b_0/a_0 = 0{,}20$				$b_0/a_0 = 0{,}40$				$b_0/a_0 = 0{,}60$				$b_0/a_0 = 0{,}80$			
	$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$			
	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00
4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10^{-3} %	10^{-1} %	1 %	—
7	—	—	—	—	10^{-4} %	10^{-1} %	50 %	—	10^{-6} %	10^{-2} %	1 %	—	—	—	—	—
14	10^{-5} %	1 %	50 %	—	10^{-6} %	10^{-3} %	1 %	—	10^{-8} %	10^{-4} %	10^{-2} %	—	—	—	—	—

Număr de termeni reținuți	$b_0/a_0 > 1{,}50$				$b_0/a_0 = 1{,}50$				$b_0/a_0 = 1{,}25$			
	$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$				$b_0/b_1 =$			
	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00	0,25	0,50	0,75	1,00
4	—	—	—	—	10^{-6} %	10^{-4} %	10^{-2} %	10^{-1} %	10^{-7} %	10^{-5} %	10^{-3} %	10^{-2} %
7	$<10^{-10}$ %	10^{-9} %	10^{-6} %	10^{-4} %	$<10^{-10}$ %	10^{-9} %	10^{-6} %	10^{-4} %	—	—	—	—
14	$<10^{-10}$ %	$<10^{-10}$ %	$<10^{-10}$ %	10^{-8} %	$<10^{-10}$ %	$<10^{-10}$ %	$<10^{-10}$ %	10^{-9} %	$<10^{-10}$ %	$<10^{-10}$ %	$<10^{-10}$ %	10^{-10} %

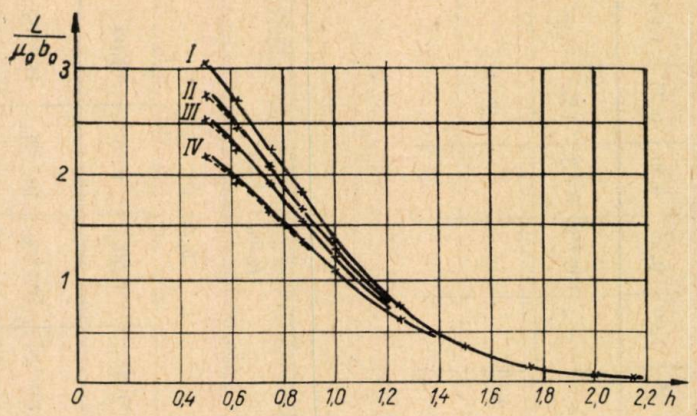


Fig. 5. — $\frac{L}{\mu_0 b_0}$ funcție de parametrul h pentru $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{a_0} = 0{,}80$, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$: (I) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}00$; (II) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}20$; (III) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}40$; (IV) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; — — — $f = 8\,000$ Hz, curbe experimentale.

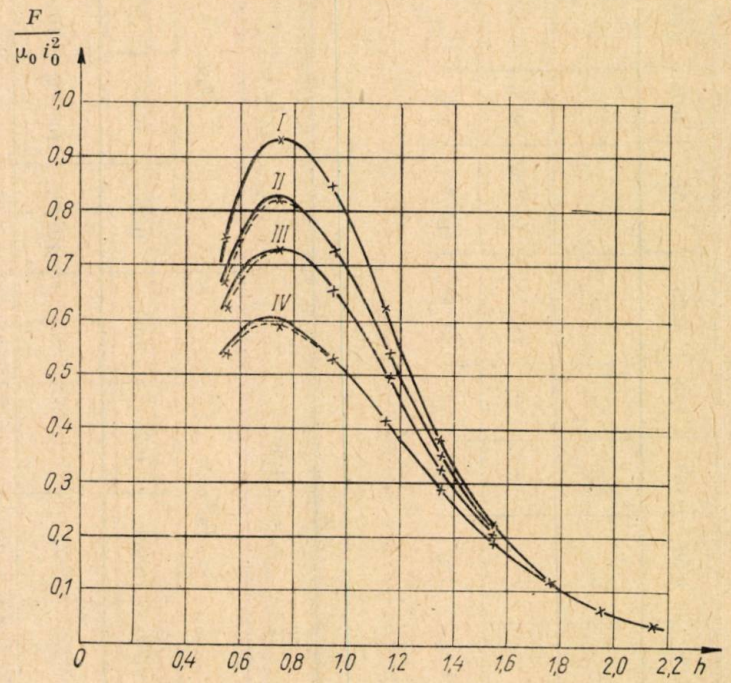


Fig. 6. — $\frac{F}{\mu_0 i_0^2} = 0{,}50$ funcție de parametrul h pentru $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{a_0} = 0{,}80$; $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$: (I) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}00$; (II) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}20$; (III) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}40$; (IV) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; — — — — $f = 8\,000$ Hz, curbe experimentale.

Erorile care se obțin la calculul inductivităților efective atunci cînd în seriile care intervin se reține același număr de termeni sînt în general mai mici decît erorile corespunzătoare care se obțin la calculul forțelor de levitație electromagnetică [1].

În tabela de mai sus sînt indicate erorile maxime care se obțin pentru valorile cele mai mici ale parametrului h. Cu cît h este mai mare, cu atît erorile corespunzătoare sînt mai mici (la aceleași valori ale rapoartelor $\frac{b_0}{a_0}$ și $\frac{b_0}{b_1}$); pentru valorile cele mai mari ale lui h cu care se lucrează, aceste erori sînt cu cîteva ordine de mărime mai mici decît erorile corespunzătoare celor mai mici valori ale parametrului h.

4. REZULTATE EXPERIMENTALE

Pentru efectuarea verificărilor experimentale au fost folosiți sferoizi din aluminiu avînd următoarele caracteristici:

a_0 [mm]	50	33,34	25	16	13,34	10	6,67	4
b_0[mm]	20	20	20	20	20	20	20	20
b_0/a_0	0,4	0,6	0,8	1,25	1,5	2	3	5

Pentru confecționarea bobinelor de tipul celei din figura 2 a fost construit un dispozitiv din material izolant care să permită obținerea tuturor parametrilor $\frac{b_0}{b_1}$ și tgβ indicați în paragraful 3. Fiecare dintre cele trei spire ale bobinelor inductoare (fig. 2) a fost realizată în realitate dintr-un număr de spire variind între 150 și 400, înfășurate strîns, utilizîndu-se conductor din cupru emailat, de diametre cuprinse între 0,10 și 0,15 mm. Sferoizii din aluminiu au fost introduși în cîmpul bobinelor inductoare cu ajutorul unei țevi din material izolant, gradată astfel încît să se poată citi comod înălțimea d_1, respectiv parametrul h.

Măsurarea inductivităților bobinelor inductoare în prezența sferoizilor induși s-a făcut cu ajutorul unei punți de precizie LCR, tip 1002-RFT, utilizîndu-se pentru frecvențele de 8 000 și 800 Hz., generatorul de ton propriu al punții. Pentru frecvențele de 2 000, 4 000 și uneori și pentru 8 000 Hz a fost utilizat un generator de ton exterior, de tip GF-11, Clamann & Grahnert, Dresda.

Simultan cu măsurarea inductivității a fost măsurată aproximativ și rezistența echivalentă în curent alternativ pentru bobinele inductoare în prezența sferoizilor induși; pornind de la această mărime s-au putut determina aproximativ, numai în anumite situații, pierderile prin efect Joule în sferoizii din aluminiu.

În figurile 3 și 5 este reprezentată grafic dependența, determinată experimental, a mărimii adimensionale $\frac{L}{\mu_0 b_0}$ în funcție de parametrul h pentru diferite valori ale raportului $\frac{b_0}{a_0}$ și, respectiv, ale parametrului tg. β. Prin derivarea grafică a funcțiilor $\frac{L}{\mu_0 b_0}$ de parametrul h a fost obținută dependența mărimii adimensionale $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ pentru aceleași valori ale diverșilor parametri, dependență reprezentată grafic în figurile 4 și 6, alături de cea corespunzătoare determinată prin calcul numeric [1].

Variația mărimii dimensionale $\frac{P}{\rho_s i_0^2}$ obținută prin calcul numeric [1] pentru diferite valori ale parametrilor $\frac{b_0}{a_0}$, tgβ și h este reprezentată prin curbele din figurile 7 și 8, în care sînt arătate și rezultatele corespunzătoare obținute pe cale experimentală. Datorită faptului că la puntea de măsură nu s-a putut determina decît aproximativ defazajul dintre tensiunea și curentul corespunzătoare sistemului bobină inductoare-sferoid indus, determinarea experimentală în modul indicat a pierderilor prin efect Joule în sferoizii induși s-a efectuat cu un grad de precizie mai redus decît determinarea experimentală a inductivităților efective. Ținîndu-se seama de rezistivitatea $\rho = 3{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ωm a sferoizilor confecționați din aluminiu pur, conductivitatea superficială cu care s-a lucrat la frecvența de 8 000 Hz, de exemplu, a fost egală cu $\sigma_s = \frac{1}{\rho_s} = \frac{\delta}{\rho} = \left(\frac{2}{\omega \mu_0 \rho}\right)^{\frac{1}{2}} \simeq 3 \cdot 10^4\ \Omega^{-1}$.

Inductivitățile efective referitoare la un sistem cu trei spire și cu o singură spiră pentru frecvențele de 8 000, 4 000 și 2 000 Hz sînt indicate în figurile 9 și, respectiv, 10. Pe aceleași figuri sînt reprezentate și forțele de levitație electromagnetică corespunzătoare, obținute prin derivare grafică.

Se constată că în domeniul de variație al diverșilor parametri care caracterizează geometria sistemului din figura 2 pentru care s-au efectuat măsurătorile, rezultatele experimentale obținute la frecvența de 8 000 Hz coincid practic peste tot cu rezultatele obținute prin calcul numeric pe baza modelului perfect conductor al sferoidului indus. Abaterile mici ale curbelor experimentale în raport cu cele teoretice care se observă pentru valorile cele mai mici ale parametrilor h și $\frac{b_0}{a_0}$ se explică prin faptul că pachetele constituite din cîteva sute de spire care alcătuiesc fiecare dintre cele N spire de calcul își pierd caracterul filiform cu atît mai mult cu cît sferoizii induși își au suprafața mai aproape de spirele inductoare.

Cu cît frecvențele de lucru sînt mai mici (fig. 9 și 10), cu atît curbele inductivităților efective au panta mai mică, iar forțele de levitație electro-

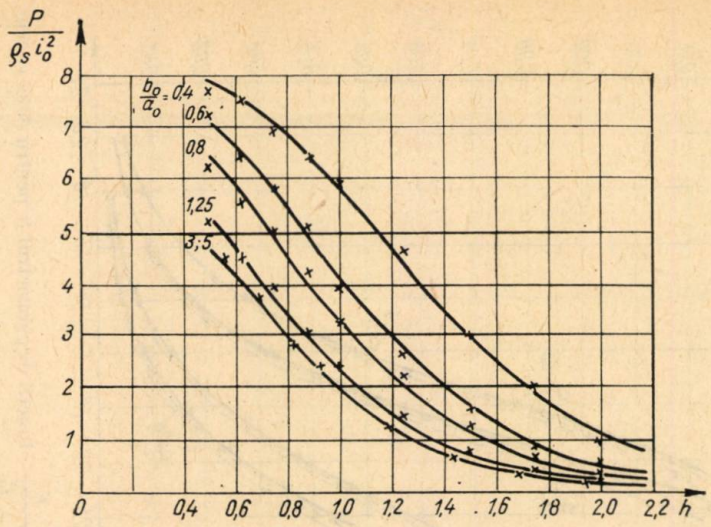


Fig. 7. — $\frac{P}{\rho_s i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru diferite excentricități în cazul $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$; $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; $\times\times\times$ $f = 8\,000$ Hz, valori experimentale.

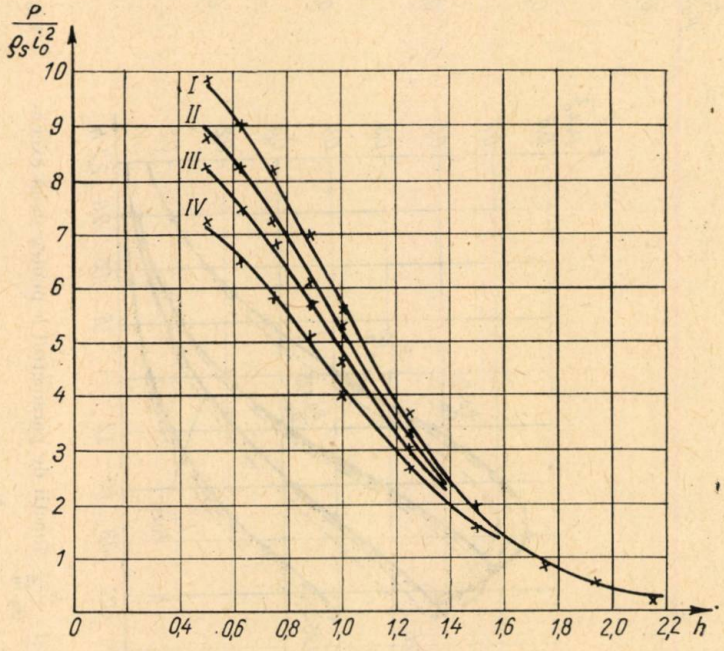


Fig. 8. — $\frac{P}{\rho_s i_0^2}$ funcție de parametrul h pentru $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{a_0} = 060$; $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$: (I) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}00$; (II) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}20$; (III) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}40$; (IV) $\operatorname{tg}\beta = 0{,}80$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; $\times\times\times$ $f = 8\,000$ Hz, valori experimentale.

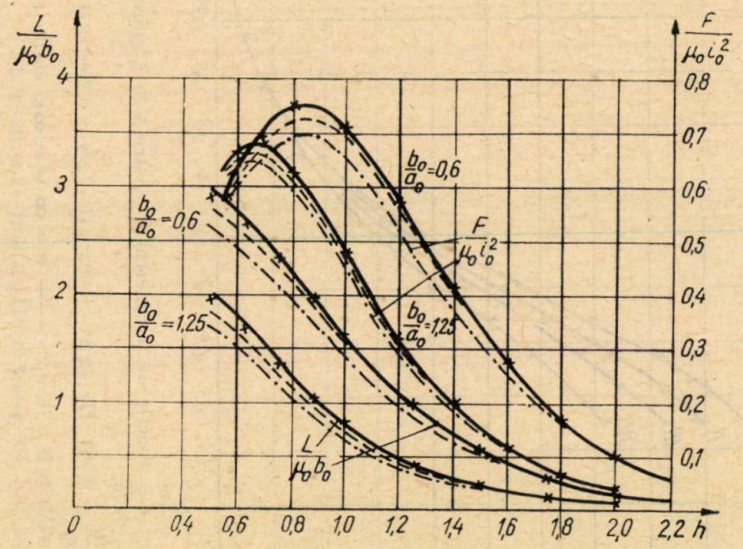


Fig. 9. — $\frac{L}{\mu_0 b_0}$ și $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ funcții de parametrul h pentru două excentricități în cazul $N = 3$ spire, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$, $\mathrm{tg}\beta = 0{,}40$: ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; $\times\times\times$ $f = 8\,000$ Hz, valori experimentale; – – – – $f = 4\,000$ Hz, valori experimentale; – · – · – · – $f = 2\,000$ Hz, valori experimentale.

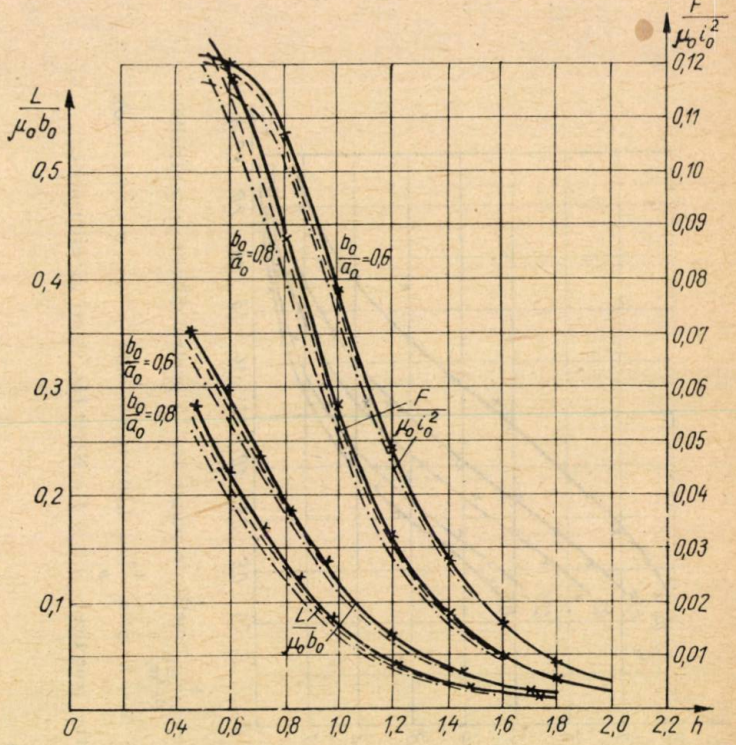


Fig. 10. — $\frac{L}{\mu_0 b_0}$ și $\frac{F}{\mu_0 i_0^2}$ funcții de parametrul h pentru două excentricități în cazul $N = 1$ spiră, $\frac{b_0}{b_1} = 0{,}50$; ——— $\sigma = \infty$ ($f = \infty$), curbe teoretice; $\times\times\times$ $f = 8\,000$ Hz, valori experimentale; – – – – $f = 4\,000$ Hz, valori experimentale; – · – · – · – $f = 2\,000$ Hz, valori experimentale.

magnetică corespunzătoare sînt mai mici. Diferențele dintre valorile măsurate și cele teoretice sînt mai mici în zona de stabilitate statică, situată în dreapta maximului forțelor de levitație electromagnetică [1], ele nedepășind în această zonă limitele de 1% pentru frecvența de 8 000 Hz, 3% pentru 4 000 Hz și 6% pentru 2 000 Hz.

5. CONCLUZII

Introducerea inductivităților efective este deosebit de utilă pentru studiul experimental al levitației electromagnetice. Calcularea acestor inductivități a fost posibilă datorită simetriei axiale a sistemului studiat. Pentru determinarea forțelor de levitație electromagnetică corespunzătoare măsurătorilor efectuate la diferite frecvențe, nu este necesară determinarea inductivităților efective prin calcul numeric, fiind necesară doar determinarea lor experimentală.

Studiul experimental ale cărui rezultate sînt prezentate în lucrarea de față se referă numai la levitația electromagnetică după direcția verticalei (a axei de simetrie a sistemului), însă în principiu acest studiu poate fi extins și pentru cercetarea stabilității laterale a levitației electromagnetice (cînd există și spire de stabilizare laterală [1]).

Studiul efectuat arată că, pentru sistemele bobină inductoare--sferoid indus care au fost cercetate, din punctul de vedere al forțelor care se exercită asupra conductoarelor induse se poate utiliza modelul perfect conductor al acestor corpuri în limitele indicate la capitolul precedent: de exemplu, dacă se admit diferențe de ordinul unui procent, modelul corpului perfect conductor se poate folosi pentru conductoare sferoidale avînd axa mică $2a_0 = 40$ mm la frecvența de 8 000 Hz sau $2a_0 = 20$ mm la 32 000 Hz ori $2a_0 = 10$ mm la 128 000 Hz etc. Avînd în vedere că în domeniul levitației electromagnetice interesează frecvențe de ordinul sutelor de mii de Hz, rezultă că în acest domeniu se poate utiliza cu succes modelul amintit mai sus.

Metoda de studiu elaborată în lucrare poate fi aplicată și în cazul sistemelor plan-paralele, precum și în cercetarea altor probleme, cum sînt, de exemplu, ecranarea electromagnetică, încălzirea și tratamentele termice prin inducție ale pieselor metalice.

BIBLIOGRAFIE

1. I. R. Ciric, *Levitația electromagnetică a conductoarelor masive sferoidale*, St. cerc. energ. electr., **19**, 2 (1969).
2. Ph. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, Part II, Chapter 10, New York, Toronto, London, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., 1953.
3. C. Flammer, *Spheroidal wave functions*, Stanford University Press, Stanford, California 1957.
4. W. E. Smith, *Electromagnetic levitation forces and effective inductance in axially symmetric systems*, Brit. J. Appl. Phys., *16*, 337–383 (1965).
5. W. R. Smythe, *Static and dynamic electricity*, Chapter 5, New York, Toronto, London 1950.
6. H. Bateman, A. Erdélyi, *Higher transcendental functions*, vol. 1, Chapter 3, New York, Toronto, London, Mc Graw-Hill Book Co., Inc., 1953.

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR AL UNUI SISTEM TRIFAZAT DE CONDUCTOARE SITUATE ÎNTR-UN ECRAN DREPTUNGHIULAR SUBȚIRE, FĂRĂ PEREȚI DESPĂRȚITORI

DE

CORNELIA IONESCU

În lucrare au fost calculate : potențialul vector, cîmpul magnetic și pierderile în cazul unui sistem trifazat de bare, situate în interiorul unui ecran dreptunghiular, subțire fără pereți despărțitori.

Din comparația cu alte moduri de ecrane a rezultat că soluția este avantajoasă pierderile fiind mai mici. S-a stabilit că neuniformitatea repartiției densității de curent pe secțiunea ecranului, chiar pentru ecrane cu grosimea comparabilă cu adîncimea de pătrundere, influențează puțin pierderile, creșterea acestora fiind neglijabilă. Rezultatele verificării experimentale, care s-a efectuat pentru cîmpul magnetic al unui singur fir ecranat, coincide cu rezultatele calculate, eroarea obținută fiind sub limitele admisibile.

1. INTRODUCERE

Creșterea continuă a puterii unitare a grupurilor generatoare în centralele moderne necesită tot mai multe sisteme îmbunătățite de bare de legătură între generatoare și transformatoare, sisteme care trebuie să răspundă noilor exigențe.

În literatura de specialitate [2], [3], [5] sînt expuse detaliat problemele care se cer rezolvate privind proiectarea acestora și soluțiile care se pot adopta. Folosirea sistemelor de bare situate în ecrane metalice constituie o soluție care se generalizează tot mai mult și în legătură cu acestea apar diverse probleme, ca alegerea formei ecranului și a așezării conductoarelor în interiorul lui, a materialului din care se confecționează ecranele, calculul pierderilor din ecran și bare, a forțelor electrodinamice, studiul încălzirii.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 553 — 580, 1969

În literatura de specialitate se admite că, în general, la cantități egale de material utilizat pierderile în ecranele dreptunghiulare sînt mai mari decît în cele cilindrice circulare, de aceea acestea din urmă au căpătat o răspîndire mai mare.

Un studiu comparativ complet atît în ceea ce privește pierderile, cît și forțele electrodinamice între ecranele dreptunghiulare și cele cilindrice circulare sau eliptice, cu ecranarea fiecărei faze în parte, cu un singur ecran pentru toate cele trei faze sau cu un ecran cu pereți despărțitori, nu a fost publicat pînă în prezent în literatură. Există posibilitatea ca simplicitatea constructivă a ecranului dreptunghiular, însoțită de alte avantaje care ar rezulta din acest studiu, să le asigure prioritatea în anumite condiții speciale de exploatare.

În lucrare se studiază cîmpul electromagnetic produs de un sistem trifazat de bare conductoare parcurse de curent, situate într-un ecran dreptunghiular subțire, și pierderile prin efect Joule care au loc în ecran.

Se consideră următoarele ipoteze simplificatoare:

1) ecranul se presupune perfect conductor pentru calculul cîmpului magnetic;

2) dimensiunile transversale ale ecranului fiind foarte mari în comparație cu cele ale barelor, acestea se pot aproxima cu suficientă precizie prin conductoare filiforme;

3) lungimea barelor fiind mult mai mare decît dimensiunile lor transversale, se poate considera cîmpul magnetic plan-paralel.

Aceste ipoteze simplifică studiul analitic al problemei fără ca rezultatele să se îndepărteze prea mult de realitate.

Pentru rezolvarea problemei, sistemul de curenți se consideră complet $\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$ [7], ipoteză care, fiind realizată totdeauna în practică, este necesară pentru a putea formula precis condițiile la limită satisfăcute de cîmp la infinit. În această situație, potențialul vector se anulează la infinit, în conformitate cu condiția de unicitate [7], pentru cîmpul magnetic plan-paralel care necesită anularea la infinit a potențialului vector.

Mediul fiind considerat liniar din punct de vedere electric și magnetic, este valabilă teorema superpoziției și se pot calcula cîmpul și potențialul creat de sistemul trifazat de conductoare situat în interiorul ecranului ca o suprapunere a cîmpurilor și a potențialelor condiționate de fiecare fir în parte dacă ar exista singur în prezența ecranului.

În cazul considerat al unui singur fir, este necesar să fie satisfăcute aceleași condiții de unicitate pentru a se putea aplica superpoziția și în acest scop este necesar să se considere tot un sistem complet de curenți, adică să se considere întoarcerea curentului prin ecran. Astfel problema se reduce la o problemă interioară a cărei soluție este univoc determinată [7] de componenta tangențială a cîmpului electric (sau magnetic) pe frontiera domeniului interior ecranului, nulă în ecran datorită supraconductibilității sale.

2. CALCULUL POTENȚIALULUI VECTOR ȘI AL CÎMPULUI MAGNETIC

Soluția problemei în cazul unui singur fir, obținută prin metoda separării variabilelor, a fost publicată în literatură [10].

Fie conductorul parcurs de curentul alternativ $i(t)$, a cărui urmă are coordonatele x_0y_0, situate într-un ecran perfect conductor de

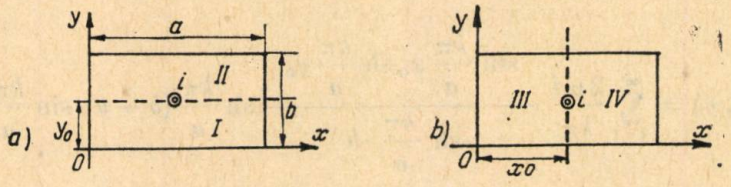


Fig. 1. — Ecranul dreptunghiular cu un singur conductor în interior, împărțit în subdomeniile I, II, III, IV:
a — lungimea secțiunii ecranului; b — lățimea secțiunii ecranului; x_0, y_0 — coordonatele urmei conductorului.

dimensiuni a, b. Deoarece cîmpul magnetic se presupune plan-paralel, potențialul vector are o singură componentă în lungul axei oz:

$$\boldsymbol{A}(x, y, t) = \boldsymbol{k}\, A(x, y, t), \tag{1}$$

care satisface ecuația de tip Poisson

$$\Delta A = -\mu_0 I \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0), \tag{2}$$

unde $\delta(x - x_0)$ și $\delta(y - y_0)$ sînt funcții impulsie unitate de tip Dirac. Pentru o rezolvare mai simplă, domeniul dreptunghiular a fost împărțit în subdomeniile I, II, III, IV și s-a rezolvat în fiecare dintre acestea o ecuație de tip Laplace:

$$\Delta A = 0. \tag{3}$$

Soluțiile obținute pentru fiecare subdomeniu în parte conțin constante de integrare determinate din condițiile de trecere pe frontierele de separație, care au forma de mai jos (de exemplu pentru frontiera dintre domeniul I și II):

$$\begin{cases} A_1 = A_2, \\ \left| \dfrac{\partial A_1}{\partial y} - \dfrac{\partial A_2}{\partial y} \right|_{y=y_0} = \mu I \delta(x - x_0), \end{cases} \tag{4}$$

cum și din condiția pe frontiera ecranului:

$$A(0, y) = A(x, 0) = A(a, y) = A(x, b) = 0 \tag{5}$$

(suprafața laterală interioară a ecranului reprezentînd o linie de cîmp magnetic, de-a lungul ei potențialul vector este constant și se poate alege această constantă egală cu 0).

S-au obținut următoarele soluții :

$$A_1(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\mu i}{k\pi} \frac{\sin \frac{k\pi}{a} x_0 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a}(b - y_0)}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} b} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} y \cdot \sin \frac{k\pi}{a} x, \quad (6)$$

$$A_2(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\mu i}{k\pi} \frac{\sin \frac{k\pi}{a} x_0 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} y_0}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} \cdot b} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a}(b - y) \cdot \sin \frac{k\pi}{a} x, \quad (7)$$

$$A_3(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\mu i}{k\pi} \frac{\sin \frac{k\pi}{b} y_0 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{b}(a - x_0)}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} \cdot a} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} \cdot x \sin \frac{k\pi}{b} y, \quad (8)$$

$$A_4(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2\mu i}{k\pi} \frac{\sin \frac{k\pi}{b} y_0 \cdot \operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} x_0}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} \cdot a} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{b} \cdot (a - x) \sin \frac{k\pi}{b} y. \quad (9)$$

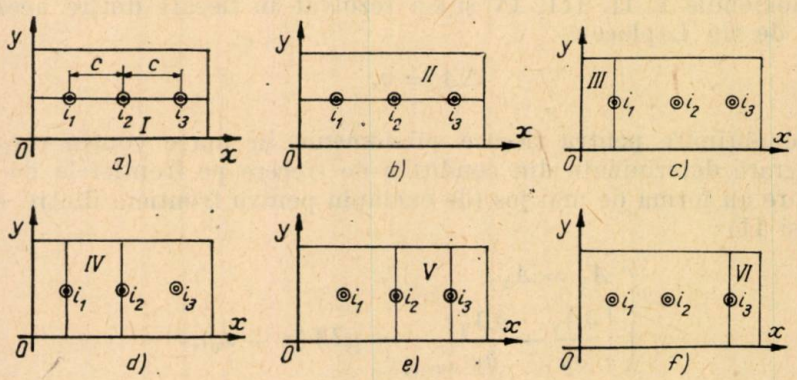


Fig. 2—Ecranul dreptunghiular cu cele trei conductoare în interior, împărțit în subdomeniile I, II, III, IV, V, VI.

Aplicînd superpoziția, se poate scrie direct potențialul vector produs de sistemul trifazat de conductoare în subdomeniile I, II, III, IV în care a fost împărțit domeniul inițial (anexa 1).

Pentru calculul cîmpului magnetic s-a ținut seama de faptul că potențialul vector depinde numai de x și y și are componentă numai după axa oz:

$$H_x = \frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial y}; \qquad H_y = -\frac{1}{\mu}\frac{\partial A}{\partial x}. \tag{10}$$

Cîmpul magnetic în cele șase subdomenii va avea expresiile din anexa 2.

3. CALCULUL DENSITĂȚII DE CURENT INDUSĂ ÎN ECRAN

Densitatea pînzei de curent pe suprafața interioară a ecranului este dată de saltul componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic (anexa 3):

$$J_s(x, 0) = -H_{1x}(x, 0), \tag{11}$$

$$J_s(x, b) = H_{2x}(x, b) = J_s(x, 0), \tag{12}$$

$$J_s(0, y) = H_{3y}(0, y), \tag{13}$$

$$J_s(a, y) = -H_{6y}(a, y), \tag{14}$$

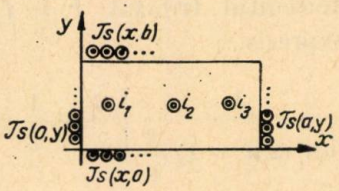


Fig. 3. — Repartiția densității de curent de-a lungul conturului ecranului.

4. CALCULUL PIERDERILOR ÎN ECRAN

Pentru calculul pierderilor prin efect Joule se consideră distribuția densității de curent indusă în ecran (vezi anexa 3) și se admite că acesta are o conductivitate superficială finită:

$$\sigma_s = \sigma \cdot d \text{ pentru } d \ll \delta, \tag{15}$$

unde d este grosimea ecranului, iar $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ adîncimea de pătrundere în materialul ecranului la frecvența considerată.

Puterea activă pierdută în ecran, ținînd seama de faptul că cei trei curenți formează un sistem trifazat:

$$\begin{cases} i_1 = \sqrt{2}\, I_1 \sin \omega t, \\ i_2 = \sqrt{2}\, I_2 \sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right), \\ i_3 = \sqrt{2}\, I_3 \sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right), \end{cases} \tag{16}$$

are expresia

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p \, \mathrm{d}t, \tag{17}$$

unde

$$p = \frac{l}{\sigma_s}\oint_\Gamma J_s^2 \, \mathrm{d}s = \frac{l}{\sigma_s}\left\{\int_0^a [J_S^2(x,0) + J_S^2(x,b)]\,\mathrm{d}x + \int_0^b [J_S^2(0,y) + J_S^2(a,y)]\,\mathrm{d}y\right\}. \tag{18}$$

Efectuînd calculele, se obține anexa 4.

Pentru

$$c = b = \frac{a}{3}. \tag{19}$$

La scurtcircuitul trifazat $I_1 = I_2 = I_3 = I$, pierderile în ecrane sînt date de expresia

$$P = \frac{lI^2}{\sigma_s a}\left\{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch}^2(2n-1)\dfrac{\pi}{6}}\left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\cos(2n-1)\frac{2\pi}{3} - 2\cos(2n-1)\frac{\pi}{3}\right] + \right.$$

$$+ 12\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{sh}^2(2n-1)3\pi}\Big[-1 + \operatorname{ch}(2n-1)3\pi \cdot \operatorname{ch}(2n-1)2\pi +$$

$$\left. + \operatorname{sh}^2(2n-1)\frac{3\pi}{2}\langle 1 - 2\operatorname{ch}(2n-1)\pi\rangle - \operatorname{sh}(2n-1)\frac{5\pi}{2}\operatorname{sh}(2n-1)\frac{\pi}{2}\Big]\right\} +$$

$$+ \frac{lI^2}{\sigma_s a}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 2n\dfrac{\pi}{6}}\left\{\sin^2 2n\frac{\pi}{6} + \sin^2 2n\frac{5\pi}{6} - \sin\cdot 2n\frac{\pi}{6}\cdot\sin 2n\frac{5\pi}{6}\right\}. \tag{20}$$

Coeficientul de pierdere în ecran s-a definit ca raportul dintre puterea activă disipată în ecran și puterea disipată în curent continuu în ipoteza

că intensitatea curentului continuu ar fi egală cu valoarea efectivă a intensității curentului alternativ din figura [10]:

$$k_p = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{\frac{1}{\sigma}\,\frac{lI^2}{2\left(a+\frac{a}{3}\right)d}}. \tag{21}$$

Deoarece s-a considerat

$$d \ll \delta; \quad \sigma_S = \sigma \cdot d. \tag{22}$$

Rezultă

$$k_p = \frac{8}{3}\sum_{n_i=1}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{ch}^2 n_i\frac{\pi}{6}}\left\{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\cos n_i\frac{2\pi}{3}-2\cos n_i\frac{\pi}{3}\right\}+$$

$$+32\sum_{n_i=1}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{sh}^2 n_i 3\pi}\left\{-1+\operatorname{ch} n_i 3\pi\cdot\operatorname{ch} n_i 2\pi+\operatorname{sh}^2 n_i\frac{3\pi}{2}\left[1-2\operatorname{ch} n_i\pi\right]-\right.$$

$$\left.-\operatorname{sh} n_i\frac{5\pi}{2}\cdot\operatorname{sh} n_i\frac{\pi}{2}\right\}+\frac{8}{3}\sum_{n_p=2}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{ch}^2 n_p\frac{\pi}{6}}\left\{\sin^2 n_p\frac{\pi}{6}+\sin^2 n_p\frac{5\pi}{6}-\right.$$

$$\left.-\sin n_p\frac{\pi}{6}\sin n_p\frac{5\pi}{6}\right\}. \tag{23}$$

Efectuînd sumele respective atît pentru termenii impari, cît și pentru cei pari, s-a constatat că numai primii trei termeni din fiecare sumă sînt considerabili, ceilalți (pentru $n_i > 5$ și $n_p > 6$), fiind $< 0{,}1\%$ din primul termen, au putut fi neglijați.

Coeficientul de pierderi a rezultat

$$k \simeq 6{,}22. \tag{24}$$

Pentru a aprecia rezultatul obținut prin compararea cu alte moduri de ecranare (tot cu ecran dreptunghiular) studiate în literatură, am considerat următorul exemplu. Un sistem de bare ecranate, format din trei ecrane pătrate distincte din Al, scurtcircuitate la capăt:

$$\sigma_{Al} = 2{,}9\cdot 10^7\ \Omega^{-1}\ m^{-1}, \tag{25}$$

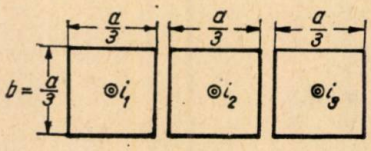
$$A_{ecran} = (\pi\cdot 920 \times 3) = 8640\ \text{mm}^2.$$

În acest caz s-a calculat $k = 1{,}27$. Interesează pierderile în cazul unui regim permanent trifazat simetric, de curenţi cu intensitate efectivă:

$$I_N = 8000\ A,$$

$$A = 2\left(\frac{a}{3} + \frac{a}{3}\right) d = 8640\ \text{mm}^2.$$

Fig. 4



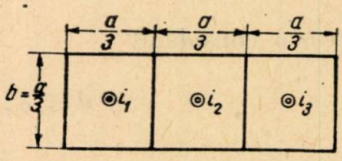


Fig. 5

Fig. 6

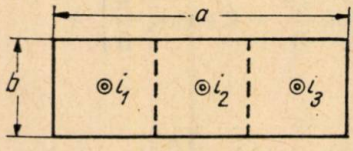


Fig. 4. — Sistem trifazat de bare cu ecranarea fiecărei faze în parte.

Fig. 5. — Ecran dreptunghiular cu pereţi despărţitori.

Fig. 6. — Ecran dreptunghiular fără pereţi despărţitori.

Rezistenţa de curent continuu pe unitatea de lungime este

$$R_0 = \rho \frac{1}{A} = 4 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\Omega}{m}\right]. \tag{26}$$

Pierderile specifice în cele trei ecrane vor fi în acest caz

$$P_0 = R_0 I^2 = 256 \left[\frac{W}{m}\right], \tag{27}$$

$$P = (3 \times 1{,}27)\ P_0 = 975 \left[\frac{W}{m}\right]. \tag{28}$$

În caz că ecranele sînt reunite într-un singur ecran dreptunghiular cu pereţi despărţitori între faze au fost de asemenea calculate pierderile [10]:

$$P = \frac{1{,}27\ P_0}{4} \cdot 10 = 812 \left[\frac{W}{m}\right]. \tag{29}$$

În cazul studiat al ecranului dreptunghiular fără pereţi despărţitori rezultă pierderile:

$$P_{01} = R_{01} I^2 = \frac{1}{\sigma A_1} I^2,$$

unde

$$A_1 = 2\left(a + \frac{a}{3}\right)d = \frac{8a}{3} \cdot d = 2A.$$

Deci

$$P_{01} = \frac{P_0}{2},$$

$$P = k_p P_{01} = 6{,}22 \frac{P_0}{2} = 795\left[\frac{W}{m}\right]. \tag{30}$$

Comparînd aceste rezultate atît între ele, cît și cu rezultatele experimentale [10] obținute în cazul unor ecrane cilindrice circulare de aceeași secțiune transversală cu aceeași rezistență pe unitatea de lungime și pentru același curent nominal

$$P_{cil} = 885\left[\frac{W}{m}\right], \tag{31}$$

se pot face următoarele observații:

— în primul rînd se constată că pentru cazul ecranării fiecărei faze în parte pierderile calculate [10] sînt față de cele experimentale în raportul

$$\frac{975}{885} = 1{,}1, \text{ adică mai mari cu } 10\%;$$

— în cazul ecranului dreptunghiular cu pereți despărțitori, pierderile sînt mai mici cu 8%:

$$\frac{812}{885} = 0{,}92;$$

— în cazul ecranului dreptunghiular fără pereți despărțitori, pierderile sînt mai mici cu 10%:

$$\frac{795}{885} = 0{,}9.$$

Deci acest ultim caz este mai avantajos din punctul de vedere al pierderilor și în plus se obține și o economie importantă de material.

În lucrarea de față nu s-a propus un studiu comparativ al ecranelor dreptunghiulare cu cele cilindrice circulare. Totuși este interesant de remarcat că sistemele de ecrane dreptunghiulare sînt competitive cu ecranele cir-

culare din punctul de vedere al pierderilor la cantități egale de material folosit, pierderile fiind chiar mai mici cu aproximativ 10% în cazul ecranului fără pereți despărțitori. Urmîndu-se același raționament, s-au calculat pierderile de putere activă în ecran în cazul unor scurtcircuite bifazate, rezultînd valori mai mici decît în cazul scurtcircuitului trifazat:

— *scurtcircuit bifazat*, $I_1 = -I_3$; $I_2 = 0$:

$$k_p = \frac{8}{3}\frac{\sigma \cdot d}{\sigma_s}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin^2 2n\,\frac{\pi}{6}}{\operatorname{ch}^2 2n\,\frac{\pi}{6}} = 3{,}552\,; \qquad P = 455\left[\frac{W}{m}\right]; \tag{32}$$

— *scurtcircuit bifazat*, $I_1 = -I_2$; $I_3 = 0$:

$$k_p = \frac{8}{3}\frac{\sigma \cdot d}{\sigma_s}\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin^2\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\operatorname{ch}^2\frac{k\pi}{2a}\cdot b} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{ch}^2\frac{(2n-1)\pi b}{2a}}\left[1-2\,(-1)^{n-1}\frac{\sin(2n-1)\pi\left(\frac{a}{2}-c\right)}{a}\right] + 6\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\operatorname{sh}^2\frac{(2n-1)\pi}{b}a}\left[-2+\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi}{b}a\left\langle\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi}{b}\cdot 2c+1\right\rangle - 2\operatorname{sh}^2\frac{(2n-1)\pi a}{2b}\operatorname{ch}\frac{(2n-1)\pi c}{b}\right]\right\},$$

$$k_p \simeq 3{,}79\,; \qquad P = 485\left[\frac{W}{m}\right]. \tag{33}$$

5. CORECȚII ALE PIERDERILOR DATORATE DISTRIBUȚIEI NEUNIFORME A DENSITĂȚII DE CURENT PE SECȚIUNEA ECRANULUI

S-au calculat pierderile în ipoteza ecranului foarte subțire $d \ll \delta$, considerînd că acesta are o conductivitate finită $\sigma_s = \sigma \cdot d$. În acest caz,

$$p = \frac{1}{\sigma_s}\oint_{\Gamma} J_s^2\, l\, ds = \frac{l}{\sigma_s}\left\{\int_0^a [J_s^2(x,0) + J_s^2(x,b)]\,dx + \int_0^b J_s^2(0,y) + J_s^2(a,y)]\,dy\right\}. \tag{34}$$

În calcule s-a ținut seama numai de neuniformitatea densității de curent de-a lungul conturului ecranului, pe secțiune considerîndu-se $J = \text{const.}$

În ipoteza ecranului de grosime comparabilă cu adîncimea de pătrundere, densitatea de curent J nu mai poate fi considerată uniform

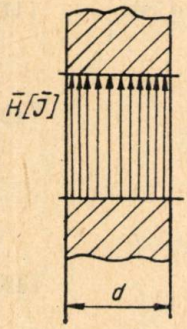


Fig. 7. — Ecran cu $d \ll \delta$: densitatea de curent repartizată uniform pe secțiune

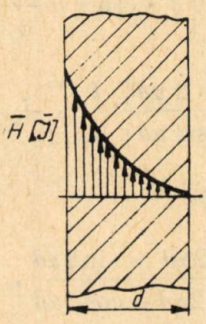


Fig. 8. — Ecran cu $d \approx \delta$: densitatea de curent repartizată neuniform pe secțiune.

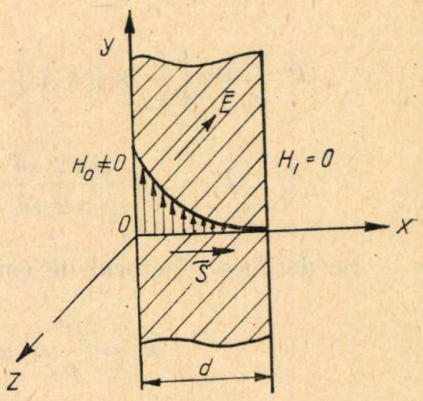


Fig. 9

repartizată pe secțiune, ci va fi repartizată în conformitate cu fenomenul de efect pelicular.

Deci în interiorul ecranului trebuie rezolvată ecuația de tip Helmholtz

$$\Delta \underline{\boldsymbol{H}} - \underline{\gamma}^2 \underline{\boldsymbol{H}} = 0. \tag{35}$$

Soluția este

$$\underline{\boldsymbol{H}} = \underline{\boldsymbol{A}}_1 e^{\underline{\gamma} x} + \underline{\boldsymbol{A}}_2 e^{-\underline{\gamma} x} = \underline{\boldsymbol{B}}_1 \operatorname{sh} \underline{\gamma} x + \underline{\boldsymbol{B}}_2 \operatorname{ch} \underline{\gamma}\, x, \tag{36}$$

unde

$$\underline{\gamma}^2 = j\omega\mu\sigma.$$

Din condițiile la limită

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow H = H_0, \\ x = d \rightarrow H = H_1 = 0, \end{cases} \tag{37}$$

se determină constantele. Soluția va fi

$$\underline{A} = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\,(d - x)}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\, d}; \qquad \underline{E} = \frac{\underline{\gamma}}{\sigma} \underline{H}_0 \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma}\,(d - x)}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\, d}, \tag{38}$$

$$\underline{S} = (\underline{E} \times \underline{H}^*) = \bar{i}\,\frac{\underline{\Upsilon}}{\sigma}\,\underline{H}_0\,\underline{H}_0^*\,\frac{\operatorname{ch}\underline{\Upsilon}\,(d-x)}{\operatorname{sh}\underline{\Upsilon}\,d}\cdot\frac{[\operatorname{sh}\underline{\Upsilon}\,(d-x)]^*}{[\operatorname{sh}\underline{\Upsilon}\,d]^*}, \tag{39}$$

$$\underline{S}|_{x=0} = \frac{\underline{\Upsilon}}{\sigma}\,\underline{H}_0\,\underline{H}_0^*\operatorname{cth}\underline{\Upsilon}\,d = \frac{\underline{\Upsilon}}{\sigma}\,\underline{J}_s\,\underline{J}_s^*\operatorname{cth}\underline{\Upsilon}\,d, \tag{40}$$

$$P' = \operatorname{Re}\left\{\oint_{\Sigma}\underline{S}\,\bar{n}\,\delta\,A\right\} = \operatorname{Re}\left\{\underline{\Upsilon}\,d\operatorname{cth}\underline{\Upsilon}\,d\,\frac{l}{\sigma_s}\oint_{\Gamma}\underline{J}_s\,\underline{J}_s^*\,ds\right\}, \tag{41}$$

$$P' = \alpha d\,\frac{[\operatorname{sh}2\,\alpha d + \sin 2\,\alpha d]}{[\operatorname{ch}2\,\alpha d - \cos 2\,\alpha d]}\,\frac{l}{\sigma_s}\oint_{\Gamma}\underline{J}_s\,\underline{J}_s^*\,ds. \tag{42}$$

Se definește factorul de corecție

$$k_c = \frac{P'}{P} = \alpha d\,\frac{\operatorname{sh}2\alpha d + \sin 2\alpha d}{\operatorname{ch}2\alpha d - \cos 2\alpha d}, \tag{43}$$

care se observă că este tocmai factorul în alternativ. În expresia (43) P' este puterea calculată în ipoteza distribuției neuniforme a densității de curent pe secțiunea ecranului.

Calculele numerice s-au făcut pentru următoarea situație:

$$\rho_{AL} = (0{,}03 \ldots 0{,}04)\left[\Omega\,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}}\right],$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi\left[\frac{\text{rad}}{s}\right], \tag{44}$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi\,10^{-7}\left[\frac{\text{H}}{\text{m}}\right],$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = (81 \div 70)\,[\text{m}^{-1}]; \qquad \delta = \frac{1}{\alpha} = (12{,}35 \ldots 14{,}3)\text{ mm}.$$

Considerînd grosimea ecranului variabilă, $d = 5 \ldots 10$ mm.

S-au obținut următoarele valori pentru coeficientul k_a respectiv pentru puterea corectată cu ajutorul lui [tabela 1].

Se observă că, în general, diferențele sînt neesențiale. Ele cresc o dată cu grosimea d a ecranului, ajungînd pînă la 2,06—3,52% pentru $d = 10$ mm, adică în situația cînd d devine comparabilă cu adîncimea de pătrundere ($\delta = 12{,}2 \ldots 14{,}3$ mm în acest caz) și trebuie să se țină seama de fenomenul de efect pelicular.

Acest lucru reiese și din diagrama 1.

Tabela nr. 1

Variația pierderilor datorită repartiției neuniforme a densității de curent pe secțiunea ecranului

d mm	αd		k_a		$P_{(I_1=-I_2)} = 485\frac{W}{m}$				$P_{(I_1=-I_3)} = 455\frac{W}{m}$				$P_{(I_1=I_2=I_3)} = 795\frac{W}{m}$				Observații
					$\alpha = 70$		$\alpha = 81$		$\alpha = 70$		$\alpha = 81$		$\alpha = 70$		$\alpha = 81$		
	$\alpha=70$	$\alpha=81$	$\alpha=70$	$\alpha=81$	$P'\left[\frac{W}{m}\right]$	$\varepsilon\%$	$P'\left[\frac{W}{m}\right]$	$\varepsilon\%$	$P'\left[\frac{W}{m}\right]$	$\varepsilon\%$	$P'\left[\frac{W}{m}\right]$	$\varepsilon\%$	$P'\left[\frac{W}{m}\right]$	$\varepsilon\%$	$P'\left[\frac{W}{m}\right]$	$\varepsilon\%$	$P' = k_a P$
5	0,35	0,405	1,0016	1,0027	485,77	0,16	486	0,206	455,72	0,159	456	0,219	796,27	0,159	797	0,252	$\varepsilon = \frac{P'-P}{P'}\,100$
6	0,42	0,486	1,0027	1,0055	486,3	0,269	488	0,615	456,22	0,269	457	0,438	797,14	0,269	800	0,625	
7	0,49	0,567	1,005	1,008	487,42	0,498	489	0,818	457,27	0,498	459	0,872	798,97	0,498	802	0,872	
8	0,56	0,65	1,008	1,015	488,88	0,795	492	1,42	458,64	0,792	462	1,515	801,36	0,791	808	1,605	
9	0,63	0,73	1,0013	1,025	491,3	1,285	497	2,41	460,91	1,285	467	2,57	805,33	1,285	816	2,57	
10	0,7	0,81	1,021	1,038	495,18	2,055	502,5	3,48	464,55	2,06	472	3,6	811,69	2,06	824	3,52	

Tabela nr. 2

Comparație între valorile calculate și experimentale ale cîmpului magnetic pe conturul ecranului

Poziția sondei	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
R_s [Ω]	2	9	35	100	40	9	2	5	2	8	40	100	40	10	5	2
$E_0' = \frac{1}{k}\frac{R_r}{R_p}U_{[V]}$	0,012	0,054	0,21	0,6	0,24	0,054	0,012	0,03	0,012	0,048	0,24	0,6	0,24	0,06	0,012	0,03
$\left(\frac{H}{H_{max}}\right)$ exp.	0,02	0,09	0,35	1	0,4	0,09	0,02	0,05	0,02	0,08	0,4	1	0,4	0,1	0,02	0,05
$\left(\frac{H}{H_{max}}\right)$ calc.	0	0,079	0,401	1	0,401	0,079	0	0,04	0	0,079	0,401	1	0,401	0,079	0	0,04

6. STUDIUL EXPERIMENTAL AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CAZUL UNUI SINGUR CONDUCTOR SITUAT ÎN ECRAN DREPTUNGHIULAR

Acest studiu a fost efectuat utilizînd modelizarea electrocinetică, cu model construit în cuva electrolitică [8], [9] pentru cazul unui singur conductor ecranat.

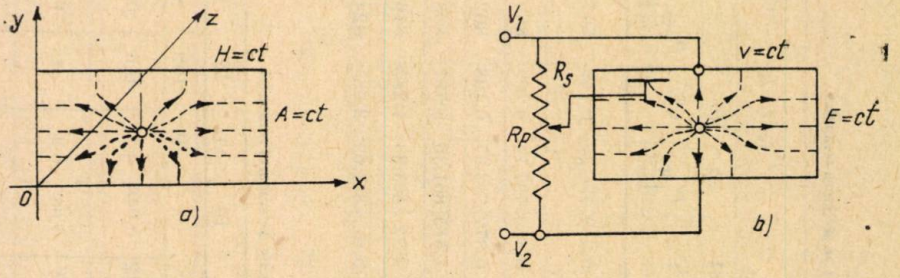


Fig. 10. — Analogia dintre cîmpul magnetic de studiat și cîmpul electrocinetic din model: *a* — original; *b* — model.

Cîmpul magnetic de studiat este analog cîmpului electrocinetic din model; liniilor $H = \text{const}$ din original le corespund linii $V = \text{const}$. în model și liniilor $A = \text{const}$. le corespund linii de cîmp $E = \text{const}$.

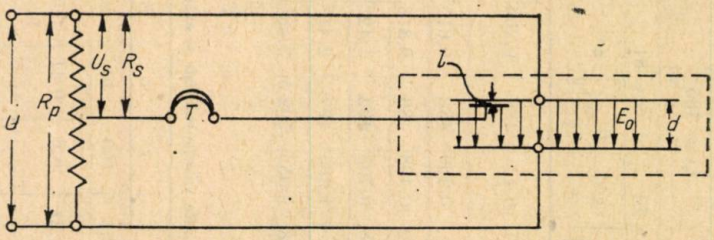


Fig. 11. — Cuva electrolitică și schema circuitului de măsurare pentru etalonare.

Modelul ecranului, realizat din aluminium, a fost inclus într-un montaj de punte (fig. 11 și 12), unde ca instrument de nul s-a utilizat o cască telefonică. S-a folosit o sondă diferențială [9] modificată corespunzător, deoarece în cazul studiat curentul se întoarce prin ecran și deci $H_{exter} = 0$.

S-a efectuat în primul rînd etalonarea schemei de măsură (fig. 11) cu ajutorul unui cîmp cunoscut (al unui condensator plan), reglîndu-se raportul rezistențelor $\frac{R_s}{R_p}$ pînă la echilibrarea punții, pusă în evidență prin

sunetul minim în cască. S-a considerat

$$U = 20\ \text{V}; \quad R_p = 600\ \Omega,$$

$$f = 1\ \text{kHz}; \quad d = 10\ \text{cm},$$

$$U_s = E_0 \cdot l = \frac{U}{d} \cdot l, \tag{45}$$

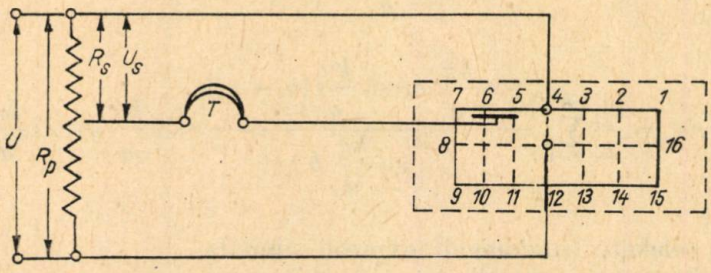


Fig. 12. — Cuva electrolitică și schema circuitului de măsurare a cîmpului magnetic în diferite puncte ale secțiun'i ecranului.

$$k = l = \frac{U_s}{U} d = \frac{R_s}{R_p} d.$$

Pentru schema de măsură folosită s-a determinat $R_s = 20\Omega$.
Rezultă

$$k = \frac{20}{600} \cdot 10 = 0{,}334\ \text{cm}. \tag{46}$$

Măsurătorile propriu-zise pe modelul barei ecranate au fost efectuate deplasînd sonda în diferite puncte ale ecranului și stabilind valorile rezistenței R_s pentru care are loc echilibrul punții. Cîmpul E'_0 dintre sondă și ecran este analog cu cîmpul magnetic de studiat (componenta tangențială)

$$U_s = k E'_0 = k \cdot k_M \cdot H_t. \tag{47}$$

Dar

$$E'_0 = \frac{U_s}{k} = \frac{1}{k} U \frac{R_s}{R_p} = 6 \cdot 10^{-3} R_s. \tag{48}$$

Pentru diferitele valori ale rezistenței R_s s-au stabilit valorile cîmpului E'_0 și rapoartele

$$\frac{E'_0}{E'_{0max}} = \frac{k_M H_t}{k_M H_{tmax}} = \frac{H_t}{H_{t\,max}}. \tag{49}$$

Pentru calculul raportului $\left(\frac{H}{H_{max}}\right)$ calc. s-au folosit expresiile [6, 7, 8, 9] ale potențialului vector și relațiile [10] pentru calculul cîmpului. Pentru cele patru subdomenii s-au obținut expresii ale cîmpului magnetic de forma

$$H_{1x} = \frac{2i_1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a} x_0 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} (b - y_0)}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} b} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{a} y \cdot \sin \frac{k\pi}{a} x, \tag{50}$$

$$H_{1y} = -\frac{2i_1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a} x_0 \cdot \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} (b - y_0)}{\operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} b} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} y \cdot \cos \frac{k\pi}{a} x$$

și pentru celelalte subdomenii expresii similare.
Înlocuind în aceste expresii

$$\begin{cases} x_0 = \dfrac{a}{2}, \\ y_0 = \dfrac{b}{2} = \dfrac{a}{6} \end{cases}$$

și pe rînd valorile pentru x și y corespunzătoare punctelor 1—16, apoi efectuînd sumările respective pînă la al cincilea termen inclusiv (numai termenii impari sînt $\neq 0$), se obțin rezultatele din tabela 2. Graficul rezultatelor obținute — repartiția cîmpului magnetic, deci și a densității de curent indusă în ecran — este reprezentată în diagrama 2.

7. CONCLUZII

În lucrare au fost calculate expresia potențialului vector, a cîmpului magnetic și a pierderilor în cazul unui sistem trifazat de bare situate în interiorul unui ecran dreptunghiular subțire fără pereți despărțitori.

Pentru calculul potențialului vector și al cîmpului a fost folosită superpoziția efectelor, mediul fiind liniar și cunoscînd expresia potențialului vector pentru un singur conductor, situat în ecran dreptunghiular. Din compararea pierderilor calculate în acest caz cu pierderile în cazul fiecărei faze ecranate și în cazul ecranului cu pereți despărțitori, rezultă că această situație este mai avantajoasă, pierderile fiind mai mici.

Corecția care s-a făcut ținînd seama de neuniformitatea densității de curent pe secțiunea ecranului pentru ecrane cu grosimea comparabilă cu adîncimea de pătrundere permite să se evalueze creșterea pierderilor pentru aceste cazuri, observînd că pentru ecrane subțiri ($d \ll \delta$) apro-

ximarea repartiției uniforme a densității de curent pe secțiune este satisfăcătoare, creșterea fiind de 0,1 — 0,2% și chiar și pentru $d \approx \delta$ creșterea este de numai 2—3,5%. În sfîrșit, verificarea experimentală care s-a efectuat în cazul unui singur fir situat în ecran, permite să se constate o concordanță destul de bună între valorile calculate și cele experimentale, adică în medie cu o eroare de 9,04%. Cunoscînd cîmpul magnetic pe frontieră, se poate recalcula densitatea de curent și pierderile și se pot compara cu cele calculate inițial.

Corecții datorită conductivității finite a ecranului nu s-au făcut, deoarece, așa cum rezultă din lucrarea [10], pierderile în ipoteza $\sigma \simeq \infty$ ar trebui înmulțite cu un factor de corecție

$$k_p = f\left(\frac{d}{\delta}, \frac{h}{\delta}\right),$$

unde

d este grosimea ecranului,

δ — adîncimea echivalentă de pătrundere,

h — distanța firului față de ecran,

care, chiar în cazul cel mai defavorabil cînd $\frac{h}{\delta} \geqslant 20$ și $\frac{d}{\delta} = 0{,}1$, nu depășește 10%. În practică, $h \gg 20\,d$ și $\frac{d}{\delta} = 0{,}2 \ldots 1$, așa încît acest factor ar fi și mai mare, deci corecția mai mică.

ANEXA 1

Potențialul vector în subdomeniile I, II, III, IV, V, VI

$$A_1(x, y) = \frac{2i_1\mu}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi\left(\frac{a}{2} - c\right)}{a} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} \cdot \frac{b}{2}}{k \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} \cdot b} sh \frac{k\pi}{a} \cdot y \cdot \sin \frac{k\pi}{a} x +$$

$$+ \frac{2i_2\mu}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2} \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{k \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} \cdot y \sin \frac{k\pi}{a} x +$$

$$+\frac{2i_3\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}\cdot\frac{b}{2}}{k\cdot\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}\cdot b}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}y\sin\frac{k\pi}{a}x,$$

$$A_2(x,y)=\frac{2i_1\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right)\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}\cdot\frac{b}{2}}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{a}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}(b-y)\sin\frac{k\pi}{a}x+$$

$$+\frac{2i_2\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{a}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}(b-y)\sin\frac{k\pi}{a}x+$$

$$+\frac{2i_3\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{a}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{a}(b-y)\sin\frac{k\pi}{a}x,$$

$$A_3(x,y)=\frac{2i_1\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}x\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{2b}}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}x\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{2b}}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}x\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$A_4(x,y)=\frac{2i_1\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{k\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot\frac{a}{2}}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot x\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}x\cdot\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$A_5(x,y)=\frac{2i_1\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{2b}}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}x\cdot\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$A_6(x,y)=\frac{2i_1\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot\frac{a}{2}}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3\mu}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{k\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y.$$

ANEXA 2

Cîmpul magnetic în subdomeniile I, II, III, IV, V, VI

$$H_{1x} = \frac{2i_1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2} - c\right) \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{a} y \sin \frac{k\pi}{a} x +$$

$$+ \frac{2i_2}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2} \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{a} y \sin \frac{k\pi}{a} x +$$

$$+ \frac{2i_3}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2} + c\right) \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{a} y \cdot \sin \frac{k\pi}{a} x,$$

$$H_{1y} = -\frac{2i_1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2} - c\right) \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{sh} \frac{k\pi y}{a} \cos \frac{k\pi x}{a} -$$

$$- \frac{2i_2}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{2} \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} y \cos \frac{k\pi}{a} x -$$

$$- \frac{2i_3}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2} + c\right) \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} y \cos \frac{k\pi}{a} x,$$

$$H_{2x} = -\frac{2i_1}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2} - c\right) \operatorname{sh} \frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{k\pi b}{a}} \operatorname{ch} \frac{k\pi}{a} (b - y) \sin \frac{k\pi}{a} x -$$

$$-\frac{2i_2}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\,\mathrm{ch}\frac{k\pi}{a}(b-y)\sin\frac{k\pi}{a}x-$$

$$-\frac{2i_3}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\,\mathrm{ch}\frac{k\pi}{a}(b-y)\sin\frac{k\pi}{a}x,$$

$$H_{2y}=-\frac{2i_1}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right)\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{a}(b-y)\cos\frac{k\pi}{a}x-$$

$$-\frac{2i_2}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{a}(b-y)\cos\frac{k\pi}{a}x-$$

$$-\frac{2i_3}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{a}(b-y)\cos\frac{k\pi}{a}x,$$

$$H_{3x}=\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}x\cos\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}x\cdot\cos\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}x\cdot\cos\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{3y} = -\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}x\cdot\sin\frac{k\pi}{b}y -$$

$$-\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}x\cdot\sin\frac{k\pi}{b}y -$$

$$-\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}x\cdot\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{4x} = \frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\cdot a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\cos\frac{k\pi}{b}y +$$

$$+\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}x\cos\frac{k\pi}{b}y +$$

$$+\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}x\cos\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{4y} = \frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y -$$

$$-\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}x\sin\frac{k\pi}{b}\cdot y -$$

$$-\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}x\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{5x}=\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\cos\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\cos\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi\,a}{b}}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}x\cos\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{5y}=\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y-$$

$$-\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}a}\,\mathrm{ch}\,\frac{k\pi}{b}x\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{6x}=\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\,\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\,\frac{k\pi}{b}(a-x)\cos\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{2b}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{2}(a-x)\cos\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}(a-x)\cos\frac{k\pi}{b}y,$$

$$H_{6y}=\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y+$$

$$+\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\,\mathrm{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\mathrm{sh}\frac{k\pi a}{b}}\,\mathrm{ch}\frac{k\pi}{b}(a-x)\sin\frac{k\pi}{b}y.$$

ANEXA 3

Densitatea pînzei de curent induse în ecran

$$J_z(x,0)=-\frac{2i_1}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right)\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\sin\frac{k\pi}{a}x-$$

$$-\frac{2i_2}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\;\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\mathrm{sh}\frac{k\pi b}{a}}\sin\frac{k\pi}{a}x-$$

$$-\frac{2i_3}{a}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{2a}}{\operatorname{sh}\frac{k\pi b}{a}}\sin\frac{k\pi}{a}x,$$

$$J_s(x,b)=J_s(x,0),$$

$$J_s(0,y)=-\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\sin\frac{k\pi}{b}y-$$

$$=\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{2b}}{\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\sin\frac{k\pi}{b}y-$$

$$-\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

$$J_s(a,y)=-\frac{2i_1}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\sin\frac{k\pi}{b}y-$$

$$-\frac{2i_2}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{2b}}{\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\sin\frac{k\pi}{b}y-$$

$$-\frac{2i_3}{b}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{k\pi}{2}\operatorname{sh}\frac{k\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\operatorname{sh}\frac{k\pi a}{b}}\sin\frac{k\pi}{b}y,$$

ANEXA 4

Puterea activă pierdută în ecran

$$P = \frac{l}{\sigma_e a}\left\{ I_1^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right)}{\operatorname{ch}^2 \frac{k\pi b}{2a}} + I_3^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\operatorname{ch}^2 \frac{k\pi b}{2a}} - \right.$$

$$- I_1 I_3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right) \sin \frac{k\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right)}{\operatorname{ch}^2 \frac{k\pi b}{2a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{ch}^2 \frac{(2n-1)\pi b}{2a}} \left[I_2^2 - \right.$$

$$\left. \left. - I_1 I_2 (-1)^{n-1} \sin \frac{(2n-1)\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-c\right) - I_1 I_3 (-1)^{n-1} \sin \frac{(2n-1)\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+c\right) \right] \right\} +$$

$$+ \frac{2l}{\sigma_s b} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{(2n-1)\pi a}{b}} \left\{ I_1^2 \left[\operatorname{sh}^2 \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right) + \operatorname{sh}^2 \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right) \right] + \right.$$

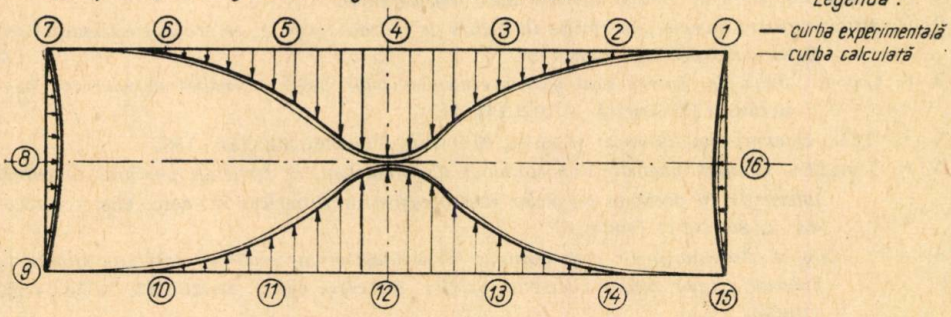
$$+ 2 I_2^2 \operatorname{sh}^2 \frac{(2n-1)\pi a}{2b} + I_3^2 \left[\operatorname{sh}^2 \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right) + \operatorname{sh}^2 \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right) \right] -$$

$$- I_1 I_2 \left[\operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right) + \operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right) \right] \operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi a}{2b} -$$

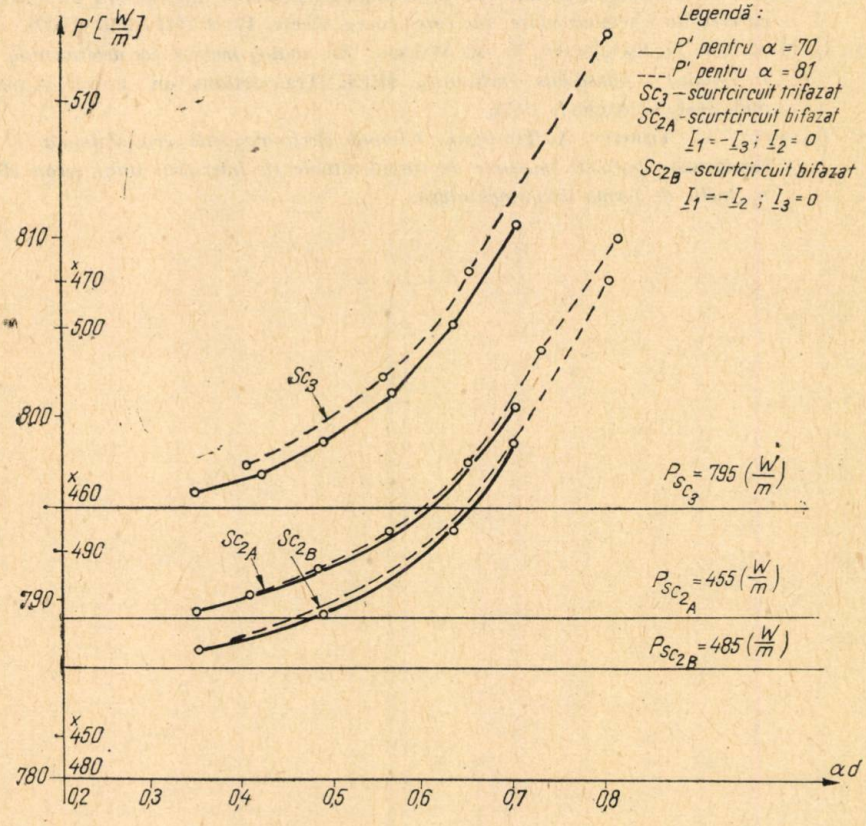
$$- 2 I_1 I_3 \left[\operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right) \cdot \operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right) \right] -$$

$$\left. - I_2 I_3 \left[\operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}-c\right) + \operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi}{b}\left(\frac{a}{2}+c\right) \right] \operatorname{sh} \frac{(2n-1)\pi a}{2b} \right\}.$$

Repartiția cîmpului magnetic dealungul conturului ecranului



Corecția datorită distribuției neuniforme a densității de curent pe secțiunea ecranului



BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Curs de Bazele teoretice ale Electrotehnicii.*
2. H. Ruckstuhl, *Liaisons pour fortes intensités de courant dans les centrales electriques*, Rev. Brown Boveri Mai 1958 (45).
3. F. Cognet, *Jeux des barres sous gaines coaxiales pour fortes intensités de courant*, Rev. Generale d'Eléctricité 45.70.3.141—151.
4. Каден, *Электромагнитные экраны*, Москва, Госэнергоиздат, 1957.
5. A. Țugulea, *Cîmpul magnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii parcurse de curent alternativ în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice*, St. cerc. energ. electr., **14**, *4*, 803—837 (1964).
6. — *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii trifazate situate în interiorul unor ecrane cilindrice subțiri*, St. cerc. energ. electr., **15**, *3*, 549—560 (1965).
7. A. Timotin, *Unicitatea soluțiilor și calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare paralele*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 143—156 (1967).
8. A. Țugulea, C. Ionescu, *Determinarea permeanței magnetice a întrefierului unor armături cu crestături semicirculare*, St. cerc. energ. electr. **17**, *2*, 341—356 (1967).
9. L. L. Mankoff, N. Swerdlow, W. R. Wilson, *An analog method for determining losses in isolated — phase bus enclosures*, IEEE Transactions on Power Apparatus and System, August, 1963.
10. R. Răduleț, Al. Timotin, A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unor conductoare paralele parcurse de curent situate în interiorul unui ecran electromagnetic de formă dreptunghiulară.*

METODELE DE STUDIU AL FENOMENULUI DE INDUCŢIE ÎN ECRANELE ELECTROMAGNETICE ALE TRANSFORMATOARELOR

DE

A. MORARU

621.314.001 : 538.54

Se analizează posibilităţile oferite şi erorile principalelor metode folosite în studiul fenomenului de inducţie în ecrane : modelarea fizică, modelarea analogică, metoda diferenţelor finite şi metoda analitică. Se dezvoltă o metodă de evaluare a erorii de trunchiere proprie metodei diferenţelor finite, bazată pe compararea soluţiilor exacte ale ecuaţiilor în diferenţe finite cu soluţiile ecuaţiei diferenţiale sursă. Se discută rezultatele calculelor efectuate pentru un caz tipic în 3 variante pentru cîte 13 reţele de discretizare diferite indicînd relaţii optime care asigură o precizie suficientă la aplicarea metodei diferenţelor finite.

1. INTRODUCERE

Cîmpul magnetic de dispersie al înfăşurărilor transformatoarelor de putere mare poate produce pierderi suplimentare şi încălziri locale ale pieselor masive conductoare aflate în vecinătatea înfăşurărilor. Aceste efecte se pot reduce prin folosirea oţelurilor nemagnetice cu rezistivitate ridicată pentru piesele masive aflate în cîmpurile puternice şi prin reducerea valorii cîmpului magnetic alternativ de dispersie prin ecranare magnetică sau electromagnetică [1]—[4].

La transformatoarele de puteri foarte mari, ecranarea electromagnetică a cuvei şi a altor piese de construcţie constituie o soluţie constructivă favorabilă. Metodele analitice de studiu dezvoltate [4]—[6] permit studiul efectului de ecranare şi al pierderilor la configuraţii mai simple. La configuraţiile mai complicate trebuie însă să se recurgă la alte metode de studiu, cu posibilităţi mai largi, cum ar fi modelarea fizică

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 581 — 599, 1969

sau analogică, ori la metode de calcul numeric. Metoda analitică își păstrează importanța ca metodă de bază pentru generalizarea rezultatelor și pentru evaluarea erorilor celorlalte metode.

Mai jos se vor compara posibilitățile oferite și erorile proprii fiecărei metode.

2. MODELAREA FIZICĂ

Această metodă, cu valabilitate generală, permite reproducerea pe un model fizic, la o anumită scară, a principalelor fenomene care se desfășoară în obiectul original în regimul studiat.

Relațiile de similitudine se pot stabili ușor plecînd de la ecuațiile cîmpului electromagnetic în regim cvasistaționar în medii conductoare. Notînd cu M scara de modelare,

$$M = \frac{\text{valoarea mărimii pe obiectul original}}{\text{valoarea mărimii reproduse pe model}},$$

și, afectîndu-i indicele după mărimea la care se referă, se pot stabili următoarele relații de bază între scări pentru respectarea similitudinii modelului cu originalul:

$$\left.\begin{aligned} M_J &= M_H \cdot M_L^{-1}, \\ M_t &= M_B \cdot M_H^{-1} \cdot M_L^2 \cdot M_\sigma, \\ M_E &= M_H \cdot M_L^{-1} \cdot M_\sigma^{-1}, \\ M_\mu &= M_B \cdot M_H^{-1}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

În general, patru dintre scări s-ar putea alege arbitrar, însă practic apar limitări, legate de posibilitățile de realizare și de încercare a modelului. Astfel trebuie să se țină seama de puterea necesară alimentării modelului:

$$P_m = (M_H^{-2} \cdot M_L^{-1} \cdot M_\sigma^{-1}) P_o, \quad (2)$$

care este de obicei limitată, necesitînd o sursă specială, și de pierderile specifice:

$$p_m = (M_H^{-2} \cdot M_L^2 \cdot M_\sigma^{-1}) \cdot p_o, \quad (3)$$

care determină încălzirea tranzitorie a modelului.

Cînd se modelează un domeniu conținînd corpuri feromagnetice, datorită dificultăților legate de reproducerea caracteristicii de magnetizare la altă scară se folosesc aceleași materiale ca pentru obiectul original și deci

$$M_B = M_H = M_\sigma = 1 \text{ (rezultă și } M_\mu = 1) \quad (4)$$

și este posibilă modificarea independentă a unei singure scăderi (a dimensiunilor geometrice), deci

$$M_J = M_L^{-1}; \quad M_t = M_L^2; \quad M_E = M_L^{-1}; \quad P_m = M_L^{-1} \cdot P_0; \quad p_m = M_L^2 \cdot p_0.$$

Puterea de alimentare a modelului scade în acest caz, prea puțin cu scara dimensiunilor geometrice ceea ce face neinteresant acest mod de modelare, neavînd la dispoziție puteri suficiente la parametri neindustriali ai sursei de alimentare. Posibilitățile de experimentare sînt reduse și datorită creșterii importante a pierderilor specifice. Deci la o modelare exactă este preferabil a se face măsurători direct pe obiectul original.

Dacă modelarea se face în spații fără corpuri feromagnetice sau dacă neliniaritatea caracteristicii de magnetizare a acestora nu joacă un rol esențial în reproducerea fenomenului studiat, modelarea se poate face cu condiția restrictivă $M_H = M_B$ pentru ca $M_\mu = 1$, adică să se păstreze permeabilitatea mediilor (în special a mediilor nemagnetizabile), iar uneori și $M_\sigma = 1$, pentru a putea folosi aceleași medii conductoare.

În aceste condiții se poate reduce considerabil puterea de alimentare a modelului. De exemplu, admițînd pierderi specifice mai mici decît în original, rezultă $M_H < M_L$ și deci $P_m < M_L^{-3} \cdot P_0$, adică puterea de alimentare scade cel puțin cu cubul dimensiunilor liniare.

Modelarea aproximativă poate duce la erori mari în studiul pierderilor suplimentare care se produc în piesele feromagnetice. Erorile sînt însă mici dacă se studiază numai cîmpul din vecinătatea acestor corpuri, ele fiind considerate avînd o permeabilitate magnetică medie.

Modelarea exactă prezintă și un interes metodologic deosebit, ea permițînd verificarea metodelor de calcul analitice sau numerice abordate.

3. MODELAREA ANALOGICĂ

Realizarea modelelor fizice exacte sau aproximative este totdeauna dificilă, iar efectuarea de măsurători pe acestea necesită o muncă îndelungată și migăloasă. Orice modificare a modelului este dificilă și costisitoare, iar anumite modificări necesită refacerea integrală a lui.

Metoda modelării analogice permite înlăturarea parțială a acestor dificultăți, cu prețul unei idealizări suplimentare a problemei fizice. Metoda modelării analogice a cîmpului electromagnetic cvasistaționar se aplică în special la cîmpurile plane sau cu simetrie cilindrică în medii liniare, în care caz se obțin ecuații diferențiale similare cu cele ale unui cîmp electrocinetic într-o placă conductoare (hîrtie electroconductoare, eventual de grosime variabilă) [7] sau într-o cuvă electrolitică.

Metoda a căpătat răspîndire mai ales la studiul cîmpurilor magnetostatice sau electrostatice. Ea poate fi folosită și la studiul cîmpurilor electromagnetice cvasistaționare, în acest caz apărînd însă dificultăți importante în legătură cu modelarea domeniilor conductoare și cu măsurarea mărimilor de cîmp.

O elasticitate mai mare și o generalitate suficientă prezintă metoda modelării analogice prin rețele electrice, care permite, cel puțin principial, obținerea oricărei precizii de modelare pentru mediile liniare sau neliniare. Acest model se bazează pe asemănarea formală a ecuațiilor în diferențe finite ale cîmpului electromagnetic cu cele ale unei rețele electrice atunci cînd ecuațiile cîmpului se pot descrie în funcție de o singură mărime scalară (potențial scalar, iar la cîmpuri plane sau cu simetrie cilindrică potențial vector) [4], [8], [10].

Metoda modelării analogice prin rețele electrice este afectată de patru genuri de erori;

— eroarea de construcție a modelului;
— eroarea de fixare a valorilor surselor pe model;
— eroarea de măsurare propriu-zisă;
— eroarea de „trunchiere".

Primele trei feluri de erori se pot reduce la un nivel acceptabil (sub 1%), folosind elemente cu precizie ridicată (sub 0,2%), controlînd prin măsurători valorile elementelor și folosind metode de măsurare adecvate [9]. Eroarea de „trunchiere" sau de „discretizare" se datorește înlocuirii ecuațiilor diferențiale prin ecuații în diferențe finite și este proprie nu numai metodei modelării analogice prin rețele, ci și metodelor de rezolvare numerice, algoritmul de integrare numerică fiind bazat pe folosirea ecuațiilor în diferențe finite a cîmpului. Studiul acestor erori prezintă deci un interes general.

4. METODA DIFERENȚELOR FINITE

Prin această metodă, modelul matematic descris exact prin ecuațiile diferențiale cu derivate parțiale ale cîmpului electromagnetic și prin condițiile la limită se reduce la un model matematic aproximativ descris printr-un sistem de ecuații algebrice, a cărui rezolvare este posibilă cu orice precizie folosind algoritme simple (de obicei iterative) și tehnica de calcul electronică numerică.

Regulile de trecere de la ecuațiile diferențiale la cele în diferențe finite sînt descrise în literatura de specialitate [10] și se bazează pe folosirea seriilor Taylor trunchiate. În cazul mediilor neliniare, adesea este mai avantajos să se plece de la ecuațiile cîmpului sub formă integrală [11].

Caracteristic pentru ecuația în diferențe finite, dedusă din ecuația diferențială eliptică sau cvasieliptică (cazul cîmpului electromagnetic), este faptul că soluțiile lor tind uniform către soluțiile exacte (ale ecuațiilor diferențiale sau integrale originale) atunci cînd pasul de discretizare tinde spre zero. S-a demonstrat în literatură [10] că funcția abatere satisface aceeași ecuație diferențială, însă cu alte condiții la limită (nule). Din această cauză, evaluarea majorantei erorii de „trunchiere" sau de „discretizare" este foarte dificilă.

Numeroși autori caută să obțină o măsură a acestei erori, evaluînd eroarea relativă de „trunchiere" comisă la trecerea de la ecuația diferențială la cea în diferențe finite și identificînd-o cu eroarea relativă de „trunchiere" a soluției, ceea ce este incorect [9].

Un studiu mai riguros al erorilor de „trunchiere" se poate efectua pe cale analitică, comparînd expresia analitică a soluției ecuației diferențiale cu expresia analitică a soluției ecuației în diferențe finite. Această cale, deși nu este folosită în literatura de specialitate, poate fi foarte fructuoasă, în general fiind posibilă găsirea soluțiilor ecuațiilor în diferențe finite în toate cazurile în care se cunosc soluțiile ecuațiilor diferențiale sursă. O experiență reușită în acest sens a fost făcută de C. V. Bălă [12] pentru o problemă monodimensională. Mai jos se vor studia probleme bidimensionale în regim armonic.

Ecuația diferențială a potențialului vector pentru cîmpuri plane în medii cu permeabilitate constantă μ întru-un sistem carterian de coordonate se scrie sub forma

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\mu J, \tag{5}$$

în care densitatea de curent J se consideră în mod diferit în conductoare și în afara lor :

$$J = \begin{cases} J_{ext} & \text{în afara conductoarelor,} \\ -\sigma \dfrac{\partial A}{\partial t} & \text{în conductoare,} \end{cases} \tag{6}$$

unde prin J_{ext} s-a notat repartiția densităților de curent impusă din exterior.

Trecînd la ecuația în diferențe finite corespunzătoare unei rețele carteziene uniforme, cu pașii constanți Δx și Δy, rezultă

$$\frac{A_{k+1,l} - 2A_{k,l} + A_{k-1,l}}{(\Delta x)^2} + \frac{A_{k,l+1} - 2A_{k,l} + A_{k,l+1}}{(\Delta y)^2} = -\mu \tilde{J}_{k,l}, \tag{7}$$

k și l fiind variabilele discrete după axele x și y. În membrul drept al ecuației (7) s-a considerat o valoare medie a densității de curent :

$$\tilde{J}_{k,l} = \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta y} \int_{x_k - \frac{1}{2}\Delta x}^{x_k + \frac{1}{2}\Delta x} \int_{y_l - \frac{1}{2}\Delta y}^{y_l + \frac{1}{2}\Delta y} J \, dx \, dy. \tag{8}$$

Necesitatea acestei medieri rezultă dacă se deduce ecuația în diferențe finite (7) din forma integrală a ecuațiilor cîmpului, ca în lucrarea [11], pentru ca această ecuație să fie valabilă chiar dacă mărimile J, σ și primele derivate parțiale ale lui A prezintă un număr finit de discontinuități pe prima speță în domeniul studiat. Trecerea directă de la ecuația diferențială (5) la ecuația în diferențe finite (7) nu este posibilă decît dacă J, σ și A sînt funcții continue de punct, iar A admite derivate parțiale pînă la ordinul doi în orice punct; aceste condiții nu sînt însă îndeplinite în majoritatea problemelor studiate.

Se vor examina mai departe erorile de „trunchiere" la determinarea curenților induși în ecrane în două cazuri caracteristice :

— conductor rectiliniu filiform în ecran dreptunghiular ;

— secțiune radială prin transformator cu cuvă ecranată.

În ambele cazuri se consideră ecranul perfect conductor ($\sigma_{ecran} \to \infty$), întrucît această ipoteză afectează puțin rezultatele, în schimb simplifică calculele [13]. Ipotezele simplificatoare sînt justificate în [4] și [13], unde s-au dat și soluțiile analitice exacte ale problemelor în spațiu continuu. Și aici ecranul perfect conductor se consideră frontieră pe care componenta normală a inducției este nulă.

În anexa A s-a stabilit forma generală a soluțiilor părții omogene a ecuației în diferențe finite (7) :

$$A_{k,l} = E_0 + E_1 k + E_2 l +$$

$$+ \sum_i \left(C_i \operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} k + D_i \operatorname{ch} \frac{\beta_i}{n} k \right) \left(F_i \sin \alpha_i l + G_i \cos \alpha_i l \right), \tag{9}$$

unde E_0, E_1, E_2, C_i, D_i, F_i și G_i sînt constante de integrare, iar α_i și β_i valori proprii duale, legate prin relația

$$\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{2n} = \frac{1}{n} \sin \frac{\alpha_i}{2}, \quad \text{cu } 0 < \alpha_i \leqslant \pi, \tag{10}$$

n fiind raportul dimensiunilor rețelei de „discretizare" uniformă $n = \Delta y / \Delta x$. Sumarea se referă la toate valorile proprii distincte în domeniul (10). Deosebirea dintre valorile proprii derivate β_i și valorile proprii de bază α_i determină eroarea de „trunchiere".

Pentru conductorul filiform dispus într-un ecran dreptunghiular perfect conductor, soluția în diferențe finite s-a stabilit în anexa B. Valorile proprii se deduc din relația

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{N}, \text{ cu } i = 1,2,\ldots, N, \tag{11}$$

N fiind numărul de diviziuni al rețelei după axa y :

$$N = \frac{b}{\Delta y},$$

unde b este înălțimea ecranului.

Dacă conductorul este amplasat în centrul ecranului, densitatea de curent superficială la mijlocul laturii verticale a ecranului este

$$J_m = \frac{I}{b} \sum_{i=1}^{N} \frac{\sin^2 \frac{i\pi}{2}}{\operatorname{ch} \frac{\beta_i}{2n} M}, \tag{12}$$

pe cînd expresia exactă a densității de curent, conform (13), este

$$J_e = \frac{I}{b} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \frac{i\pi}{2}}{\operatorname{ch} \frac{\alpha_i}{2n} M}. \tag{13}$$

Întrucît $\beta_i \leqslant \alpha_i$ (vezi fig. A.2), fiecare termen nenul al seriei finite din (12) este mai mare sau cel mult egal cu termenul corespunzător (de același indice) din seria infinită din (13). Rezultă că pentru $0 < n < 1$ sînt de așteptat erori mult mai mari decît pentru $n > 1$, în ultimul caz existînd și posibilitatea unei compensări a erorilor.

Aceste efecte sînt ilustrate în figura 1 pentru un ecran dreptunghiular cu raportul laturilor egal cu $\sqrt{10}$. În mijlocul laturii scurte a ecranului (fig. 1 *a*) densitatea de curent se determină totdeauna prea mare (căci $n < 1$), iar în mijlocul laturii lungi (fig. 1 *b*) eroarea este negativă la număr mic de ochiuri ($N = 2{,}4$) și pozitivă pentru numere mai mari.

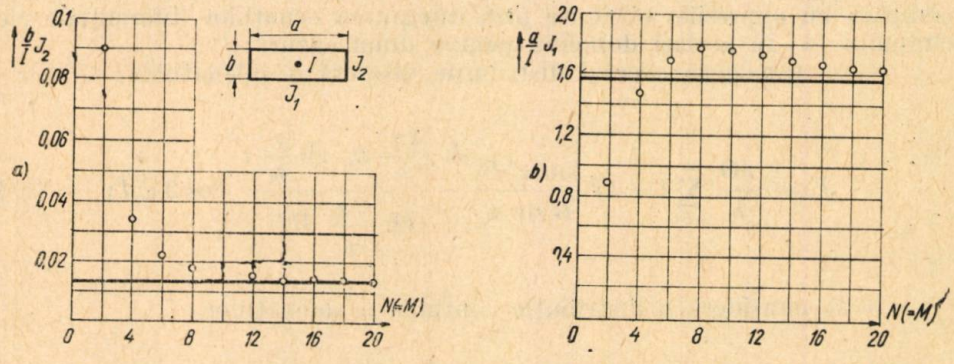


Fig. 1. — Densitățile de curent la mijloacele laturilor ecranului dreptunghiular perfect conductor în funcție de numărul de diviziuni ale unei laturi a rețelei; —— valoarea exactă, o — valoarea calculată prin diferențe finite.

La ecranul cu laturi egale ($a = b$ sau $n = 1$), fenomenul de inversare a semnului erorii nu mai apare, prin diferențe finite calculîndu-se în mijlocul laturii totdeauna o valoare prea mare a densității liniare de curent.

Valorile calculate s-au comparat și cu valori măsurate pe o rețea de rezistențe [4], obținîndu-se o concordanță deplină.

Un studiu mai detaliat al erorilor s-a dezvoltat în cazul transformatorului cu cuvă ecranată electromagnetic pentru înfășurări de înălțime egală și cu solenație distribuită uniform. În anexa C s-a stabilit soluția generală a ecuației în diferențe finite pentru domeniul din figura C.1 (conductor filiform într-un domeniu dreptunghiular mărginit de trei pereți de fier și un perete ecran perfect) și apoi pe baza acesteia s-au construit soluțiile generale (C.5) și (C.6) pentru un ansamblu de înfășurări oarecare distribuite discret.

Particularizînd expresia densității liniare de curent induse în ecran la cazul a două înfășurări cu solenații egale și opuse de valoare Θ, de înălțimi egale $h = B \cdot \Delta y$, distanțate între ele cu $e = \varepsilon \cdot \Delta x$, iar în medie cu $a_m = k_0 \cdot \Delta x$ față de fier, dispuse fiind în spațiul dintre coloană și cuvă de lărgime $a = M \cdot \Delta x$ și de înălțime $b = N \cdot \Delta y$ (fig. 2), se obține

$$J = \frac{4\Theta}{b} \sum_{i=1}^{entier \frac{N-1}{2}} (-1)^i \frac{\sin \alpha_i B}{B \sin \alpha_i} \frac{\operatorname{sh} \frac{2\beta_i}{n} k_0 \operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} \varepsilon}{\operatorname{ch} \frac{2\beta_i}{n} M} \cos 2\alpha_i l +$$

$$+ \frac{2\Theta}{b} \frac{\operatorname{sh} \frac{2\beta_N}{n} k_0 \operatorname{sh} \frac{\beta_N}{n} \varepsilon}{\operatorname{ch} \frac{2\beta_N}{n} M} \cos \frac{\pi N}{2} \cos \pi l. \tag{14}$$

Valorile proprii duale α_i și β_i satisfac și aici relațiile (10), (11).

Expresia de mai sus a densității de curent indusă în ecran se poate compara cu expresiile obținute prin integrarea ecuațiilor diferențiale ale cîmpului [4] în același domeniu pentru două cazuri:

— se consideră aceeași distribuție discretă a solenațiilor:

$$J_d = \frac{4\Theta}{b} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{\sin \alpha_i B}{B \sin \alpha_i} \frac{\operatorname{sh} \frac{2\alpha_i}{n} k_0 \operatorname{sh} \frac{\alpha_i}{n} \varepsilon}{\operatorname{ch} \frac{2\alpha_i}{n} M} \cos 2\alpha_i l; \tag{15}$$

— se consideră o distribuție continuă a solenațiilor:

$$J_c = \frac{4\Theta}{b} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \frac{\sin \alpha_i B}{B \cdot \alpha_i} \frac{\operatorname{sh} \frac{2\alpha_i}{n} k_0 \operatorname{sh} \frac{\alpha_i}{n} \varepsilon}{\operatorname{ch} \frac{2\alpha_i}{n} M} \cos 2\alpha_i l. \tag{16}$$

Și aici, întrucît $\beta_i \leqslant \alpha_i$, coeficienții șirurilor obținute prin metoda diferențelor finite sînt mai mari decît ai șirului exact, deci, chiar dacă însumarea se referă la un număr mai mic de termeni, este posibilă o

anumită compensare a erorilor. Se mai observă că distribuția discretă a solenațiilor introduce un factor de corecție, $\frac{\alpha_i}{\sin \alpha_i}$, a cărui importanță crește o dată cu ordinul armonicii spațiale. Această corecție, care apare și la modelele electrocinetice în mediu conductor continuu (hîrtie electroconductoare, cuvă electrolitică), se datorește injectării în puncte discrete

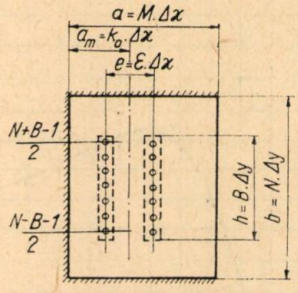


Fig. 2. — Schematizarea transformatorului simetric cu cuvă ecranată.

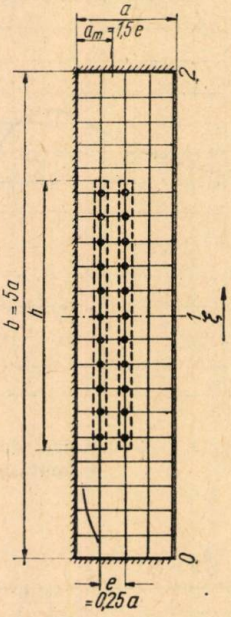


Fig. 3. — Dimensiunile domeniului studiat.

a curenților care modelează solenațiile și nu are o influență prea mare asupra distribuției de curenți în ecran, armonicile spațiale de ordin superior ale cîmpului fiind foarte puternic atenuate în această regiune.

Pentru studiul erorilor metodei de determinare prin diferențe finite a densității de curent induse în ecran s-a considerat domeniul tipic reprezentat în figura 3, care schematizează configurația întîlnită la transformatoarele de putere foarte mare (peste 200 MVA). S-a calculat densitatea de curent în 21 de puncte egal distanțate, considerate de-a lungul jumătății din înălțimea ecranului (datorită simetriei valorile se reproduc în cealaltă jumătate), cu relația exactă (16) și cu expresia (14) dedusă pe baza ecuației în diferențe finite. S-a variat în limite largi numărul de ochiuri al rețelei ($M = 4, \ldots, 32$ și $N = 10, \ldots, 160$) și forma dreptunghiurilor elementare ($n = \frac{1}{8} \ldots 8$). De asemenea s-au examinat trei configurații, deosebite unele de altele prin raportul $\frac{h}{b} = 0{,}5\,;\ 0{,}6\,;\ 0{,}7$.

Pe baza calculelor s-a reprezentat în figurile 4, 5 și 6, pentru cele trei configurații, variația densității relative de curent exacte induse în ecran :

$$\eta = 100 \frac{b}{\Theta} J \tag{17}$$

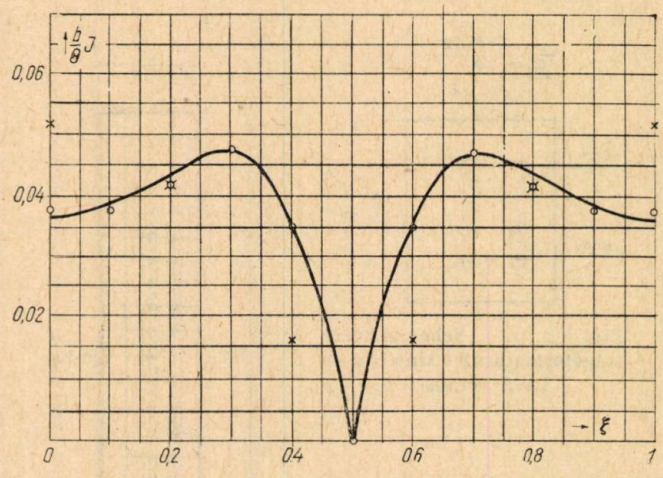


Fig. 4. — Densitatea de curent indusă în ecranul transformatorului pentru $h/b = 0{,}5$.

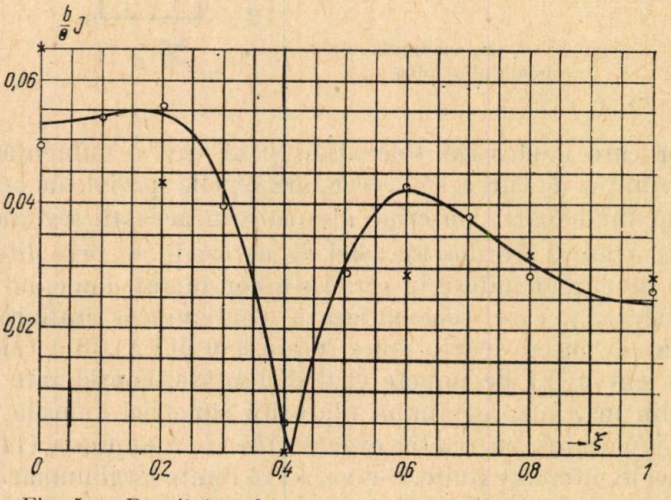


Fig. 5. — Densitatea de curent indusă în ecranul transformatorului pentru $h/b = 0{,}6$.

în funcție de coordonata relativă ξ (pentru semnificația lui ξ vezi fig. 3). În aceleași figuri s-au reprezentat și valorile medii calculate prin diferențe finite pentru $N = 10$ (cruce) și $N = 20$ (cerc). Întrucît abaterile valorilor

calculate prin diferențe finite de la cele exacte sînt mici, nu a fost posibilă reprezentarea pe aceste figuri a tuturor punctelor calculate (13 variante la fiecare configurație).

Din examinarea valorilor obținute prin metoda diferențelor finite rezultă că acestea încadrează totdeauna valorile exacte, abaterile fiind succesiv de ambele semne de-a lungul ecranului. Această observație este

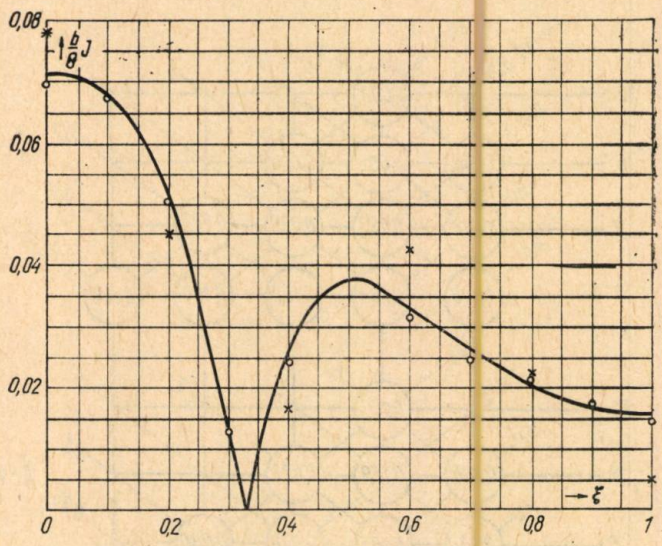


Fig. 6. — Densitatea de curent indusă în ecranul transformatorului pentru $h/b = 0,7$.

importantă, întrucît arată că chiar cu o rețea mai grosolană, respectiv cu o rețea de rezistențe cu dimensiuni reduse, se pot obține rezultate care cel puțin în medie sînt corecte.

Pentru a caracteriza sintetic abaterile valorilor calculate prin metoda diferențelor finite față de valorile exacte, s-a determinat abaterea medie pătratică de-a lungul ecranului:

$$\varepsilon_\eta = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[\eta(\xi_i) - \eta_e(\xi_i)]^2} = 100\,\frac{b}{\Theta}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[J(\xi_i) - J_e(\xi_i)]^2}, \quad (18)$$

unde cu ξ_i s-a notat coordonata relativă $\xi_i = \frac{2i}{N}$ conform figurii 3.

Abaterile medii pătratice s-au trecut în graficele din figura 7, pe care s-au indicat toate elementele necesare caracterizării rețelei de calcul, folosite în trei variante după valoarea raportului $\frac{h}{b} = 0,5\,;\ 0,6\,;\ 0,7$.

Din aceste grafice iese foarte clar în evidență o proprietate remarcabilă: modificarea numărului de diviziuni (M sau N) influențează în măsură importantă abaterea numai pentru valori ale raportului n apropiate de unitate.

De asemenea, studiind variația cu n a abaterii la numărul total de ochiuri constant ($M \times N = \text{const}$), se observă un minim în jurul valorii $n = 2$. Se poate considera că geometria rețelei este optimă (adică numărul total de ochiuri al rețelei este minim la precizie dată) pentru o valoare $n = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{m}}$, unde $m = 2, \ldots, 3$.

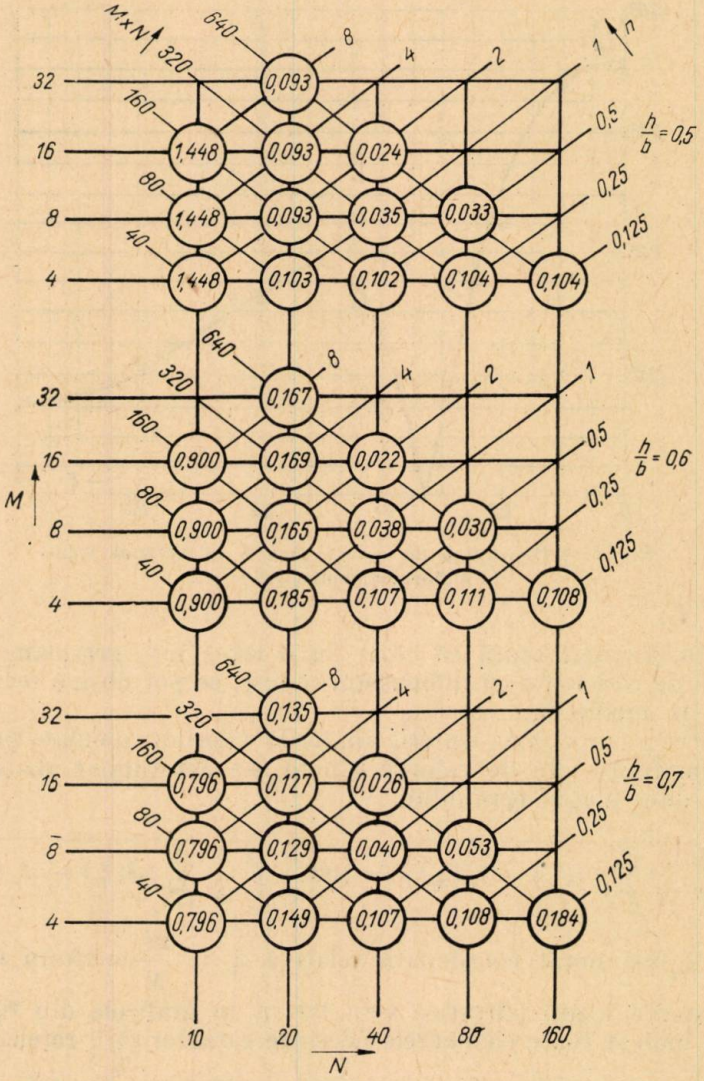


Fig. 7. — Abaterea medie pătratică ε_η la calculul densității de curent în ecran în funcție de caracteristicile rețelei de calcul.

De obicei însă, din motive de ușurință, atît la rețelele de rezistențe, cît și la calculul numeric se adoptă $n = 1$, ceea ce influențează în mică măsură abaterea medie la numărul total de ochiuri dat.

Eroarea medie de „trunchiere" la determinarea densității de curent indusă în ecran se poate considera egală cu abaterea medie pătratică, determinată cu relația (18). Eroarea de „trunchiere" constituie eroarea de metodă la determinarea cîmpului electromagnetic pe baza ecuațiilor în diferențe finite.

În cazul tipic studiat, eroarea relativă medie de metodă este de aproximativ 1 % pentru o rețea de $M \times N = 8 \times 40$ de ochiuri, avînd în vedere o valoare medie a densității liniare de curent induse în ecran de $J_{med} \approx 0{,}04 \frac{\Theta}{b}$ sau $\eta_{med} = 4$. Aceste dimensiuni ale rețelei sînt acceptabile atît în cazul modelelor analogice, cît și la calculul numeric, mai ales dacă se are în vedere și înjumătățirea domeniului din considerente de simetrie.

5. METODA ANALITICĂ

Această metodă permite stabilirea unor relații cu grad mare de generalitate, care reflectă influența diferiților factori geometrici și a proprietăților de material asupra fenomenului studiat. Totuși, aplicarea metodei analitice este limitată la domenii cu configurații simple, iar idealizarea domeniilor reale pentru a le aduce la forme simple poate introduce erori apreciabile necontrolate.

Metoda analitică prezintă însă o valoare deosebită ca metodă de comparație pentru verificarea altor metode, bineînțeles comparația făcîndu-se în cazuri mai simple, abordabile prin metoda analitică.

6. CONCLUZII

1. Fenomenul de inducție în ecranele electromagnetice folosite în transformatoarele electrice se poate studia în mod economic în toată complexitatea sa numai pe obiectul original. Folosirea modelelor fizice la scară redusă și frecvență mărită este practic posibilă numai dacă se poate neglija influența neliniarității caracteristicii mediilor magnetizabile (feromagnetice).

2. O elasticitate și o operativitate mai mari se pot obține în acest ultim caz cu ajutorul modelelor analogice electrocinetice cu rețele electrice pentru cîmpuri plane sau cu simetrie cilindrică. Modelul electrocinetic cu mediu continuu necesită investiții mai mici, însă o tehnică experimentală perfecționată, și dă o precizie redusă. Modelul analogic cu rețele electrice permite obținerea unei precizii ridicate a rezultatelor și o mare elasticitate în modificarea configurației domeniului studiat.

3. Variația erorii de „trunchiere" care apare la metodele discrete (rețele sau calcul numeric) se poate studia mai corect rezolvînd ecuația în diferențe finite care înlocuiește ecuația diferențială, ceea ce este posibil în toate cazurile abordabile analitic.

4. Eroarea relativă de „trunchiere" la studiul densității de curent induse în ecranele electromagnetice ale transformatoarelor se poate reduce sub 1% folosind rețele cu cîteva sute de ochiuri și un format optim al ochiurilor apropiat de pătrat.

5. Valorile densităților de curent induse în ecranul electromagnetic al cuvei determinate cu ajutorul modelelor (analogice sau matematice) bazate pe folosirea ecuațiilor în diferențe finite ale cîmpului încadrează în general valorile exacte.

6. Metoda analitică de studiu are în special valoare ca metodă de comparație pentru evaluarea erorilor celorlalte metode în cazuri simple și pentru generalizarea rezultatelor.

ANEXE

A. SOLUȚIA ECUAȚIEI CÎMPULUI PLAN ÎN DIFERENȚE FINITE PENTRU REȚEA CARTEZIANĂ UNIFORMĂ

Ecuația în diferențe finite a potențialului vector este

$$n(A_{k+1,l} - 2A_{k,l} + A_{k-1,l}) + \frac{1}{n}(A_{k,l+1} - 2A_{k,l} + A_{k,l-1}) = -\mu I_{k,l} \quad \text{(A.1)}$$

unde $I_{k,l}$ este curentul total din sferturile de ochi adiacente nodului k, l (fig. A.1):

$$I_{k,l} = \int_{x_k - \frac{1}{2}\Delta x}^{x_k + \frac{1}{2}\Delta x} \int_{y_l - \frac{1}{2}\Delta y}^{y_l + \frac{1}{2}\Delta y} J(x, y) \cdot \mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}y, \quad \text{(A.2)}$$

Δx și Δy fiind pașii rețelei, J densitatea de curent (exterioară), iar

$$n = \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad \text{(A.3)}$$

Partea omogenă a ecuației (A.1) admite o soluție de forma

$$A_{k,l} = E_0 + E_1 k + E_2 \cdot l + \sum_i R_k^{(i)} \cdot Q_l^{(i)}. \quad \text{(A.4)}$$

Funcțiile $R^{(i)}$ și $Q^{(i)}$ de orice argument întreg (k, l) satisfac ecuația armonică

$$n\frac{R^{(i)}_{k+1} - 2R^{(i)}_{k} + R^{(i)}_{k-1}}{R^{(i)}_{k}} + \frac{1}{n}\frac{Q^{(i)}_{l+1} - 2Q^{(i)}_{l} + Q^{(i)}_{l-1}}{Q^{(i)}_{l}} = 0, \qquad (A.5)$$

ale cărei funcții proprii sînt de forma

$$R^{(i)}_{k} = C_i \operatorname{sh}\frac{\beta_i}{n}k + D_i \operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}k, \qquad (A.6)$$

$$Q^{(i)}_{l} = F_i \sin \alpha_i l + G_i \cos \alpha_i l, \qquad (A.7)$$

α_i și β_i fiind valori proprii duale, legate prin relația

$$\operatorname{sh}\frac{\beta_i}{2n} = \frac{1}{n}\sin\frac{\alpha_i}{2}. \qquad (A.8)$$

În figura A.2 s-a reprezentat variația lui β în funcție de α, conform relației A.8, cînd ambele au valori reale.

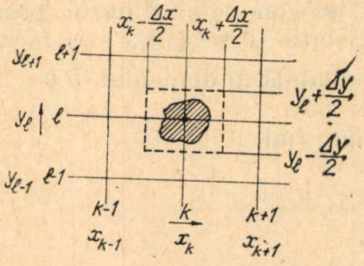


Fig. A.1. — Rețea carteziană uniformă pentru rezolvarea prin diferențe finite a ecuației cîmpului electromagnetic.

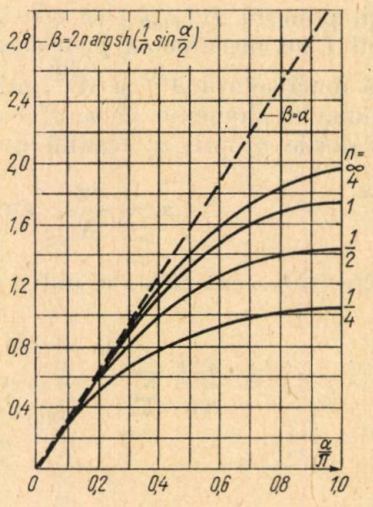


Fig. A.2. — Relația dintre valorile proprii duale β și α.

Constantele de integrare E_1, E_2, C_i, D_i, F_i, G_i și valorile proprii α se determină din condițiile la limită, iar constanta E_0 dintr-o condiție de etalonare.

Componentele cîmpului de inducție în nodul k, l sînt

$$(B_x)_{k,l} = \frac{A_{k,l+1} - A_{k,l-1}}{2 \cdot \Delta y},$$

$$(B_y)_{k,l} = \frac{-A_{k+1,l} + A_{k-1,l}}{2 \cdot \Delta x}. \qquad (A.9)$$

B. SOLUȚIA ÎN DIFERENȚE FINITE PENTRU ECRAN DREPTUNGHIULAR SUPRACONDUCTOR

Se consideră dispunerea din figura B.1 a ecranului și a rețelei carteziene. Consițiile pe frontiere sînt

$$\left.\begin{aligned} &\text{la } x = 0 \text{ și } x = a : B_x = 0, \\ &\text{la } y = 0 \text{ și } y = b : B_y = 0, \end{aligned}\right\} \tag{B.1}$$

iar condiția de etalonare este $A = 0$ pe ecran.

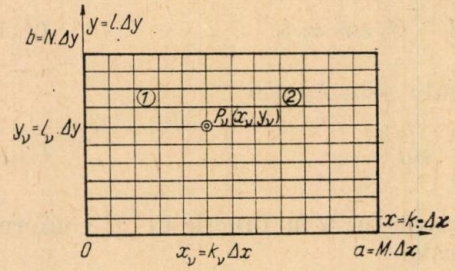


Fig. B.1. — Notații la ecranul dreptunghiular și rețeaua cartezianâ.

În punctul $P_\nu(x_\nu,y_\nu)$ se consideră un conductor filiform parcurs de curentul I cu întoarcerea prin ecran. Soluția A se caută sub forma reuniunii a două soluții $A^{①}$ și $A^{②}$, prima valabilă în domeniul ① $0 \leqslant x \leqslant x_\nu$, iar a doua în domeniu ② $x_\nu \leqslant x \leqslant a$.

Valorile proprii α_i rezultă în număr finit :

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{N}, \quad \text{cu } i = 1, 2, \ldots, N. \tag{B.2}$$

Efectuînd calculele, se obțin soluțiile sub forma

$$A^{①}_{k,l} = \frac{2\mu I}{nN} \sum_{i=1}^{N} \frac{\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n}(M - k_\nu) \operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} k}{\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} M \operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n}} \sin \alpha_i l_\nu \sin \alpha_i l, \tag{B.3}$$

$$A^{②}_{k,l} = \frac{2\mu I}{nN} \sum_{i=1}^{N} \frac{\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n}(M - k) \operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} k_\nu}{\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} M \operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n}} \sin \alpha_i l_\nu \sin \alpha_i l. \tag{B.4}$$

Densitatea superficială de curent indusă în ecran este

$$J = -(H_y)_{M,l} = -\frac{2I}{b} \sum_{i=1}^{N} \frac{\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} k_\nu}{\operatorname{sh} \frac{\beta_i}{n} M} \sin \alpha_i l_\nu \sin \alpha_i l. \tag{B.5}$$

Soluția exactă a problemei obținută prin integrarea ecuației diferențiale [13] (sau prin trecere la limită) are expresia

$$J_e = -\frac{2I}{b}\sum_{i=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sh}\frac{\alpha_i}{n}k_\nu}{\operatorname{sh}\frac{\alpha_i}{n}M}\sin\alpha_i l_\nu \sin\alpha_i l. \tag{B.6}$$

În această expresie, valorile proprii α_i se calculează din (B.2) pentru orice indice i.

Observație. Soluțiile în diferențe finite de mai sus sînt valabile cînd frontierele coincid cu nodurile rețelei sau cu mijloacele laturilor acesteia. În ultimul caz, k_ν, l_ν, M și N pot fi semiîntregi și se vor respecta următoarele convenții : originea numărării intervalelor (0) este pe frontierele din stînga și de jos, iar indicii vor avea numai valori semiîntregi dacă frontiera corespunzătoare trece prin mijlocul unei laturi a rețelei, adică $\frac{k}{M}$ și $\frac{l}{N}$ exprimă totdeauna coordonatele relative de la frontiere ale nodului respectiv.

C. SOLUȚIA ÎN DIFERENȚE FINITE PENTRU TRANSFORMATOR CU ECRAN SUPRACONDUCTOR

Se consideră problema plană primitivă din figura C.1.

În punctul $P_\nu(x_\nu, y_\nu)$ se consideră un conductor filiform parcurs de curentul-unitate, cu întoarcere prin ecran. Astfel se determină o funcțiune de influență G_ν.

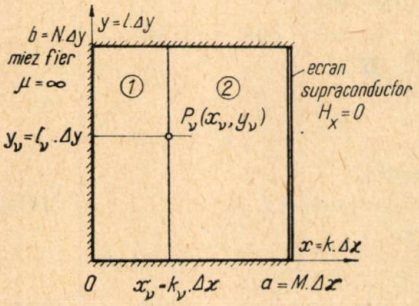


Fig. C. 1. — Schematizare pentru secțiunea plană prin transformatorul cu cuvă ecranată.

Soluția G_ν se consideră ca reuniune a soluțiilor $G_\nu^{①}$ și $G_\nu^{②}$ din domeniile ① : $0 \leqslant x \leqslant x_\nu$ și ② : $x_\nu \leqslant x \leqslant a$, condițiile la limită fiind

$$\left.\begin{aligned} &\text{la } x = 0 : H_y = 0 \text{ și la } x = a : B_x = 0, \\ &\text{la } y = 0 \text{ și la } y = b : H_x = 0, \end{aligned}\right\} \tag{C.1}$$

iar condiția de etalonare prevede potențial nul pe ecran.

Valorile proprii α_i sînt date și în acest caz de (B.2).

După efectuarea calculelor se deduc expresiile funcțiilor de influență :

$$G_\nu^{①} = \frac{\mu}{nN}(M - k_\nu) + \frac{2\mu}{nN}\sum_{i=1}^{N-1} \frac{\operatorname{sh}\frac{\beta_i}{n}(M-k_\nu)\operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}k}{\operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}M\ \operatorname{sh}\frac{\beta_i}{n}} \cos\alpha_i l_\nu \cos\alpha_i l +$$

$$+ \frac{\mu}{nN}\frac{\operatorname{sh}\frac{\beta_N}{n}(M-k_\nu)\operatorname{ch}\frac{\beta_N}{n}k}{\operatorname{ch}\frac{\beta_N}{n}M\ \operatorname{sh}\frac{\beta_N}{n}} \cos\pi l_\nu \cos\pi l, \qquad (C.2)$$

$$G_\nu^{②} = \frac{\mu}{nN}(M - k) + \frac{2\mu}{nN}\sum_{i=1}^{N-1} \frac{\operatorname{sh}\frac{\beta_i}{n}(M-k)\operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}k_\nu}{\operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}M\ \operatorname{sh}\frac{\beta_i}{n}} \cos\alpha_i l_\nu \cos\alpha_i l +$$

$$+ \frac{\mu}{nN}\frac{\operatorname{sh}\frac{\beta_N}{n}(M-k)\operatorname{ch}\frac{\beta_N}{n}k_\nu}{\operatorname{ch}\frac{\beta_N}{n}M\ \operatorname{sh}\frac{\beta_N}{n}} \cos\pi l_\nu \cos\pi l. \qquad (C.3)$$

Funcția de influență pentru densitatea de curent indusă în ecranul supraconductor este

$$g_\nu = -\frac{1}{b} - \frac{2}{b}\sum_{i=1}^{N-1} \frac{\operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}k_\nu \cos\alpha_i l_\nu}{\operatorname{ch}\frac{\beta_i}{n}M} \cos\alpha_i l -$$

$$- \frac{1}{b}\frac{\operatorname{ch}\frac{\beta_N}{n}k_\nu \cos\pi l_\nu}{\operatorname{ch}\frac{\beta_N}{n}M} \cos\pi l. \qquad (C.4)$$

Pentru o dispunere oarecare a curenților în spațiul dintre miez și ecran, potențialul vector rezultant se deduce ca sumă a potențialelor produse de curenții I_ν din punctele $P_\nu(x_\nu, y_\nu)$, considerînd pe ν ca variabilă discretă :

$$A_{k,l} = \sum_\nu I_\nu G_\nu(k, l, k_\nu, l_\nu) \text{ unde } G_\nu = G_\nu^{①} \cup G_\nu^{②}, \qquad (C.5)$$

iar pentru densitatea de curent indusă în ecran rezultă

$$J = \sum_{\nu} I_{\nu} \cdot g_{\nu}(l,\ k_{\nu},\ l_{\nu}). \tag{C.6}$$

Particularizarea acestor relații generale pentru distribuții date de curenți devine o simplă chestiune de tehnică de calcul.

Observație. Expresiile deduse sînt valabile și pentru frontiere coincidente cu mijloacele laturilor rețelei de discretizare în condițiile precizate la finele anexei B.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Stepina, *Screening of transformer tanks by aluminium for cutting down the additional losses.* Elektrotechn. Obz., 330–336 (1962).
2. H. W. Kerr, S. Palmer, *Debelopment in the design of large power transformers,* Proc. IEE 111, *4*, 823–832 (1964).
3. V. S. Anșin, L. M. Bespalaia, *Snijenie dobavocinîh poter v moșnîh transformatorah,* Elektrotehnika, Moskova *38*, 10–13, *1* (1967).
4. A. Țugulea, A. Moraru, C. V. Bălă, *Cîmpul electromagnetic și pierderile suplimentare în transformatoarele electrice cu cuva ecranată,* St. cerc. energ. electr., **18**, 819–837 *4* (1968).
5. N. Mullineux, J. Reed — Eddy, *current shielding of transformer tanks,* Proc. IEE 113, *5*, 815–818 (1966).
6. W. Dietrich, *Schirmwirkung und Verluste elektrisch gut leitender Abschirmungen von Transformatorkesseln,* ETZ-A 88, *22*, 545–550 (1967).
7. S. I. Lurie, *Matematiceskoe modelirovanie magnitnîh polei rasseianiia transformatorov i reaktorov na elektroprovodiașcei bumage,* Elektricestvo, *10*, 80–86 (1965).
8. K. Oberretel, *Die Ermittlung von magnetischen Feldern, Wirbelströmen und Kräften in Komplizierten Fallen durche Simullation an Gittermodellen,* Archiv für Elektrotechnik, *48*, 297–313 (1963).
9. P. Silvester, *Network Analog Solution of Skin and Proximity Effect Problems,* IEEE Trans. P.A.S., **86**, *2*, 241–247 (1967).
10. L. Collatz, *The Numerical Treatment of Differential Equations,* Springer, Berlin — Heidelberg — New York, 1966.
11. A. Moraru, *Finit difference equations for magnetic fields in nonlinear media,* Rev. Roum. Sci. Tehn. Electrot. Energ., **13**, *1*, 37–47 (1968).
12. C. V. Bălă, S. Ghețaru, *Cîmpul magnetic alternativ tangențial în mediul feromagnetic,* St. cerc. energ. electrot., **15**, *2*, 267–292 (1965).
13. R. Răduleț, A. Țugulea, A. Timotin, *Shielding of parallel conductors by electromagnetic shields in the from of a rectangular prism sheat,* Rev. Roum. Sci. Techn. Electrot. Energ., **12**, *3*, 437–453 (1967).

SELECTAREA FACTORILOR DETERMINANŢI AI VALORILOR CURENŢILOR DE SCURTCIRCUIT

DE

M. POMÎRLEANU

621.316.13.014.3

Se analizează atît teoretic cît şi practic influenţele aproximaţiilor curent utilizate de metodele uzuale de calcul ale curenţilor de scurtcircuit, asupra valorilor acestor curenţi, scoţîndu-se în evidenţă situaţiile în care aceste aproximaţii pot fi făcute fără vreun risc.

1. INTRODUCERE

Spre deosebire de calculele regimurilor permanente ale sistemelor electroenergetice, calculele curenţilor de scurtcircuit prezintă o serie de particularităţi, legate în special de multitudinea de situaţii structurale în care ele trebuie efectuate, ca şi de posibilitatea obţinerii unor rezultate mai puţin exigente, în ceea ce priveşte exactitatea.

Aceste condiţii au impus elaborarea pentru studii curente a unor metode de calcul al regimului iniţial al scurtcircuitului mult mai operative decît metodele de calcul ale regimurilor permanente, care utilizează foarte multe aproximaţii privind reprezentarea elementelor reţelei de transport, ale generatoarelor sau ale consumatorilor. Sînt astfel cunoscute metodele de curent continuu în care reţeaua este reprezentată numai prin reactanţe, ca şi consumatorii cîteodată, sau metodele de curent alternativ în care se neglijează complet sarcinile sau se introduc sub forma unui curent constant, precum şi o serie de alte metode operative în care generatoarele se introduc cu tensiuni constante egale ca modul şi fază, amplificate cu un anumit coeficient etc.

Independent de mijlocul de calcul utilizat (masă de curent continuu, model de reţea de curent alternativ, calculator cifric), de modul direct sau iterativ de rezolvare a ecuaţiilor ori de metoda utilizată (nodală sau a buclelor) etc., diferitele aproximaţii constituie trăsătura comună a opera-

St cerc. energ. electr. Tom. 19 Nr. 3, p. 601—616, 1969

țiilor de calcul al curenților de scurtcircuit. Rezultatul unor analize calitative a diferitelor metode practice utilizate astăzi pentru calculele curenților de scurtcircuit va depinde de asemenea în bună măsură de parametrii și de performanțele calculatorului utilizat, ca și de caracteristicile rețelei în studiu. De aceea în prezenta lucrare, pentru a păstra generalitatea concluziilor, ne vom limita numai la o analiză unitară a diferitelor aproximații uzual întîlnite în diverse metode, stabilindu-se efectele lor asupra valorilor curenților de scurtcircuit și situațiile în care ele pot fi admise fără riscul unei influențe negative.

2. STUDIUL CALITATIV AL APROXIMAȚIILOR UZUAL ÎNTÎLNITE LA CALCULELE DE SCURTCIRCUIT

Vom încerca să prindem într-o formă explicită elementele care determină valoarea curentului de scurtcircuit pe o bară oarecare a unui sistem electroenergetic.

În acest scop vom face apel la forma de exprimare a curentului de scurtcircuit în funcție de tensiunea U_{i0} și de curentul I_{i0} anterior existente în nodul unde se calculează scurtcircuitul (i) și de admitanța rețelei pasivizate, văzută din nodul considerat (y''_{ii}) [1]—[3]:

$$I_{i\,sc} = I_{i0} - y''_{ii}\, U_{i0} \tag{1}$$

sau

$$I_{i\,sc} = I_{i0} + I_{i\,sc0}, \tag{2}$$

unde

$$I_{isc} = - y''_{ii}\, U_{i0} \tag{3}$$

reprezintă curentul de scurtcircuit în gol la tensiunea U_{i0}.

Această scriere are la bază ipoteza că generatoarele sînt reprezentate prin surse de tensiune constantă în serie cu o admitanță constantă, sarcinile sînt echivalate prin admitanțe constante, iar rețeaua este considerată simetrică și cu constante concentrate.

Admitanța rețelei pasivizate văzută din nodul cu scurtcircuit y''_{ii} este de fapt termenul diagonal după linia și coloana i din matricea nodală a admitanțelor $[Y'']$ corespunzătoare rețelei, obținută după eliminarea nodurilor de sarcină (înlocuite prin admitanțe constante) și după substituirea tensiunii variabile de la bornele centralei prin tensiunea constantă E'_d sau E''_d din spatele reactanțelor respective [3].

Dacă se consideră că tensiunile nodale sînt definite în raport cu o tensiune de referință exterioară rețelei, termenii diagonali ai matricei de admitanță a barelor sînt totdeauna numeric egali cu suma termenilor mutuali, indiferent de transformările executate pe schema rețelei originale (eliminarea unor noduri prin liniarizare, substituirea tensiunilor etc.).

Grupînd mărimile nodale care caracterizează regimul electric al unei rețele în submatrici corespunzătoare nodurilor generatoare (g), nodului cu scurtcircuit (i), nodurilor consumatoare (s) și nodului neutru sau

pămînt (o), se poate scrie inițial următoarea relație matriceală de legătură dintre ele :

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_i \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gi} & Y_{gs} & Y_{go} \\ Y_{ig} & Y_{ii} & Y_{is} & Y_{io} \\ Y_{sg} & Y_{si} & Y_{ss} & Y_{so} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_g \\ U_i \\ U_s \\ U_o \end{bmatrix}, \tag{4}$$

unde prin I și U se înțeleg submatricele corespunzătoare tensiunilor și curenților barelor, iar prin Y cele ale admitanțelor nodale.

În mod similar, după substituirea tensiunilor barelor generatoarelor (U_g) și liniarizarea nodurilor de sarcină se poate scrie relația [3]

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_i \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y''_{gg} & Y''_{gi} & Y''_{gs} & Y''_{go} \\ Y''_{ig} & Y''_{ii} & Y''_{is} & Y''_{io} \\ Y''_{sg} & Y''_{si} & Y''_{ss} & Y''_{so} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_g \\ U_i \\ 1_s U_o \\ U_i \end{bmatrix}, \tag{5}$$

unde 1_s este o submatrice-coloană cu s elemente-unitate. Expresiile mărimilor Y'' sînt date în anexă.

Între elementele matricei admitanțelor se poate scrie pentru fiecare linie, indiferent de transformările care au avut loc, relația de legătură dintre termenul după diagonala principală și celelalte elemente nutuale :

$$y''_{ii} = [Y''_{ig}]\,[1_g] + [Y''_{is}]\,[1_s] + [Y''_{io}], \tag{6}$$

unde 1_g este o submatrice-coloană cu g elemente-unitare.

Dezvoltînd așa cum se arată în anexă expresiile componentelor lui y''_{ii} din relația (6), se găsește

$$y''_{ii} = [A_i]\,[Y_g]\,[1_g] + [C_i]\,[Y_s]\,[1_s] + [Y_{io}] - \\ - [A_i]\,[Y_{go}] - [C_i]\,[Y_{so}] \tag{7}$$

sau

$$y''_{ii} = \sum_{g=1}^{m} a_{ig}\, y_g + \sum_{s=m+1}^{n} c_{is}\, y_s + y_{io} - \sum_{g=1}^{m} a_{ig}\, y_{go} - \sum_{s=m+1}^{n} c_{ig}\, y_{so} = \sum_{1}^{n} b_{im}\, y_m. \tag{7'}$$

Se observă că s-a obținut o relație care are ca factori numai admitanțele spre pămînt ale rețelei pasivizate ; cu ajutorul acestor relații se va putea scoate în evidență ușor influența neglijării sau aproximării unora sau altora dintre factori.

Vom căuta să găsim forma explicită a elementelor constitutive ale relației (6) sau (7). Fiecare termen este rezultatul a $g + s - 1$ operații de substituire de noduri (eliminare) [3]. Expresia unui termen y''_{im} de pe

linia nodului cu scurtcircuit obținută în urma acestor operații de substituire este

$$y''_{im} = \left(y_{im} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i \text{ și } m}}^{n} \frac{y_{ij}^{(j)} y_{jm}^{(j)}}{y_j + y_{jj}^{(j)}} \right) \cdot \frac{y_m}{y_m + y_{mm}^{(m)}} = b_{im} y_m , \qquad (8)$$

$m \neq i$ și o

unde $y_{ij}^{(j)}$ este fazorul admitanței y_{ij} la momentul j al operației de substituire, adică înainte de eliminarea nodului j, deci după substituirea nodurilor de la 1 pînă la $j-1$ (vezi expresiile j și k din anexă). Deoarece rezultatul obținut este independent de ordinea în care se face substituirea, vom considera totdeauna că ultimul nod substituit pentru calculul admitanței de pe linia i și coloana m este nodul m.

Se observă că această operație are două părți distincte: una care are o influență redusă, modificînd valoarea inițială y_{im} prin scăderea sau adunarea unor corecții (care, așa cum se arată în anexă, pentru liniile aeriene reprezintă o fracțiune din y_{im}) și altă operație, rezultată din operația de substituire a nodului m care are influență esențială, face ca rezultanta și nu corecția să devină o fracțiune din valoarea lui y_m și aproximativ în fază cu aceasta.

Deci se poate afirma (lucru verificat de altfel pe o serie de exemple de probă) că pentru o rețea numai de linii aeriene elementele matricelor $[A_i]$ și $[C_i]$ sînt mărimi aproximativ scalare de valori subunitare.

Concluzia este destul de precisă pentru o rețea omogenă. În felul acesta, admitanța echivalentă a rețelei pasivizate văzute din nodul cu scurtcircuit, mărime care determină valoarea curentului de scurtcircuit, este compusă din trei grupe de factori: unul în fază cu admitanțele echivalente ale generatoarelor, altul în fază cu admitanțele echivalente ale sarcinilor și, în fine, ultimul în fază cu admitanțele la pămînt din nodurile rețelei (admitanțele la pămînt echivalente ale liniilor, transformatoarelor etc.). În figura 1 sînt date elementele componente ale lui y''_{ii} obținute în cadrul calculelor de verificare prezentate în capitolul 4.

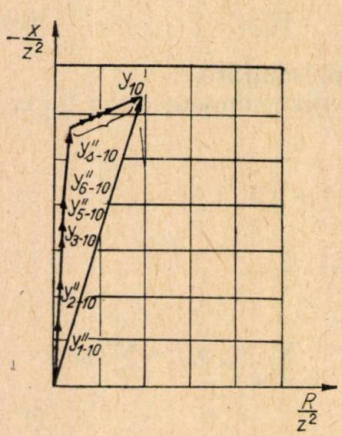


Fig. 1

Este interesant de observat că elementele matricelor A_i și C_i pot fi într-o oarecare măsură evaluate prin simpla inspectare a schemei pasivizate a rețelei date. Din relația (5) și (7) se poate observa că pentru $E_g = U_0 = 0$

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y''_{gi} \\ Y''_{si} \end{bmatrix} \cdot U = \begin{bmatrix} Y_g & 0 \\ 0 & Y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i^{(t)} \\ C_i^{(t)} \end{bmatrix} U_i , \qquad (9)$$

unde $A_i^{(t)}$ și $C_i^{(t)}$ sînt expresiile transpuse ale lui A_i, respectiv C_i; însă în același timp

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_g & 0 \\ 0 & Y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_g \\ U_s \end{bmatrix} . \qquad (10)$$

Din egalitatea relațiilor (9) și (10) și avînd în vedere că atît Y_g, cît și Y_s sînt matrice pătratice care au inversă, se poate scrie

$$[A_i \mid C_i] = \frac{1}{U_i} [U_g^{(i)} \mid U_s^{(i)}]_{\text{pentru } Eg=0} \tag{11}$$

sau

$$b_{im} = \left(\frac{U_m}{U_i}\right)_{\text{pentru } Eg=0}.$$

Deci considerînd în nodul i aplicată o tensiune unitară, valoarea tensiunii obținute într-un nod m oarecare (cu întreaga rețea pasivizată) reprezintă modulul fazorului b_{im} din relația (8) sau termenul corespunzător din matricea $[A_i \mid C_i] = [B_i]$ din relația (7). Se observă imediat că nodurile electrice mai depărtate față de nodul i vor avea o tensiune redusă, deci termenii corespunzători din relația (7) pot fi neglijați, deoarece vor avea un coeficient a_{im} sau c_{im} de valoare foarte redusă.

3. ANALIZA DIFERITELOR APROXIMAȚII UTILIZATE DE METODELE PRACTICE

3.1. Neglijarea sarcinilor

Este una dintre aproximațiile curent utilizate pentru că aduce multe simplificări în unele metode de calcul. Aceasta implică anularea în (6) a termenilor Y''_{is}. Asupra termenilor Y''_{ig} influențele sînt nesemnificative, fiindcă, așa cum se vede din relațiile (h) din anexă, Y_s intervine alături de Y_{ss} sau, mai exact, de suma admitanțelor liniilor ce converg în nodul s, care, în mod obișnuit, în rețelele sistemelor electroenergetice are atît pe axa reală, cît și mai ales pe cea imaginară o valoare mai mare ca admitanța echivalentă a sarcinii (în caz contrar, căderile de tensiune pe liniile de transport ar fi inadmisibil de mari). În valoare absolută, neglijarea sarcinilor duce deci la o oarecare creștere a termenilor Y''_{ig}. Aceleași concluzii se aplică și cu privire la termenii Y''_{io}, care de altfel sînt de obicei neînsemnați ca valoare în raport cu ceilalți.

Deci neglijarea sarcinilor face să dispară termenii Y''_{is}, care sînt aproximativ în fază cu Y_s, deci mult decalați față de termenii Y''_{ig}, în fază cu Y_g, și de valori absolute mult mai mici (vezi fig. 1); în plus, creșterea lui Y''_{ig} contrabalansează în valori absolute anularea lui Y''_{is}, ceea ce face ca valoarea curentului de scurtcircuit să nu fie prea mult afectată de neglijarea sarcinilor.

Calea prezentată în capitolul anterior permite chiar să se stabilească imediat care sarcini pot fi neglijate și eventual aportul căror generatoare sînt fără influențe importante asupra curentului de scurtcircuit dintr-un anumit nod.

Se observă că sarcinile electrice depărtate de nodul cu scurtcircuit și de puteri mici pot fi fără grijă neglijate. De asemenea, aportul generatoarelor electric depărtate și cu admitanțe interne mici poate să nu fie luat în considerare.

Sarcinile puternice și apropiate de nodul de scurtcircuit este bine să fie considerate la calculul respectiv de scurtcircuit. De asemenea sarcinile reactive de valori importante și apropiate electric nu este bine să fie neglijate, deoarece ele sînt reprezentate prin fazori Y''_{is} apropiați de faza lui Y''_{ig} și deci au influențe mai mari asupra rezultantei Y''_{ii}. În orice caz, la calculul curenților de scurtcircuit pentru regimul de minim de sarcină, neglijarea tuturor sarcinilor se poate face fără riscul unor abateri importante de la valorile corecte.

3.2. Efectul sarcinilor din nodurile generatoare

În expresia (7), sarcinile din nodurile generatoare sînt conținute în termenul Y_{go}. El apare totdeauna într-o sumă alături de Y_g fie în factor înmulțit cu A_i, fie conținut în elementele care compun pe A_i și C_i prin prezența sa în termenul Y_{gg} (relațiile (h) din anexă). În cele mai multe situații, fazorul Y_{go} poate fi neglijat în raport cu Y_g (mult mai mare), astfel că sarcinile din nodurile generatoare nu au influențe semnificative asupra curenților de scurtcircuit. În cazurile în care este vorba de o centrală mică locală și o sarcină importantă, eventual o sarcină reactivă importantă, luarea ei în considerație se poate judeca după raționamentele de la punctul 3.1.

3.3. Influența sarcinilor din nodul de scurtcircuit

Influența sarcinilor din nodul cu scurtcircuit apare într-o formă explicită prin termenul I_{io} din formula (1). Dar acest curent se poate pune sub forma

$$I_{io} = -y_{io}U_{io} \tag{12}$$

și deci expresia (1) devine

$$I_{isc} = (-y_i - y''_{ii})\,U_{io}, \tag{13}$$

$$I_{isc} = [[A_i][Y_g][I_g] + [C_i][Y_s][I_s] + Y_i + Y''_{io}]\,U_{io}. \tag{14}$$

Deci Y_i se găsește într-o sumă alături de termenii dependenți de admitanțele celorlalte noduri de sarcină, însă influența ei este maximă, deoarece, spre deosebire de admitanțele nodurilor de sarcină care apar înmulțite cu coeficienți c_{is} subunitari, Y_i are un coeficient egal cu unitatea. Însă, avînd în vedere raționamentele de la punctul *a*, și anume că termenii Y''_{is} sînt mici și decalați față de Y''_{ig}, Y'_i ar putea fi neglijat eventual după aceleași considerente ca și Y''_i. Cum însă calculul său nu pune probleme, introducerea lui I_{io} sau Y_i trebuie făcută indiferent de valoarea sa relativă, îmbunătățind exactitatea valorii curentului de scurtcircuit calculat.

3.4. Efectul capacităților transversale ale liniilor aeriene

Considerînd reprezentarea liniilor prin scheme în π, capacitățile transversale se găsesc grupate nodal sub formă de admitanțe în termenii Y_{g0} și Y_{s0}. După cum rezultă din relațiile (7) din text și (h) din anexă, aceste admitanțe se găsesc totdeauna într-o sumă împreună cu admitanțele echivalente ale generatoarelor sau sarcinilor din nodurile respective. În raport cu admitanțele echivalente ale generatoarelor, admitanțele echivalente ale capacităților transversale ale liniilor aeriene sînt mult mai mici, așa că neglijarea lor este practic fără urmări sesizabile.

În ce privește nodurile consumatoare, neluarea în considerare a capacităților transversale înseamnă creșterea componentei reactive a sarcinilor, ceea ce poate compensa reducerea valorii curenților de scurtcircuit prin neglijarea sarcinii active. Din această cauză, pentru calcule aproximative se recomandă neglijarea capacităților transversale ale liniilor.

3.5. Considerarea în calcule numai a sarcinii reactive din nodurile consumatoare

De data aceasta, schema echivalentă a sarcinii fiind formată dintr-o rezistență în paralel cu reactanța, neglijarea sarcinii active duce la o scădere a modulului și la o creștere simțitoare a unghiului admitanței. Deoarece unghiurile admitanțelor sarcinilor nu depășesc 45°, creșterea unghiului, care este simțitoare, și scăderea modulului se contrabalansează reciproc, astfel că erorile sînt mai mici decît în cazul neglijării complete a sarcinilor. Este foarte important de observat faptul că erorile rezultate prin neglijarea sarcinii active din nodurile consumatoare simtultan cu neglijarea rezistenței liniilor de legătură se compensează reciproc, astfel că rezultatele finale pot fi mulțumitoare.

3.6. Aproximarea tensiunilor din nodurile generatoare sau din nodurile de sarcină

Așa după cum se cunoaște, calculul valorilor inițiale ale curenților de scurtcircuit se poate efectua fie direct prin considerarea aportului fiecărui generator :

$$I_{ise} = [Y''_{ig}]\,[E_g], \tag{17}$$

fie indirect, aplicînd teorema Norton [1], [3] :

$$I_{isc} = I_i - y''_{ii}\,U_{io}. \tag{18}$$

În o serie de metode propuse, t.e.m. ale generatoarelor se introduc simplificat, considerîndu-le pe toate în fază și de valori cu 5 % mai mari ca tensiunea nominală a rețelei (U_n) :

$$I_{isc} = 1{,}05\;[Y''_{ig}]\,[I_g]\,U_n. \tag{19}$$

Cunoaștem din analiza făcută în paragrafele precedente că în cazul neglijării sarcinilor din noduri

$$I_{ise} = [Y''_{ig}]\,[I_g]U_i\,. \tag{20}$$

Deși termenii matricei Y''_{ig} sînt ca valori ceva mai mari decît cei obținuți în ipoteza echivalării sarcinilor prin admitanțe constante, totuși rezultatul obținut prin formula precedentă indică erori în minus, cuprinse (așa cum se poate verifica pe exemplele calculate) între 2 și 13%, în funcție de apropierea electrică a sarcinilor importante de nodul cu scurtcircuit. Înseamnă deci că aplicarea metodelor care utilizează un coeficient unic (1,05) pot duce în unele cazuri la abateri importante ale valorilor curenților de scurtcircuit.

Evident, rezultate mult mai bune se pot obține aplicînd coeficientul 1,05 în formula (19), adică pe rețeaua considerată fără sarcini, fiindcă termenii care depind de admitanțe sînt majorați.

4. VERIFICĂRI PRIN CALCULE PE O REȚEA DE PROBĂ

Pentru a verifica concluziile obținute teoretic mai sus privind influențele diferitelor aproximații utilizate în metodele practice de calcul ale curenților de scurtcircuit, s-a utilizat o schemă a unei rețele de transport, reprezentată în figura 2. Pe aceeași figură sînt date admitanțele în S ale liniilor de legătură și puterile injectate sau consumate în noduri, corespunzătoare regimului de la care s-a pornit calculul de scurtcircuit. În tabela 1 sînt prezentate valorile parametrilor de regim la care s-au calculat curenții de scurtcircuit, precum și admitanțele la pămînt din nodurile rețelei. Schema a fost astfel aleasă, încît să corespundă unei rețele de transport formate din linii aeriene de 220 kV, uzual întîlnite în exploatare, avînd reactanțele de 3 pînă la 11 ori mai mari ca rezistențele. Aceste valori, puțin împinse spre extreme, au fost adoptate tocmai pentru a verifica dacă concluziile obținute sînt valabile și pentru rețelele care nu au caracteristici aproape omogene. S-au verificat pe aceste exemple că termenii b_{im} din formula (8) sînt mărimi subunitare practic scalare, adică termenii y''_{ig} și y''_{is} din relația (6) sînt fazori apropiați ca fază de admitanțele la pămînt din nodurile respective. În ultimele coloane din tabela 1 sînt prezentați (alături de y_m) termenii Y''_{im} calculați, de exemplu, pentru un scurtcircuit pe bara 10 ($i = 10$, fig. 1), din care se degajează foarte clar concluziile de mai sus. Se observă de asemenea că cu cît distanța electrică pînă la o anumită sarcină este mai mare, cu atît efectul ei asupra curentului de scurtcircuit este mai redus. Astfel se observă că, deși sarcina din nodul *15* este ceva mai mare ca cea din nodul *11*, Y''_{10-15} este de aproape 4 ori mai mic ca Y''_{10-11}. De asemenea aceeași concluzie rezultă și cu privire la nodul *14*.

Pentru a verifica concluziile obținute cu privire la aproximațiile studiate, s-au prezentat în tabela 2 rezultatele calculului curenților de

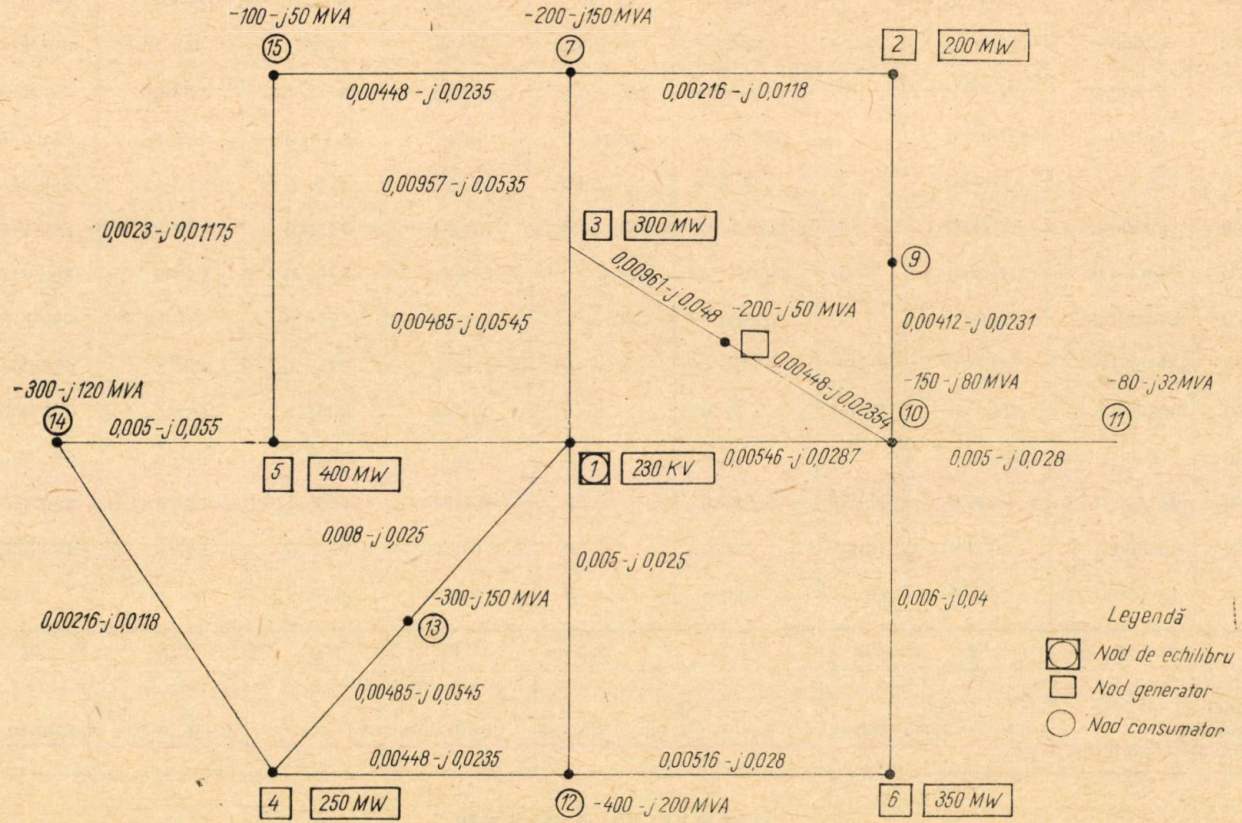

-100 -j 50 MVA
15
-200 -j 150 MVA
7
2
200 MW
0,00448 -j 0,0235
0,00216 -j 0,0118
0,00957 -j 0,0535
0,0023 -j 0,01175
3
300 MW
9
0,00961 -j 0,048
-200 -j 50 MVA
0,00485 -j 0,0545
0,00412 -j 0,0231
0,00448 -j 0,02354
-150 -j 80 MVA
-80 -j 32 MVA
-300 -j 120 MVA
14
0,005 -j 0,055
10
11
5
400 MW
1
230 KV
0,00546 -j 0,0287
0,005 -j 0,028
0,008 -j 0,025
0,005 -j 0,025
-300 -j 150 MVA
0,006 -j 0,04
0,00216 -j 0,0118
13
0,00485 -j 0,0545
0,00448 -j 0,0235
0,00516 -j 0,028
4
250 MW
12
-400 -j 200 MVA
6
350 MW
Legendă
Nod de echilibru
Nod generator
Nod consumator

Fig. 2

Tabela 1

Datele de bază ale exemplului de calcul

Nod Nr.	Tensiunea la regim baza (kV)		Curentul la regim (kA)		Admitanțele de substituire (S)		Admitanțele la pământ (S)		Componentele admitanței echivalente pr. sc. în nodul 12 (S)	
	R_e	I_m	R_e	I_m	R_e	I_m	R_e	I_m	R_e	I_m
1	230	0	1,8280	0,9875	0	0,05	0,003	0,0005	0,000801	0,014518
2	229,881	9,256	0,8856	0,3825	0	0,03	0,0019	0,0004	0,000408	0,007969
3	229,982	2,752	1,2919	1,0444	0	0,03	0,0015	0,0003	0,000196	0,00875
4	229,790	9,919	1,0395	1,1221	0	0,02	0	−0,00046	−0,000217	0,003489
5	229,880	7,336	1,7600	0,6240	0	0,04	0,002	0.00045	0,000230	0,005263
6	229,939	5,189	1,5380	0,7036	0	0,035	0,002	0,00177	0,0001126	0,01698
7	214,966	12,938	0,8851	0,7510	0,004312	0,00369	0	0,00046	0,001010	0,000894
8	219,902	16,869	0,8868	0,2950	0,004111	0,001204	0	0,000175	0,00061	0,00022
9	213,833	13,865	0,6774	0,3712	0,003266	0,001794	0	0,00027	0,00055	0,000338
10	218,549	11,917	0,6644	0,4022	0,003131	0,00227	0	0,0006	0,000922	0,000540
11	209,473	23,369	0,3603	0,129	0,001800	0,000826	0	0,000106	0,00169	0,000791
12	211,482	20,895	1,7805	1,1216	0,008857	0,0044791	0	0,00036	0,00246	0,00155
13	216,753	21,079	1,3044	0,8188	0,00632	0,00333	0	0,00017	0,00122	0,000735
14	218,555	14,4204	1,3306	0,6368	0,00625	0,00282	0	0,00032	0,00079	0,000408
15	210,178	17,0426	0,4535	0,2746	0,00224	0,00152	0	0,0004	0,00042	0,000281

scurtcircuit pentru schema din figura 2, pentru scurtcircuit în cîteva noduri generatoare și consumatoare. Pentru calculele care au făcut apel la diferite aproximații, rezultatele sînt date sub forma de abateri procentuale față de valorile exacte prezentate în a doua coloană.

Se observă astfel că neglijarea sarcinilor din toate nodurile simultan cu neglijarea capacităților transversale ale liniilor pot da naștere la erori destul de mari, mergînd pînă la 13% din valoarea reală. Dacă se ia în considerare numai sarcina din nodul cu scurtcircuit, aceste erori se pot reduce simțitor, ajungînd numai la cîteva procente din valoarea de referință (coloana 4 din tabela 2). Se observă totuși că asupra unor noduri influența neglijării sarcinilor în celelalte noduri poate fi relativ mare. În nodul generator *1*, eroarea este cea mai ridicată de aproximativ 6,5%; explicația stă în faptul că față de acest nod sînt multe sarcini puternice, apropiate. Pentru a verifica influența distanței electrice a nodurilor de sarcină față de nodul cu scurtcircuit asupra valorii curentului de scurtcircuit, s-au făcut calculele de scurtcircuit pentru nodul *2* și nodul *15* în ipoteza neglijării numai a sarcinilor din nodurile *9*, *10* și *11*. Dacă pentru scurtcircuit în nodul *15* influența neglijării sarcinilor din nodurile *9*, *10* și *11* este practic zero (curentul de scurtcircuit variază de la 5,665 la 5,66 kA), pentru scurtcircuit în nodul *2* (nod apropiat de aceste sarcini) influența este mult mai mare, ajungîndu-se la o eroare de 3%.

Neglijarea sarcinilor din nodurile generatoare și admitanțele echivalente ale capacităților transversale ale liniilor au repercusiuni minore asupra valorilor curenților de scurtcircuit. Așa cum se poate observa din tabela 2, coloana 5, erorile introduse de aceste aproximații nu sînt mai mari ca 1,5%.

Considerarea numai a reactanțelor liniilor simultan cu neglijarea componentelor active ale sarcinilor din noduri duce la rezultate destul de bune, erorile nedepășind 3,5%. Neglijarea însă a componentelor reale ale admitanțelor mutuale simultan cu neglijarea sarcinilor active din nodurile consumatoare duce la erori ceva mai mari atingînd chiar 5,7%.

Verificările metodei de calcul al curenților de scurtcircuit care utilizează la generatoare aceeași t.e.m. E_g, dar cu 5% mai mare ca tensiunea nominală a barei respective, au arătat următoarele (ultimele coloane din tabela 2): se obțin erori destul de mari dacă se iau în considerare sarcinile; în cazul neglijării sarcinilor rezultatele sînt surprinzător de bune, erorile nedepășind 1,5%.

5. CONCLUZII

Pe baza unei analize teoretice s-a stabilit că curentul de scurtcircuit într-un nod oarecare al unei rețele electrice de transport formate din linii aeriene se compune din o sumă de termeni care au în factori admitanțele la pămînt ale rețelei pasivizate. S-a stabilit de asemenea că mărimile care

Tabela 2

Erorile introduse de aproximațiile analizate

Nodul în care s-a calculat scurtcircuitul	Rezultatele calculului exact	Neglijarea tuturor sarcinilor și a capacităților transversale	Idem, cu considerarea sarcinii din nodul respectiv	Neglijarea capacității transversale	Considerarea numai a reactanței și a sarcinii reactive			Considerarea t.e.m. în fază și egale	Considerarea t.e.m. în fază și $y_s=0$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr.	I_{sc} (KA)	$y_i+y_s+y_0=0$ %	$y_s+y_0=0$ %	$y_0=0$ %	$R_{ij}=0; P_s=0$ %	real $y_{ij}=0$ $P_s\neq 0$ %	real $y_{ij}=0$ $P_s=0$ %	$E_g=1{,}05\ U_n$ %	$E_g=1{,}05\ U_n$ $y_s=0$ %
1	28,92	−6,9	−6,5	−1,3	−1,4	−2,66	−0,92	+5,5	−1,4
2	11,39	−3,8	−3	−0,9	−2	−2	−1,4	−2,6	+1
5	17,88	−6	—	—	—	—	—	−5	−1,5
10	14,71	—	—	−0,6	−2,4	−4,3	−2,7	−6,1	—
12	12,3	−13	−2,45	−0,7	−3,4	−5,8	−5,7	−8,1	−1,65
15	5,66	−8,8	−2,3	—	−2	−2,8	−2,8	−6,2	+0,71

înmulțesc aceste admitanțe la pămînt sînt practic coeficienți scalari subunitari; valoarea acestor coeficienți depinde de distanța electrică a nodului respectiv față de nodul de scurtcircuit.

Prin intermediul acestei descompuneri a fost efectuată o analiză calitativă a diferitelor aproximații utilizate de metodele operative de calcul al curenților de scurtcircuit, ale cărei rezultate au fost comparate cu cele obținute practic pe un exemplu de calcul.

Principalele concluzii obținute sînt următoarele:

— sarcinile din nodurile consumatoare nu au o influență prea mare asupra valorii curenților de scurtcircuit; este bine totuși ca cele mai importante și mai apropiate de nodul cu scurtcircuit să fie considerate la calculul respectiv; de asemenea sarcinile reactive de valori importante nu trebuie neglijate;

— sarcinile din nodul cu scurtcircuit au, în raport cu celelalte sarcini, influența maximă asupra valorii curentului de scurtcircuit; avînd în vedere că în calcule ele se pot introduce ușor, se impune luarea lor în considerare;

— influența sarcinilor din nodurile generatoare și cea a capacităților transversale ale liniilor aeriene este de obicei redusă, astfel că nelijarea lor este admisă;

— pentru calculul scurtcircuitelor în rețelele de transport de energie electrică de înaltă tensiune, neglijarea rezistențelor simultan cu neglijarea sarcinilor active din nodurile consumatoare nu pot duce la erori inadmisibile;

— calculul curenților de scurtcircuit prin metoda utilizării t.e.m. ale generatoarelor în fază și egală cu 1,05 U_n dă rezultate mulțumitoare numai dacă simultan se neglijează și sarcinile din nodurile consumatoare.

ANEXA

CALCULUL ELEMENTELOR MATRICEI ADMITANȚELOR NODALE ALE REȚELEI EXTINSE

Pornind de la relațiile (4) din text, vom executa mai întîi substituirea vectorului tensiunilor U_g prin vectorul tensiunilor electromotoare E_g, legate de acestea prin admitanțele y_g, care sînt străbătute de aceiași curenți I_g anterior injectați în nodurile g:

$$[U_g] = [E_g] - [Y_g]^{-1} [I_g], \qquad \text{(a)}$$

unde $[Y_g]$ este matricea diagonală a admitanțelor de legătură între tensiunile E_g și U_g. Făcînd înlocuirile necesare, se obține

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_i \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & Y'_{gi} & Y'_{gs} & Y'_{go} \\ Y'_{ig} & Y'_{ii} & Y'_{is} & Y'_{io} \\ Y'_{sg} & Y'_{si} & Y'_{ss} & Y'_{so} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_g \\ U_i \\ U_s \\ U_o \end{bmatrix}, \tag{b}$$

unde o submatrice oarecare $[Y'_{mn}]$ este dedusă din operațiile matriceale [3]

$$[Y'_{mn}] = [Y_{mn}] - [Y_{mg}]\,[Y_g + Y_{gg}]^{-1}\,[Y_{gn}]. \tag{c}$$

Pentru m sau n egal cu g, expresia (c) devine

$$[Y'_{mg}] = [Y_{mg}]\,[Y_g + Y_{gg}]^{-1}\,[Y_g]. \tag{d}$$

De asemenea, făcînd substituirea similară pentru nodurile de sarcină, relația (b) devine

$$[U_s] = [I_s]\,U_0 - [Y_s]^{-1}\,[I_s]. \tag{e}$$

Se găsește expresia matriceală (5) din text, unde

$$[Y''_{mn}] = [Y'_{mn}] - [Y'_{ms}]\,[Y_s + Y'_{ss}]^{-1}\,[Y_{sn}]. \tag{f}$$

Pentru m sau n egal cu s (f) ia forma

$$[Y''_{ms}] = [Y'_{ms}]\,[Y_s + Y'_{ss}]^{-1}\,[Y_s].$$

Înlocuind expresiile corespunzătoare din (f) și (d) în relațiile pentru y''_{ii} (formula (6) din text), găsim

$$Y''_{ii} = [A_i]\,[Y_g]\,[I_g] + [C_i]\,[Y_s]\,[I_s] + Y_{i0} - [A_i]\,[Y_{g0}] - [C_i]\,[Y_{so}], \tag{g}$$

unde

$$[C_i] = \Big[[Y_{is}] - [Y_{ig}]\,[Y_g + Y_{gg}]^{-1}\,[Y_{gs}]\Big]\Big[[Y_s] + [Y_{ss}] - [Y_{sg}]\,[Y_g + Y_{gg}]^{-1}\,[Y_{gs}]\Big]^{-1}, \tag{i}$$

$$[A_i] = \Big[[Y_{ig}] - [C_i]\,[Y_{sg}]\Big]\,[Y_g + Y_{gg}]^{-1}. \tag{h}$$

Așa cum s-a arătat într-o lucrare precedentă [3], substituirea unui nod oarecare (i) se reduce la înlocuirea tuturor elementelor matricei Y cu elemente noi, calculate cu algoritmul unic

$$y_{im}^{(n)} = y_{im}^{(v)} - \frac{y_{ij}^{(v)} y_{jm}^{v}}{y_j + y_{jj}^{(v)}}, \qquad \text{(j)}$$

unde indicele (n) reprezintă valoarea nouă obținută, iar indicele (v) valoarea veche obținută în urma eliminării precedente.

Pentru situația cînd $j = m$, expresia (j) devine

$$y_{im}^{(n)} = \frac{y_{im}^{(v)}}{y_m + y_{mm}^{(v)}} y_m. \qquad \text{(k)}$$

Pentru cazul cînd considerăm o rețea de transport formată din linii aeriene pentru care reactanța este de cîteva ori mai mare decît rezistența, termenul de corecție din expresia (j) de mai sus este în modul o fracțiune din y_{im} și apropiat ca fază de acesta. În figura 3 *a* este dată

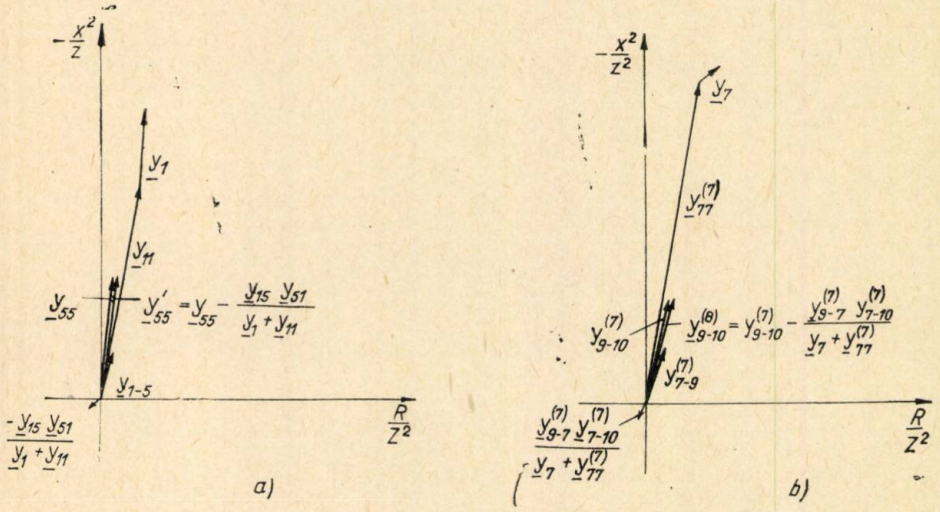


Fig. 3

într-o reprezentare fazorială un exemplu figurativ al operațiilor cuprinse în expresia (j), după datele obținute din exemplul prezentat în lucrare. Se observă că de fapt acest lucru se reduce la adăugarea la vechea valoare a lui y_{im} a unui fazor care reprezintă o fracțiune din modulul lui y_{im} și aproximativ în fază cu el, astfel că aceste transformări au influențe oarecum reduse. Cu totul altfel se prezintă rezultatul operației (k) (fig. 3 *b*); noul fazor obținut este o fracțiune din y_m și aproape în fază cu el. Deci rezultatul final al aplicării succesive a celor $g + s - 1$ transformări ce se termină cu operația (k) este în principal determinată de aceasta; fazorul obținut este aproximativ în fază cu y_m și cu o fracțiune din acesta. Înseamnă deci că termenul b_{im} din expresia (8) din text poate fi aproximat fără prea multe rezerve cu un scalar de valoare subunitară.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Dimo, G. Moraite, S. Hückert, *Calculul exact al curenților de scurtcircuit cu determinarea simultană a schemelor REI*, Energetica, *9*, 476—841 (1963).
2. S. A. Ulianov, *Scurtcircuit în sistemele electrice* (traducere din L. rusă), București, E.E.S. (1954).
3. M. Pomârleanu, *Utilizarea unor scheme echivalente la calculul curenților de scurtcircuit*, St. cerc. energ. electr., **17**, *4*, 769—782 (1967).
4. R. P. Shipley, D. Coleman, W. Nason, *Schort-circuit comparison Study*. Power Apparatus and Systems 58, 1162—1166 (1962).
5. N. K. Arhipov, *Calculul curenților de scurtcircuit*, Edit. tehnică (1958).

SINTEZA ÎN SERIE-PARALEL A FUNCȚIEI DE INTRARE BIPĂTRATICE

DE

CRISTOFOR VASILIU

621.396.6

Se prezintă structurile, condițiile de realizabilitate și valorile elementelor în funcție de coeficienți pentru sinteza în serie-paralel a funcțiilor de impedanță bipătratice.

1. INTRODUCERE

Este bine cunoscut faptul că orice funcție pozitiv reală poate fi sintetizată prin trei metode diferite : metoda Brune, metoda Darlington și metoda Bott-Duffin. Prima dintre aceste metode duce la un dipol cu un număr minim de elemente, dar necesită utilizarea transformatorului perfect ca element component. Cea de-a doua metodă, deși folosește transformatorul perfect (și chiar cel ideal), ne generează, în general, un dipol cu număr de elemente minim. Metoda Bott-Duffin are avantajul că realizează orice funcție pozitiv reală sub forma unui dipol fără inductanțe mutuale, dar numărul de elemente necesar este mult mai mare decît cel minim.

Din punct de vedere practic ar fi important să se cunoască în ce condiții o funcție pozitiv reală poate fi sintetizată fără folosirea inductanțelor mutuale, dar cu un număr de elemente mai mic decît acela cerut de metoda Bott-Duffin. Sau, mai precis, să se știe care este numărul minim de elemente necesar pentru realizarea fără inductanțe mutuale a unei funcții pozitiv reale particulare, dată numeric.

Răspunsul la această problemă nu este în întregime cunoscut nici măcar pentru funcția bipătratică, adică pentru funcția pozitiv reală de forma

$$Z(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}. \qquad (1)$$

Totuși, datorită frecvenței cu care apare în problemele practice de sinteză, funcției bipătratice i s-a acordat o atenție specială în literatura de

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 617–635, 1969

specialitate, astfel că o bună parte a răspunsului la problema pusă mai sus este cunoscută.

Dacă lăsăm la o parte cazurile particulare (cînd, de pildă, unul sau mai mulți dintre coeficienții funcției sînt nuli sau între acești coeficienți există anumite relații), este natural să presupunem că cel mai mic număr de elemente care realizează funcția bipătratică este egal cu numărul de parametri ce definesc această funcție. Împărțirea tuturor coeficienților din (1) cu unul dintre ei arată că acest număr de parametri este egal cu *cinci*. Sinteza cu un număr minim de elemente este asigurată numai prin metoda Brune, care necesită însă folosirea unui transformator perfect. Sinteza fără inductanțe mutuale a oricărei funcții bipătratice pozitiv reale se poate efectua întotdeauna prin procedeul Bott și Duffin modificat, care duce însă la un dipol format din *opt* elemente (cinci elemente reactive și trei rezistențe).

Din ansamblul funcțiilor pozitiv reale bipătratice există însă subansamble care pot fi sintetizate tot fără inductanțe mutuale, dar cu mai puțin de opt elemente. Este atunci natural și de interes practic, să se pună întrebarea : care sînt condițiile suplimentare care trebuie să le îndeplinească coeficienții unei funcții bipătratice pozitiv reale de forma (1) pentru ca această funcție să fie realizabilă tot fără inductanțe mutuale, dar numai cu cinci elemente sau numai cu șase, ori numai cu șapte elemente? Fiecare dintre aceste subansamble va trebui apoi împărțit în grupe distincte, depinzînd de numărul de elemente reactive cuprinse în numărul total de elemente.

Cunoașterea acestor condiții și, evident, a modului de realizare a rețelelor corespunzătoare ar permite atunci ca, pentru o funcție bipătratică particulară dată numeric, sinteza să se facă cu minimum de elemente. Pentru aceasta va fi suficient să controlăm în ordinea crescîndă a numărului de elemente care dintre condițiile suplimentare sînt satisfăcute și să ne oprim la acelea corespunzătoare numărului de elemente minim.

După cum se vede, problema este destul de complexă și, cu toate că răspunsul nu a fost dat în totalitate, el este cunoscut în bună parte. Scopul lucrării de față este să facă o prezentare de ansamblu, unitară a părții cunoscute din răspunsul la problema arătată mai sus. Această prezentare unitară va putea permite celor interesați în problemele practice de sinteză să facă sinteza funcției bipătratice cu minimum de elemente (cel puțin în cadrul datelor cunoscute pînă în prezent) fără a face apel la literatura de specialitate corespunzătoare, dispersată în multe reviste și articole.

Sinteza funcției bipătratice se poate face fie sub forma unei rețele de tip punte, fie sub forma unei rețele cu conexiuni de tipul serie-paralel. Fiecare dintre aceste tipuri necesită un mod deosebit de abordare a problemei. Pentru acest motiv, articolul de față se ocupă *numai* cu sinteza funcției bipătratice în *conexiuni serie-paralel* de elemente, sinteza prin rețele în punte rămînînd să fie tratată într-un articol viitor.

Multe dintre rezultatele prezentate aici aparțin autorului.

2. ASPECTE GENERALE

Cînd este dată o funcție de forma (1) spre a fi sintetizată, pentru evitarea unor încercări inutile este indicat să se verifice mai întîi dacă funcția este pozitiv reală. Folosind condițiile binecunoscute de realizabilitate fizică, se găsește cu ușurință că funcția (1) este pozitiv reală dacă și numai dacă toți coeficienții ei sînt nenegativi și îndeplinesc relația

$$a_1 b_1 \geqslant (\sqrt{a_2 b_0} - \sqrt{a_0 b_2})^2. \tag{2}$$

Pentru a evita repetările, în cele ce urmează vom presupune că nici un coeficient nu este negativ. Cît privește relația (2), ea este în general implicată în condițiile restrictive ce se impun ca funcția (1) să fie realizabilă sub o anumită formă particulară (spre exemplu sub forma unei rețele cu trei elemente reactive și două rezistențe). Pentru acest motiv, relația (2) nu va fi specificată decît atunci cînd această implicație nu are loc.

Cînd unul sau mai mulți dintre coeficienții funcției (1) sînt nuli, funcția are poli sau zerouri pe axa imaginară sau se reduce la o funcție biliniară ori o constantă. În acest caz și dacă relația (2) este de asemenea satisfăcută, funcția se poate *totdeauna* sintetiza prin procesul cunoscut de reducere de reactanță și de rezistență, și duce la o rețea cu un număr minim (corespunzător funcției particulare date) de elemente în conexiuni serie-paralel. De altfel, așa cum se va vedea mai departe, cazul coeficienților nuli va putea fi considerat și ca unul particular al unor cazuri mai generale. De aceea vom presupune în continuare, dacă nu se va menționa altfel, că *toți coeficienții funcției (1) sînt pozitivi și diferiți de zero.*

Pentru un număr bine determinat de elemente reactive și rezistive, funcția bipătratică poate fi sintetizată în diferite forme (structuri). De pildă, structurile 1—6 din tabela 1 conțin două elemente reactive și trei rezistive și toate au ca impedanță o funcție bipătratică. În legătură cu acest aspect al problemei sînt indicate cîteva precizări, care vor permite clasificarea și ordonarea diverselor structuri. Cînd elementele componente ale structurilor sînt date literal, se pot ivi mai multe cazuri. Unul este acela în care pentru orice valori particulare date elementelor unei structuri se pot găsi totdeauna valori reale și pozitive pentru elementele unei alte structuri, astfel încît dipolii corespunzători să aibă aceeași impedanță. Cele două structuri sînt astfel echivalente pentru orice sistem de valori atribuite elementelor uneia dintre ele. Este clar că din punctul de vedere al posibilităților de sinteză a funcției bipătratice este suficient să reținem numai una din două (sau din mai multe) structuri echivalente. Un alt caz, la cealaltă extremă, este acela în care două structuri nu pot fi echivalente pentru nici un sistem particular de valori atribuite elementelor uneia dintre ele. Între aceste două cazuri extreme există un al treilea, în care echivalența are loc doar pentru o parte din ansamblul sistemelor de valori ce se pot atribui elementelor care compun una dintre structuri. În sfîrșit, un ultim caz este acela în care, pentru diverse părți din ansamblul sistemelor de valori atribuite elementelor unei structuri, există diferite structuri echivalente, dar astfel încît acestea din urmă acoperă întregul

ansamblu de valori aparținînd structurii date. Este și acum clar că această structură nu aduce față de grupul de structuri ce-i pot fi făcute echivalente nimic suplimentar din punctul de vedere al posibilităților de sinteză a funcției bipătratice.

În cele ce urmează vor fi numite structuri echivalente numai acelea aparținînd primului caz din discuția de mai sus și, pentru motive de simplitate, structurile aparținînd ultimului caz nu vor fi luate în considerare, iar dintre structurile echivalente între ele se va reține doar una singură.

Tratarea problemei puse în introducere poate fi substanțial simplificată dacă se ține seama de faptul că unele dintre structuri se pot deduce din altele prin simple substituții, astfel încît rezultatele obținute prin analiza acestora să se poată extinde în mod automat asupra primelor.

Spre a deduce transformările corespunzătoare să plecăm de la o structură oarecare, să zicem, pentru fixarea ideilor, tipul 2 din tabela 1, și să considerăm mai întîi structura inversă, care este tipul 6 din aceeași tabelă. Impedanțele celor doi dipoli sînt inverse, iar elementelor R, L și C dintr-o structură îi corespund, respectiv, elementele $1/R$, C și L în cealaltă. Se pot deci defini următoarele corespondențe:

$$\begin{aligned} &a_0 \leftrightarrow b_0, \\ &a_1 \leftrightarrow b_1, \qquad R \to \frac{1}{R}, \\ &a_2 \leftrightarrow b_2, \qquad L \leftrightarrow C. \end{aligned} \tag{3}$$

Atunci, din orice relație dintre coeficienții impedanței (1) aparținînd unei structuri date se poate obține relația corespunzătoare structurii inverse prin înlocuirea, arătată în (3), a coeficienților între ei. Tot așa, dacă un element dintr-o structură se calculează, în funcție de coeficienții impedanței ei, cu o anumită relație, atunci elementul corespunzător după (3) în structura inversă se calculează cu aceeași relație, după ce în prealabil s-a făcut înlocuirea coeficienților între ei ca mai sus.

Să considerăm acum că într-o structură dată înlocuim toate capacitățile prin inductanțe și invers. În expresia impedanței, aceasta înseamnă înlocuirea variabilei s prin $1/s$. Vom avea deci corespondențele

$$\begin{aligned} &a_0 \leftrightarrow a_2, \qquad R \to R, \\ &b_0 \leftrightarrow b_2, \qquad L \leftrightarrow \frac{1}{C}, \end{aligned} \tag{4}$$

cu aceeași semnificație ca mai sus. În exemplul considerat, această transformare duce de la structura 2 la structura 5 din tabela 1.

În sfîrșit, la un al treilea caz se poate ajunge considerînd structura inversă celei obținute prin transformarea a doua, ceea ce este echivalent

cu aplicarea consecutivă a celor două transformări precedente asupra structurii inițiale. Se ajunge astfel la grupul de corespondențe

$$\begin{aligned} a_0 &\longleftrightarrow b_2, & R &\to \frac{1}{R}, \\ a_1 &\longleftrightarrow b_1, & L &\to \frac{1}{L}, \\ a_2 &\longleftrightarrow b_0, & C &\to \frac{1}{C}, \end{aligned} \tag{5}$$

avînd aceeași semnificație ca în (3). În exemplul ales, prin această transformare se ajunge de la structura 2 la structura 3 din tabela 1.

După cum rezultă din cele de mai sus, studiul tuturor structurilor se poate reduce la analiza numai a unei pătrimi dintre ele.

3. STRUCTURI CU DOUĂ ELEMENTE REACTIVE ȘI TREI REZISTIVE

Dacă, așa cum s-a precizat în introducere, toți coeficienții funcției bipătratice (6) sînt diferiți de zero,

$$Z(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \tag{6}$$

iar cazurile particulare sînt lăsate deocamdată la o parte, cel mai mic număr de elemente cu care se poate realiza această funcție este egal cu cinci. Dintre acestea, cel puțin două trebuie să fie reactive, deoarece gradul funcției este dat de numărul elementelor reactive. Vom începe deci analiza cu structurile formate din două elemente reactive și trei rezistive.

Desigur, nu orice funcție pozitiv reală (realizabilă fizic în general) poate fi realizată cu două elemente reactive și trei rezistive. Poate că cel mai simplu mod de a găsi condițiile necesare pentru ca această realizare să fie posibilă este să se facă sinteza sub această formă, iar impunerea ca valorile elementelor să fie pozitive va da acele condiții căutate.

Să încercăm deci sinteza funcției (6) prin procesul de reducere de rezistență și reactanță, *presupunînd* că valoarea minimă din $\mathrm{Re}Z(j\omega)$ are loc pentru $\omega = 0$. Extragerea acestei rezistențe minime și apoi separarea polului din inversa funcției rămase duce la egalitatea

$$Z(s) = \frac{a_0}{b_0} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{\delta_{10}}{b_0^2}\, s} + \cfrac{1}{Z_1(s)}}, \tag{7}$$

unde

$$Z_1(s) = \frac{\delta_{10}}{b_0} \cdot \frac{\delta_{20} s + \delta_{10}}{b_2 \delta_{10} s + \varepsilon_1}, \tag{8}$$

iar

$$\begin{aligned} \delta_{20} &= a_2 b_0 - a_0 b_2, \\ \delta_{10} &= a_1 b_0 - a_0 b_1, \\ \varepsilon_1 &= b_1 \delta_{10} - b_0 \delta_{20}. \end{aligned} \tag{9}$$

Funcția biliniară $Z_1(s)$ este pozitiv reală dacă are toți coeficienții pozitivi. Din (7)—(9) rezultă deci că $Z(s)$ este realizabilă fizic în cadrul ipotezei făcute dacă

$$\delta_{20} \geqslant 0 \quad \text{și} \quad \varepsilon_1 \geqslant 0. \tag{10}$$

Aceste relații implică $\delta_{10} \geqslant 0$ și reprezintă condiția ca o funcție pozitiv reală să aibă valoarea minimă din $\mathrm{Re}Z(\mathrm{j}\omega)$ pentru $\omega = 0$. Pentru sinteza funcției $Z_1(s)$, procesul de reducere de rezistență și reactanță duce la două cazuri care se exclud reciproc și care depinzînd de faptul dacă valoarea minimă din $\mathrm{Re}Z_1(\mathrm{j}\omega)$ are loc pentru $\omega = 0$ sau pentru $\omega = \infty$. Primul caz duce la dezvoltarea

$$Z_1(s) = \frac{\delta_{10}^2}{b_0 \varepsilon_1} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{-\Delta \delta_{10}}{\varepsilon_1^2} s} + \cfrac{1}{\cfrac{-\Delta}{b_2 \varepsilon_1}}}, \tag{11}$$

iar al doilea la dezvoltarea

$$Z_1(s) = \frac{\delta_{20}}{b_0 b_2} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cfrac{\Delta}{b_2^2 \delta_{10} s}} + \cfrac{1}{\cfrac{\Delta}{b_2 \varepsilon_1}}}, \tag{12}$$

unde

$$\Delta = \delta_{20}^2 - \delta_{10} \delta_{21}, \tag{13}$$

iar

$$\delta_{21} = a_2 b_1 - a_1 b_2. \tag{14}$$

Primul caz este realizabil fizic dacă $\Delta < 0$, iar al doilea dacă $\Delta > 0$.

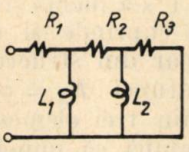
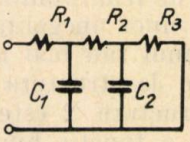
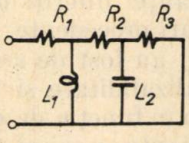
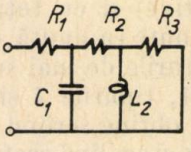
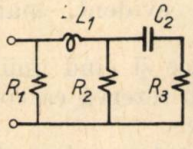
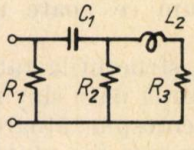
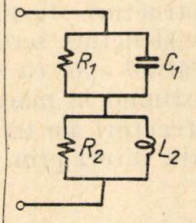
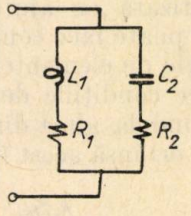
Structurile corespunzătoare acestor două cazuri, împreună cu condițiile de realizabilitate și valorile elementelor în funcție de coeficienții impedanței (6), sînt date în tabela 1, tipurile 1 și 2. Este de observat că relația, ușor de verificat,

$$b_0 \Delta = b_2 \delta_{10}^2 - \varepsilon_1 \delta_{20}, \tag{15}$$

arată că inegalitățile $\delta_{20} > 0$ și $\Delta < 0$ implică inegalitatea $\varepsilon_1 > 0$.

TABELA I

Structuri cu 2 elemente reactive și 3 (sau 2) rezistive

Tip	Structura	Condiție de realizab.	Valorile elementelor	Tip	Structura	Condiții de realizab.	Valorile elementelor
1		$\Delta < 0$ $\delta_{20} > 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $R_2 = \frac{\delta_{10}^2}{b_0 \varepsilon_1}$ $R_3 = \frac{-\Delta}{b_2 \varepsilon_1}$ $L_1 = \frac{\delta_{10}}{b_0^2}$ $L_2 = -\Delta \delta_{10}$ $\varepsilon_1 = b_1\delta_{10} - b_0\delta_{20}$	4		$\Delta < 0$ $\delta_{20} < 0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $R_2 = \frac{\delta_{21}^2}{b_2 \varepsilon_3}$ $R_3 = \frac{-\Delta}{b_0 \varepsilon_3}$ $C_1 = \frac{b_2^2}{-\delta_{21}}$ $C_2 = \frac{\varepsilon_3^2}{\Delta \delta_{21}}$ $\varepsilon_3 = b_2\delta_{20} - b_1\delta_{21}$
2		$\Delta \geq 0$ $\delta_{20} \geq 0$ $\varepsilon_1 \geq 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $R_2 = \frac{\delta_{20}}{b_0 b_2}$ $R_3 = \frac{\Delta}{b_2 \varepsilon_1}$ $L_1 = \frac{\delta_{10}}{b_2^2}$ $C_2 = \frac{b_2^2 \delta_{10}}{\Delta}$ $\varepsilon_1 = b_1\delta_{10} - b_0\delta_{20}$	5		$\Delta \geq 0$ $\delta_{20} \leq 0$ $\varepsilon_3 \geq 0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $R_2 = \frac{-\delta_{20}}{b_0 b_2}$ $R_3 = \frac{\Delta}{b_0 \varepsilon_3}$ $C_1 = \frac{b_2^2}{-\delta_{21}}$ $L_2 = \frac{\Delta}{-\delta_{21} b_0^2}$ $\varepsilon_3 = b_2\delta_{20} - b_1\delta_{21}$
3		$\Delta \geq 0$ $\delta_{20} \geq 0$ $\varepsilon_2 \geq 0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $R_2 = \frac{a_0 a_2}{\delta_{20}}$ $R_3 = \frac{a_0 \varepsilon_2}{\Delta}$ $L_1 = \frac{a_2^2}{\delta_{21}}$ $C_2 = \frac{\Delta}{a_0^2 \delta_{21}}$ $\varepsilon_2 = a_1\delta_{21} - a_2\delta_{20}$	6		$\Delta \geq 0$ $\delta_{20} \leq 0$ $\varepsilon_4 \geq 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $R_2 = \frac{a_0 a_2}{-\delta_{20}}$ $R_3 = \frac{a_2 \varepsilon_4}{\Delta}$ $C_1 = \frac{-\delta_{10}}{a_0^2}$ $L_2 = \frac{-\delta_{10} a_2^2}{\Delta}$ $\varepsilon_4 = a_0\delta_{20} - a_1\delta_{10}$
7		$\delta^2 - a_1 b_1 \delta + a_1^2 b_0 b_2 = 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $C_1 = \frac{\delta}{a_1 a_0}$ $L_2 = \frac{a_1 a_2}{\delta}$ $\delta = a_2 b_0 + a_0 b_2$	8		$\delta^2 - a_1 b_1 \delta + b_1^2 a_0 a_2 = 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_1 = \frac{\delta}{b_1 b_0}$ $C_2 = \frac{b_1 b_2}{\delta}$ $\delta = a_2 b_0 + a_0 b_2$

Notații: $Z(\delta) = \dfrac{a_2\delta^2 + a_1\delta + a_0}{b_2\delta^2 + b_1\delta + b_0}$ $\quad \delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2$ $\quad \delta_{21} = a_2 b_1 - a_1 b_2$ $\quad \delta_{10} = a_1 b_0 - a_0 b_1$ $\quad \Delta = \delta_{20}^2 - \delta_{10}\,\delta_{21}$

S-a analizat mai sus cazul cînd valoarea minimă din $\mathrm{Re}Z(j\omega)$ are loc pentru $\omega = 0$. Prin transformările indicate în paragraful 2 se pot obține și celelalte trei cazuri prezentate tot în tabela 1. Transformarea definită de (5), aplicată asupra structurii 2, duce la structura 3 și corespunde cazului cînd valoarea minimă din $\mathrm{Re}\,1/Z(j\omega)$ are loc pentru $\omega = \infty$.

Aceeași transformare, aplicată structurii 1, ar fi dus tot la un dipol RL, deci la o structură echivalentă cu 1 și de aceea a fost omisă. Din structurile 1, 2 și 3 folosind transformarea definită de (4), se obțin structurile 4, 5 și 6. Tipurile 4 și 5 corespund cazului cînd valoarea minimă din $\mathrm{Re}Z(j\omega)$ are loc pentru $\omega = \infty$, iar tipul 6 corespunde cazului cînd valoarea minimă din $\mathrm{Re}\,1/Z(j\omega)$ are loc pentru $\omega = 0$.

În condițiile de realizabilitate fizică din tabela 1 s-a inclus și semnul egal ca limită a unor inegalități, cu scopul de a cuprinde și cazurile particulare cînd unul sau mai multe elemente dispar din structură. De pildă, referindu-ne la structura 2, dacă $\varepsilon_1 = 0$, atunci $R_3 = \infty$. Sau, pentru $\Delta = 0$, structura 2 este formată numai din trei elemente, iar impedanța ei este o funcție biliniară, ceea ce înseamnă că numărătorul și numitorul funcției bipătratice date conțin un factor comun, ceea ce merită să fie reținut.

Mai există însă două cazuri particulare de structuri cu patru elemente (două reactive) și cu toți coeficienții impedanței diferiți de zero, care nu pot fi obținute ca limită din cele șase structuri precedente. Pentru acest motiv, structurile de mai sus (inverse între ele) au fost de asemenea trecute în tabela 1, tipurile 7 și 8. Condiția de realizabilitate și valorile elementelor se pot obține scriind expresia impedanței în funcție de elementele lor componente și egalînd coeficienții acestei impedanțe cu cei ai funcției (6). Impedanța acestor două structuri se poate sintetiza totdeauna și prin cele șase structuri anterioare (deoarece coeficienții lor satisfac condițiile de realizabilitate fizică, aparținînd cînd la una cînd la alta din cele șase structuri, după cum se poate ușor verifica), dar, evident, mai puțin economic.

Sinteza prin structurile tabelei 1 se poate face și cînd unii dintre coeficienții impedanței date sînt nuli, bineînțeles sub rezerva ca condițiile de realizabilitate corespunzătoare să fie satisfăcute.

Cele șase structuri discutate epuizează posibilitatea sintezei funcției bipătratice cu ajutorul a două elemente reactive și trei rezistive, în sensul că orice altă asemenea structură are ca impedanță o funcție care poate fi totdeauna sintetizată cu ajutorul acestor șase structuri. Justificarea acestei afirmații se poate face considerînd toate aceste structuri, scriindu-le impedanța în funcție de elementele componente și arătînd apoi că această impedanță satisface condițiile de realizabilitate aparținînd la măcar una (sau cînd la una cînd la alta) dintre primele șase structuri ale tabelei 1. De cele mai multe ori însă acest fapt se poate constata direct prin simplă

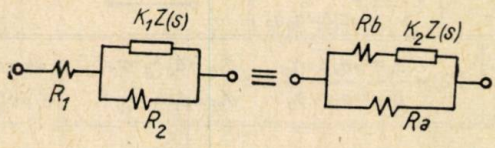


Fig. 1. — Structuri echivalente pentru orice impedanță $Z(s)$.

observație, mai ales dacă se ține seama de echivalența arătată în figura 1. Așa se vede că cele trei structuri din figura 2 sînt echivalente între ele, ultima fiind chiar structura 2 din tabela 1.

Concluzia menționată mai sus permite să se tragă o alta, tot atît de importantă. Să presupunem că la primele șase structuri din tabela 1 mai adăugăm o rezistență, conectată între două puncte oarecare. Se constată atunci, utilizînd echivalența din figura 1, că noua structură

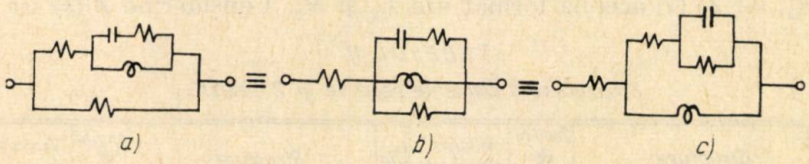


Fig. 2. — Structuri echivalente obținute pe baze echivalente din figura 1.

obținută este echivalentă cu aceea dinaintea conectării. Cu alte cuvinte, structurile cu două elemente reactive și patru (sau mai multe) rezistențe nu aduc nimic suplimentar din punctul de vedere al posibilităților de sinteză a funcției bipătratice în comparație cu cele formate din două elemente reactive și trei rezistențe, care sînt mai economice [1].

4. STRUCTURI CU TREI ELEMENTE REACTIVE ȘI DOUĂ REZISTIVE

În cadrul structurilor formate din cinci elemente, a mai rămas să fie analizate acelea care conțin trei elemente reactive. În general, impedanța acestor structuri este o funcție de ordinul trei. Pentru o parte însă din totalitatea acestora, elementele componente pot avea asemenea valori încît numărătorul și numitorul impedanței să conțină un factor comun, reducîndu-se astfel la o funcție bipătratică. Este deci necesar, în primul rînd, să se considere toate structurile cu trei elemente reactive și două rezistive și să se elimine acelea a căror impedanță nu este niciodată (pentru nici un grup particular de valori date elementelor componente) reductibilă la o bipătratică. În al doilea rînd, din structurile rămase trebuie eliminate acelea a căror impedanță (în cazurile cînd este reductibilă) se poate realiza printr-o structură cu două elemente reactive și trei rezistive (sau chiar mai puține), care este, evident, mai economică.

După acest proces de eliminare [2], [3] mai rămîn doar cele patru structuri arătate în tabela 2. Pentru acestea este necesar să se determine condițiile de realizabilitate fizică (incluzînd condiția ca impedanța să se reducă la o funcție bipătratică) și valorile elementelor în funcție de coeficienții impedanței. Întrucît trei dintre aceste structuri se pot obține din a patra prin corespondențele (3), (4) și (5), este suficient să fie analizată doar una dintre ele.

Să considerăm deci structura 1 din tabela 2. Acesta este formată prin legarea în serie a două structuri mai simple, care pot fi considerate drept cazuri particulare ale structurilor cu două elemente reactive și trei rezistive din tabela 1. Pentru acest motiv vom descompune impedanța (6) în două impedanțe Z' și Z'', după egalitatea

$$Z(s) = Z'(s) + Z''(s) = \frac{a_2' s^2 + a_1' s + a_0'}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} + \frac{a_2'' s^2 + a_1'' s + a_0''}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (16)$$

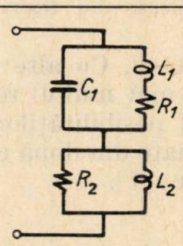
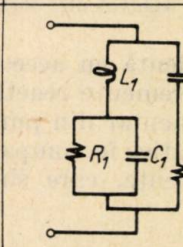
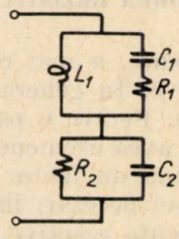
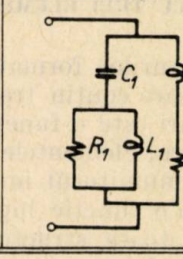
unde

$$a_2 = a_2' + a_2'', \quad a_1 = a_1' + a_1'', \quad a_0 = a_0' + a_0'', \tag{17}$$

și vom presupune că $Z'(s)$ aparține dipolului format din elementele L_1, C_1 și R_1, iar $Z''(s)$ aceluia format din L_2 și R_2. Considerînd $Z'(s)$ ca impe-

TABELUL II

Structuri cu 3 elemente reactive și 2 rezisti..

Tip	Structura	Condiții de realizab.	Valorile elementelor	Tip	Structura	Condiții de realizab.	Valorile elementelor
1		$b_2\lambda_1^2 - a_2 b_1 \lambda_1 + a_2^2 b_1^2 b_0 = 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_1 = \frac{a_0 b_2}{b_1 b_0}$ $C_1 = \frac{b_1}{a_0}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_2 = \frac{\lambda_1}{b_1 b_0}$ $\lambda_1 = a_1 b_1 - a_0 b_2$	3		$a_2\lambda_2^2 - a_1 b_2 \lambda_2 + a_1^2 b_2^2 a_0 = 0$	$R_1 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_1 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_1 = \frac{a_2 b_0}{a_1 a_0}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $C_2 = \frac{\lambda_2}{a_1 a_0}$ $\lambda_2 = a_1 b_1 - a_2 b_0$
2		$b_0\lambda_2^2 - a_0 b_1 \lambda_2 + a_0^2 b_1^2 b_2 = 0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_1 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_1 = \frac{b_1 b_2}{a_2 b_0}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $C_2 = \frac{b_1 b_2}{\lambda_2}$ $\lambda_2 = a_1 b_1 - a_2 b_0$	4		$a_0\lambda_1^2 - a_1^2 b_0 \lambda_1 + a_2 a_1^2 b_0 = 0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_1 = \frac{a_2 a_1}{a_0 b_2}$ $C_1 = \frac{b_2}{a_1}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_2 a_1}{\lambda_1}$ $\lambda_1 = a_1 b_1 - a_0 b_2$

danța structurii 5 din tabela 1, pentru care $R_1 = 0$ și $R_3 = \infty$, rezultă că este necesar să fie satisfăcute egalitățile

$$a_2' = 0, \quad \varepsilon_3' = b_2(a_2' b_0 - a_0' b_2) - b_1(a_2' b_1 - a_1' b_2) = 0. \tag{18}$$

Pe de altă parte, presupunînd că $Z''(s)$ aparține structurii 2 din tabela 1 în cazul cînd $R_1 = 0$, $R_3 = 0$ și $C_2 = \infty$, rezultă că

$$a_0'' = 0, \Delta'' = (a_2'' b_0 - a_0'' b_2)^2 - (a_1'' b_0 - a_0'' b_1)(a_2'' b_1 - a_1'' b_2) = 0. \tag{19}$$

Din (17), (18) și (19) se obține

$$a_0' = a_0, \quad a_2'' = a_2, \quad a_1' = \frac{a_0 b_2}{b_1}, \quad a_1'' = \frac{a_1 b_1 - a_0 b_2}{b_1} \tag{20}$$

și

$$b_2(a_1 b_1 - a_0 b_2)^2 - a_2 b_1^2 (a_1 b_1 - a_0 b_2) + a_2^2 b_1^2 b_0 = 0. \tag{21}$$

Relația (21) reprezintă condiția de realizabilitate a impedanței (6) sub forma structurii 1 din tabela 2. Valorile elementelor acestei structuri se

obțin folosind (20) în relațiile care dau valorile elementelor la structurile 2 și 5 din tabela 1. Folosind corespondențele (3), (4) și (5), se obțin condițiile de realizabilitate și valorile elementelor pentru celelalte trei structuri din tabela 2.

Se menționează că analiza structurilor cu patru elemente reactive și o rezistență nu este necesară, deoarece impedanța lor este sau de reactanță neminimă, sau de susceptanță neminimă, și deci, cînd este reductibilă la o bipătratică, are unul sau mai mulți coeficienți nuli, astfel încît poate fi sintetizată printr-o structură cu mai puțin de cinci elemente.

5. STRUCTURI CU TREI ELEMENTE REACTIVE ȘI TREI REZISTIVE

Ca și în cazul precedent, impedanța acestor structuri este, în general, o funcție de ordinul trei, reducîndu-se la o bipătratică numai în anumite condiții. Și acum trebuie eliminate în prealabil structurile cu impedanța totdeauna ireductibilă, iar apoi acelea a căror impedanță se poate realiza numai cu cinci elemente sau mai puține. Pentru eliminare trebuie enumerate toate structurile corespunzătoare acestui caz și considerate fiecare în parte. Procesul de eliminare este relativ laborios, deoarece numărul lor este destul de mare. Astfel, chiar dacă nu se face distincția între elemente, există 66 de structuri distincte cu șase elemente conectate în serie-paralel. Această eliminare a fost făcută [4], iar numărul structurilor care rămîn este egal cu 24. Opt dintre acestea pot fi lăsate la o parte, deoarece fiecare are o structură echivalentă printre celelalte 16. Desigur, condițiile de realizabilitate și valorile elementelor trebuie deduse doar pentru patru structuri, celelalte putîndu-se obține prin substituțiile cunoscute. Cele patru structuri analizate sînt date în tabela 3.

Modul în care pot fi conduse calculele va fi ilustrat prin analiza structurii 1 din tabela 3. Impedanța acestei structuri trebuie să fie de forma

$$Z(s) = \frac{ps^2 + q}{(s+\alpha)(s+\beta)} + \frac{\mu}{s+\alpha} = \frac{ps^2 + (\mu + q)\, s + \mu\beta}{s^2 + (\alpha + \beta)s + \alpha\beta}, \qquad (22)$$

unde α, β, p, q și μ sînt constante reale și pozitive, satisfăcînd relațiile

$$q(\alpha + \beta) - p\alpha\beta > 0,$$

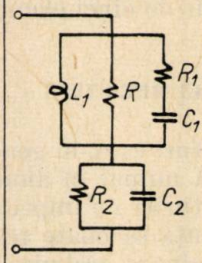
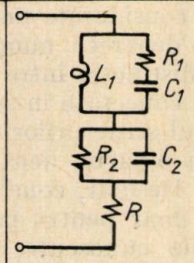
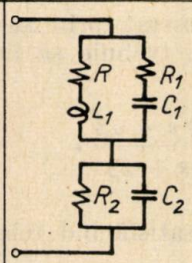
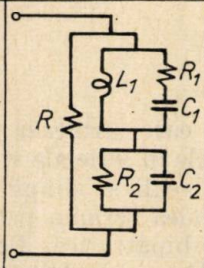
$$q^2 - p\,[q(\alpha + \beta) - p\alpha\beta] > 0. \qquad (23)$$

Această formă este dictată de considerentele care urmează. Cei doi termeni ai impedanței (22) corespund celor două rețele în serie ale structurii considerate. Primul termen trebuie să aibă poli reali și simpli, iar unul dintre aceștia trebuie să aparțină și celui de-al doilea termen pentru ca impedanța totală $Z(s)$ să se reducă la o funcție bipătratică. Pe de altă parte, rețeaua corespunzînd primului termen este echivalentă (pe baza echivalenței arătate în figura 2) cu structura 2 din tabela 1, în care $R_1 = 0$, iar condițiile de realizabilitate ale acestei structuri, aplicate primului termen din (22), conduc la relațiile (23). Egalînd acum coeficienții

impedanței (22) cu cei ai funcției bipătratice (după ce în prealabil coeficienții acesteia din urmă au fost împărțiți prin b_2) din (6), se obțin cinci

TABELUL III

Structuri cu 3 elemente reactive și 3 rezistive

Tip	Structura	Condiții de realizabilitate $\delta=\pm\sqrt{b_1^2-4b_0b_2}$ $b_1^2-4b_0b_2\geqslant 0$	Valorile elementelor
1		$b_2(a_1-b_2\mu)^2>[b_1(a_1-b_2\mu)-a_2b_0]>0$ unde $\mu=\frac{a_0(b_1+\delta)}{2b_0b_2}$	$R_2=\frac{a_0}{b_0}$ $C_2=\frac{1}{\mu}$ $L_1=\frac{a_1-b_2\mu}{b_0}$ $R=\frac{b_0L_1^2}{b_1L_1-a_2}$ $R_1=\frac{a_2R}{b_2R-a_2}$ $C_1=\frac{b_2R-a_2}{b_0L_1R}$
2		$b_1(a_0b_1-a_1b_0)+b_0(a_2b_1-a_0b_2)>0$ $2b_2(a_0b_2-a_2b_0)+(b_1+\delta)(a_2b_1-a_1b_2)>0$ $(a_1b_1-a_2b_0)(b_1+\delta)-2a_0b_1b_2>0$	$R=\frac{(a_1b_1-a_2b_0)(b_1+\delta)-2a_0b_1b_2}{(b_1^2-b_0b_2)\delta+b_1(b_1^2-3b_0b_2)}$ $L_1=\frac{a_2-b_2R}{b_1}$ $C_1=\frac{b_2}{b_0L_1}$ $R_1=\frac{b_1L_1}{b_2}$ $R_2=\frac{a_0-b_0R}{b_0}$ $L_2=\frac{b_1b_2}{(a_1b_1-a_2b_0)+R(b_0b_2-b_1^2)}$
3		$0<\lambda<\frac{2a_0}{b_1+\delta}$ unde λ este o soluție reala a ec. în x: $2b_0b_2^2x^2+\delta[2b_2(a_0b_2+a_2b_0)+b_1(a_2b_1-a_1b_2)]x+$ $+2[a_1a_2b_0b_1+a_0b_1(a_1b_2-a_2b_1)-(a_0b_2+a_2b_0)^2]=0$	$R=\frac{2a_0-(b_1+\delta)\lambda}{2b_0}$ $R_1=\frac{a_2}{b_2}$ $L_1=\frac{a_2}{b_1}+\frac{b_2R}{b_1}$ $C_1=\frac{b_2}{b_0L_1}$ $R_2=\frac{a_0-b_0R}{b_0}$ $C_2=\frac{1}{\lambda}$
4		$b_2'=b_2-a_2\varepsilon>0;b_1'=b_1-a_1\varepsilon>0;b_0'=b_0-a_0\varepsilon>0$ unde ε este o soluție reală și pozitivă a ec. în y: $Ay^3+By^2+Cy+D=0$, cu $A=a_0^3a_2^2$ $B=a_1(a_1^2-2a_0a_2)(a_0b_1-a_1b_0)+a_0a_2^2(a_2b_0-a_0b_2)-3a_0^2a_2b_0$ $C=2(a_0b_1-a_1b_0)[a_0a_2b_1-a_1(a_1b_1-a_2b_0)+2a_0a_1b_1(a_0b_2-a_2b_0)+3a_0a_2^2b_0^2$ $D=a_0b_1^2(a_1b_1-a_2b_0)-b_0(a_1b_1-a_2b_0)^2-a_0^2b_1^2b_2$	$R=\frac{1}{\varepsilon}$; $R_1=\frac{a_2}{b_2'}$ $C_1=\frac{b_1'b_2'}{b_0'a_2}$ $L_1=\frac{a_2}{b_1'}$; $R_2=\frac{a_0}{b_0'}$ $C_2=\frac{b_1'b_2'}{a_1b_1'-a_2b_0}$

ecuații care permit determinarea constantelor α, β, p, q și μ. Exprimînd relațiile (23) prin expresiile obținute pentru aceste constante, se găsesc

condițiile de realizabilitate trecute în tabela 3. În sfîrșit, valorile elementelor se obțin realizînd direct termenul al doilea din (22) și folosind relațiile pentru structura 2 din tabela 1 la realizarea primului termen.

În mod analog pot fi analizate și celelalte trei structuri din tabela 3 [4]. Din aceste patru structuri se pot obține prin substituțiile (3), (4) și (5) încă 12 structuri distincte. Dacă dipolul format din elementele R, R_1 și C_1 în structura 1 și acela format din elementele R_1, R_2 și C_2 în structura 2 se înlocuiesc cu dipolul echivalent (pe baza echivalenței date în figura 1), se obțin încă două structuri și deci, în totalitate, încă 8 structuri, care însă își au structura echivalentă în cadrul celor 16 structuri distincte anterioare.

Impedanța structurilor prezentate în tabela 3 este adeseori realizabilă printr-o structură din tabela 1, deci cu numai cinci elemente. Acest lucru nu are însă loc întotdeauna (pentru orice sistem de valori atribuite elementelor componente), ceea ce se poate verifica prin exemple [4].

Este util să se rețină că pentru o impedanță dată numeric se pot obține două seturi distincte de valori pentru elementele structurii care realizează această impedanță dacă condițiile de realizabilitate corespunzătoare din tabela 3 sînt satisfăcute de ambele valori ale radicalului $\delta = \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0 b_2}$, ducînd astfel la două rețele echivalente.

6. STRUCTURI CU PATRU ELEMENTE REACTIVE ȘI DOUĂ REZISTIVE

Impedanța unui dipol cu patru elemente reactive este în general o funcție de ordinul patru. Din ansamblul acestor structuri trebuie deci mai întîi eliminate acelea cu o impedanță care nu este niciodată (pentru nici un set de valori atribuite elementelor componente) reductibilă la o funcție bipătratică. În al doilea rînd, trebuie să fie lăsate la o parte structurile care pot fi totdeauna realizate cu mai puțin de șase elemente. Dacă se fac aceste eliminări [4], rămîn doar șase structuri, reprezentate în tabela 4. Este suficient însă să fie analizate numai structurile 1 și 5, celelalte putîndu-se obține din acestea prin substituțiile cunoscute.

Fie, spre exemplu, structura 1. Dacă se scrie impedanța acestei structuri în funcție de elementele componente, se găsește că această impedanță trebuie să fie de forma

$$Z(s) = k_1 \frac{\mu s^2 + \lambda s}{s^2 + \mu s + \lambda} + k_2 \frac{s^2 + \lambda}{s^2 + \mu s + \lambda} \tag{24}$$

și deci

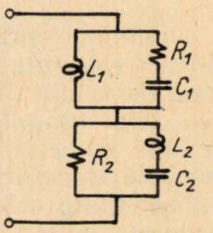
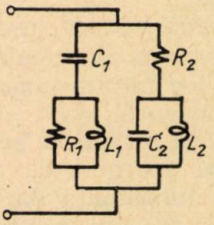
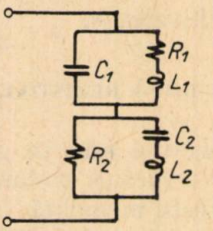
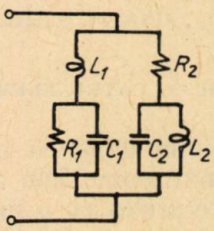
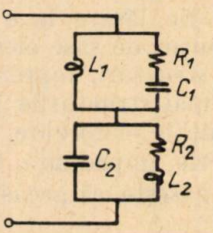
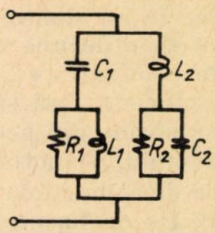
$$Z(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} = \frac{(k_1 \mu + k_2) s^2 + k_1 \lambda s + k_2 \lambda}{s^2 + \mu s + \lambda}, \tag{25}$$

unde k_1, k_2, λ și μ sînt constante reale și pozitive. Numărătorul celor doi termeni din (24) a fost luat identic, deoarece numai în acest caz impedanța este reductibilă la o funcție bipătratică. Condiția de realizabilitate fizică rezultă imediat din (25) și este dată de egalitatea $a_1 b_1 = a_2 b_0 - a_0 b_2$. Identificarea coeficienților celor două funcții în (24), după ce în prima

funcție se împarte și numărătorul și numitorul cu b_2, permite determinarea constantelor k_1, k_2, λ și μ. Determinarea elementelor componente se face cu ușurință dacă se ține seama de faptul că cele două impedanțe

TABELUL IV

Structuri cu 4 elemente reactive și 2 rezistive

Tip	Structura	Condiții de realizab	Valorile elementelor	Tip	Structura	Condiții de realizab	Valorile elementelor
1		$a_1b_1 = a_2b_0 - a_0b_2$	$R_1 = \frac{a_1b_1}{b_0b_2}$ $L_1 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_1 = \frac{b_2}{a_1}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_0b_2}{b_0b_1}$ $C_2 = \frac{b_1}{a_0}$	3		$a_1b_1 = a_0b_2 - a_2b_0$	$R_1 = \frac{a_0a_2}{a_1b_1}$ $L_1 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_1 = \frac{b_1}{a_0}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_2 = \frac{a_2b_0}{a_0a_1}$
2		$a_1b_1 = a_0b_2 - a_2b_0$	$R_1 = \frac{a_1b_1}{b_0b_2}$ $L_1 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_1 = \frac{b_2}{a_1}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_2 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_2 = \frac{b_1b_2}{a_2b_0}$	4		$a_1b_1 = a_2b_0 - a_0b_2$	$R_1 = \frac{a_0a_2}{a_1b_1}$ $L_1 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_1 = \frac{b_1}{a_0}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_2 = \frac{a_1a_2}{a_0b_2}$ $C_2 = \frac{b_2}{a_1}$
5		$a_1b_2 = a_0b_1 + a_2b_0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_1 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_1 = \frac{b_1b_2}{a_2b_0}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_0b_2}{b_0b_1}$ $C_2 = \frac{b_1}{a_0}$	6		$a_1b_1 = a_0b_2 + a_2b_0$	$R_1 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_1 = \frac{a_1a_2}{a_0b_2}$ $C_1 = \frac{b_2}{a_1}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_2 = \frac{a_2b_0}{a_0a_1}$

în serie care formează structura 1 din tabela 4 reprezintă cazuri particulare ale structurilor 2 și 3 din tabela 1.

În mod analog poate fi analizată și structura 5 din tabela 4. Folosind apoi substituțiile (3), (4) și (5), se obțin și celelalte structuri din această tabelă. Pentru structura 5, o singură substituție duce la o rețea distinctă, deoarece, dacă în structurile 5 și 6 se înlocuiesc capacitățile cu inductanțe și invers, ele rămîn neschimbate.

Cînd condițiile de realizabilitate sînt aceleași pentru două structuri distincte, acestea sînt echivalente. Pe baza acestei observații se constată că în tabela 4 structurile 3, 4 și 6 sînt, respectiv, echivalente cu structurile 2, 1 și 5. Este de remarcat că această echivalență, surprinzătoare la prima vedere, are loc numai dacă structurile respective au impedanțe

care se reduc la o funcție bipătratică, fapt specificat de însești condițiile de realizabilitate respective.

Este ușor de verificat că impedanța (25) aparținînd structurii 1 din tabela 4 (și, ca urmare, și impedanțele structurilor 2, 3 și 4) nu poate fi realizată niciodată prin structurile din tabela 1. Cît privește impedanțele structurilor 5 și 6 din tabela 4, ele pot fi realizate și prin structuri cu numai 5 elemente (tabela 1), dar nu întotdeauna (adică nu pentru orice valori atribuite elementelor structurii sau coeficienților impedanței).

7. STRUCTURI CU PATRU ELEMENTE REACTIVE ȘI TREI REZISTIVE

Pentru acest caz n-a fost făcută încă o analiză a tuturor structurilor pentru a fi selecționate acelea a căror impedanță se poate reduce la o funcție bipătratică și, în același timp, nu poate fi totdeauna realizată prin structuri cu un număr mai mic de elemente. Se cunosc însă patru asemenea structuri, reprezentate în tabela 5.

Fie structura 1 din această tabelă. Ea este formată din doi dipoli în serie. Să notăm cu $Z'(s)$ impedanța dipolului cuprinzînd elementele R_1, L_1, C_1 și R și cu $Z''(s)$ aceea a dipolului cuprinzînd elementele R_2, L_2 și C_2. Se poate scrie atunci

$$Z(s) = Z'(s) + Z''(s) = \frac{a_2' s^2 + a_1' + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} + \frac{a_2'' s^2 + a_1'' s + a_0''}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (26)$$

unde

$$a_2 = a_2' + a_2''; \; a_1 = a_1' + a_1''; \; a_0 = a_0' + a_0''. \quad (27)$$

Considerînd că dipolul cu impedanța $Z'(s)$ reprezintă structura 2 (cu $R_1 = 0$) din tabela 1, iar dipolul cu impedanța $Z''(s)$ reprezintă structura 3 (cu $R_2 = \infty$ și $R_3 = 0$) din același tabel, rezultă că

$$a_0' = 0; \; \delta_{20}'' = a_2'' b_0 - a_0'' b_2 = 0; \; a_1'' = 0. \quad (28)$$

Din (27) și (28) se obține

$$a_0'' = a_0; \; a_1' = a_1; \; a_2'' = \frac{a_0 b_2}{b_0}; \; a_2 = \frac{a_2 b_0 - a_0 b_2}{b_0}. \quad (29)$$

Prin urmare,

$$Z(s) = \frac{a_2' s^2 + a_1 s}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} + \frac{a_2'' s^2 + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (30)$$

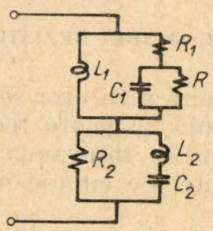
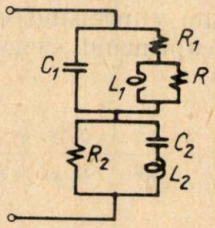
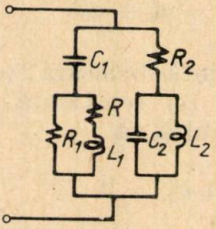
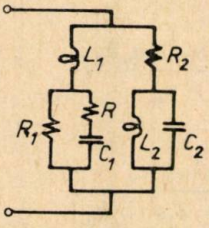
unde a_2' și a_2'' au valorile din (29). Relațiile din tabela 1, structurile 2 și 3, aplicate impedanțelor $Z'(s)$ și $Z''(s)$ din (30) ne dau condițiile de realizabilitate și valorile elementelor pentru structura 1 din tabela 5.

În ceea ce privește structurile 2, 3 și 4 din tabela 5, ele se pot obține din structura 1 prin aplicarea corespondențelor (3), (4) și (5).

Un alt grup de patru structuri se pot obține înlocuind capacitatea C_1 din structura 1, tabela 5, cu o inductanță. Se poate însă arăta că aceste structuri dau o impedanță totdeauna realizabilă numai cu două elemente reactive și trei rezistive.

TABELUL V

Structuri cu 4 elemente reactive și 3 rezistive

Tip	Structura	Condiții de realizabilitate	Valorile elementelor
1		$\delta_{20} > 0$ $a_1 b_1 > \delta_{20}$ $\delta_{20}^2 - a_1 b_1 \delta_{20} + a_1 b_0 b_2 > 0$ unde $\delta_{20} = a_2 b_0 - a_0 b_2$	$R_1 = \frac{\delta_{20}}{b_0 b_2}$ $L_1 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_1 = \frac{a_1 b_0 b_2^2}{\delta_{20}^2 - a_1 b_1 \delta_{20} + a_1^2 b_0 b_2}$ $R = \frac{a_1 b_2}{(a_1 b_1 - \delta_{20}) C_1}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $C_2 = \frac{b_1}{a_0}$ $L_2 = \frac{a_0 b_2}{b_0 b_1}$
2		$\delta_{20} < 0$ $a_1 b_1 > -\delta_{20}$ $\delta_{20}^2 + a_1 b_1 \delta_{20} + a_1^2 b_0 b_2 > 0$	$R_1 = \frac{-\delta_{20}}{b_0 b_2}$ $C_1 = \frac{b_2}{a_1}$ $L_1 = \frac{\delta_{20}^2 + a_1 b_1 \delta_{20} + a_1 b_0 b_2}{a_1 b_0^2 b_2}$ $R = \frac{a_1 b_0 L_1}{a_1 b_1 + \delta_{20}}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $L_2 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_2 = \frac{b_1 b_c}{a_2 b_0}$
3		$\delta_{20} < 0$ $a_1 b_1 > -\delta_{20}$ $\delta_{20}^2 + a_1 b_1 \delta_{20} + b_1^2 a_0 a_2 > 0$	$R_1 = \frac{a_0 a_2}{-\delta_{20}}$ $C_1 = \frac{b_1}{a_0}$ $L_1 = \frac{a_0 a_2^2 b_1}{\delta_{20}^2 + a_1 b_1 \delta_{20} + b_1^2 a_0 a_2}$ $R = \frac{(a_1 b_1 + \delta_{20}) L_1}{a_2 b_1}$ $R_2 = \frac{a_0}{b_0}$ $L_2 = \frac{a_1}{b_0}$ $C_2 = \frac{a_2 b_0}{a_0 a_1}$
4		$\delta_{20} > 0$ $a_1 b_1 > \delta_{20}$ $\delta_{20}^2 - a_1 b_1 \delta_{20} + b_1^2 a_0 a_2 > 0$	$R_1 = \frac{a_0 a_2}{\delta_{20}}$ $L_1 = \frac{a_2}{b_1}$ $C_1 = \frac{\delta_{20}^2 - a_1 b_1 \delta_{20} + b_1^2 a_0 a_2}{a_0^2 a_2 b_1}$ $R = \frac{a_1 b_1 - \delta_{20}}{a_0 b_1 C_1}$ $R_2 = \frac{a_2}{b_2}$ $C_2 = \frac{b_2}{a_1}$ $L_2 = \frac{a_1 a_2}{a_0 b_2}$

În sfîrșit, o altă descompunere a impedanței $Z(s)$, analogă cu aceea din (30), și anume

$$Z(s) = \frac{a_1' s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0} + \frac{a_2 s^2 + a_1'' s}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \tag{31}$$

ar fi dus la alte patru structuri, avînd aceeași formă ca cele din tabela 5, cu deosebirea că în structura 1 a acestei tabele C_2 și R_2 (iar în structurile 2, 3 și 4 elementele corespunzătoare) și-ar schimba reciproc locurile. Se găsește însă că impedanța acestor structuri satisface relația $a_1b_1 > a_2b_0 + a_0b_2$ și deci este totdeauna realizabilă cu ajutorul structurilor din tabelele 5 sau 1, ceea ce înseamnă că nu aduc nimic suplimentar din punctul de vedere al posibilităților de sinteză a funcției bipătratice. Același rezultat (adică $a_1b_1 > a_2b_0 + a_0b_2$) se obține și pentru impedanța structurilor realizate prin metoda Niyata.

8. CONCLUZII

În cele ce precedă au fost analizate posibilitățile de sinteză a funcției de intrare bipătratice (6) printr-o rețea de tipul serie-paralel fără inductanțe mutuale, dar cu un număr mai mic de elemente decît opt (cinci reactive și trei rezistive), necesar la sinteza prin metoda generală Bott-Duffin.

S-au dat structurile, condițiile de realizabilitate și valorile elementelor în funcție de coeficienții impedanței pentru rețelele formate din cinci elemente (sau mai puține), șase elemente și o parte dintre cele formate din șapte elemente.

Din totalitatea structurilor formate dintr-un număr dat de elemente au fost reținute numai acelea a căror impedanță nu poate fi totdeauna (adică pentru orice valori atribuite elementelor structurii) realizată cu un număr mai mic de elemente, sau cu același număr de elemente, dar cu un număr mai mic de elemente reactive. De pildă, în cazul structurilor formate din trei elemente reactive și două rezistive, au fost eliminate acelea a căror impedanță este totdeauna realizabilă cu două elemente reactive și trei rezistive.

Pe de altă parte, pentru a reduce la minimum numărul structurilor care ar trebui manipulate în practică din orice grup de structuri echivalente între ele, a fost reținută doar una singură. Însă majoritatea acestor structuri echivalente se pot obține foarte ușor din cele date în tabele. Astfel, structurile 1—6 din tabela 1, 1 și 2 din tabela 3 și toate cele din tabela 5 conțin un dipol format din două rezistențe și o inductanță (sau o capacitate), care se pot transforma totdeauna într-un dipol echivalent, pe baza echivalenței arătate în figura 1.

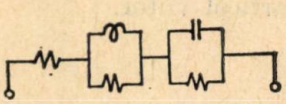


Fig. 3. — Structură reductibilă la una sau la alta din structurile 1—6 din tabelul 1.

Mai mult decît atît și pentru același motiv de simplificare, au fost eliminate și structurile care, deși nu au o structură echivalentă printre cele date în tabele, au o impedanță care poate fi realizată, cînd cu una, cînd cu alta din structurile date în tabele și care au același număr de

elemente reactive și rezistive ca și structura eliminată. De pildă, se poate arăta că structura din figura 3 are o impedanță care poate fi realizată cînd cu una, cînd cu alta (în funcție de valorile elementelor ei) dintre structurile 2, 3, 5 sau 6 din tabela 1.

Cu toate acestea, în tabela 4 structurile sînt echivalente (cînd au o impedanță reductibilă la o funcție bipătratică) în felul următor : 1 cu 4, 2 cu 3 și 5 cu 6. Au fost totuși reținute toate, deoarece conduc la relații de calcul foarte simple.

Este de reținut însă că în cazul structurilor cu trei elemente reactive și trei rezistive, pentru a nu mări prea mult volumul acestui articol, în tabela 3 n-au fost prezentate decît o pătrime din totalul structurilor independente. Celelalte trei pătrimi se pot obține însă din acestea prin intermediul corespondențelor indicate în (3), (4) și (5).

Studiile făcute pînă în prezent referitoare la posibilitățile de sinteză minimală a funcției bipătratice prin rețele de tipul serie-paralel epuizează aceste posibilități numai în cazul structurilor formate dintr-un număr de elemente egal cu șase sau mai mic. Pentru un număr de șapte elemente, rezultatele se cunosc parțial (tabela 5). Mai rămîn deci a fi analizate restul structurilor cu șapte elemente și structurile cu opt elemente care conțin mai puțin de cinci elemente reactive.

Așadar, în cadrul datelor cunoscute pînă în prezent, o funcție de intrare bipătratică se poate realiza cu minimum de elemente în conexiuni serie-paralel dacă se procedează în felul următor : se verifică mai întîi dacă toți coeficienții funcției date sînt pozitivi și îndeplinesc condiția (2), deoarece în caz contrar funcția nu este pozitiv reală. Cînd relația (2) este satisfăcută cu semnul egalității, funcția este minimă și nu poate fi realizată decît printr-o structură în punte [7]. Dacă această relație este satisfăcută cu semnul inegalității, se verifică condițiile de realizabilitate corespunzătoare structurilor date în tabelele 1—5. Verificarea se face începînd cu structurile cele mai simple (tabela 1) și se continuă pînă ce se găsește o structură ale cărei condiții de realizabilitate sînt satisfăcute. Această structură va constitui realizarea cu minimum de elemente (în cadrul datelor cunoscute) a funcției date. Se reamintește că, pentru structurile cu trei elemente reactive și trei rezistive, controlul trebuie făcut și asupra condițiilor de realizabilitate ce se obțin din cele date în tabela 3 prin aplicarea corespondențelor (3), (4) și (5). În cazul în care nu sînt satisfăcute condițiile nici unei structuri din cele cinci tabele, impedanța dată va trebui realizată printr-o structură în punte. Structurile în punte vor fi analizate într-un articol viitor.

BIBLIOGRAFIE

1. R. M. Foster, *Academic and theoretical aspects of circuit theory*, Proc. IRE, vol. 50, may, 1962.
2. E. L. Ladenheim, *Three-reactive five-element biquadratic structures*, IEEE Trans. On Circuit Theory, vol. CT-11, march, 1964.
3. Cr. Vasiliu, *Three-reactive five-element biquadratic structures*, IEEE Trans. On Circuit Theory, vol. CT-15; december, 1968.

4. Cr. Vasiliu, *Series-parallel six-element minimal realization of the biquadratic impedance*, va apare în IEEE Trans. On Circuit Theory.
5. Cr. Vasiliu, *Relații între coeficienți și elementele rețelei pentru sinteza funcțiilor de intrare de ordinul doi*, comunicare la simpozionul *Analiza și sinteza rețelelor electrice*, București, 1967.
6. E. S. Kuh, *Special synthesis techniques for driving point impedance functions*, IRE Trans. On circuit Theory, vol. CT-2; december, 1955.
7. R. M. Foster, S. Seshu, *Minimum biquadratic impedances*, IEEE Trans. On Circuit Theory, vol. CT-10; december, 1963.

INSTALAȚIE EXPERIMENTALĂ PENTRU STUDIUL IONIZĂRII ÎN FLĂCĂRILE DE HIDROCARBURI

DE

AL. DĂNESCU, E. DĂMĂCEANU și M. MARINESCU

536.46

Studiul proceselor de ionizare în flăcările de hidrocarburi prezintă un interes tehnic deosebit, datorită lărgirii domeniului de aplicare a rezultatelor acestor cercetări, dintre care amintim : generatoare magneto-hidrodinamice, reglarea automată a proceselor de ardere din instalațiile termice, intensificarea electrică a flăcărilor.

Metodele utilizate pentru determinarea gradului de ionizare și a conductivității electrice a flăcărilor pot fi împărțite în două categorii :

— metode care necesită introducerea unor sonde în flacără ;

— metode care nu perturbă flacăra (de exemplu metoda absorbției microundelor sau metoda circuitului de rezonanță).

Pentru înlăturarea dificultăților legate de compensarea prin calcul a perturbațiilor provocate de introducerea unor electrozi în flacără și pentru evitarea dificultăților tehnologice, autorii au efectuat studiul experimental al ionizării flăcărilor de hidrocarburi gazoase (CH_4 și C_2H_2) după metoda J. Poncelet și A. Van Tiggelen, ceea ce a permis măsurarea ionizării în zona de reacție a flăcării fără a perturba această regiune.

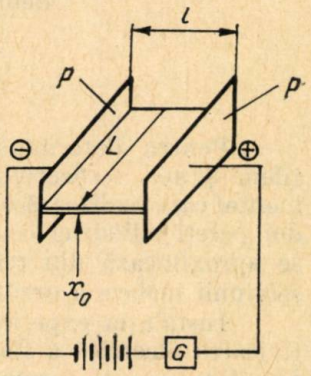


Fig. 1

Principiul metodei constă în realizarea unei flacări cu o zonă de reacție de grosime redusă, stabilizată pe doi pereți metalici asupra cărora se aplică o diferență de potențial.

În figura 1 este prezentată schema care ilustrează această metodă ; zona de reacție de grosime x_0 este echivalată cu un conductor electric (cu dimensiunile L, l, x_0) introdus între plăcile P alimentate de la o sursă de tensiune constantă.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 637 — 641, 1969

Intensitatea curentului electric care străbate zona de reacţie şi care poate fi măsurată cu ajutorul galvanometrului G introdus în circuit este

$$I = \frac{E}{R_a + R_f + R_c} [A],$$

unde

$E[V]$ reprezintă tensiunea continuă de valoare constantă aplicată pe cele două plăci,

R_a şi R_c $[\Omega]$ sînt rezistenţele de contact între flacără şi plăcile conductoare,

$R_f = \frac{\rho l}{L x_0}$ $[\Omega]$ este rezistenţa zonei de reacţie a flăcării,

ρ $[\Omega m]$ — rezistivitatea electrică a zonei de reacţie în care are loc ionizarea de intensitate maximă.

Conductivitatea electrică a flăcării σ, se determină din relaţia [2]:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{10^4}{0{,}96\, L^2\, E T^{1/2} \operatorname{tg}\alpha} \left(\frac{1}{\Omega m}\right),$$

în care

L [cm] este lungimea flăcării,

E $[V]$ — tensiunea aplicată pe plăci,

T [°K] — temperatura medie a frontului de flacără,

$\operatorname{tg}\alpha \left[\frac{s}{Acm^3}\right]$ — panta curbei $\frac{1}{I} = f(D)$, în care $D \left[\frac{cm^3}{s}\right]$ reprezintă debitul de amestec combustibil.

INSTALAŢIA EXPERIMENTALĂ

Pentru determinarea conductivităţii electrice a flăcărilor de acetilenă şi aer, respectiv gaz metan şi aer, a fost folosit un arzător experimental care realizează o flacără cu zonă de reacţie subţire, stabilizată între doi pereţi cilindrici coaxiali (fig. 2). La acest arzător, lungimea flăcării se aproximează din relaţia $L = 2\pi r_m$, unde r_m reprezintă raza medie a secţiunii inelare a arzătorului.

Instalaţia experimentală cu ajutorul căreia s-a determinat conductivitatea electrică a flăcărilor de acetilenă şi aer, respectiv gaz metan şi aer (fig. 3), este formată din următoarele părţi principale:

— arzătorul circular *1*;

— instalaţia electrică *9*, formată din sursa de tensiune stabilizată, voltmetrul V şi galvanometrul G, care măsoară intensitatea curentului ce străbate zona de reacţie ionizată;

— instalaţia de măsurare a debitelor;

— instalaţia de introducere a aditivilor în flacără.

Partea principală a instalației experimentale o formează arzătorul (fig. 4), care permite apariția unui front de flacără circular. Amestecul combustibil este introdus la partea inferioară a arzătorului prin racordul *5*, parcurgînd apoi secțiunea inelară de curgere dintre cilindri concentrici *1* și *2*. Asupra cilindrilor *1* și *2* se aplică o diferență de potențial de la o sursă stabilizată de tensiune, ei fiind izolați din punct de vedere electric cu ajutorul pieselor *6*.

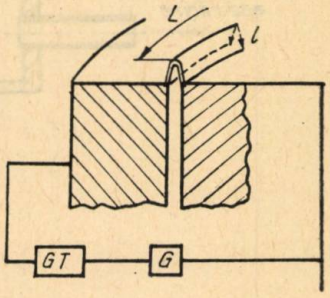


Fig. 2

La partea superioară a arzătorului se formează o coroană circulară pe contururile căreia se sprijină zona de reacție a flăcării (fig. 5).

Răcirea suprafețelor care vin în contact cu flacăra este realizată cu ajutorul a două circuite de apă independente. Menținerea unui interstițiu (secțiune de curgere) cu grosimea radială constantă între cilindrii *1* și *2* (fig. 4) se face cu ajutorul a trei șuruburi de reglaj, dispuse la 120° și așezate la o distanță suficient de mare față de partea superioară a arzătorului pentru a nu perturba regimul de curgere al amestecului combustibil.

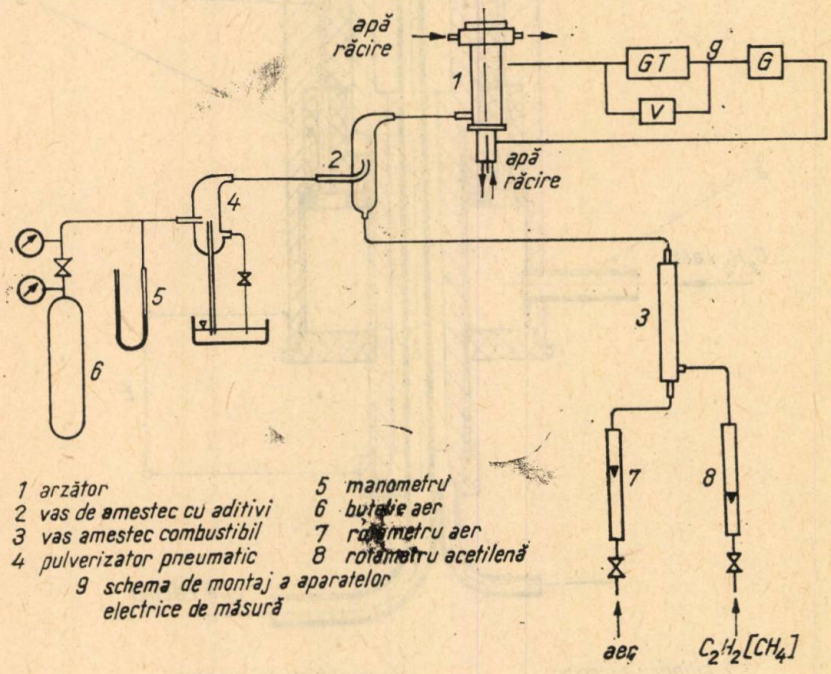
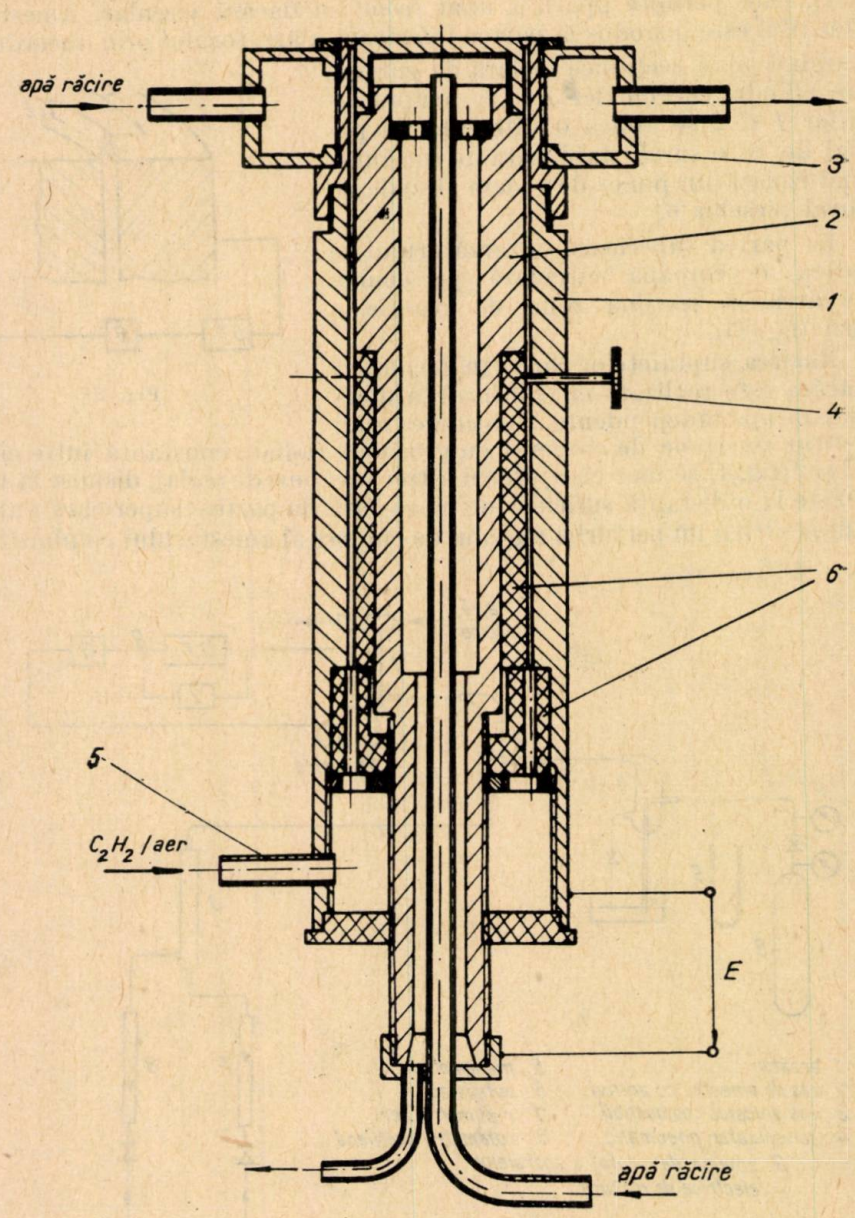


Fig. 3

Măsurarea debitelor de acetilenă și aer, respectiv gaz metan și aer, s-a făcut cu ajutorul rotametrelor *7* și *8* (fig. 3), după care gazul combustibil și aerul intră în vasul de amestec *3*.



1. cilindru exterior
2. cilindru interior
3. cameră de răcire
4. șuruburi de centrare
5. racord intrare amestec combustibil
6. piese izolante

Fig. 4

Injectarea soluției de aditivi se face cu ajutorul pulverizatorului pneumatic *4* (fig. 3), alimentat cu aer din butelia *6*. Ceața de soluție apoasă care conține aditivul, antrenată de aerul de pulverizare, se amestecă în vasul *2* cu amestecul combustibil înainte de a intra în arzător.

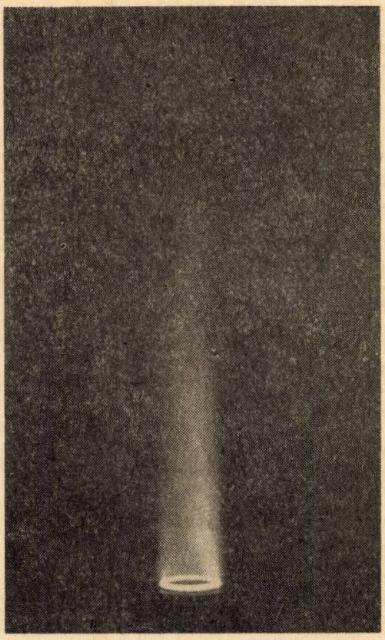


Fig. 5

Determinarea temperaturii medii a frontului de flacără s-a făcut cu ajutorul metodei inversei liniilor spectrale de sodiu și s-a verificat local cu un termocuplu Pt-PtRh. În cazul introducerii aditivilor, determinarea temperaturii s-a făcut numai cu termocuplu.

Rezultatele măsurătorilor sînt:

Nr. curent	Amestecul combustibil	Coeficientul exces de aer	Conductivitatea electrică măsurată în zona de reacție $\left[\frac{1}{\Omega m}\right]$			Temperatura (°K)
			fără aditivi	cu aditivi		
				$0{,}59.10^{-4}$ [g.K/lam·comb.]	$0{,}91.10^{-4}$ g.K/lam·comb.	
1	Acetilenă-aer	1,05	$5{,}4.10^{-3}$	7.10^{-3}		1 730
2	Gaz metan-aer	1,15	$0{,}35.10^{-3}$		$1{,}05.10^{-3}$	1 275

BIBLIOGRAFIE

1. J. Van Wonterghem, A. Van Tiggelen, *L'épaisseur et la vitesse de propagation du front de flamme*, Bulletin des Sociétés Chimiques Belges *63*, 235, 1954.
2. * * * *Seventh Symposium on Combustion*, Londra, 256, 1959.

FOLOSIREA METODELOR DE TRANSFIGURARE LA CALCULUL CIRCUITELOR CU NELINIARITĂȚI DE TIPUL $P = Z\,Q^m$

DE

SORIN AL. BUCURENCIU și AURELIAN AL. CRĂCIUNESCU

621.30.011.1

1. INTRODUCERE

Pentru circuitele cu neliniarități de tipul $P = ZQ^m$, la care exponentul m are aceeași valoare pentru oricare dintre elementele rețelei, este ușor de arătat că o subrețea formată din N elemente de coeficienți Z_i $(i = 1, \ldots, N)$ conectate în serie se poate înlocui cu o subrețea formată dintr-un singur element de coeficient

$$Z_s = \sum_{i=1}^{N} Z_i\,, \tag{1}$$

iar o subrețea formată din N elemente de coeficienți $Z_i\,(i = 1, \ldots, N)$ conectate în paralel se poate înlocui cu o subrețea formată dintr-un singur element de coeficient

$$Z_p = \left(\sum_{i=1}^{N} Z_i^{-1/m} \right)^{-m}. \tag{2}$$

În cazul transfigurării din triunghi în stea sau din stea în triunghi, pentru determinarea coeficienților elementelor subrețelei echivalente se propune un anumit procedeu iterativ. Valorile orientative de la care se pornește acest calcul iterativ se determină cu ajutorul unor relații aproximative stabilite în lucrare.

Drept criteriu de apreciere a preciziei cu care sînt determinați coeficienții Z într-o anumită etapă a procedeului iterativ propus se folosește valoarea erorii relative cu care sînt satisfăcute cele două teoreme ale lui

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 643 – 649, 1969

Kirchhoff de către întregul circuit din care face parte subreţeaua transfigurată. Ca valoare de referinţă faţă de care se defineşte eroarea relativă cu care este satisfăcută o anumită teoremă a lui Kirchhoff se poate lua suma modulelor tuturor termenilor care intervin în expresia numerică a acelei teoreme.

Pentru a micşora erorile, cu schemele transfigurate se determină numai necunoscutele strict necesare, urmînd ca restul necunoscutelor să se determine din schema iniţială.

2. PROCEDEUL ITERATIV PROPUS

Etapele procedeului iterativ propus pentru calculul coeficienţilor unei subreţele echivalente obţinute în urma realizării unor transfigurări din triunghi în stea sau invers sînt următoarele :

a) cu relaţiile (5) sau (6) se determină valorile orientative $Z_j^{(0)}$ ale coeficienţilor subreţelelor transfigurate şi se calculează apoi valorile $Q_i^{(0)}$ ale debitelor. Se verifică precizia cu care sînt satisfăcute cele două teoreme ale lui Kirchhoff de către mărimile determinate mai înainte. Dacă erorile relative depăşesc limitele admisibile, calculul se continuă ;

b) elementele neliniare ale subreţelei care trebuie transfigurată se înlocuiesc cu elemente liniare ale căror caracteristici au pantele

$$A_i^{(1)} = Z_i [Q_i^{(0)}]^{m-1}. \tag{3}$$

Se transfigurează subreţeaua astfel liniarizată, folosindu-se, evident, pentru determinarea pantelor $A_j^{(1)}$ ale elementelor structurii echivalente relaţiile valabile la circuitele liniare.

Se înlocuiesc apoi elementele liniare ale subreţelei transfigurate prin elemente neliniare ai căror coeficienţi sînt

$$Z_j^{(1)} = \frac{A_j^{(1)}}{[Q_j^{(0)}]^{m-1}}. \tag{4}$$

Se calculează reţeaua cu noile valori $Z_j^{(1)}$ ale coeficienţilor şi se verifică precizia cu care sînt satisfăcute cele două teoreme ale lui Kirchhoff de către valorile $Q_i^{(1)}$ ale debitelor determinate în această etapă. Dacă erorile relative nu au valori admisibile, se parcurge încă o etapă de tipul (b), în care se pleacă de la noile valori $Q_i^{(1)}$.

Alegerea subreţelei care urmează să fie transfigurată nu este întotdeauna indiferentă, putîndu-se întîlni situaţii în care numărul de iteraţii necesare obţinerii unei anumite precizii să fie diferit în funcţiune de subreţeaua aleasă.

Trebuie să se precizeze că, în general, valorile coeficienţilor Z determinate pentru subreţeaua transfigurată sînt valabile numai în regimul considerat, pentru alte valori ale mărimilor de regim fiind necesar să se efectueze un calcul similar.

3. STABILIREA EXPRESIILOR DE CALCUL PENTRU VALORILE ORIENTATIVE ALE COEFICIENȚILOR Z ÎN TRANSFIGURAREA TRIUNGHI-STEA ȘI STEA-TRIUNGHI

3.1. *Transfigurarea triunghi-stea.* Pentru subrețelele prezentate în figura 1, se consideră pe rînd pentru fiecare nod regimul particular în care curentul schimbat prin acel nod cu exteriorul este nul.

Dacă este realizat acest regim pentru nodul (*3*), atunci pot fi scrise relațiile $Q_{23} = Q_{31}$ la subrețeaua în formă de triunghi și $Q_3 = 0$ la sub-

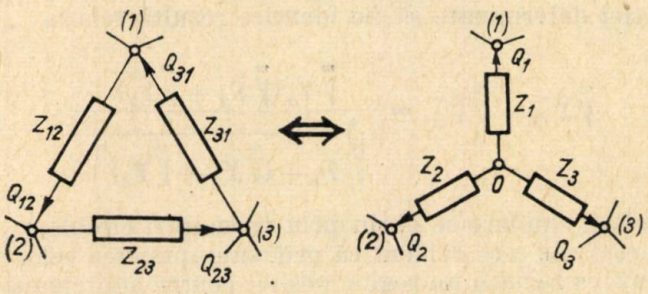


Fig. 1. — Figură referitoare la transfigurarea triunghi-stea și stea-triunghi.

rețeaua în formă de stea. În raport cu nodurile (*1*) și (*2*), atît subrețeaua în triunghi, cît și subrețeaua în stea pot fi înlocuite prin cîte un singur element, al cărui coeficient Z se determină exact cu formulele (*1*) și (*2*). Din condiția ca cele două elemente astfel determinate să fie identice rezultă relația

$$Z_1 + Z_2 = \left(\frac{\sqrt[m]{Z_{12}} \cdot \sqrt[m]{Z_{23} + Z_{31}}}{\sqrt[m]{Z_{12}} + \sqrt[m]{Z_{23} + Z_{31}}} \right)^m .$$

Pentru celelalte două cazuri în care curentul schimbat cu exteriorul de către nodurile (*2*) și, respectiv, (*3*) este nul, se pot stabili relații similare prin permutări circulare.

Prin suprapunerea celor trei regimuri particulare este evident că nu va rezulta un regim posibil pentru subrețeaua considerată, deoarece aceasta nu este liniară. Soluțiile obținute prin rezolvarea sistemului format din cele trei ecuații stabilite mai înainte nu vor fi deci valorile exacte ale coeficienților Z_1, Z_2 și Z_3 ai rețelei transfigurate; ele vor fi însă cu atît mai apropiate de acestea, cu cît abaterea de la liniaritate (caracterizată prin exponentul m) este mai mică. Se obțin deci expresiile orientative [1]

$$Z_1^{(0)} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\sqrt[m]{Z_{12}} \cdot \sqrt[m]{Z_{23} + Z_{31}}}{\sqrt[m]{Z_{12}} + \sqrt[m]{Z_{23} + Z_{31}}} \right)^m - \left(\frac{\sqrt[m]{Z_{23}} \cdot \sqrt[m]{Z_{31} + Z_{12}}}{\sqrt[m]{Z_{23}} + \sqrt[m]{Z_{31} + Z_{12}}} \right)^m + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\sqrt[m]{Z_{31}} \cdot \sqrt[m]{Z_{12} + Z_{23}}}{\sqrt[m]{Z_{31}} + \sqrt[m]{Z_{12} + Z_{23}}} \right)^m \right], \qquad (5)$$

iar pentru $Z_2^{(0)}$ şi $Z_3^{(0)}$ expresiile corespunzătoare se obţin prin permutări circulare.

3.2. *Transfigurarea stea-triunghi.* Pentru subreţelele prezentate în figura 1 se consideră pe rînd pentru fiecare pereche de noduri regimul particular în care potenţialele celor două noduri ale perechii sînt egale.

Considerînd că acest regim este realizat pentru perechea de noduri (*2*)—(*3*), atît subreţeaua în stea, cît şi aceea în triunghi se pot înlocui între bornele (*1*) şi (*2*)—(*3*) prin cîte un singur element, al cărui coeficient se determină exact cu formulele (1) şi (2). Din condiţia ca cele două elemente astfel determinate să fie identice rezultă relaţia

$$\sqrt[m]{Y_{12}} + \sqrt[m]{Y_{31}} = \frac{\sqrt[m]{Y_1}\left(\sqrt[m]{Y_2} + \sqrt[m]{Y_3}\right)}{\sqrt[m]{Y_1 + \left(\sqrt[m]{Y_2} + \sqrt[m]{Y_3}\right)^m}}.$$

Alte două relaţii similare se obţin prin permutări circulare.

Şi în acest caz este evident că prin suprapunerea celor trei regimuri particulare nu va rezulta un regim posibil pentru subreţeaua considerată, aceasta fiind nelinia ră. Soluţiile obţinute prin rezolvarea sistemului format din cele trei ecuaţii stabilite mai înainte nu vor fi deci valorile exacte ale mărimilor Y_{12}, Y_{23} şi Y_{31} ale reţelei transfigurate. Se obţin expresiile orientative [1]

$$Y_{12}^{(0)} = \frac{1}{2^m}\left[\frac{\sqrt[m]{Y_1}\left(\sqrt[m]{Y_2} + \sqrt[m]{Y_3}\right)}{\sqrt[m]{Y_1 + \left(\sqrt[m]{Y_2} + \sqrt[m]{Y_3}\right)^m}} + \frac{\sqrt[m]{Y_2}\left(\sqrt[m]{Y_3} + \sqrt[m]{Y_1}\right)}{\sqrt[m]{Y_2 + \left(\sqrt[m]{Y_3} + \sqrt[m]{Y_1}\right)^m}} - \frac{\sqrt[m]{Y_3}\left(\sqrt[m]{Y_1} + \sqrt[m]{Y_2}\right)}{\sqrt[m]{Y_3 + \left(\sqrt[m]{Y_1} + \sqrt[m]{Y_2}\right)^m}}\right]^m, \tag{6}$$

iar pentru $Y_{23}^{(0)}$ şi $Y_{31}^{(0)}$ expresiile corespunzătoare se obţin prin permutări circulare.

4. EXEMPLU DE CALCUL

Pentru reţeaua de ventilaţie a cărei schemă echivalentă este dată în figura 2*a*, în care coeficienţii Z_{ij} sînt indicaţi în dreptul fiecărui element, trebuie să se determine valorile Q_{ij} ale debitelor ($m = 2$).

Schema echivalentă dată se poate simplifica dacă se face transfigurarea triunghiului (*123*) în steaua (*1230*), obţinîndu-se astfel schema din figura 2*b* *). Valorile orientative ale coeficienţilor elementelor stelei (*1230*),

*) Se puteau alege triunghiul (*234*) sau stelele (*2*) ori (*3*) pentru a fi transfigurate, însă în cazul dat această alegere nu influenţează sensibil numărul de iteraţii necesare obţinerii unei precizii satisfăcătoare.

determinate cu relațiile (3), sînt

$$Z_{10}^{(0)} = 0{,}718 \text{ Ns}^2/\text{m}^8 ; Z_{20}^{(0)} = 1{,}8 \text{ Ns}^2/\text{m}^8 ; Z_{30}^{(0)} = 4{,}146 \text{ Ns}^2/\text{m}^8.$$

Subrețeaua pasivă cuprinsă între bornele 0 și 4 este formată acum din patru elemente și poate fi înlocuită cu un singur element (fig. 2c),

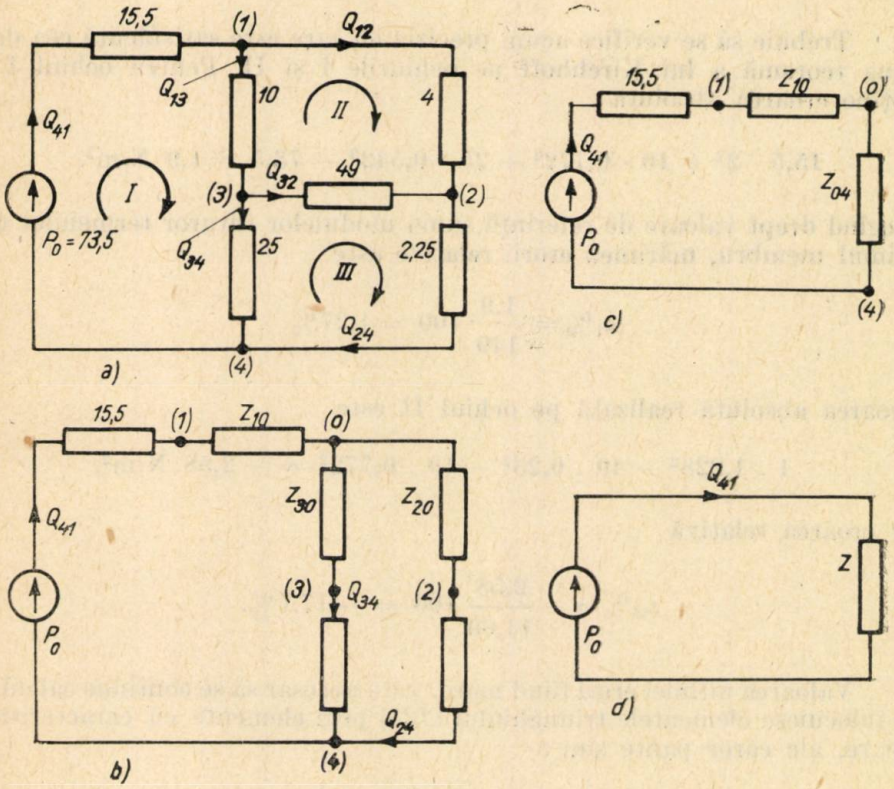


Fig. 2. — Transfigurările succesive ale unei rețele în formă de punte.

al cărui coeficient, determinat cu relațiile (1) și (2), are valoarea

$$Z_{04}^{(0)} = 2{,}155 \text{ Ns}^2/\text{m}^8.$$

În final, schema echivalentă se reduce la aceea prezentată în figura 2d, unde coeficientul $Z^{(0)}$ are valoarea

$$Z^{(0)} = 18{,}373 \text{ Ns}^2/\text{m}^8,$$

și rezultă că debitul $Q_{41}^{(0)}$ va fi

$$Q_{41}^{(0)} = \sqrt{\frac{P_0}{Z^{(0)}}} = \sqrt{\frac{73{,}5}{18{,}373}} = 2 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Dacă se folosește prima teoremă a lui Kirchhoff aplicată în toate nodurile și cea de-a doua teoremă aplicată pe ochiul III, valorile debitelor

$Q_{ij}^{(0)}$ vor fi

$$Q_{12}^{(0)} = 1{,}228 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{13}^{(0)} = 0{,}772 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{32}^{(0)} = 0{,}230 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$Q_{24}^{(0)} = 1{,}458 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{34}^{(0)} = 0{,}542 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Trebuie să se verifice acum precizia cu care este satisfăcută cea de-a doua teoremă a lui Kirchhoff pe ochiurile I şi II. Pentru ochiul I se obţine eroarea absolută

$$15{,}5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 0{,}772^2 + 25 \cdot 0{,}542^2 - 73{,}5 = 1{,}9 \text{ N/m}^2.$$

Alegînd drept valoare de referinţă suma modulelor tuturor termenilor din primul membru, mărimea erorii relative este

$$\varepsilon_1 \% = \frac{1{,}9}{149} 100 = 1{,}27\%.$$

Eroarea absolută realizată pe ochiul II este

$$4 \cdot 1{,}228^2 - 49 \cdot 0{,}23^2 - 10 \cdot 0{,}772^2 = -2{,}58 \text{ N/m}^2,$$

iar eroarea relativă

$$\varepsilon_{II} \% = -\frac{2{,}58}{14{,}60} 100 = -17{,}7\%.$$

Valoarea ultimei erori fiind mare, este necesar să se continue calculul. Se înlocuiesc elementele triunghiului (*123*) prin elemente cu caracteristici liniare, ale căror pante sînt:

$$A_{12}^{(1)} = Z_{12} Q_{12}^{(0)} = 4 \cdot 1{,}228 = 4{,}912 \text{ Ns/m}^5,$$

$$A_{23}^{(1)} = 11{,}25 \text{ Ns/m}^5 \text{ şi } A_{31}^{(1)} = 7{,}72 \text{ Ns/m}^5.$$

Triunghiul astfel liniarizat se transfigurează într-o stea ale cărei elemente au pantele

$$A_{10}^{(1)} = 1{,}60 \text{ Ns/m}^5; \; A_{20}^{(1)} = 2{,}32 \text{ Ns/m}^5; \; A_{30}^{(1)} = 3{,}65 \text{ Ns/m}^5.$$

Coeficienţii elementelor neliniare prin care se înlocuiesc acum elementele stelei sînt

$$Z_{10}^{(1)} = \frac{A_{10}^{(1)}}{Q_{41}^{(0)}} = \frac{1{,}60}{2} = 0{,}8 \text{ Ns}^2/\text{m}^8;$$

$$Z_{20}^{(1)} = 1{,}6 \text{ Ns}^2/\text{m}^8; \; Z_{30}^{(1)} = 6{,}7 \text{ Ns}^2/\text{m}^8.$$

Debitele $Q_{ij}^{(1)}$, calculate ca în etapa precedentă, dar cu noile valori ale coeficienților elementelor stelei, sînt

$$Q_{41}^{(1)} \approx 2 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{12}^{(1)} = 1{,}3 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{13}^{(1)} = 0{,}704 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$Q_{32}^{(1)} = 0{,}186 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{24}^{(1)} = 1{,}486 \text{ m}^3/\text{s}; \; Q_{34}^{(1)} = 0{,}518 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Erorile relative cu care este verificată în această etapă cea de-a doua teoremă a lui Kirchhoff pentru ochiurile I și II au valori satisfăcătoare, și anume

$$\varepsilon_{\text{I}}\% = 0{,}11\% \text{ și } \varepsilon_{\text{II}}\% = 0{,}6\%,$$

deci calculul se poate considera terminat.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Crăciunescu, *Scheme echivalente și problema transfigurării rețelelor de caracteristică neliniară*, Comunicare prezentată la cea de a X-a sesiune științifică a Institutului Politehnic din București, mai, 1966.
2. S. L. Farhi, *Preobrazovanie aktivnovo treugolnika s odnim nelineinim elementom v trehlucevuiu zvezdu i obratno*, Elektricestvo, *1*, 82–84 (1967).
3. E. Koziej, *Zastosowanie przekształcenia trójkat-gwiazda do rozwiazywania przekatnych układów przewietrzeniowych maszyn elektrycznych*, Zeszyty naukowe politechniki Warszawskiej, 133, Elektryka, *46*, 67–74 (1966).
4. W. Millar, *Some General Concepts and Theorems for Non-linear Systems Possessing Resistance*, Phil. Mag., **42**, *7*, 1150 (1951).
5. W. Millar, *The Non-linear Resistive 3-Pole: Some General Concepts*, Proc. of the Symposium on Non-linear Circuits Analysis, Polytechnic Institute of Brooklyn, New-York, 367–398, April, 1956.
6. C. I. Mocanu, *Transfigurările topologice ale rețelelor electrice*, Bul. Inst. Politehnic din București, **XIX**, *3–4*, 215–253 (1957).
7. E. Philippow, *Nichtlineare Elektrotechnik*, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.–G., Leipzig, 1963.
8. B. Rokowska, Z. Szmorliński, *Obwody przewietrzeniowe maszyn elektrycznych a przekształcenie gwiazda-trójkat*, Archivum elektrotechniki, **XVII**, *1*, 41–46 (1968).

CÎTEVA PROBLEME ACTUALE ALE CHIMIEI PROCESULUI DE ARDERE

DE

V. ISCRULESCU

662.61

Lucrarea, întocmită pe baza a 155 de citaţii bibliografice, sintetizează principalele progrese realizate în interpretarea, din punct de vedere chimic, a proceselor de ardere şi posibilităţile de aplicare a acestora în conducerea practică a proceselor de ardere.

Procesul de ardere care, scris în forma sa generală

carburant + comburant → produse de ardere + căldură,

pare simplu, prezintă de fapt o multitudine de aspecte şi ridică numeroase probleme, atît de interes pur ştiinţific, cît şi practic. De aici numărul mare al cercetărilor care ating într-un fel sau altul acest domeniu (fig. 1) [1].

Un loc aparte în evoluţia acestor studii revine chimiei arderii, care a reuşit să explice atît procesul de ardere propriu-zis, cît şi posibilităţile de influenţare ale acestora, devenind astfel un practic instrument util. Introducerea teorei „mecanismului radicalic" în interpretarea arderii a avut, din acest punct de vedere, un rol hotărîtor.

În ce constă acest „mecanism radicalic" [2]—[14]?

Dacă se consideră arderea unei molecule oarecare C_nH_m conform ecuaţiei

$$C_nH_m + \left(n + \frac{m}{4}\right)O_2 \rightarrow nCO_2 + \frac{m}{2}H_2O,$$

reacţia nu poate avea loc prin ciocnirea unei molecule C_nH_m cu $\left(n + \frac{m}{4}\right)$ molecule de oxigen, deoarece, conform teoriei cinetice, ciocnirea simultană şi eficace a mai mult de două molecule este puţin probabilă, iar a mai mult de trei molecule este practic imposibilă. Rezultă de aici că arderea pînă la bioxid de carbon şi apă va avea loc în trepte, cu formarea de produse intermediare de reacţie. Marele merit al chimiei moderne este de a

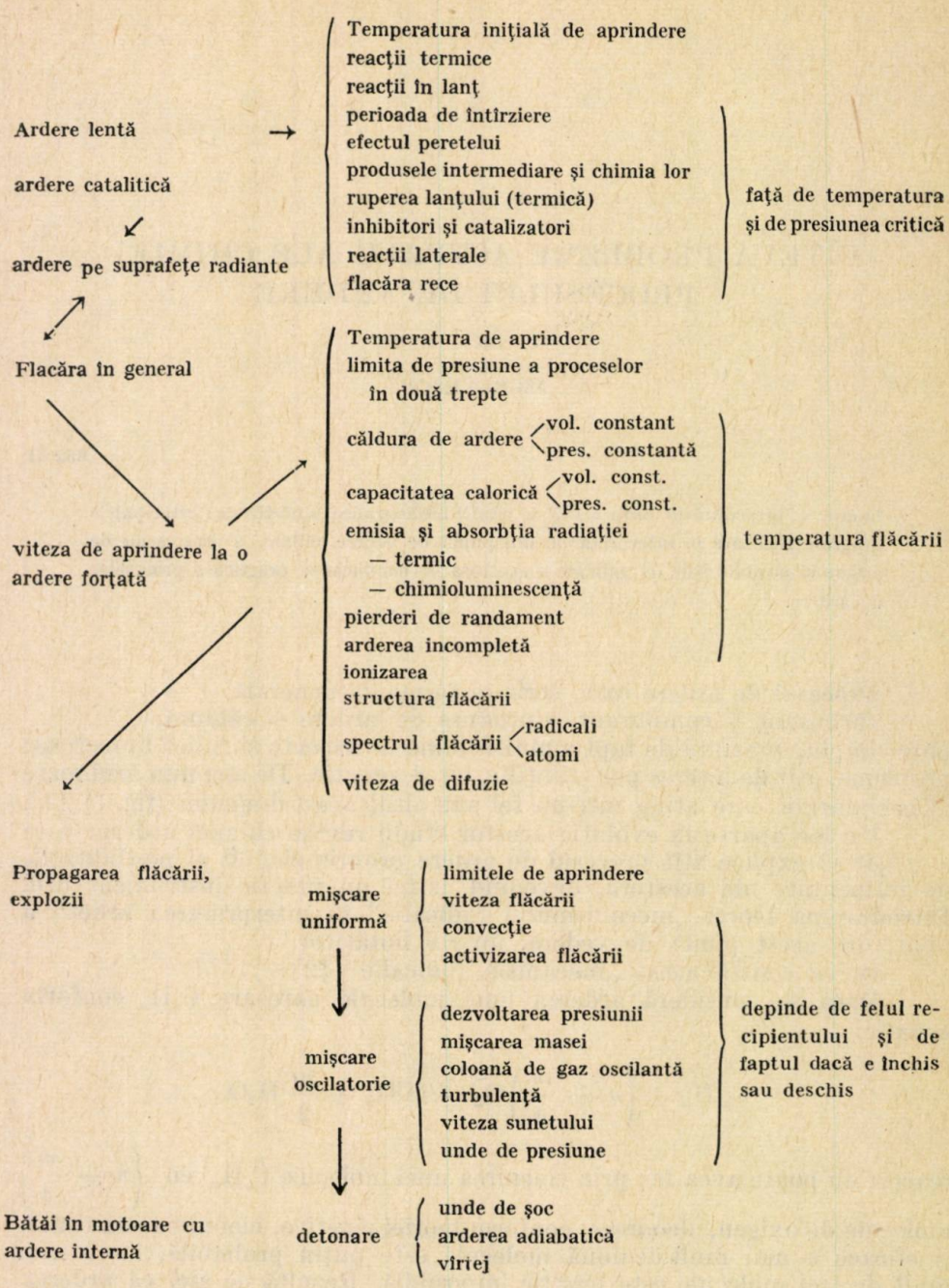


Fig. 1. — Stadiul actual al cercetării proceselor de ardere.

fi dovedit experimental că inițial se formează radicali (compuși constituiți din unul sau din mai multe elemente chimice, saturați din punct de vedere electric, dar nesaturați din punctul de vedere al valenței, adică posedînd electroni capabili de a participa la o legătură chimică). Acești radicali apar prin ruperea celei mai labile legături chimice din interiorul moleculei primare activate (termic, prin ciocnire cu o moleculă sau cu un atom excitat de un proces chimic, printr-un aport de energie de la o sursă exterioară etc.) sau prin adiția ori prin eliminarea de electroni dintr-un ion (cu participarea ionilor metalelor de tranziție).

Reacțiile care urmează acestei prime etape (deci și fenomenele prin care acestea se exteriorizează) depind de condițiile particulare în care are loc procesul. Astfel, modul de disipare în mediul înconjurător a energiei termice degajate în aceste reacții este hotărîtor pentru stabilirea unei arderi lente sau a unei arderi explozive cu flacără. Condițiile de temperatură și de presiune, concentrația și natura chimică, respectiv reactivitatea radicalilor formați, prezența unor corpuri străine, caracteristicile fizico-chimice ale pereților reactorului determină atît natura chimică a produșilor intermediari formați, cît și pe cea a produșilor finali de reacție.

Este interesant de menționat că există posibilitatea prevederii termodinamice a evoluției reacțiilor radicalilor. Dar, deși s-au obținut rezultate certe, ea ridică încă numeroase probleme, datorită greutăților ivite în determinarea proprietăților termodinamice a radicalilor, care, fiind entități instabile, puțin cunoscute și dificil de studiat, necesită metode speciale de determinare a entropiei și entalpiei standard.

De fapt, aceeași extremă instabilitate a diferiților radicali care participă la procesul de ardere al unui compus oarecare este și cauza pentru care chimia arderii nu posedă încă toate datele necesare unei descrieri riguros cantitative a procesului de ardere. Cu toate acestea, chiar în această etapă de dezvoltare a ei, concluziile care reies din materialul experimental existent nu numai că explică anumite rezultate empirice, ci permite și conturarea unor noi posibilități de influențare a proceselor de ardere.

Iată cîteva dintre rezultatele obținute de chimia arderii în acest sens.

Se știe că una și aceeași moleculă de combustibil C_nH_m pentru unul și același raport combustibil-aer, în funcție de condițiile în care se găsește amestecul, dă naștere la reacții diferite. Dacă se reprezintă grafic (fig. 2) limitele pentru diferitele reacții posibile, se obține ceea ce Michel Lucquin a denumit drept morfologie a reacției de oxidare [15]. Aspectul grafic al acesteia este diferit de la caz la caz (în funcție de natura chimică a combustibilului, de raportul combustibil/oxigen sau aer, de prezența diverselor impurități voite sau accidentale etc.) și permite controlul teoretic și practic al condițiilor necesare obținerii unei flăcări stabile.

Colorarea flăcărilor, fenomen cunoscut de multă vreme, se datorește de asemenea prezenței radicalilor în acest proces. Astfel, radicalul $CH^{\cdot}$ emite culoarea violet, $C_2^{\cdot}$ culoarea verde, $OH^{\cdot}$ și $CHO^{\cdot}$ luminează în ultraviolet, în timp ce carbonul solid formează un întreg spectru de la roșu la alb după starea de temperatură în care se află [1].

Se fac de asemenea eforturi susținute în vederea acumulării de date experimentale care să permită stabilirea geometriei flăcării din datele chimice [1]. În același timp, caracteristici ale combustibilului de multă

vreme cunoscute ca factori care influenţează procesul de ardere (punctul de inflamabilitate, tensiunea superficială, densitatea şi viscozitatea combustibilului) primesc semnificaţii noi, strîns legate de energia suplimentară

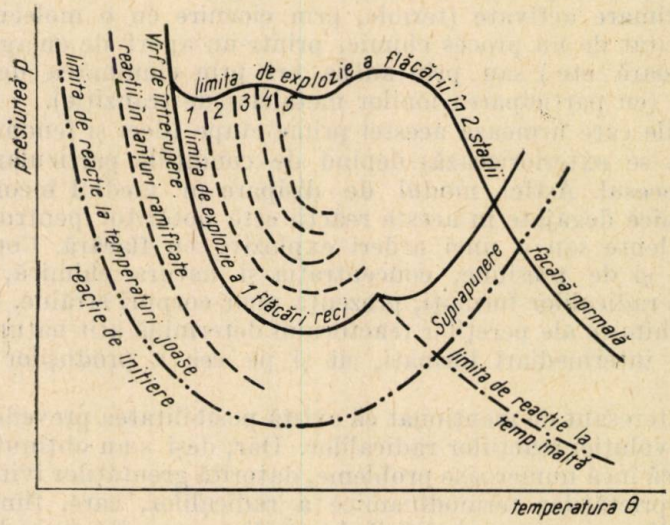


Fig. 2. — Morfologia reacţiei de oxidare.

consumată în procesul formării radicalilor datorită forţelor de legătură intermoleculare care trebuie învinse.

Studiile întreprinse permit de asemenea calcularea unor mărimi termotehnice din date chimice [16]—[18]. Reţine atenţia din acest punct de vedere calculele care rezultă din clasificarea arderii incomplete în „incompletă chimică" (procesul la care produsele de ardere conţin, alături de bioxid de carbon şi apă, şi oxid de carbon, hidrogen, metan) şi „incompletă mecanică" (arderea în ale cărei produse se găsesc, alături de bioxid de carbon, apă, oxid de carbon, hidrogen, metan şi hidrocarburi superioare metanului şi particule de carbon) [19][21].

Rezultate interesante s-au obţinut şi în problema formării produselor carburoase la arderea combustibililor lichizi şi gazoşi în arzătoarele industriale, casnice etc. [22]—[36].

Astfel, datele experimentale existente arată că orice produs carburos are la bază un nucleu grafitic, pe marginile căruia se află un număr mai mare sau mai mic de catene laterale [37], [38]. Acesta se poate forma fie în fază gazoasă, ca rezultat al interacţiunii radicalilor $CH^{\cdot}$ şi $C_6H_5^{\cdot}$ [37], [39], fie în urma unui proces de cracare termică a picăturii de combustibil, cu formare de particule de cocs [40], [41] (fig. 3). Aglomerarea particulelor iniţial formate este favorizată de prezenţa acidului sulfuric format la ardere [41] şi de absorbţia produselor intermediare de reacţie pe pereţii reactorului, urmată de o ulterioară polimerizare [40]. Depunerea acestor produse carburoase, respectiv antrenarea la coş sau arderea lor pînă la produsele finale de ardere, bioxid de carbon şi apă, depinde de timpul de staţionare a particulei astfel formate în zona de reac-

ție optimă, precum și de temperatura și de presiunea oxigenului în spațiul de reacție [42]—[44] (fig. 4—7).

Întrucît depunerea produselor carburoase, respectiv antrenarea lor la coș, sînt în general nedorite, se caută fie să se asigure condițiile optime necesare, ca produsele carburoase inițial formate să ardă integral în spațiul de ardere (la procesele tehnologice care necesită o flacără luminoasă), fie să se împiedice formarea inițială a acestora, acționîndu-se asupra cauzelor care determină acest proces [45] — [58]: compoziția chimică a combustibilului folosit, cantitatea de oxigen folosită și gradul de acces al acestuia la combustibil, cantitatea de bioxid de sulf, bioxid de carbon și azot existentă în spațiul de ardere etc.

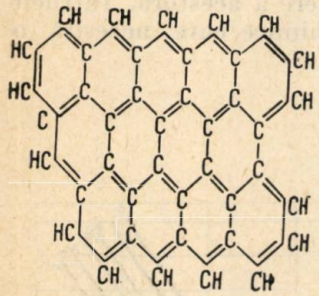


Fig. 3. — Moleculă de cocs.

S-au conturat însă și alte posibilități de influențare a acestui proces, în strînsă legătură cu mecanismul radicalic de desfășurare a lui. Dintre acestea, problema adaosurilor în combustibil a întrunit adeziunea a numeroși cercetători. Lipsa de date comparative suficiente riguros cantitative cu privire la acțiunea acestor adaosuri face dificilă orice încercare de generalizare. Cu toate acestea, se pot desprinde anumite tendințe ce se manifestă în utilizarea lor [59]—[140]. Astfel, pentru benzinele etilate, adaosurile pentru reducerea cantității de calamină formată au urmă-

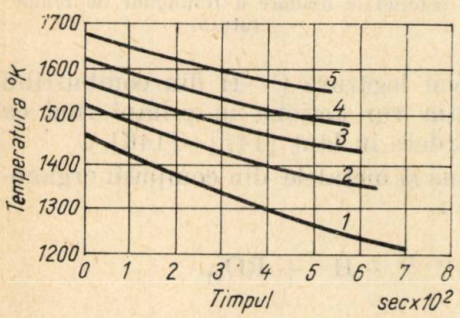


Fig. 4. — Dependența arderii particulelor de fum de 400 Å obținute în flacăra laminară a amestecului gazos C_3H_8 (70%) + C_2H_4 (10%) + C_3H_6 (20%) cu debitul de 0,51 l/min, debit de aer de 8 l/min și debitul de oxigen: $D_1 = 3{,}67$ l/min; $D_2 = 4{,}01$ l/min; $D_3 = 4{,}35$ l/min; $D_4 = 4{,}70$ l/min și $D_5 = 5{,}06$ l/min.

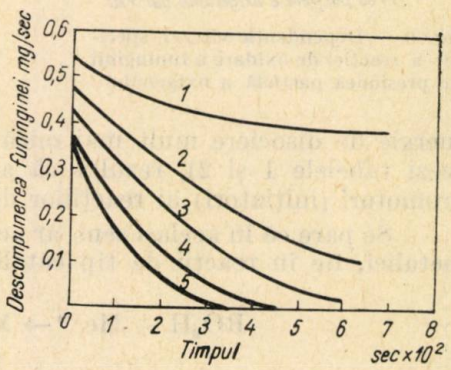


Fig. 5. — Descompunerea funinginii (în mg/s) obținută în flacăra laminară a amestecului gazos C_3H_8 (70 %) + C_2H_4 (10%) + + C_3H_6 (20%), cu debitul de 0,51 l/min., debit de aer de 8 l/min și debitul de oxigen: $D_1 = 3{,}67$ l/min; $D_2 = 4{,}01$ l/min; $D_3 = 4{,}35$ l/min; $D_4 = 4{,}70$ l/min și $D_5 = 5{,}06$ l/min în timp.

toarea compoziție: compuși organici cu fosfor 42,8%, cu fosfor și halogèni 9,6%, cu oxigen 9,2%. Restul de 38,4% reprezintă compuși organici cu azot (7,2%), cu azot și fosfor (4,6%), cu bor (4,8%), cu bor și azot (5%), cu bor și siliciu (2,4%), cu siliciu (2,3%), cu halogeni (2,3%), pre-

cum şi compuşi organo-metalici (9,8%). În ce priveşte benzinele neetilate, 50% din adaosuri conţin compuşi organici oxigenaţi, 22,5% compuşi organici cu bor şi doar 7,5% compuşi organo-metalici.

Mecanismul acţiunii acestor adaosuri în procesul formării produselor carburoase este strîns legat în primul rînd de capacitatea acestor compuşi de a forma radicali, respectiv de energia de disociere a acestora. Întrucît majoritatea acestor compuşi posedă legături chimice care necesită o

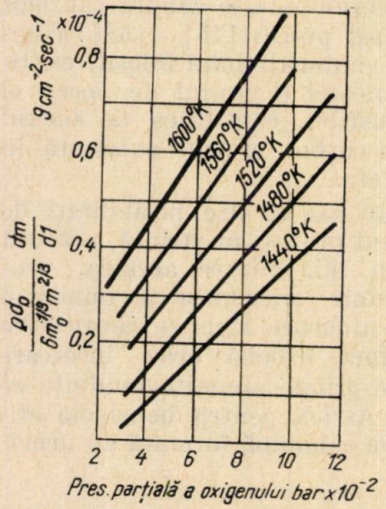


Fig. 6. — Dependenţa vitezei specifice a reacţiei de oxidare a funinginii de presiunea parţială a oxigenului.

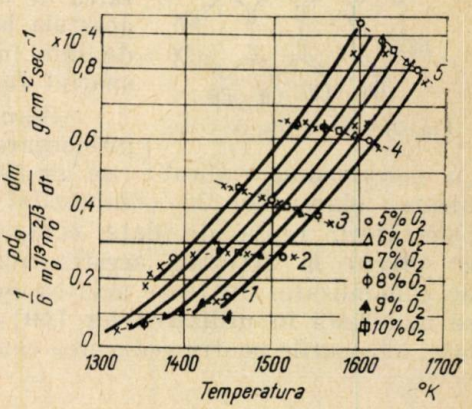


Fig. 7. — Dependenţa vitezei specifice a reacţiei de oxidare a funinginii de temperatură.

energie de disociere mult mai mică decît legătura C—H din combustibil (vezi tabelele 1 şi 2), rezultă că aceştia vor acţiona în primul rînd ca promotori (iniţiatori) ai reacţiilor de ardere în lanţ [141]—[146].

Se pare că în acelaşi sens ar acţiona şi metalele din compuşii organo-metalici, fie în reacţii de tip catalitic:

$$RO_2H + Me^{+n} \rightarrow Me^{+(n-1)} + H^+ + RO_2,$$

$$RO_2H + Me^{+(n-1)} \rightarrow Me^{+n} + OH^- + RO\cdot,$$

fie în reacţii de tipul

$$C_6H_5CHO + Me^{+n} \rightarrow H^+ + Me^{+(n-1)} + C_6H_5CO\cdot,$$

necesitînd în general energii de activare a acestor reacţii în jur de 10 000 cal/mol [2]. În acelaşi timp, compuşii cu azot par a acţiona şi ca inhibitori ai reacţiilor de formare a nucleului grafitic.

O atenţie deosebită se acordă în cazul benzinelor etilate prevenirii depunerii plumbului pe diferitele părţi ale motorului. Din acest punct de

Tabela 1

Variația energiei de disociere (în kcal/kmol) cu natura chimică a legăturii ce se rupe și specia de radicali formați

Natura legăturii chimice / compușii	≡C–H 121÷77	≡C–C≡ (119÷11)											≡C–OH 107÷35	≡C–X 88÷35			≡C–NO_2 57÷52
	–H	$-CH=CH_2$	$-CH_3$	$-C_2H_5$	$-{}_nC_3H_7$	$-COCH_3$	–CHO	$-C_6H_5-CH_2$	$-CH_2=CHCH_2$	$-C_6H_5$	–CN	$-C(C_6H_5)_3$	–OH	–Cl	–Br	–I	$-NO_2$
$HC\equiv C-$	121	–	110	109	106	–	–	–	–	119	–	–	–	–	–	–	–
H_5C_6-	104	101	91	91	88	–	–	76	–	–	124	–	107	88	–	57	–
$H_2C=HC-$	104	101	90	90	87	–	–	–	68,5	101	–	–	–	86	–	55	–
H_3C-	101	90	83	82	79	77	71–75	63	60	91	105	–	90	80	66	54	57
H_3C-H_2C-	98	90	82	82	79	77	71	62	60	91	–	–	90	80	65	51	52
$H_3C-H_2C-H_2C-$	95	87	79	79	76	77	71	59	57,5	88	–	–	92	77	–	50	–
$H_3C-(H_2C)_n-H_2C-$	93–94	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
$H_3C-(H_2C)_{n-1}-HC<_{CH_3}$	88	85	74	75	72	–	–	–	51,5	83	–	–	–	–	–	–	–
$R_1R_2R_3C-$	88	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	11	–	–	–	–	–
$H_5C_6-H_2C-$	77	–	62	62	–	63	–	47	–	–	95	–	73	–	50	39	–
$CH_2=CH-H_2C-$	77	68,5	60	60	57	–	50	–	38	–	92	–	71	58	48	35	–
RO–	99–104	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	35–40	–	–	–	–

vedere, compușii organici cu fosfor au o bună comportare, ușurînd eliminarea acestuia sub formă de ortofosfat [147]—[151].

Tabela 2

Energia de disociere în (Kcal/Kmol)

Natura legăturii chimice	Energia de disociere
O=O	118
HO—H	107
RO—H	99—104
O—H	103
ROO—H	110
R—OOH	79
RO—R	77
RO—NO	35—40
$RO—NO_2$	35—40
RO—OR	31—37
$[(CH_3)_2C(CN)—N=]_2$	31
$(C_6N_5 \cdot COO)_2$	30

Acționarea asupra spațiului de ardere în sensul găsirii unor raporturi suprafață/volumul spațiului de ardere la care există posibilități minime de rupere a lanțului de reacții în fazele intermediare ale procesului constituie o altă posibilitate de preîntîmpinare a formării produselor carburoase. Figurile 8 — 10 ilustrează trei asemenea camere de ardere [152] — — [153], în care s-a obținut arderea completă a combustibililor lichizi grei fără exces de aer ($\lambda=1$) la sarcini termice ridicate (pînă la 10^6 kcal/m^{3}h).

Rezultate interesante s-au obținut și la modificarea compoziției chimice și a stării fizico-chimice a pereților camerei de ardere. Astfel Bradstreet și Rechter [154] comunică obținerea unei arderi complete a combustibilului în motoare în urma injectării și aglutinării în camera de ardere a unei pelicule ceramice formate din CeO_2 (45%), La_2O_3 (22,5%), Nd_2O_3 (17,9%), Pr_6O_{11} (5,7%), ThO_2 (0,75 %), sulfat (calculat în SO_3 1,5%), $Y_2O_3 + Sc_2O_3$ (2,9%), fosfat (calculat în P_2O_5 0,8%) și CaO + MgO (1%).

Cercetări recent întreprinse tind să suprapună peste activarea termică a procesului de ardere, în multe cazuri insuficientă (mai ales pentru combustibilii grei cu o accentuată tendință de formare a produselor car-

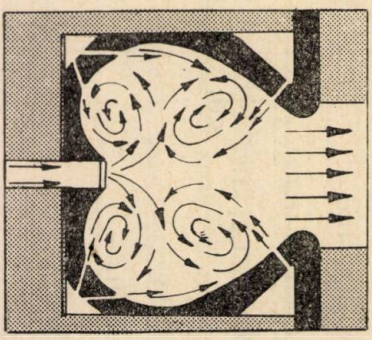


Fig. 8. — Cameră de ardere.

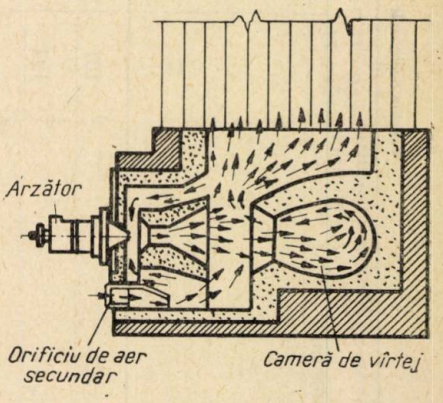


Fig. 9. — Cameră de ardere.

buroase), surse de energie exterioare: descărcarea electrică și energia de vibrație.

Arzătoarele care folosesc descărcarea electrică produsă de o sursă

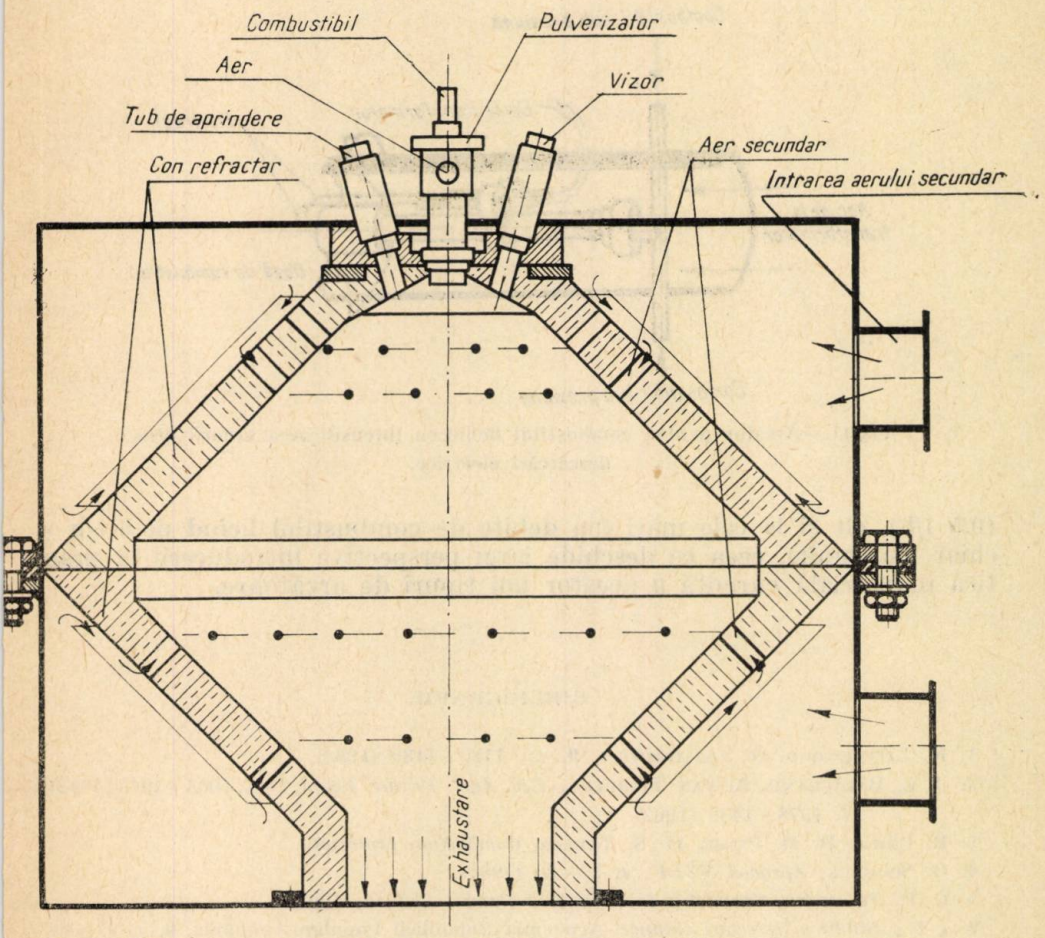


Fig. 10. — Cameră de ardere.

care în general depășește 10 000 V (fig. 11), cu o flacără scurtă incoloră, asemănătoare celei de gaz, deși permit arderea completă a combustibilului lichid, pentru $\lambda = 1$ [155] sînt în general mai puțin folosite.

Se înregistrează, în schimb, o accentuată tendință de folosire a energiei de vibrație atît în așa-numitele camere de ardere vibratorii (pulsatorii), cît mai ales în arzătoarele cu ultrasunete. Stadiul actual al cercetărilor din acest domeniu ne permite să apreciem că intensificarea proceselor de ardere în cîmp ultrasonor se datorește nu numai intensificării schimburilor termice din interiorul flăcării și realizării unei pulverizări mai bune a combustibilului lichid, respectiv o mai bună amestecare a acestuia cu aerul, ci mai ales acțiunii chimice a acestor vibrații asupra

tuturor partenerilor de reacţie în general şi asupra radicalilor şi nucleelor aromatice responsabile de formarea produselor carburoase în flacără în special. Menţionăm că acest efect se semnalează atît la arzătoarele mici

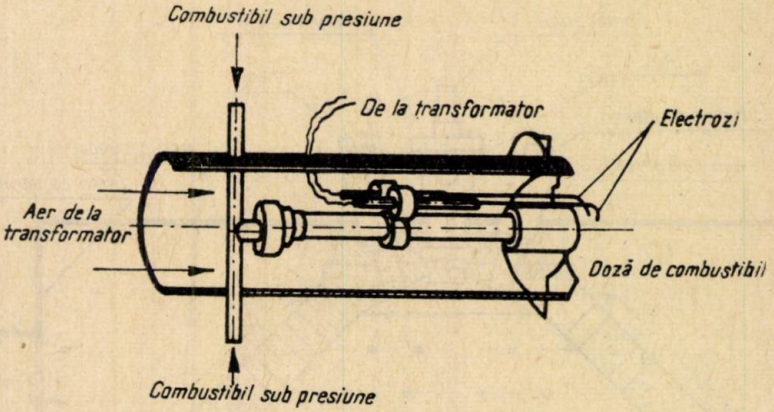


Fig.11.—Arzător pentru combustibil lichid cu intensificarea arderii prin descărcări electrice.

(0,5 l/h), cît şi la cele mari (cu debite de combustibil lichid de 6 t/h şi chiar mai mult), ceea ce deschide largi perspective introducerii în practica industrială curentă a acestor noi tipuri de arzătoare.

BIBLIOGRAFIE

1. K. Littlewood, *Öl und Gasfeuer*, **9**, *12*, 1180—1189 (1964).
2. J. C. Bălăceanu, A. van Tiggelen, *Rev. Inst. France Petrol*, *7—8*, 1003—1015 (1962); *11*, 1378—1430 (1962).
3. B. Lewis, R. M. Pease, H. S. Taylor, *Combustion processes*.
4. O. Schurek, *Zpravod VZLU*, *4*, 27—30 (1964).
5. C. P. Fenimore, *Chemistry in premisced flames*, Oxford, 1964.
6. * * * *Studii şi cercetări chimice*, Academia Republicii Populare România, **8**, *1*, 97—113 (1960).
7. L. Bogdandy, *Z. Elektrochem.*, **66**, *8—9*, 661—666 (1962).
8. I. A. Schneider, *Z. phys. Chem.* (R.D.G.), **220**, *3—4*, 199—209 (1962).
9. W. Benson Sidney, *Developm. Mech.*, vol. 1, New York, 554—562, 1961.
10. K. Littlewood, *Brit. Chem. Engng.*, **9**, *2*, 82—88 (1964).
11. G. Discon-Lewis, A. Williams, *Quart. Revs. London. Chem. Soc.*, **17**, *3*, 243—263 (1963).
12. Н. В. Лавров, *В сборник: Испол. газа в пром-сть*, Ташкент, А. Н. Уз. ССР, 1963, 6—23.
13. Б. М. Дерман, *Тр. Ин-т горючих ископаемых*, А.Н. СССР, **19**, 144—147, 1962.
14. F. S. Rowland, *Tech. Repts. Ser. Intern. Atomic Energy Agency*, **17**, 137—147, 1963.
15. M. Lucquin, *Génie chimique*, **88**, *6*, 190—197 (1962).

16. М. Б. Равичи, *Упрощенная методика теплотехнических расчетов, Теплотехнических расчёты по обобщенным константам продуктов горения*, Наука, 1966.
17. Л. Пеккеря, *Теплотехнические расчёты по приведенным характеристикам топлива*, Энергия, 1966.
18. М. Б. Равич, *Газ. про-сть*, **1**, *46* (1966).
19. В. И. Солонин, В. И. Хвостов, *В сборнике Высокофорсир. Органевые процессы*, 1967, 284—295.
20. В. И. Солонин, В. И. Хвостов, *Теплоэнергетика*, *3*, 68—70 (1965).
21. В. Popa, *Buletinul ştiinţific al I.P.C.*, *9*, 167—75 (1966).
22. * * * *Электро-станции*, *10*, 10—12, 1964.
23. * * * Т. Т. Пеев, *Энергетика*, **17**, *1*, 13—15, (1966).
24. * * * *Газовая промышленность*, *5*, 44—50, (1965).
25. * * * *Öl und Gasfeuer*, **11**, *3*, 230—240 (1966).
26. А. К. Внуков, *Теплоэнергетика*, *9*, 44—47 (1966).
27. * * * *Энергетика*, *3*, 34—35 (1965).
28. * * * *Тр. Всес. н-и инс-та ж-д трансп.*, *264*, 30—40 (1964).
29. * * * *Сб. научн. тр. Гос. н-и и проектн. ин-т металлург. пром-сти.*
30. Ю. П. Басс, *Газ. дело научно-техн. сб.*, *11*, 50—53 (1963).
31. * * * *Installat.-Klempn.-Zentralheizung Bauer*, **20**, *4*, 265—267 (1965).
32. Ole Olson, *Öl und Gasfeuer*, **10**, *10*, 1113—1116 (1965).
33. * * * *Varme*, **30**, *1*, 8—12 (1965).
34. * * * *Varme*, **30**, *1*, 12—16 (1965).
35. П. А. Теснен, *Газ. пром-сть*, *5*, 46—53 (1961).
36. E. C. Rogers, C. E. North, *J. Instn. Plant. Engrs.*, **7**, *12*, 404—409 (1961).
37. * * * *Öl und Gasfeuer*, **10**, *4*, 452—457 (1965).
38. C. Nenițescu, *Chimie generală*.
39. X. Bonne, *Simposion Int. Combustion*, Cambridge, 1964.
40. * * * *Proc. A.P.I. Res. Conf. distil. Fuel Combust.*, 1963, Amer. Petrol Inst. s.a., CP-16.
41. D. I. Heeden, *Verwarm. en ventilat.*, **23**, *1*, 31—42 (1966).
42. K. B. Lee, *Combustion and Flame*, *3*, 137—145 (1962).
43. K. B. Lee, M. W. Thring, J. M. Beer, *Öl und Gasfeuer*, **8**, *7*, 658—665 (1963).
44. Б. Д. Кацнелсон, Я. И. Марожи, *Теплоэнергетика*, *1* (1964).
45. Ю. В. Сницеров, *Химия и технология топли; и масел*, *11*, 55—59 (1961).
46. Л. С. Эскхобс, *5-й Междунар. нефт. конгресс*, *131*, 1959.
47. R. Hurn, *Proc. Amer. Petrol Inst.*, **3**, *40*, 352—357 (1960).
48. И. Ф. Юрченко, *Новость нефт. и газ. техн. нефтепереработка и нефтехимия*, *5*, 24—26 (1961).
49. B. Wislicki, *Techn. lotnicza*, **16**, *8*, 171—178 (1961).
50. А. А. Гуреев, С. М. Лившиц, *Новость нефт. и газ. техн. Нефтепереработка и нефтехимия*, *5*, 24—26 (1961).
51. K. H. Meier, *Brennstoff-Chemie*, **43**, *5*, 129—134 (1962).
52. В. Н. Зрелов, В. М. Мелехин, *Ж. прикл. химии*, **34**, *11*, 2537—2544 (1961).
53. * * * *J. Air Pollution Control Assoc.*, **11**, *4*, 178—186 (1961).
54. К. К. Парок , М. С. Лившиц, *Химия и технология топлив и масел*, *12*, 53—63 (1960).
55. К. К. Папок, *Сгорание и сменеобразование в дизелях*, 1960, 176.
56. G. Mapstone, *J. Inst. Petrole*, **47**, *445*, 35—37 (1961).
57. Obata Takezo, *J. Fuel Soc. Japan*, **39**, *396*, 287—298 (1960).

58. K. C. Salooja, *Combustion and Flame*, **4**, *3*, 193–199 (1960).
59. H. Alexander Popkin, *Leaded gasolines*, pat. SUS, 3034877 din 15.05.62.
60. T. F. Banigan, *Surface ignition suppression*, pat. SUA 2999740 din 12.09.61.
61. C. S. Seanley, S. A. Buckler, *Phosphine-aldehyde derivates as gasoline additives*, pat. SUA 2984551 din 16.05.61.
62. W. S. Young, *Motor fuel composition*, pat. SUA 3007783 din 7.11.61.
63. N. Everett Case, *Leaded gasoline containing phosphorus*, pat. SUA 2984552 din 16.05.61.
64. L. Frederick Jonach, *Improved gasoline fuel components*, pat. SUA 2985578 din 23.05.61.
65. D. Sam Heron, *Antiknock fluids*, pat. SUA 2999739 din 12.09.61.
66. O. Edwin Hook, P. David Tate, *Motor fuel*, pat. SUA, 3023092 din 27.02.62.
67. * * * *SAE Preprints*, 438 A, 8 pag.
68. M. Hamer, *Motor fuel*, pat. SUA, 3037 din 5.06.62.
69. N. Lemmon, *Preparation of lubrificant additive and lubricant composition same*, pat. SUA, nr. 30426613 din 3.07. 62.
70. P. Kirby, *Polymeric materials*, pat. Anglia, nr. 903701 din 15.08.62.
71. H. Stange, *Novel phosphorus compounds*, pat. SUA, nr. 3060008 din 23.10.62.
72. M. Hamer, *Motor fluel*, pat. SUA nr. 3052530 publ. 04.09.62.
73. М. И. Саповалов, *Присадка к сернистому топливу*, пат. СССР, № 157034 опуб. 25.09.63.
74. O. Edwin Hook, P. David Tate, *Phosphorus-containing motor fuel*, pat. SUA nr. 3060009 publ. 23.10.62.
75. E. William Lovett, C. Frank Gunderloy, *Combustion chamber deposit modifiers for leaded gasolines*, pat. SUA, nr. 3070430 publ. 25.12.62.
76. R. Hartle, *Fuel for spark ignition engines*, nr. 3055748 din 25.09.62.
77. M. Grayson, *Method of preparing dichlorides primary phosphine*, pat. SUA. nr. 3074994, din 22.01.53.
78. E. Reid Sutton, L. John Banu, *Gasoline composition*, pat. SUA nr. 3065065 din 20.11.62.
79. D. James Johnson, *Manganese carbonyl polytertiary phosphine compounds*, pat. SUA, nr. 3037038 din 29.05.62.
80. D. Harold Orloff, X. Francisc Markley, *Dimethyl(methylphenyl) phosphites*, pat. SUA nr. 2911431 din 3.11.59.
81. * * * *Preprints Division of Petroleum Chemistry American Chemical Society*, **5**, *1*, 180 (1960).
82. D. Joseph Adenweller, *Process for preparing phenyl phosphorodichloridates*, pat. SUA, nr. 2938048 din 24.05.60.
83. P. John Buckman, *Automobile fuel*, pat. SUA nr. 3034875 din 15.05.62.
84. K. Elles Fields, E. Allen Brehm, *Additive for leaded gasoline*, pat. SUA, 2901335 din 25.08.59.
85. L. James Lauer, *Fuel and lubricant additives for reducing combustion chamber deposites*, pat. SUA, 2962439 din 29.11.60.
86. L. Verner Stromberg, *Ester-amide acide compounds*, pat. SUA, nr. 3037051 din 29.05.62.
87. W. Jack Runkle, *Preparation of aminodiboranes*, pat. SUA, nr. 3031503 din 24.04.62.
88. P. John Buckmann, *Detergent automotric fuel*, pat. SZA, nr. 3011879 din 5.12.61.
89. R. De Gray, *Motor fuel containing substituted oscazoline compounds*, pat. SUA, nr. 3033661 din 08.05.62.
90. D. Donald Enrich, *Novel boron compounds and motor fuel containing the same*, pat. SUA nr. 3011881.
91. Hartley, James, Lumb, Ernest, Colin, *Process for preparing dispersions of boron componds in orls*, pat. Anglia nr. 818047 din 12.08.59.

92. * * * *Patent japonez*, nr. 3036 din 4.04.60.
93. Liao, Chien, Wei, *Liquid fuel containing a boron compound*, pat. Anglia nr. 917651 din 6.02.63.
94. E. Reid Sutton, L. John Bame, *Gasoline composition*, pat. SUA, nr. 3063818 din 13.11.62.
95. R. Stanley Newman, *Fuel composition*, pat. SUA, nr. 2937937.
96. L. James Lauer, *Fuel compositions for spark ignition engines*, pat. SUA, nr. 2918360 din 22.12.59.
97. C. Albert Condo, *Motor fuel*, pat. SUA, 3047374 din 02.03.60.
98. * * * *Improvements in or relating to additives for fuel for eliminating deposites in the combustion chambers of engines*, pat. Anglia, nr. 932773 din 31.07.63.
99. Arkell, Alfred, Chafetz Harry, *Method of preparing a tertiary ester*, pat. SUA nr. 3075004 din 22.01.63.
100. H. Donald Antonsen, *Motor fuel compositions*, pat. SUA, nr. 3001858 din 26.09.61.
101. R. De Gray, *Motor fuel containing substituted oxazoline compounds*, pat. SUA, 303663 din 8.05.62.
102. R. Joseph Boudreaux, *Fuel composition*, pat. SUA, nr. 3019094 din 30.01.62.
103. Henry, Le Boloch, Ives, Peyle, *Carburant pour moteur a deux temps*, pat. Franța, nr. 1259577 din 20.03.61.
104. * * * *Patent japonez*, nr. 12243 din 30.08.60.
105. L. Verner Stromberg, *Acid additives*, pat. SUA, 2993772 din 25.07.61.
106. E. Adlai Michaels, A. Winway, *Gasolines inhibited against the formation of deposits, sludge and varnish*, pat. SUA, nr. 3015546 din 2.01.62.
107. L. Verner Stromberg, *Process of preventing deposits in internal combustion and jet engines employing additives*, pat. SUA, nr. 2993771 din 25.07.61.
108. J. Robert Hartle, *Beta-dicetone*, pat. SUA, nr. 3004070 din 10.10.61.
109. L. Verner Stromberg, *Ester additives*, pat. SUA, nr. 2993773 din 25.07.61.
110. Ilnyckyj Stephan, Rupar, Charles B., *Ethylene-vinyl ester pour depressant for middle distillates*, pat. SUA, nr. 3048479 din 7.08.62.
111. F. Richard Niblett, E. William Lovett, *Motor fuel composition*, pat. SUA, nr. 3054666 din 18.09.62.
112. C. Jess, *Automob. Ind.*, **1**, *9*, 102—103 (1963).
113. Н. Н. Бурсян, В. В. Сипикин, *Способ получения высокооктановых моторных топлив*, Пат. СССР, № 156533, опуб. 28.08.63.
114. Münster Wilhelm Spaeth August Jantsch Franz, *Pat. R.F.G.*, nr. 1142465 din 25.07.63.
115. M. Harry Hartzband, *Pat R.F.G.*, nr. 1149122 din 27.12.63.
116. D. Sacurai, *Pat. Japonia*, nr. 6476 din 13.08.58.
117. R. Mc. Guise, *Fuel oils having improved combustion characteristics*, pat. SUA, nr. 3047373 din 31.07.62.
118. M. Zimmermann, *Pat. R.F.G.*, nr. 1062484 din 14.01.60.
119. N. A. Budkov, *Pat. U.R.S.S.*, nr. 155359 din 17.07.65.
120. P. E. Oberdorfer, *Motor fuel composition*, pat. SUA, nr. 2939774 din 7.06.60.
121. Chien-Wei Liao, *Process for preparing a complex mixture of aliphatic glycol borates*, pat. SUA, nr. 3076013 din 29.01.63.
122. * * * *Pat. R.F.G.*, din 1098763 din 3.08.61.
123. R. De Gray, *Motor fuel composition effective for minimizing the formation of carburator deposits*, pat. SUA, nr. 2956869 din 18.10.60.
124. S. Witz, *Method of preparing boron trialkyl*, pat. SUA, nr. 2891997 din 23.06.59.
125. D. Joseph Odenweller, *Process for preparing phenyl phosphorodichloridates*, pat. SUA, nr. 2939048 din 24.05.60.

126. H. William Schechter, *Preparation of dimethylborane*, pat. SUA, nr. 2938923 din 31.05.60.
127. R. De Gray, S. H. Belden, *Novel borated compounds*, pat. SUA, nr. 3030375 din 17.04.62.
128. S. H. Belden, *Acid treated borated oxazolines*, pat. SUA, nr. 3030374 din 17.04.62.
129. L. Roy Allen, *Improvements in or relating to liquid hydrocarbon fuel*, pat. Anglia, nr. 935729 din 4.09.63.
130. L. Elizabeth Fareri, J. P. Pellegrini, *Liquid hydrocarbon fuel compositions*, pat. SUA, nr. 3070429 din 25.12.62.
131. * * * *Improvements relating to motor gasolines*, pat. Anglia, nr. 920288 din 06.03.63.
132. E. Adlai Michaels, *Gasolines containing polymerie additive agents*, pat. SUA, nr. 3058818 din 16.10.62.
133. B. Eldon Cole, P. M. Niles, *Fuel compositions*, pat. SUA, nr. 3042506 din 03.07.62.
134. E. Robert Malec, *Motor fuel composition*, pat. SUA, nr. 2991162 din 4.07.61.
135. E. G. Lindstrom, M. R. Baruch, *Amino-amide salts of organic monocarboxylic acids as additives for reducing carburator deposits*, pat. SUA, nr. 2922707 din 26.01.60.
136. V. L. Stromberg, *Process of preventing deposits in internal combustion*, pat. SUA, nr. 2993771 din 25.07.60.
137. R. E. Malec, *Motor fuel composition*, pat. SUA, nr. 2991162 din 4.07.61.
138. D. F. Herman, *Fuel composition*, pat. SUA, nr. 2985521 din 23.05.61.
139. * * * Pat. Japonia, nr. 12243 din 30.08.60.
140. R. C. Croft, *Hydrocarbon fuels containing additives for the inhibition of smake formation and carbon deposition in the combustion thereof*, pat. Austria, 219409 din 15.08.57.
141. M. Szwarc, *Chem. Rev.*, **47**, *75*, (1950).
142. P. Grey, A. Williams, *Reactions of free radicals in the gas phase. Chemical Society*, London, 1957.
143. R. Mozaki, P. D. Bartlett, *J. Amer. Chem. Soc.*, **8**, *20* (1946).
144. R. E. Bebbert, K. J. Laidler, *J. Chem. Phys.*, **20**, *524* (1952).
145. T. L. Cottrell, *The Strengths of Chemical Bonds*, London, 1954.
146. A. Trotman-Dickenson, *Gas Kinetics*, London, 1955.
147. M. J. Boegel, *Preprints. Div. Petrol. Chem. Amer. Chem. Soc.*, **4**, *4*, C 23—29 (1959).
148. A. Weber, *Ziegelindustrie*, **14**, *18*, 557—559 (1961).
149. R. E. Jackson-Cox, *Fuel Effic.*, **12**, *2*, 31—33 (1964).
150. W. E. Bettoney, *6 th World Petrol Congr. Francfort/Main*, 1963, sec. 6 /Preprint/ s.a. nr. 22, 19 pag.
151. * * * *The Oil und Gas Journal*, **62**, *12*, 58—59 (1964).
152. K. Zierer, *Öl und Gasfeuer*, **8**, *7*, 650—658 (1963).
153. * * * *Pat. Japonez*, nr. 15917 din 17.12.62 publicat în 23.07.65.
154. S. W. Bradstreet, H. L. Rechter, *Combustion catalysis*, pat. SUA, nr. 2978360 din 4.04.61.
155. А. Г. Члёнов, *Промышленная энергетика* № *4*, 21—27 (1963).

Dr. Ing. H. EDELMANN *Calculul electric al rețelelor interconectate*, București, Edit. tehnică, 1966, 363 p. (trad. din limba germană).

Performanțele calculatoarelor digitale moderne au dat un puternic impuls dezvoltării studiului rețelelor electroenergetice. A devenit posibilă determinarea tuturor parametrilor de regim, cu precizia dorită, pentru rețele oricît de complexe, în diferite regimuri permanente sau tranzitorii care apar în exploatarea sistemelor energetice. Completarea bazelor teoretice ale acestui domeniu se datorește contribuțiilor aduse de electroenergeticieni și de matematicieni. Perfecționarea în continuare a bazelor teoretice în întocmirea unor programe de calcul pentru toate problemele ridicate de practică, adecvate diferitelor tipuri de calculatoare disponibile, va trebui realizată tot prin colaborarea unor specialiști din ambele domenii amintite. Manualul *Calculul electric al rețelelor interconectate* poate sprijini eficient această colaborare, deoarece familiarizează pe electroenergeticieni cu cunoștințele matematice și de teorie generală a rețelelor care fundamentează metodele practice de calcul din domeniul rețelelor de energie, iar caracterizarea sumară a bazelor fizice ale modelelor matematice ale acestor aplicații permite matematicienilor să se orienteze asupra problemelor ridicate de ingineri. Rezolvările date unor clase de probleme specifice sistemelor electroenergetice reprezintă o introducere, utilă atît inginerilor, cît și matematicienilor, în acest domeniu care evoluează rapid.

Pornind de la observația corectă că în studiul sistemelor electroenergetice modelele folosite sînt în general rețele de dipoli, autorul își începe lucrarea cu o caracterizare sumară a dipolilor, iar din teoria generală a rețelelor liniare prezintă topologia rețelelor de dipoli și calculul rețelelor electrice liniare de dipoli. Cum în sistemele electroenergetice apar transformatoare care nu sînt dipoli, autorul indică trei căi pentru generalizarea metodelor specifice rețelelor de dipoli la cazul rețelelor cu transformatoare : echivalarea transformatorului cu o rețea de dipoli, modelarea transformatorului printr-un 2-*n* port și folosirea matricelor de cvasiincidență (matrice de incidență generalizate care iau în considerare rapoartele de transformare).

Structura lucrării reflectă de asemenea o caracteristică a sistemelor electroenergetice, și anume faptul că în numeroase probleme privind rețelele sau regimurile neliniare și nesimetrice intervin numai relațiile dintre tensiunile și curenții din anumite perechi de noduri ale rețelei. Aceste subrețele pot fi considerate ca 2-*n*-porți : folosind metodele de eliminare a variabilelor cu ajutorul submatricelor, se determină matricele caracteristice în raport cu perechile de borne de intrare-ieșire ale unui 2-*n* port, se analizează proprietățile acestor matrice, modificarea acestora la modificarea datelor rețelei și compunerea matricelor caracteristice ale rețelelor compuse din matricele rețelelor componente. Două cazuri particulare de compunere sînt tratate amplu : teoria liniilor omogene reprezentate ca lanțuri de segmente de conductor cu matrice caracteristice cunoscute și teoria sistemelor de componente pentru rețele polifazate.

Capitolul de aplicații care reprezintă mai puțin de 15% din volumul lucrării indică principiile de rezolvare aproximativă (eventual iterativă) a problemelor neliniare ale sistemelor electroenergetice prin reducerea lor la probleme lineare. Astfel, pentru circulația de puteri,

stabilitatea statică și dinamică, funcționarea optimă din punct de vedere economic, redarea modelului matematic și schițarea unor metode de rezolvare (alese din multitudinea de metode oferite de literatura specifică ce se îmbogățește continuu) poate fi considerată o introducere în domeniu, menită să deschidă cititorilor perspectivele aplicării noțiunilor din teoria rețelelor liniare expuse în partea principală a lucrării.

Anexele 1—2 cuprind recapitularea unor cunoștințe de bază din teoria determinanților și matricelor, iar anexele 3—4 tabele cu matricele caracteristice ale $2-n-$porturilor întîlnite mai frecvent și cu scheme echivalente pentru defecte în rețele bi- și trifazate. Reproducerea în anexele 5—7 ale ediției în limba română a unor articole publicate după apariția lucrării în limba germană permite cititorului să-și completeze imaginea asupra contribuțiilor autorului la calculul rețelelor electrice și asupra posibilităților noi de dezvoltare ale acestui domeniu.

Bibliografia cuprinde 105 titluri de cărți și 325 de titluri de articole din reviste, sistematizate corespunzător cu structura cărții, ușurînd astfel documentarea cititorului în domeniile tratate.

Lucrarea se remarcă prin scrupulozitatea în definirea noțiunilor, formularea modelelor matematice și delimitarea domeniilor de aplicabilitate a metodelor de calcul, prin eleganța demonstrațiilor și concizia expunerii.

Datorită unor notații care nu sînt folosite în mod curent și a lipsei unui index de notații este însă îngreuiată consultarea lucrării de către specialiștii dornici să aprofundeze numai anumite capitole. Este de asemenea regretabil că traducătorul nu a reușit să învingă greutățile generate de diferența dintre topica limbii germane și a celei române, precum și de lipsa unei terminologii consacrate în acest domeniu, din care cauză apar numeroase deficiențe stilistice și imprecizii care îngreuiază consultarea lucrării.

În concluzie, considerăm că inițiativa Editurii tehnice de a traduce această carte a fost oportună, întrucît ea reprezintă o contribuție importantă într-un domeniu de mare actualitate.

Acad. prof. Remus Rădulet

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUÉS", SÉRIE ELECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE, TOM. 15, Nr. 3, 1969

G. DRĂGAN

621.3.027.3 : 519.2.621

Contribuții la studiul efectului corona bipolar

În cazul efectului corona bipolar, în care repartiția neuniformă a sarcinilor electrice în jurul conductorilor antrenează o modificare puternică a cîmpului electric, nu se poate adopta ipoteza lui Deutch, conform căreia configurația cîmpului electric rămîne neschimbată, ca urmare a apariției fenomenului de descărcare.

Se prezintă în lucrare ca punct de plecare, relații fundamentale privind efectul corona, obținîndu-se astfel o ecuație diferențială cu derivate parțiale de ordinul al treilea. Prin rezolvarea ecuației se află soluția potențialului într-un punct al spațiului situat între cei doi electrozi. Se dau de asemenea soluții pentru calculul intensității cîmpului electric și al valorii locale a densității sarcinei spațiale.

C. FLUERAȘU

538.311 : 538.542.001.24

O metodă de aproximare pentru determinarea cîmpului electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor cu pereți subțiri

Se arată că se poate determina cîmpul electromagnetic al conductoarelor cu pereți subțiri dacă acestea sînt înlocuite cu conductoare de grosime nulă, dotate cu conductivitate superficială și permeabilitate superficială, sediul unei pînze de curent și a unei pînze de flux magnetic care înlocuiesc global efectul cîmpului din interiorul conductoarelor.

Se deduce un sistem de ecuații integrale pentru densitatea lineică de curent și densitatea lineică de flux magnetic.

Un exemplu de calcul tratat în anexă ilustrează aplicarea metodei.

A. ŢUGULEA şi S. ANTONIU 538.541 : 621.3. 011.2

Utilizarea unei metode variaţionale directe la studiul unui cîmp electric cu simetrie cilindrică

Pentru studiul cîmpului electric laplacian al unui pol cilindric circular de potenţial V_0, situat între două suprafeţe plane paralele şi echidistante cu bazele acestuia, se utilizează o metodă variaţională directă care constă în minimizarea funcţionalei de energie referitoare la domeniul de existenţă al cîmpului. Acest domeniu este împărţit în subdomenii cilindrice avînd ca frontiere suprafeţe de coordonate, în care ecuaţia lui Laplace se poate integra prin metoda separării variabilelor. Pe frontierele astfel introduse, se presupun variaţii polinomiale ale potenţialului, ale căror coeficienţi se determină prin calculul minimului funcţionalei de energie. Metoda este aplicată în două cazuri concrete, rezultatele calculelor fiind comparate cu rezultatele experimentale obţinute pe un model în cuva electrolitică. Se calculează de fiecare dată energia totală a cîmpului electric şi permeanţa geometrică a polului considerat.

M. VASILIU 538.541 : 621.3.011.2

Rezistenţa tranzitorie a unei bobine cu miez masiv plat şi subţire, considerînd curentul de deplasare

Se studiază un model teoretic al unei bobine cu pierderi suplimentare în miezul masiv plat şi subţire, ţinînd seama de curentul de deplasare. Analiza se referă numai la rezistenţa tranzitorie. Se dau expresiile generale ale rezistenţei tranzitorii ca şi expresiile particulare pentru miezuri conductoare şi dielectrice. Analiza evidenţiază comportarea rezistenţei tranzitorii pentru valorile mici de timp, valoarea iniţială şi aspectul continuu sau discontinuu.

A. ŢUGULEA şi C. FLUERAŞU 538.542 : 621.3.025.001.24

Conductivitatea superficială complexă şi permeabilitatea superficială complexă în studiul repartiţiei curentului alternativ în conductoare cu pereţi subţiri

Pentru studiul curenţilor alternativi în conductoare cu pereţi subţiri, paralele, se definesc o conductivitate şi o permeabilitate superficială complexă prin intermediul cărora se ţine seama de repartiţia neuniformă a curentului în grosimea pereţilor. Cu ajutorul acestor mărimi se deduc noi condiţii de trecere pentru cîmp şi se generalizează ecuaţia integrală a lui Manneback.

Se dă un exemplu de aplicaţie a teoriei.

L. BOMPA 538.552.2 : 621.3.013.33.001.24

Studiul influenței parametrilor electromagnetici asupra cîmpului din cuplajul asincron cu ajutorul mașinilor de calcul

În lucrare se analizează soluția cîmpului din indusul feromagnetic, ținînd seama de efectu de margine și în parte de caracteristica de magnetizare. Se studiază influența inducției de excitație, rezistivității electrice și caracteristicii magnetice a materialului indusului, asupra amplitudinilor armonicilor repartiției componentelor cîmpului, cuplului mecanic și adîncimii de pătrundere.

A. NICOLAIDE 621.313.32

Studiul cîmpului electromagnetic în piesele polare masive ale mașinilor sincrone

În acest studiu s-a considerat regimul armonic și s-a extins teoria propagării cîmpului electromagnetic într-o piesă de oțel masiv, de la cazul undei plane la cazul undei cu o distribuție periodică oarecare la suprafața piesei. S-a considerat caracteristica de magnetizare a oțelului exprimată printr-o formulă de tip parabolic.

În studiile experimentale efectuate de autor s-a examinat repartiția inducției magnetice în adîncimea piesei polare masive; astfel de studii nu sînt cunoscute în literatură. De asemenea s-a determinat experimental raportul între reactanța și rezistența unei piese de oțel masiv care se află într-un cîmp magnetic alternativ.

M. MARINESCU și C. SAAL 621.313.37

Forțe de dislocație în motoarele electrice liniare de tip parametric

În funcționarea motoarelor electrice parametrice apar forțe electromagnetice care tind să îndepărteze armătura din poziția sa de echilibru și să o blocheze sub una din perechile de poli. Calcularea acestor forțe, datorite componentei de curent continuu, arată că acestea sînt echivalente cu o forță elastică negativă. În consecință, existența acestor forțe deplasează rezonanța către frecvențe mai joase. Existența lor implică, pentru funcționarea motorului liniar, necesitatea utilizării resoartelor, pentru compensarea și obținerea unei elasticități pozitive. Lucrarea conține calculul analitic al acestor forțe și elaborarea unei metodici de măsurare, începînd cu determinări statice. Se descrie de asemenea dispozitivul experimental utilizat. Rezultatele experimentale sînt ilustrate prin curbe și diagrame, care confirmă concordanța dintre teorie și practică.

G. CARTIANU şi V. I. VLAD 621.392.1

Sinteza şi prelucrarea semnalelor cu discontinuităţi în domeniul timpului

Lucrarea prezentă se ocupă de o metodă generală de sinteză a funcţiilor cu discontinuităţi în domeniul timp. Metoda este bazată pe aproximarea polinomială pe porţiuni a funcţiilor. Sistemul de sinteză se poate realiza cu ajutorul unui calculator analogic. Rezultatele experimentale pun în evidenţă posibilităţile metodei de a genera o mare varietate de funcţii corespunzînd unor procese cu o dinamică largă.

CS. NAGY şi V. CARACUDOVICI 620.9

Aproximarea prin funcţii logistice a unor indicatori de înzestrare energetică

Se propune un procedeu de calculare a parametrilor necunoscuţi, la aproximarea prin funcţii logistice, şi se demonstrează că la abaterile standard mici (ceea ce este în general cazul la prognoze energetice) acest procedeu dă rezultate bune.

I. NISTOR 662.741.3

Cocs-brichete metalurgic din cărbuni necocsificabili
II. Cercetări asupra utilizării cocsului-brichete I.E. în furnale

Se prezintă cercetările experimentale asupra utilizării la un furnal de 250 m^3, a cocsului brichete fabricat prin procedeul dezvoltat la Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

Cocsul brichete (obţinut dintr-un amestec de 65% cocs de fluidizare, 22% cocs de cuptoare verticale şi 13% bitum de petrol), utilizat în proporţie de pînă la 40% din şarja de cocs, a condus la funcţionarea normală a furnalului, cu obţinerea unei productivităţi similare şi a unei creşteri a consumului total de cocs numai cu 5,1%.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista Studii și cercetări de energetică și electrotehnică publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole, numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorilor, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc în tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri, rezumatele în limba română și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

M. ELEFTERESCU 620.9

ECHIVALAREA TEHNICO-ECONOMICĂ A FORMELOR ȘI PURTĂTORILOR DE ENERGIE

Întrucît în ultima perioadă de timp consumul de energie atît pe plan mondial, cît și în diverse țări este într-o continuă creștere, el schimbîndu-și în același timp și structura, rezultă necesitatea stabilirii unei metode de calcul pentru determinarea condițiilor de echivalare a diverselor forme sau purtători de energie.

În lucrare se stabilesc relații care permit luarea în considerare simultan atît a condițiilor tehnice de echivalență, cît și a celor economice.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 455—465, București, 1969

D. GRECOV și I. IORDACHE 536.24: 662.61

SCHIMBUL DE MASĂ ȘI DE CĂLDURĂ ÎN JETURI EVOLUÎND ÎN MEDIU TURBIONAR

Se descrie comportarea jetului axial care expandează într-un mediu turbionat, cînd ajutajul jetului este amplasat în centrul unui turbion tip Rankine.

Pentru acest caz, se prezintă date teoretice și experimentale legate de cîmpurile de concentrație, de viteze și presiuni statice, care scot în evidență procesul de separare a jetului față de mediul ambiant.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p, 467—481, București, 1969

V. V. GHIA și N. LEMNEANU 662.68

INFLUENȚA MEDIULUI BOGAT ÎN OXIGEN ASUPRA ARDERII PICĂTURILOR DE PĂCURĂ

Se determină caracteristicile arderii în mediu comburant îmbogățit în oxigen pentru picăturile mici din diferite sorturi de păcură. Se stabilesc relațiile analitice pentru calculul timpului total de ardere și timpului de ardere a materiilor volatile, în funcție de diametrul inițial al picăturii, concentrația în oxigen a mediului comburant și temperatura ambiantă picăturii.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 483—497, București, 1969

V. PIMSNER și I. MĂRĂCINEANU 536.621.1

TRANSFERUL DE CĂLDURĂ ÎN REȚELELE FIXE DE PALETE CONFUZOARE

Studiul transferului de căldură în rețelele de palete confuzoare, în funcție de parametrii funcționali ai curgerii poate fi efectuat cu suficientă exactitate, utilizînd metoda similitudinii. În lucrare se analizează posibilitățile principiale ale modelării curgerii cu schimb de căldură, particularitățile și servituțile metodei, limitele extrapolării rezultatelor obținute etc. Se determină experimental ecuația criterială a transferului de căldură, evidențiindu-se influența criteriilor Reynolds, Mach, ca și a soluției constructive a rețelei de palete.

St. cerc. energ. electr. Tom. 19, Nr. 3, p. 499—510, București, 1969

V. PIMSNER și ST. ȘTEFAN 621.438

DISTRIBUȚIA VITEZELOR DE IEȘIRE DIN REȚEAUA CIRCULARĂ DE PALETE FIXE CONFUZOARE

Lucrarea studiază distribuția vitezelor în secțiunea de ieșire din rețeaua circulară de palete fixe confuzoare, în funcție de legea de profilare a paletei în lungul razei. Deoarece distribuția vitezelor este influențată de parametrii stratului limită, s-au calculat pe baza metodelor uzuale distribuțiile vitezelor pe intradosul și pe extradosul paletelor. Rezultatele obținute permit stabilirea mai corectă a performanțelor tipurilor de rețele de palete studiate.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 511—523, București, 1969

I. IORDACHE 662.01

DEBITUL DE GAZE RECIRCULATE ÎN CAZUL JETURILOR MĂRGINITE

Analiza teoretică și experimentală a procesului de schimb de masă în jeturile cu viteză ambiantă variabilă mărginite de pereți a permis determinarea unei formule de calcul pentru debitul de gaze recirculate, formulă ce are un grad de precizie mai ridicat decît cele prezentate în literatura de specialitate.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 525—534, București, 1969

I. R. CIRIC 538.65

STUDII EXPERIMENTALE REFERITOARE LA LEVITAȚIA ELECTROMAGNETICĂ A CONDUCTOARELOR SFEROIDALE

În lucrare se introduc și se calculează inductivitățile efective, cu ajutorul cărora se exprimă simplu forțele de levitație electromagnetică care acționează asupra conductoarelor sferoidale situate în cîmpul magnetic cu simetrie axială al unor spire circulare parcurse de curenți alternativi de înaltă frecvență [1]. Sînt prezentate rezultatele experimentale obținute la măsurarea inductivităților efective și a pierderilor prin efect Joule în conductoarele sferoidale induse ; forțele de levitație electromagnetică corespunzătoare se obțin prin derivare grafică.

Rezultatele experimentale sînt comparate cu rezultatele obținute prin calcul numeric, indicîndu-se limitele pînă la care se poate utiliza modelul sferoidului perfect conductor [1].

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 535—551, București, 1969

C. IONESCU

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR AL UNUI SISTEM TRIFAZAT DE CONDUCTOARE SITUATE ÎNTR-UN ECRAN DREPTUNGHIULAR SUBȚIRE, FĂRĂ PEREȚI DESPĂRȚITORI

În lucrare au fost calculate : potențialul vector, cîmpul magnetic și pierderile în cazul unui sistem trifazat de bare, situate în interiorul unui ecran dreptunghiular, subțire fără pereți despărțitori.

Din comparația cu alte moduri de ecranare a rezultat că soluția este avantajoasă pierderile fiind mai mici. S-a stabilit că neuniformitatea repartiției densității de curent pe secțiunea ecranului, chiar pentru ecrane cu grosimea comparabilă cu adîncimea de pătrundere, influențează puțin pierderile, creșterea acestora fiind neglijabilă.

Rezultatele verificării experimentale, care s-a efectuat pentru cîmpul magnetic al unui singur fir ecranat, coincide cu rezultatele calculate, eroarea obținută fiind sub limitele admisibile.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 553—580, București, 1969

AUGUST MORARU

621.314.001: 538.54

METODELE DE STUDIU AL FENOMENULUI DE INDUCȚIE ÎN ECRANELE ELECTROMAGNETICE ALE TRANSFORMATOARELOR

Se analizează posibilitățile oferite și erorile principalelor metode folosite în studiul fenomenului de inducție în ecrane: modelarea analogică, metoda diferențelor finite și metoda analitică. Se dezvoltă o metodă de evaluare a erorii de trunchiere proprie metodei diferențelor finite, bazată pe compararea soluțiilor exacte ale ecuațiilor în diferențe finite cu soluțiile ecuației diferențiale sursă. Se discută rezultatele calculelor efectuate pentru un caz tipic în 3 variante pentru cîte 13 rețele de discretizare diferite indicînd relații optime care asigură o precizie suficientă la aplicarea metodei diferențelor finite.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 581—599, București, 1969

M. POMÎRLEANU

621.316.13.014.3

SELECTAREA FACTORILOR DETERMINANȚI AI VALORILOR CURENȚILOR DE SCURTCIRCUIT

Se analizează atît teoretic cît și practic influențele aproximațiilor curent utilizate de metodele uzuale de calcul ale curenților de scurtcircuit, asupra valorilor acestor curenți, scoțîndu-se în evidență situațiile în care aceste aproximații pot fi făcute fără vreun risc.

St. cerc. energ. electr., Tom, 19, Nr. 3, p. 601—616, București, 1969

CR. VASILIU

621.396.6

SINTEZA ÎN SERIE-PARALEL A FUNCȚIEI DE INTRARE BIPĂTRATICE

Se prezintă structurile, condițiile de realizabilitate și valorile elementelor în funcție de coeficienții, pentru sinteza în serie-paralel a funcțiilor de impedanță bipătratice.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 617—635, București, 1969

M. ELEFTERESCU

620.9

TECHNISCHE-ÖKONOMISCHE ÄQUIVALENZ DER ENERGIEFORMEN ODER-TRÄGER

Da der Weltverbrauch an Primärenergie in der letzten Zeit in merklichem Aufstieg ist, wobei gleichzeitig sich auch seine Struktur ändert, ergibt sich die Notwendigkeit, eine Berechnungsmethode für die Äquivalenz der Energi formen oder träger-auszuarbeiten.

Im Beitrag werden Gleichungen aufgestellt, die es gestatten die Äquivalenzbedingungen sowohl vom technischen, als auch gleichzeitig vom ökonomischen Standpunkt in Betracht zu ziehen.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 455—465, București, 1969

Д. ГРЕКОВ, И. ИОРДАКЕ

536.24: 662.61

ТЕПЛО-И МАССООБМЕН В СТРУЯХ ПРИ ВИХРЕВОМ ДВИЖЕНИИ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Описывается поведение аксиальной струи в завихренной окружающей среде, когда сопло струи находится в центре вихря вида Репкина.

Для этого случая даются теоретические и экспериментальные данные связанные с полями концентрации, скоростей и статических давлений, подчеркивающие процесс сепарации струи по отношению к окружающей вихревой среде.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 467—481, Bucureşti, 1969

V. V. GHIA, N. LEMNEANU

662.68

INFLUENCE DU MILIEU ENRICHI D'OXYGÈNE SUR LA COMBUSTION DE LA GOUTTE DE MAZOUT

Les auteurs déterminent les caractéristiques de la combustion dans un milieu comburant enrichi d'oxygène pour les petites gouttes de différentes espèces de mazout. On établit les relations analytiques pour le calcul du temps total de combustion et du temps de combustion des matières volatiles en fonction du diamètre initial de la goutte, de la concentration de l'oxygène du milieu comburant et de la température de l'ambiance de la goutte.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 483—497, Bucureşti, 1969

V. PIMSNER, I. MĂRĂCINEANU

536.621.1

LE TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES GRILLES D'AUBES FIXES (ACCÉLÉRATRICES)

On analyse les possibilitées d'application de la méthode de la similitude aux écoulements du fluide accompagnés d'échange de la chaleur à travers les grilles d'aubes (accélératrices), de même que les particularités, les avantages et les désavantages de la méthode, les limites d'extrapolation des résultats obtenus, etc. On détermine expérimentalement l'équation des critériums du transfert de chaleur où l'influence du nombre de Reynolds et de Mach, de même que celle de la solution constructive de la grille d'aubes sont mises en évidence.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 499—510, Bucureşti, 1969

В. ПИМСНЕР, С. СТЕРЕ

621.438

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫХОДНЫХ СКОРОСТЕЙ ИЗ КРУГЛЫХ НЕПОДВИЖНЫХ КОНФУЗОРНЫХ РЕШЕТОК

Дается распределение скоростей в выходном сечении круглой неподвижной конфузорной решетки в зависимости от закона профилирования лопатки вдоль радиуса.

Поскольку распределение скоростей зависит от параметров пограничного слоя, вычислялось распределение скоростей, считая пограничный слой по выпуклой и вогнутой сторонам лопатки.

Полученные результаты позволяют получить более точное представление об усовершенствовании рассмотренных лопаток.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 511—523, Bucureşti 1969

I. IORDACHE 662.61

RÜCKLAUFMENGE IN GESCHLOSSENEN STRAHLEN

Auf Grund einer neuen theoretischen Analyse und zum Zweck der Bestätigung der angenommenen Hypothese wurden Versuche über den Mischungsvorgang in geschlossenen Strahlen durchgeführt und dabei eine neue genauere Formel für die Festlegung der Rücklaufmenge gegeben.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 525—534, București, 1969

C. IONESCU 621.3.001: 621.3.018.4: 538.542

CHAMP ÉLECTROMAGNETIQUE QUASI STATIONNAIRE D'UN SYSTÈME TRIPHASÉ DE CONDUCTEURS SITUÉS DANS UN ECRAN RECTANGULAIRE, MINCE, SANS PAROIS

L'auteur a calculé le potentiel vecteur, le champ magnétique et les pertes dans le cas d'un système triphasé de barres,situées à l'intérieur d'un écran rectangulaire, mince, sans parois.

La solution s'avère avantageuse en comparaison d'autres modalités d'écranage, les pertes enregistrées étant moindres. On a établi également que, au cas de la non-uniformité de la répartition de la densité du courant sur la section de l'écran, même pour des écrans ayant une grosseur comparable à la profondeur de pénétration, l'augmentation des pertes est négligeable.

Les résultats de la vérification expérimentale, effectuée au cas d'un champ magnétique d'un seul fil écrané, coïncident avec les résultats calculés, l'erreur obtenue étant inférieure aux limites admissibles.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 553—580, București, 1969

. R. CIRIC 538.65

ÉTUDES EXPÉRIMENTALES CONCERNANT LA LÉVITATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES CONDUCTEURS SPHEROÏDAUX

On introduit et on calcule les inductivités effectives par lesquelles on peut exprimer d'une manière simple les forces de lévitation électromagnétique actionnant sur les conducteurs sphéroïdaux situés dans un champ magnétique à symétrie axiale des spires circulaires parcourues par des courants alternatifs de haute fréquence. On présente les résultats expérimentaux obtenus par la mesure des inductivités effectives et des pertes par l'effet Joule dans les conducteurs sphéroïdaux induits ; les forces de lévitation électromagnétique cor espondantes sont obtenues par dérivation graphique.

Les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats obtenus par calcul numérique, en indiquant les limites d'utilisation du modèle sphéroïdal parfaitement conducteur [1].

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 535—551, București, 1969

A. MORARU 621.314.2.001: 538.54

METHODS FOR THE STUDY OF INDUCTION PHENOÏMENA IN ELECTROMAGNETIC SHIELDS OF TRANSFORMERS

This paper analyses the possibilities and the main errors of the methods used for the study of induction phenomena in screens i.e. the physical modelling, the analogic modelling, the finite difference method and the analytic method. A method for the estimation of the truncating error, characteristic of the finite difference method is developed on the basis of a comparison of the accurate solutions of the finite difference equation with the solutions of the source differential equation. The results of computations performed for a typical case in 3 variants for 13 different gratings are discussed and optimal relations are indicated, which ensure sufficient accuracy when the finite difference method is applied.

St. cerc. energ. electr., tom. 19, Nr. 3, p. 581—599, București, 1969

M. POMÎRLEANU

621.316.13.014.3

SÉLECTION DES FACTEURS DÉTERMINANTS DES COURANTS DE COURT-CIRCUIT

L'auteur analyse du point de vue théorique et pratique l'influence des approximations utilisées par les méthodes usuelles de calcul des courants de court-circuit sur les valeurs de ces courants. On établit les cas où ces approximations peuvent être faites sans aucun risque.

St. cerc. energ. electr., tom. 19, Nr. 3, p. 601—616, Bucureşti, 1969

CR. VASILIU

621.396.6

THE PARALLEL-SERIES SYNTHESIS OF THE BIQUADRATIC DRIVING POINT IMPEDANCE FUNCTIONS

This paper presents the structures, the conditions for achieving them and the element values, in terms of coefficients, for the synthesis of the biquadratic impedance functions.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 3, p. 617—635, Bucureşti, 1969

1969 DEC 1 8

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

DAN TEODORESCU, **Servomotorul amplificației și aplicațiile lui în automatizări**, 1968, 300 p., 22 lei.

M. BRAȘOVAN și E. SERACIN, **Metode noi de proiectare a acționărilor electrice**, 1968, 238 p., 11 lei.

ȘT. N. SĂVULESCU, **Tranziția de la scurgerea laminară la cea turbulentă**, 1968, 312 p., 15 lei.

V. V. GHIA, **Recirculația gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza modală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

GH. CARTIANU, **Modulația de frecvență**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÂNCU, **Modelarea hidraulică în curenți de aer sub presiune**, 1967, 246, p., 11 lei.

AL. NICA, **Sisteme de lubrifiație**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA, OLGA BIȚĂ, **Procese de lubrifiație, frecare și uzură la suprafețele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, **Curgerea nestaționară a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p., 16 lei.

MIRCEA SOARE, **Aplicarea ecuațiilor cu diferențe finite la calculul plăcilor curbe subțiri**, 1968, 623 p., 33 lei.

GH. BUZDUGAN, **Dinamica fundațiilor de mașini**, 1968, 362 p., 24 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicații industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 283 p., 16,50 lei.

I.P.I. — c. 3526

43821

Lei 40.—

F 1736

04

R

REFERALNA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 671–902, Bucureşti, 1969

Comitetul de redacție

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Dr. ing. V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Prof. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Dr. ing. V. PIMSNER;
Dr. ing. C. A. VASILESCU;
Dr. ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan, nr. 236.

F1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 19, nr. 4 1969

SUMAR

Pag.

Institutul de energetică în cei 20 de ani de activitate

R. RĂDULEŢ, Contribuţia Institutului de energetică la dezvoltarea energeticii româneşti în anii puterii populare 675

I. MARINESCU, E. ARIE, I. ADĂMUŢ, A. MORARU, I. CSERVENY, Aportul Institutului de energetică la aprofundarea cunoaşterii ştiinţifice a proceselor din sisteme electroenergetice şi elementele lor componente 691

A. VASILESCU, V. PIMSNER, V. GHIA, D. GRECOV, Contribuţia Institutului de energetică la dezvoltarea cercetării ştiinţifice în termoenergetică şi rodnica sa colaborare cu departamentele industriale 697

I. BERCOVICI, Rolul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în iniţierea şi dezvoltarea cercetărilor de economie energetică în România 705

C. BELEA, N. TĂTARU, S. GHEŢARU, Contribuţia Institutului de energetică la dezvoltarea teoriei sistemelor automate 711

Economie energetică

P. DIMO, Consideraţii asupra generalizării „Analizei nodale": Graful R.E.I. şi imaginea lui 717

E. ARIE, Optimizarea structurii sistemelor energetice prin programarea neliniară asociată unor concepte nodale 725

M. BERCOVICI, AL. SZMUK, Metodă pentru stabilirea structurii industriei de combustibil nuclear în cadrul unui program de perspectivă 733

C. HAIDUC, Model matematic pentru analiza eficacităţii ciclurilor de combustibil nuclear A reactorilor rapizi reproducători 741

Termoenergetică şi termotehnică

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, ST. KOŞA, N. POPESCU, Model pentru calculul procesului de ardere în focarul ciclon orizontal 749

G. SINGER, D. MANOLESCU, Metodă simplificată pentru antecalcularea evoluţiei arderii în flacăra monodimensională 761

C. CRĂCIUNEANU, O. PAVNOTESCU, Încercări de ardere a şisturilor bituminoase în cazane de aburi 769

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, Probleme ale aprinderii şi stabilizării flăcării la arzătoare pentru incinte semiînchise 777

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 671—902, Bucureşti, 1969

Pag.

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. VARTOLOMEI, Stabilitatea flăcărilor difuzive ale jetului de aer într-un curent de gaze combustibile 785
I. NISTOR, Desulfurarea cărbunilor din Valea-Jiului prin separarea centrifugală . . . 793
C. COROIU, Evoluţia structurii chimice a combustibililor solizi în timpul procesului de ardere şi piroliză 801
S. FAUR, ŞT. MANEA, I. MINEA, I. ŞTEFAN, C. A. VASILESCU, Comportarea diverselor tipuri de motorine în motoare cu injecţie directă 807

Electroenergetică şi electrotehnică

A. TIMOTIN, A. ŢUGULEA, Regimul liber cvasistaţionar al cîmpului electromagnetic. Monotonia parametrilor tranzitorii inductivi 819
M. POMÂRLEANU, Studiul pe un model cifric al procesului tranzitoriu de scurtcircuit 831
H. CRISTEA, Transmitanţele şi conceptele figurative nodale ale reţelei electroenergetice 839
C. I. MOCANU, I. CSERVENY, Consideraţii asupra realizării unui model de generator magnetohidrodinamic în circuit deschis 847
A. NICOLAIDE, A. GOGIOIU, M. ŢAŢA, Instalaţie compusă din pompa electromagnetică şi generator magnetohidrodinamic 857
S. GHEŢARU, Hiperstabilitatea blocurilor discrete, liniare, autonome, anticipative . . 871

Note

AL. MIHĂILĂ, D. STOIAN, L. LUCA, Oscilaţii auto-întreţinute la curgerea apă-abur în canale verticale încălzite 879
V. HOFFMAN, A. TODICESCU, Criterii analitice de apreciere a eficacităţii proceselor de evacuare la motoarele cu ardere internă 883
D. MARK, Aspecte statistice şi tehnico-economice în alegerea izolaţiei liniilor electrice aeriene de foarte înaltă tensiune 887

Index alfabetic **899**

BIBLIOTECA CENTRALĂ

Sărbătorind două zeci de ani de existență a Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, revista noastră a căutat să oglindească în acest număr principalele contribuții ale cercetătorilor institutului la dezvoltarea energeticii și electrotehnicii românești, incluzînd o parte din lucrările celei de a XV-a Sesiune anuală de comunicări științifice, închinate acestei aniversări.

Referatele generale, care preced comunicările au urmărit să desprindă, în special, liniile principale de dezvoltare a activității științifice a institutului precum și unele din cele mai importante realizări din ultima perioadă.

CONTRIBUȚIA INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ LA DEZVOLTAREA ENERGETICII ROMÂNEȘTI ÎN ANII PUTERII POPULARE

DE

ACAD. REMUS RĂDULEȚ

La împlinirea a două zeci de ani de la înființarea Institutului de energetică al Academiei este util să prezentăm într-un referat general orientarea și desfășurarea activității sale științifice, elementele ce caracterizează principalele lui realizări, precum și perspectivele pe care le întrevedem pentru viitor.

Cu prilejul aniversării a 25 de ani de la eliberarea patriei noastre socotim că nu e lipsit de interes să evocăm pe scurt și perioada începuturilor în țara noastră.

1. EVOLUȚIA ENERGETICII ROMÂNEȘTI

Problema energiei a constituit o preocupare importantă a tehnicii românești încă de la începutul dezvoltării organizate a acesteia. La cel dintîi congres al inginerilor din România de după primul război mondial, în anul 1921, s-a subliniat că de rezolvarea problemelor energiei în raport cu adevăratele interese românești depinde în mare măsură buna desfășurare a României de mîine. Această afirmație oglindea nu numai importanța pe care specialiștii de frunte ai țării o acordau energeticii, ci și convingerea lor că adeseori modul de exploatare a resurselor energetice ale țării nu era conform cu interesele ei generale.

Încălzitul, de exemplu, era bazat în cea mai mare parte pe lemne, iar instalațiile de ardere erau în marea lor majoritate cu randamente foarte mici. Numeroase întreprinderi industriale utilizau drept combustibil lemnul ca atare, sau mangalul; exploatarea pădurilor era nerațională și deci lemnul nu mai putea constitui pentru mult timp un purtător de energie regenerabil pe măsura consumării lui.

Utilizarea energiei apelor se rezuma la instalații mici, ale unor întreprinderi manufacturiere; centralele hidroelectrice care au apărut la

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 675—690, 1969

începutul secolului al XX-lea, aveau puteri de ordinul unui megawat și nu apelau decît la o mică fracțiune din potențialul hidroenergetic al țării.

Intensificarea treptată a traficului feroviar a condus la dezvoltarea extracției de cărbune, dar industria carboniferă era bazată pe capital străin și dotată cu mijloace tehnice modeste, precum și investiții minime pentru îmbunătățirea calității cărbunilor extrași, prin operații de triere, de hidratare, descenușare și brichetare.

Țițeiul care era cunoscut încă din secolul al XVII-lea, se extrăgea cu găleți din puțuri de mică adîncime, pînă în prima jumătate a secolului al XIX-lea. Forarea de sonde a cunoscut o dezvoltare numai după anul 1880. La începutul secolului nostru, această industrie a trecut practic în posesiunea capitalului străin, ceea ce a condus la creșterea importantă a producției de țiței, dar, în același timp, datorită exploatării nerationale a celor mai productive sonde, la epuizarea zăcămintelor ușor accesibile.

Utilizarea gazelor naturale, în principal pentru încălzit și în unele cazuri pentru necesități industriale, în deosebi în industria sticlei, a început o dată cu forarea primei sonde de gaz metan, la Sărmaș în anul 1908, dar concesionarea către străini a industriei gazului metan a frînat, prin prețuri mari dezvoltarea ramurilor industriale ce ar fi putut utiliza gazul metan drept combustibil sau materie primă.

Primele noastre centrale electrice aveau puteri relativ mici și erau centrale publice, destinate îndeosebi iluminatului electric. Timișoara, de exemplu, a fost primul oraș de pe continent cu străzi iluminte electric, începînd cu anul 1884. Centralele de putere mai mare, pentru alimentarea industriei și îndeosebi a celei petroliere, au apărut abia la începutul secolului al XX-lea, cînd s-a introdus sporadic și transportul la distanță al energiei electrice. Prima linie electrică de interconexiune s-a construit în anul 1898 între centrala hidraulică Sinaia și centrala termoelectrică Doftana, pentru alimentarea regiunii petroliere, cele mai multe întreprinderi industriale continuînd să-și asigure energia electrică necesară prin centrale proprii, de puteri mici și deci nerationale din punctul de vedere al economiei naționale. Astfel repartiția teritorială a centralelor electrice, care nu erau interconectate într-un sistem energetic unic, nu era corelată cu distribuția surselor de energie primară ale țării.

Cele mai vechi publicații tehnice din țara noastră cuprind lucrări privind sursele de energie ale țării și indicații asupra modului rațional de a le utiliza. Încă din deceniul al optulea al secolului trecut, paginile „Buletinului Societății Politehnica", ale „Buletinului Societății române de geografie", ale unor reviste ca „Natura", sau ale „Anuarelor" tipărite prin grija Uniunii uzinelor electrice, cuprindeau studii și date statistice care reflectă un interes susținut pentru rezolvarea problemelor energiei.

După organizarea Secției științifice a Academiei Române, în anul 1879, printre memoriile și lucrările examinate în acest cadru s-au înscris și lucrări cu caracter energetic dintre care citām : „Aplicațiile mecanice ale energiei electrice" (1898) de C. C. Minculescu, specialist care a elaborat mai tîrziu o cunoscută metodă de determinare experimentală mai precisă a echivalentului în lucru mecanic al caloriei, precum și cercetări asupra compoziției chimice a petrolurilor române, de Petre Poni, în 1900, sau „Sonicitatea" de Gogu Constantinescu. Printre membrii Acade-

miei Române au fost alese și personalități cu preocupări pentru energie, iar printre temele pentru premiile Academiei s-au propus și subiecte ca „energia pe care ne-o pot da apele din țară" (1916). Academia Română a început să acorde și burse pentru studiul în străinătate al unor probleme energotehnologice, cum este „Înlocuirea cocsului metalurgic prin gaz metan", sau „păcură sau cărbune metalurgic" (1923).

Înființarea Asociației generale a inginerilor români a dat un nou avînt acestor preocupări. Problema energiei a ocupat un loc central în numeroase fascicule ale „Buletinului" acestei asociații, una dintre ele fiind închinată în întregime electrificării generale a țării. Diferitele aspecte ale problemei energiei au început să fie tratate tot mai des în publicațiile amintite și în altele noi, ca : „Buletinul Institutului meteorologic", revista „Studii tehnice și economice ale Institutului geologic", publicațiile Societății Electrica, „Buletinul Asociației producătorilor și distribuitorilor de energie electrică" (A.P.D.E.) și altele. Energetica a început să intre astfel în sfera de preocupări a unor cercuri tot mai largi, fără însă ca progresele realizate în cunoașterea surselor de energie și a celor mai bune căi de utilizare a lor să atingă nivelul nevoilor țării.

În acel timp, România nu dispunea de o instituție care să reunească aceste sîrguințe disparate ale unor entuziaști ce munceau în cadrul catedrelor din învățămîntul nostru tehnic superior sau în uzine, aveau posibilități de documentare restrînse, nu dispuneau de o bază materială organizată și de ajutoare calificate. Așa cum constată un profesor inginer „mulți oameni de știință și tehnicieni doritori a face cercetări sînt opriți în elanul lor din cauza lipsei unor asemenea instituții", cu speranța că „în țara noastră — unde se cheltuiesc mulți bani și de multe ori pentru scopuri cu totul inutile interesului țării — se vor putea găsi sumele necesare pentru ca o asemenea instituție să poată lua ființă".

Un pas important în această direcție s-a făcut o dată cu înființarea *Institutului național român pentru studiul amenajării și folosirii izvoarelor de energie*, în anul 1928, și a *Comitetului electrotehnic român*, în anul 1927. Institutul de energie amintit, cunoscut sub denumirea de I.R.E., era o asociație care reunea marea majoritate a oamenilor de știință și a tehnicienilor ce lucrau în diferitele ramuri ale energeticii, dar nu dispunea de laboratoare sau stațiuni experimentale și nici de cadre de cercetare proprii. Prin ședințele regulate, pe care le organiza și în care se prezentau și se dezbăteau probleme importante ale energeticii noastre, precum și prin publicațiile sale relativ numeroase, I.R.E.-ul a contribuit, totuși, la formarea unei preocupări de cercetare în energetică. Colaboratorii Institutului au adus un aport aproape în toate ramurile energeticii. Sînt de remarcat studiile referitoare la sursele termo și hidroenergetice și cele ale utilizării lor, ca : evoluția geologică a României ; zăcămintele de cărbuni din România ; înnobilarea ligniților ; considerații asupra utilizării cărbunilor în România ; petrolul și gazele naturale în România, proprietățile generale ale petrolurilor românești și amenajarea căderilor de apă în România, multe dintre acestea avînd caracterul de monografii. În ședințele de referate și rapoarte ale Institutului, în publicațiile sale și în alte publicații de specialitate din țară, s-au ridicat și tratat și probleme energetice complexe, ca : electrificarea și dieselizarea transporturilor pe calea ferată, interconectarea în sistem a producătorilor și consumatorilor de

energie electrică, utilizarea rațională a diferitelor forme de energie, funcționarea rețelelor și a sistemelor electroenergetice, electrificarea rurală, ca și aspecte legate de fabricarea și de funcționarea agregatelor și instalațiilor energetice. Multe lucrări aveau un caracter de economie energetică, unele dintre ele fiind publicate chiar într-o colecție specială de monografii economice și statistice. Delegații Institutului român de energie și ai Comitetului electrotehnic român au luat parte la reuniunile din acel timp ale Conferinței internaționale a marilor rețele electrice (C.I.G.R.E.), ale Comisiei electrotehnice internaționale (C.E.I.) și ale Comisiei internaționale a marilor baraje. Acceptarea de către C.E.I. a propunerii Comitetului electrotehnic român de a adopta „var"-ul ca unitate de măsură a puterii reactive, în reuniunea ei generală de la Stockholm în anul 1930, a confirmat meritele cercetării românești a fenomenelor reactive și deformate.

În condițiile social-economice în care apăruse, Institutul român de energie, nu putea să ducă însă o activitate de cercetare științifică de nivel, unitară și sistematică, orientată spre obiective bine precizate, în vederea aplicării rezultatelor ei în economia țării.

Abia necesitățile impuse de refacerea și dezvoltarea economiei naționale după cel de al doilea război mondial au pus pe primul plan al preocupărilor problemele legate de producția și de utilizarea rațională a energiei. Încă de la prima Conferință națională a Partidului Comunist Român, din anul 1945, s-a subliniat importanța electrificării României, iar în anul 1950 s-a trecut la elaborarea primului plan decenal de electrificare a țării.

Industrializarea socialistă a țării, începută după naționalizarea principalelor mijloace de producție din anul 1948, precum și dezvoltarea rapidă a sectorului energetic ca parte integrantă a industrializării, caracterizează dezvoltarea economiei țării noastre după cel de al doilea război mondial: producția noastră industrială a ajuns ca în anul 1968 să depășească de 13,5 ori producția industrială din anul 1938. Consumul de energie primară, care în anul 1938 a fost de 365 kg de combustibil convențional pe locuitor, s-a ridicat pînă în anul 1968 la 2600 kg, iar consumul de energie electrică pe locuitor și an a crescut în aceeași perioadă de 20 de ori, depășind în prezent media mondială. Puterea instalată a centralelor electrice a crescut în aceeași perioadă de 11,4 ori, astfel că puterea instalată a sistemului electroenergetic național interconectat s-a ridicat la aproape 5000 MW. În același timp puterea unităților electrogene din centrale a crescut de la 3—15 MW la 315 MW, majoritatea agregatelor avînd puteri de peste 50 MW. Energia electrică generată în centralele noastre hidroelectrice, care înainte de război era neglijabilă în bilanțul energetic al țării, e de peste o dată și jumătate din producția noastră totală de energie electrică din anul 1938. Producția noastră anuală de cărbuni a crescut de 6 ori, cea de petrol de 2 ori, iar cea de gaze naturale de 10,8 ori.

Această dezvoltare a energeticii a condus la schimbări în structura și baza energetică a țării, ridicînd probleme noi, variate, tot mai ample și complexe în fața industriei, a proiectării și cercetării. Rezolvarea lor a dus la necesitatea de a se înființa instituții speciale, bine încadrate și cu o bază materială corespunzătoare, care să desfășoare o activitate organizată în domeniile studiului și proiectării energetice.

În acest scop a luat ființă Institutul de studii și proiectări energetice, din care s-a desprins ulterior Institutul de studii și proiectări hidroenergetice; în cadrul lor s-au elaborat studii și proiecte care au stat la baza noilor noastre centrale termo și hidroelectrice sau de termoficare, ca și a rețelelor de transport și distribuție a energiei electrice, prin care s-a realizat sistemul electroenergetic unic al țării. Aceste lucrări au fost sprijinite și completate de unitățile de cercetare ale Comitetului de Stat al Apelor, de cele ale Comitetului Geologic și ale Ministerelor economice ce aveau în grijă identificarea și punerea în valoare a zăcămintelor de combustibil.

Sarcinile de studiu și de cercetare asupra echipamentului energetic au fost preluate pentru echipamentul electrotehnic de către Institutul de cercetări și proiectări electrotehnice, iar pentru cel termoenergetic și hidroenergetic, de către colectivele de studii și de proiectări din unitățile industriale corespunzătoare.

La rezolvarea problemelor concrete, ridicate de exploatarea corespunzătoare a unităților și a agregatelor energetice, a avut o contribuție însemnată Întreprinderea de raționalizări și modernizare a echipamentului energetic.

O contribuție importantă la rezolvarea problemelor ridicate de dezvoltarea energeticii în țară noastră au adus-o cadrele de specialitate din institutele de învățământ tehnic superior.

2. ÎNFIINȚAREA ȘI ORGANIZAREA INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI ȚĂRII

Pentru rezolvarea problemelor de cercetare științifică în vederea sprijinirii dezvoltării rapide a energeticii românești, s-a înființat la sfîrșitul anului 1948 Institutul de energetică al Academiei țării, la scurt timp după reorganizarea Academiei Române.

El a început prin a-și organiza o secție de *electroenergetică* pentru îndeplinirea sarcinilor de cercetare legate de extinderea, interconectarea, funcționarea și automatizarea sistemului electroenergetic — și o secție de *termoenergetică*, îndeosebi pentru cercetările în vederea valorificării combustibililor indigeni în instalațiile energetice și industriale.

Diversificarea economiei energetice a țării a determinat organizarea ulterioară a unei secții de *ardere a combustibililor solizi*.

Ca urmare a nevoii de a aborda și adînci problemele tehnico-economice ale dezvoltării economiei energetice, s-a înființat în anul 1954 secția de *energetică generală* pentru cercetarea problemelor de economie energetică la nivel național.

3. ORIENTAREA ȘI EVOLUȚIA ACTIVITĂȚII DE CERCETARE

Dintre domeniile principale care polarizează cercetarea mondială în energetică relev: integrarea optimă, în circuitul energetic, a surselor de care dispun colectivitățile, procesele și sistemele pentru sporirea eficienței tehnico-economice a instalațiilor energetice; preocupările pentru

transformarea directă, cu randamente mari a energiei primare în energie utilă, în special electrică, precum și cele privitoare la dirijarea automată optimală a proceselor și a marilor sisteme energetice.

Într-o primă perioadă, în care nu dispunea de o bază materială cît de cît corespunzătoare și de un personal destul de calificat și cu experiență în cercetare, cercetările Institutului de energetică au fost orientate în general spre acoperirea nevoilor imediate ale producției, prin rezolvarea unor probleme de interes limitat, ca buna funcționare a anumitor agregate sau instalații energetice, cum a fost studiul motorului GAZ — 67 B, sau studiul termotehnic al cuptorului de clinker „23 August" de la fabrica de ciment Fieni. Pe măsura creșterii forțelor de cercetare și a bazei materiale, precum și a cristalizării unei concepții energetice unitare, s-au putut îmbrățișa principalele probleme ale economiei noastre, de la recenzarea și inventarierea surselor hidroenergetice și termoenergetice ale țării pînă la utilizarea lor rațională. Este caracteristic, de exemplu, modul de atacare de către Institut a problemei utilizării energetice a combustibililor solizi inferiori. Cercetările au privit stabilirea caracteristicilor lor fizico-chimice și energetice, modalitățile de îmbunătățire a acestora, precum și metodele și instalațiile adecvate pentru o utilizare energetică optimă și au condus la realizarea, în colaborare cu unități de cercetare, de proiectare și producție ale departamentelor economice, a unor agregate ca gazogenele pe bază de lignit, focarele cu grătare cu împingerea răsturnată pentru cazane de abur mici, sau cele cu mori ventilator pentru cazane mai mari.

O altă caracteristică a activității desfășurate în Institut constă în inițierea unor cercetări de avangardă pentru condițiile țării noastre, iar în unele cazuri și pe plan mondial. S-au abordat, de exemplu în Institut, pentru prima oară în România, studii legate de introducerea termoficării urbane și industriale; pe baza studiilor desfășurate de cercetătorii institutului, țara noastră a fost una din primele din lume care a utilizat în scopuri energetice și de transport al gazelor naturale, presiunea lor de zăcămînt. Analiza nodală a sistemelor electroenergetice sau principiul mașinilor electrice parametrice cu mișcare rectilinie alternativă, cu multiple aplicații, au fost elaborate tot în cadrul Institutului ca și remarcabilele teorii ale hiperstabilității sistemelor automate neliniare sau ale parametrilor tranzitorii ai circuitelor și liniilor electrice în prezența unor conductori masivi. Ni se pare semnificativ pentru înțelegerea manifestată de Institut față de problemele noi, abordarea încă din 1958, a introducerii surselor de energie nucleară în balanța energetică a țării, iar un an mai tîrziu abordarea și elaborarea unei metodologii de optimizare a bilanțului energetic al țării, problemă care încă nu era rezolvată pe plan mondial.

Spiritul înnoitor al Institutului s-a manifestat și în utilizarea unor mijloace de investigație moderne, cum sînt: cele două mașini analogice de calcul — pe care le-a conceput, proiectat și realizat —, laboratorul de măsurători radiometrice și numeroasele modele fizice, folosite nu numai în cercetările sale, ci și de alte unități de profil cu asistența specialiștilor noștri.

4. ACTIVITATEA GENERALĂ A INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ

În afara muncii directe de cercetare, Institutul a desfășurat activități concretizate prin specializarea unor cadre de cercetare, prin publicarea de monografii și — sub îndrumarea secției de științe tehnice — a două reviste de specialitate de înalt nivel științific, prin organizarea de sesiuni de comunicări științifice sau de consfătuiri tehnice-științifice, prin colaborarea cu instituții de specialitate din țară și din străinătate, precum și prin participarea la acțiuni tehnico-științifice din țară și străinătate.

4.1. Activitatea de ridicare a nivelului profesional

Activitatea de ridicare a nivelului profesional al cadrelor de cercetare s-a desfășurat în institut în special în domeniul doctoratului. Din totalul persoanelor cu studii superioare din Institut, circa 25% au titluri științifice, iar peste 50%, își pregătesc în prezent diferite faze ale doctoratului.

În prezent Institutul poate asigura pregătirea doctoranzilor în specialitățile: Electroenergetică, Electrotehnică, Mașini Electrice, Automatizări, Energetică Generală și Termoenergetică, cu tendința cercetărilor de a se grupa în școli, în jurul unor personalități științifice proeminente.

4.2. Activitatea de publicație

Activitatea de publicație a Institutului a fost concentrată în principal în paginile revistelor „Studii și cercetări de energetică" și „Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série d'électrotechnique et d'énergétique".

Creată în 1951, revista „Studii și cercetări de energetică", numită în prezent „*Studii și cercetări de energetică și electrotehnică*", a reflectat dezvoltarea cercetărilor din institut în perioada 1951—1968. S-au publicat în această revistă pînă în prezent aproape 1000 de articole și note reflectînd principalele preocupări și realizări ale cercetătorilor noștri, precum și ale unor specialiști din învățămîntul tehnic superior sau din alte unități de cercetare sau proiectare, de profil.

Începînd cu anul 1955, Secția de științe tehnice a Academiei Republicii Socialiste România editează revista „Revue d'électrotechnique et d'énergetique", în prezent „*Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série d'électrotechnique et d'énergetique*", în care s-au publicat cele mai importante contribuții aduse în cercetarea de specialitate de către membrii Academiei, de cercetători ai institutului, membri ai corpului didactic și alte cadre de specialitate. Articolele apărute sînt recenzate în revistele de referate și documentația din străinătate, iar Institutul efectuează cu această publicație numeroase schimburi cu reviste străine.

O bogată activitate editorială a fost desfășurată de către colaboratorii institutului în vederea elaborării unor lucrări cu caracter monografic, care sintetizează rezultatele cercetărilor din institut și personale, în di-

feritele domenii ale energeticii. S-au elaborat și publicat 26 de lucrări, în domeniile termoenergeticii, electroenergeticii, electrotehnicii și automaticii.

O selecție a lucrărilor publicate pînă în 1966 este redată în revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică", Nr. 4/1966 iar pentru cele publicate după 1968, în bibliografia ce însoțește acest articol.

4.3. Manifestări științifice

La sesiunile anuale de comunicări științifice ale institutului, care se țin cu regularitate începînd din anul 1955, ajungînd astăzi la cea de-a XV-a sesiune, sînt invitați colaboratori din industrie și specialiști în energetică din țară. Ele urmăresc ca, prin discuțiile purtate, să scoată în relief contribuțiile aduse de autori la rezolvarea problemelor studiate, prin legătura nemijlocită cu specialiștii din exterior, să sprijine orientarea cercetării, iar în urma contractelor stabilite să promoveze colaborări între institut și alte unități de cercetare sau productive.

Institutul a organizat, de cele mai multe ori în colaborare cu alte organizații, sesiuni de comunicări și consfătuiri tehnico-științifice cu o anumită tematică. A organizat în anii 1954 și 1955, în colaborare cu Asociația științifică a inginerilor și tehnicienilor, mai multe consfătuiri pe țară, avînd ca obiect *analiza, normarea și reducerea consumului specific de energie din întreprinderi*, contribuind, prin caracterul științific organizat al acestor acțiuni, la stimularea activității pentru gospodărirea rațională a energiei de toate formele, în întreprinderi.

În anul 1956 a organizat *Consfătuirea privitoare la utilizarea energetică a gazelor naturale*, în cadrul căreia s-au pus în discuție rezultatele cercetărilor privitoare la folosirea presiunii de zăcămînt a gazelor naturale în compresoarele cu jet pentru transportul acestora la mare distanță. Sesiunea a stimulat introducerea în cîmpurile de gaze naturale a compresorului cu jet de gaze și a contribuit la punerea în practică a principiilor elaborate în institut în privința deschiderii orizonturilor de gaze naturale. *Consfătuirea privitoare la electrificarea agricolă și rurală*, organizată de institut în anul 1958, a dezbătut căile pentru realizarea acestei electrificări, iar concluziile ei privitoare la dezvoltarea rețelelor de energie electrică și a aparatelor și instalațiilor ce urmează a se folosi au servit diferitelor organe de stat pentru elaborarea planurilor de dezvoltare în perspectivă.

Studiile privitoare la utilizarea în industrie a căldurii nefolosite au generat *Consfătuirea privind gospodărirea căldurii în industrie*, din anul 1959, care a contribuit la clarificarea metodelor pentru valorificarea pierderilor de căldură rezultate din procesele energetice și tehnologice.

Pentru a pune în discuție problemele folosirii energiei nucleare în centrale electronucleare, a căror necesitate a rezultat și din studiile institutului, el a organizat în anul 1960 sesiunea *Energia nucleară în energetică*. În același an a organizat *Consfătuirea privitoare la unele aspecte ale folosirii ligniților în scopuri energetice*, în cadrul căreia s-au analizat modalitatea și perspectiva utilizării ligniților noștri în scopuri energetice și s-au prezentat unele dintre rezultatele cercetărilor întreprinse în institut în acest domeniu.

În urma rezultatelor obținute în domeniul proceselor din motoarele cu ardere internă și a legăturii de colaborare realizate cu alte colective, s-a organizat la Brașov și București, în anul 1961, *Consfătuirea privitoare la motoarele termice*, în cadrul căreia s-au stabilit direcțiile de dezvoltare ulterioară a cercetărilor.

Institutul a organizat și două manifestări științifice cu participare internațională — și anume *Consfătuirea republicană de motoare cu ardere internă* și Simpozionul privitor la *„Analiza și sinteza rețelelor electrice"*.

Tematica primei manifestări a cuprins un front larg de probleme privind în deosebi procesele energetice din motoarele cu ardere internă; din cele 65 de lucrări prezentate, 45 au autori români, în principal din institut. Tematica Simpozionului „Analiza și sinteza rețelelor electrice" a cuprins probleme din domeniul sistemelor electroenergetice, al sistemelor de comunicații și automatizări, lucrările simpozionului incluzînd 116 comunicări, au fost multiplicate.

Institutul a participat prin lucrări și la sesiuni organizate de asociațiile inginerilor și tehnicienilor, cum au fost sesiunea din anul 1960, privitoare la Energetica eoliană, sau cea din anul 1965, privitoare la Exploatarea autocamioanelor, sau la Conferința națională de electrotehnică, organizată în anul 1964. S-a participat cu referate și comunicări și la alte sesiuni, organizate periodic de către institutele politehnice din București, din Iași și Timișoara, sau de către unități productive, institute de cercetări, de studii și proiectări.

4.4. Colaborări cu foruri științifice din străinătate

Institutul a urmărit realizarea unei strînse legături cu forurile științifice similare din străinătate, continuînd o tradiție stabilită încă de la începutul dezvoltării sale, spre a sprijini cerința îmbogățirii patrimoniului științific și pentru o mai bună cunoaștere directă a cercetătorilor străini. Această legătură a îmbrăcat forme diferite, de la participarea, ca membru colectiv sau prin cercetători, la activitatea desfășurată de foruri științifice internaționale, cum sînt Conferința mondială a energiei, Comisia electrotehnică internațională, Conferința internațională a marilor rețele electrice (C.I.G.R.E.), Congresul internațional de automatică (I.F.A.C.), Conferința internațională de motoare cu ardere internă (C.I.M.A.C.), Conferința internațională de energetică industrială și altele — pînă la schimbul de păreri sau de publicații cu instituții și personalități științifice din țări străine. Prin delegații săi, Institutul a fost reprezentat la sesiuni generale și parțiale ale acestor organisme internaționale, la lucrările diferitelor lor comitete și comisii, unde s-au prezentat comunicări sau s-au făcut intervenții orale, care au fost solicitate pentru o informare de specialitate mai amplă.

Unii dintre oamenii de știință colaboratori ai Institutului au avut sau au sarcini de răspundere în aceste organisme internaționale, ca, de

exemplu, cea de vicepreședinte C.I.G.R.E., deținută de regretatul academicianul C. Budeanu, sau cea de președinte al C.E.I., deținută într-o perioadă statutară de trei ani de directorul institutului, academicianul Remus Răduleț. Alți oameni de știință activează în diferitele comitete de specialitate ale acestor organisme.

Institutul a participat cu comunicări și la alte numeroase manifestări științifice din străinătate, ca, de exemplu, în Republica Democrată Germană la sesiunile Societății pentru tehnica combustibililor, la conferințele de minerit din Freiberg, la cele de electrotehnică ale Congresului societății franceze a electricienilor, la Conferința cadrelor de termodinamică din R. P. Polonia, la sesiunile organizate de Comitetul pentru electrificarea Poloniei, la Conferința internațională de energetică industrială, la sesiunile Conferinței mondiale a energiei și ale Conferinței internaționale a marilor rețele electrice.

Astfel, realizările institutului au început să fie cunoscute și apreciate tot mai bine, iar diferite foruri științifice sau personalități, cum sînt Comitetul Cărbunelui (C.E.E.) al Organizației Națiunilor Unite, Comisariatul Francez al Energiei Atomice — Saclay, și altele, i s-au adresat pentru a obține date referitoare la rezultatele dobîndite în munca sa de cercetare.

În colaborare științifică cu institute similare din țările de democrație populară au fost atacate importante probleme de economie energetică, cum sînt cele privind prognoza necesarului de energie, bilanțul energetic general, optimizarea funcționării sistemelor electroenergetice, mașinilor termice și altele. La cererea partenerilor s-au trimis materiale elaborate, cum sînt cele privind cazanul Vuia, pentru R. P. Ungară, utilizarea energetică a presiunii gazelor naturale și tratarea neutrului rețelelor electrice pentru R. P. Chineză, arderea ligniților pentru R. P. Bulgaria, stabilitatea statică a sistemelor electroenergetice pentru U.R.S.S. și altele.

★

În spiritul tradiției și în cadrul sarcinilor de onoare ale Academiei de a contribui direct la propășirea științei, de a dezvolta și folosi cuceririle acesteia pentru promovarea patrimoniului național, de a întreține și dezvolta relații de colaborare între toți oamenii de știință, Institutul de energetică s-a înscris, în cei 20 de ani de activitate, pe calea indicată de Partidul Comunist Român, a asigurării progresului științific și tehnic, urmărind ca scop principal contribuția sa activă la rezolvarea problemelor majore ale economiei țării.

Eforturile colective entuziaste ale cercetătorilor Institutului, se înscriu în șuvoiul creator prin care întregul popor întîmpină cea de a 25-a aniversare a eliberării patriei noastre, spre a obține noi și importante realizări pentru viitorul luminos al României socialiste, pentru ridicarea la un nivel tot mai înalt a aportului românesc la patrimoniul științei universale.

BIBLIOGRAFIE

ECONOMIE ENERGETICĂ

ARIE ECATERINA, *Méthode iterative nodale pour l'étude économique du développement d'un réseau electrique*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *4*, 675 (1967).

ARIE ECATERINA et A. SOCI, *Méthode de dimensionnement de la réserve de puissance d'avarie, pour l'étude du développement des systèmes électroénergétiques*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 151 (1968).

ARIE ECATERINA, *Choix de la réserve de défaillance, sous-problème de la planification des systèmes énergétiques*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *1*, 161 (1969).

ARIE ECATERINA, *Schémas et images nodales attachés à des problèmes d'optimisation de systèmes énèrgetiques*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 295 (1969).

BERBECEA D., V. CARACUDOVICI, P. DAN, CS. NAGY, G. PANAITESCU, *Matematische Modellierung der Entwicklung des spezifischen Energieverbrauches zum Zwecke der mathematisch-statistischen Energiebedarfsprognose*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 321 (1969).

BERCOVICI M., AL. SZMUK, *Model matematic pentru studierea structurii optime a centralelor nucleare într-un program de perspectivă*, St. cerc. energ. electr., **18**, *3*, 531 (1968).

CARACUDOVICI VICTOR, *Asupra treptei finale a bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 39 (1967).

CARACUDOVICI VICTOR, D. SPIRIDON, V. COZELCIUC, *Rezultate de sinteză în inventarierea resurselor hidroenergetice teoretice ale cursurilor de apă interioare din Republica Socialistă România*, St. cerc. energ. electr., **17**, *2*, 243 (1967).

CARACUDOVICI V., *Folosirea corelațiilor multiple pentru fundamentarea prognozelor în domeniul consumului de energie*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 241 (1969).

DIMO PAUL, *Graphes R.E.I. et leurs images nodales*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 274 (1969).

ELEFTERESCU M., *Echivalarea tehnico economică a formelor și purtătorilor de energie*, St. cerc. energ. electr., **19**, *3* (1969).

HAIDUC C., AL. SZMUK, *Modelul matematic pentru analiza eficacității ciclurilor de combustibil nuclear*, St. cerc. energ. electr., **18**, *4*, 741 (1968).

KOVÁCS ST., *Energetische Kennziffern zur Charakterisierung der Struktur der allgemeinen Energiebilanz*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. Energ., **12**, *1*, 129 (1967).

KOVÁCS ȘT., *Definirea unitară prin indicatori tehnico-economici curent utilizați a caracterului energointensiv al unor consumatori*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 247 (1968).

KOVÁCS ȘT., *Analiza aspectelor interșanjabilității purtătorilor de energie în vederea stabilirii principiale a ponderii în balanța energetică a consumatorilor ce nu admit interșanjabilitatea*, St. cerc. energ. electr., **18**, *3*, 521 (1968).

LICIU N., *Optimizări în energetică prin utilizarea dualității în problemele extremale*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 233 (1968).

NAGY CS., *Mathematische Modellierung der Entwicklung des Energiebeda rfes*, Rev. Roum. Sci Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 139 (1968).

NAGY CS., V. CARACUDOVICI, *Faktoren die die Qualität einer energetischen Zeitreihenprognose bestimmen*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et energ., **13**, *4*, 671 (1968).

PAP AL., *Die Optimierung der Struktur des Internationalen Brennstoffaustauches durch Optimierung des Jahresplanes für Versorgung der Volkswirtschaft mit Brennstoff und Energie.*, Rev. Roum. Sci. Tech., Electrotechn. et Energ., **19**, *3* (1969).

Soci Antoaneta, *Influența interconexiunii sistemelor electroenergetice asupra siguranței lor de funcționare*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 67 (1967).

Soci Antoaneta, *Influența instalațiilor de automatizare asupra siguranței de funcționare a elementelor sistemelor electroenergetice*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 283 (1968).

ELECTROENERGETICĂ ȘI ELECTROTEHNICĂ

Adămuț I., *Metode analogice de rezolvare a ecuațiilor telegrafiștilor generalizate de ordinul unu*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 357 (1969).

Antoniu S. I., J. Adămuț et I. N. Damian, *Contribution au problème de la détermination du temps de propagation sur une chaine finie de quadripôles à l'aide d'un calculateur électronique digital*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 199 (1968).

Apetrei Constantin, *La synthèse de l'ensemble système d'excitation — machine synchrone — système énergetique dans le cas des régimes dynamiques*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *4*, 571 (1967).

Apetrei C., I. Beștea, M. Dogaru et Gh. Nițu, *La vitese de réponse de l'excitation de la machine synchrone. Définition et méthode de détermination*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 215 (1968).

Apetrei C., *Interdependența între parametrii și caracteristicile de funcționare în mașinile asincrone*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 181 (1969).

Arie Ecaterina, *Synthèse d'une matrice d'admittances de transfert des mailles utilisable à l'analyse des réseaux électriques avec réglage de tension*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *3*, 475 (1967).

Bălă V. Constantin, *Predeterminarea caracteristicilor de funcționare ale oscilomotorului electromagnetic axial*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 171 (1967).

Bălă V. Constantin, Țugulea A., *Efectul pelicular tranzitoriu și parametrii tranzitorii ai barelor conductoare masive de secțiune dreptunghiulară așezate în crestăturile mașinilor electrice*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 621 (1967).

Беля К., *Коммутация линейных параметрических систем*, Rev. Roun. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *3*, 449 (1968).

Belea C., *Programarea la mașinile electronice de calcul*, Ed. Militară București, 1969.

Dimo Paul, *Les deux concepts figuratifs de l'analyse nodale des réseaux d'énergie*, R.G.E. (1 Janvier) Paris, 1967.

Dimo Paul, H. Cristea, *Utilizarea conceptelor figurative în analiza automată a comportării sistemelor electroenergetice*, Energetica, *10* (1968).

Dimo Paul, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Ed. Academiei, 1968.

Dimo Paul, *Nodal analysis and flow graphs in the direct study of power systems*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et energ., **14**, *3*, 485 (1969).

Drăgan Gleb, *De l'utilisation des méthodes des probabilités et de la statistique mathématique pour l'étude des phénomènes de technique des hautes tensions*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *4*, 619 (1968).

Drăgan Gleb, *Asupra ecuației integrale a descărcării corona în cazul unui cîmp cilindric coaxial*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 85 (1968).

Ghețaru Sorin, *Some remarks on combinations of hyperstable blocks*. Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 287 (1968).

Marinescu M., St. Doboș, I. Minea, *Procese de reducere catalitică a oxigenului în pila de combustie pe suport de cărbuni special tratați*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 427 (1969).

MARINESCU M., C. SAAL, *Dislocation forces in the electrical linear motors of parametric type*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *3* (1969).

MOCANU C. I., *Contribution à l'étude de la conduction électrique dans le plasma*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *1*, 37 (1969).

MORARU AUGUSTIN, *Démarrage et marche du micromoteur synchrone monophasé*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *4*, 549 (1967).

MORARU AUGUSTIN, *Finite difference equations for magnetic fields in nonlinear media*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 37 (1968).

MORARU A. et Z. M. VINTER-ZORZOR, *Le remplissage optimal de la colonne du transformateur avec des tôles normalisées*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 235 (1968).

MORARU A., *On the magnetic calculation of the teeth with variable cross-section*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *3*, 405 (1968).

MORARU A., *Contribuții la teoria motorului electromagnetic cu mișcare lineară. Ecuații și caracteristici de funcționare*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 315 (1969).

OPRIȘAN POMPILIU, *Amortizarea oscilațiilor curentului din indusul motorului sincron la funcționarea în regim de sarcină variabilă periodic*, St. cerc. energ. electr., **17**, *4*, 705 (1967).

OPRIȘAN P., *Atenuarea pendulațiilor rotorului motorului sincron la funcționarea în regim de sarcină variabilă periodic*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 135 (1969).

POMÎRLEANU M., *La construction directe des schémas equivalents réduits des réseaux électriques*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *3*, 459 (1968).

POMÎRLEANU M., *Selectarea factorilor determinanți ai valorilor curenților de scurt-circuit*, St. cerc. energ. electr., **19**, *3*, (1969).

POPOV M. VASILE, *Incompletely controllable positive systems and applications in optimisation and stability of automatic control systems*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *3*, 337 (1967).

RĂDULEȚ REMUS, AL. TIMOTIN, *Le régime transitoire de l'échauffement électrique des barres homogènes par tronçons*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *1*, 3 (1967).

RĂDULEȚ REMUS und ALFONS IFRIM, *Über den momentanen Verlustfaktor körperlicher, stromdurchflossener Leiter*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 173 (1968).

RĂDULEȚ REMUS, TIMOTIN A. et ȚUGULEA A., *Réseaux thermiques et de diffusion en régime variable*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 229 (1969)

RODEANU E., *Discriminator de bandă largă realizat cu amplificator operațional*, St. cerc. energ electr., **17**, *2*, 412 (1967).

RODEANU EMILIAN, *Discriminator de bandă largă cu reacție pozitivă*, St. cerc. energ. electr., **17**, *4*, 815 (1967).

RODEANU E., *Wideband discriminators with feedback*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 3 (1968).

TĂTARU NICOLAE, *Analyse eines Systems mit automatischer Optimierung mittels eines Analog-Modells*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *1*, 75 (1967).

— *Optimalwert-Selbstregelung eines Systems das Strörungen geringer Intensität unterworfenist*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *3*, 399 (1967).

TĂTARU N. N., *Automatische Optimierung eines Systems, das verhältnismässig leicht messbaren Störungen grosser Intensität ausgesetzt ist*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 85 (1968).

TIMOTIN ALEXANDRU, *Uniqueness of solutions and power computation in the quasi-stationary electromagnetic field of a parallel conductor system*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *1*, 23 (1967).

TIMOTIN ALEXANDRU, ȚUGULEA A., *Parametrii tranzitorii longitudinali ai liniilor coaxiale*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 577 (1967).

TIMOTIN AL., *Longitudinal transient parameters of a unifilar line with ground return*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *4*, 523 (1967).

TIMOTIN A. and ȚUGULEA A., *Transient parameters of a coil with eddy-current losses*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 183 (1969).

ȚUGULEA A., AL. TIMOTIN, *Shielding of parallel conductors by electromagnetic shields in the form of a rectangular prism sheath*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *3*, 437 (1967).

ȚUGULEA A., MORARU A., C. V. BĂLĂ, *Cîmpul electromagnetic și pierderile suplimentare în transformatoarele electrice cu cuva ecranată*, St. cerc. energ. electr., **18**, *4*, 819 (1968).

VARTOLOMEI MIHAI, *Studiul ansamblului proces calculator de comandă prin modelare pe un calculator numeric universal*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 481 (1968).

VARTOLOMEI M., *Asupra bilanțului de timp al calculatorului industrial*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 217 (1969).

TERMOENERGETICĂ ȘI TERMOTEHNICĂ

ANTONESCU NICOLAE, I. RĂDULESCU, *Contributions to the completing of the model of ignition stabilization with recirculated gases*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *2*, 319 (1967).

ANTONESCU N., RĂDULESCU I., *Stabilitatea flăcărilor turbionare în incinte răcite*, St. cerc. energ., **18**, *2*, 303 (1968).

ANTONESCU N., RĂDULESCU I., *Stabilitatea și lungimea flăcării turbionare la variația caracteristicii geometrice a sistemului arzător-focar*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 267 (1969).

BARBEȘCU B., *Schimbarea încărcăturii ciclindrului motorului diesel în patru timpi cu supraalimentare înaltă*, St. cerc. energ. electr., **18**, *3*, 577 (1968).

BĂRĂNESCU GEORGE, B. GRÜNWALD, T. DUDAȘ, A. MANOLE, *Calculul procesului de schimbare a încărcăturii cilindrului în motoarele cu ardere internă cu considerarea oscilațiilor din conductele de distribuție a gazelor*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 517 (1967).

BĂRĂNESCU G., A. MANOLE, R. MANIȚIU, A. MANEA, *Calculul proceselor din pompa de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse*, St. cerc. energ. electr., **18**, *3*, 591 (1968).

BĂRĂNESCU G., T. DUDAȘ, B. GRÜNWALD, N. APOSTOLESCU, GH. CAZAN, A. MANOLE, GH. ZĂTREANU, GH. BORILĂ, C. DOBRE, R. MANIȚIU, T. TARAZA, A. MANEA, *Cercetări experimentale privind procesele caracteristice ale pompei de injecție cu distribuitor rotativ și pistoane opuse*, St. cerc. energ. electr., **18**, *4*, 753 (1968).

CARABOGDAN ION, *Dependența vitezei de ardere a particulei de natura combustibilului solid*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 89 (1967).

CARABOGDAN ION, *Beziehungen zwischen der Verbrennungsgeschwindigkeit von Partikeln fester Brennstoffe und dem Sauerstoffgehalt des umgebenden Raumes*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **12**, *2*, 279 (1967).

CARABOGDAN I., *Corelația dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid și viteza relativă mediu-particulă*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 343 (1968).

CARABOGDAN I., PĂNOIU N., *Bazele teoretice ale aprinderii și arderii combustibililor solizi*, Ed. Acad., 1969.

CRĂCIUNEANU CONSTANTIN, *Focare moderne cu ardere sub presiune*, Centrul de Documentare Tehnică, 40, 1969.

CSERVENY IULIU, *Berechnungsmethode der Universalcharakteristik einer mit veränderlichem Beaufschlagungsgrad arbeitenden axialen Turbinenstufe*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., **13**, *4*, 649 (1968).

DĂNILĂ NICOLAE, D. GRECOV, *The optimum compression degree of the gas turbine cycle in nuclear power plants*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electroenerg. et Energ., **12**, *1*, 87 (1967).

DĂNILĂ NICOLAE, D. GRECOV, *Probleme ale optimizării parametrilor ciclului instalației de turbine cu gaze în cadrul centralei electronucleare*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 109 (1967).

DĂNILĂ N., und A. LECA, *Exergetische Untersuchung des regenerativen Kreislaufs von Dampfkraftwerken*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 105 (1968).

DĂNILĂ N., D. GRECOV, *Metodă pentru determinarea temperaturii finale de preîncălzire regenerativă în centrale termoelectrice cu supraîncălzire intermediară*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 561 (1968).

FAUR S., *Folosirea amestecurilor de motorină și petrol în motorul diesel. Determinări de laborator și încercări experimentale. Concluzii generale*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 533 (1967).

FAUR S., *Contribution à l'utilisation des fractions du type pétrole au moteur à allumage par compression*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *1*, 117 (1968).

FAUR S., MANEA ST., MINEA I., C. A. VASILESCU, *Influența unor valori ale indicilor de calitate ai motorinelor asupra comportării acestora în motorul Diesel*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 39 (1969).

GHIA V. VICTOR, N. LEMNEANU, *Computation method for the actual coefficient of discharge in the case of spill pressure-jet atomizers*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et energ., **12**, *1*, 99 (1967).

GHIA V. VICTOR, D. GRECOV, *Parametrii optimi ai cuptoarelor cu recirculație a gazelor prevăzute cu recuperatoare*, St. cerc. energ. electr., **17**, *2*, 293 (1967).

ГИЯ ВИКТОР, В., ДАМИАН ГРЕКОВ, *Оптимальные параметры при применении рециркуляции газов и рекуператоров в промышленных печах*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. Energ., **12**, *2*, 311 (1967).

GHIA V. VICTOR, *Recherches concernants la modernisation des bruleurs pour les fours des raffineries du pétrole*, La V-e Conférence sur la production et utilisation de l'énergie industrielle, Prague, 1967.

GHIA V. V., N. LEMNEANU, *Pulsațiile jetului pulverizat la injectoarele cu cameră de turbionare*, St. cerc. energ. electr., **17**, *3*, 567 (1967).

GHIA V. V., LEMNEANU N., *Cercetări privind arderea picăturilor de reziduu fenolic*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2* (1968).

GHIA V. V., *Recirculația gazelor la cuptoare*, Ed. Academiei, 1968.

GHIA V. V., LEMNEANU N., *Influence du comburant sur les temps de combustion des gouttes de mazout et de résidu phénolique*, Rev. Generale de Thermique, **86**, *165* (1969).

GHIA V. V., JIANU C., *Calculul coeficientului de debit la injectoarele cu cameră de turbionare și retur frontal*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 3 (1969).

GRECOV D., E. DĂMĂCEANU-GUȚU, D. COSTEA, *Determinarea valorilor instantanee ale emisivității și temperaturii în flăcări difuziv turbulente*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 13 (1968).

GRECOV D., IORDACHE I., ANTONESCU N., *Arderea combustibililor gazoși*, Ed. Academiei, 268 (1969).

GRECOV D., EL. GUȚU-DĂMĂCEANU, *Modelarea proceselor de stabilizare a flăcărilor difuzive în cazul jeturilor încrucișate*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 25 (1969).

HAIDUC C., VIDICAN P., *Thermodynamic analysis of nuclear power station cycles with gas-cooled reactors*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 327 (1968).

HAIDUC C., VIDICAN P., *Metoda și rezultatele analizei termodinamice a ciclurilor centralelor nucleare-electrice cu reactori răciți cu gaz*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 77 (1969).

IORDACHE I., *Stabilitatea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite de pereți*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 13 (1969).

IORDACHE I., *Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial simetrice în echicurent mărginite de pereți*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 61 (1968).

IORDACHE I., *Debitul de gaze recirculate în cazul jeturilor mărginite*, St. cerc. energ. electr., **19**, *3* (1969).

PĂNOIU NICOLAE, *Geschwindigkeitseinfluss des Mitführmediums auf die Abscheidezeit der festen Suspension in der horizontalen Zyklonfeuerung bei isotermischem Betrieb*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *4*, 669 (1967).

PĂNOIU N., *Influența concentrației combustibilului asupra funcționării focarului ciclon orizontal în regim izotermic*, St. cerc. energ. electr., **18**, *3*, 625 (1968).

PĂNOIU NICOLAE, *Einfluss der physikalischen Merkmale fester Suspensionen auf den isothermischen Zweiphasenbetrieb der horizontalen Zyklonfeuerung*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *4*, 635 (1968).

PĂNOIU N., GRECOV D., C. UNGUREANU, G. SINGER, I. CARABOGDAN, *Instalații de ardere*, Ed. Technică, 520, 1968.

PIMSNER V. et I. MĂRĂCINEANU, *Les critériums Reynolds et le transfert de la chaleur dans l'aubage fixe de la turbine*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *3* 511 (1968).

PIMSNER V., *Considerații privind stabilirea performanțelor turbinei cu gaze în circuit închis*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 57 (1969).

PIMSNER V., I. MĂRĂCINEANU, *Transferul de căldură în rețelele fixe de palete confuzoare*, St. cerc. energ. electr., **19**, *3* (1969).

RĂDULEȚ REMUS, S. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *Réseaux thermiques et de diffusion en régime variable*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 229 (1969).

TEODORESCU L., *Influența geometriei secțiunii de curgere la acul pulverizatorului asupra stabilității proceselor de lucru la injector*, St. cerc. energ. electr., **18**, *2*, 313 (1968).

VASILESCU CĂLIN ADRIAN, *Teoria diagramei entropice cu axe curbe pentru unitatea de cantitate de substanță*, St. cerc. energ. electr., **17**, *2*, 271 (1967).

VASILESCU CĂLIN ADRIAN, V. PIMSNER, *Über eine Methode zur Berechnung von Gasturbinenkreisslaufen*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **12**, *4*, 633 (1967).

VASILESCU CĂLIN ADRIAN, V. PIMSNER, *Transformări energetice în amestecuri de gaze de ardere și apă*, St. cerc. energ. electr., **18**, *1*, 37 (1968).

VASILESCU CĂLIN ADRIAN, *Das Entropiediagramm zur Berechnung der Zustandsänderung und von Gasmischungen vollkommener Gase*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 301 (1968).

VASILESCU C. A., I. ȘTEFAN, N. STOICA, *Influențe ale formei camerei de ardere tip pană asupra performanțelor motorului cu aprindere prin scînteie*, St. cerc. energ. electr., **18**, *4*, 767 (1968).

VASILESCU C. A., N. STOICA, *Cercetări privind unele procese termice din motoarele cu aprindere prin scînteie prevăzute cu cameră de ardere în piston*, St. cerc. energ. electr., **19**, *1*, 65 (1969).

VASILESCU C. A. et V. PIMSNER, *Ejecteurs pour l'entraînement des gaz pétroliers*, Rev. Roum. Sci. Techn., Electrotechn. et Energ., **14**, *2*, 267 (1969).

VASILESCU C. A., *Unele pobleme ridicate de procesele din motoarele diesel înalt supraalimentate*, St. cerc. energ. electr., **19**, *2*, 255 (1969).

APORTUL INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ LA APROFUNDAREA CUNOAȘTERII ȘTIINȚIFICE A PROCESELOR DIN SISTEME ELECTROENERGETICE ȘI ELEMENTELE LOR COMPONENTE

DE

M. MARINESCU, E. ARIE, I. ADĂMUȚ, A. MORARU și I. CSERVENY

Creșterea rapidă a consumului de energie electrică și mărirea exigenței consumatorilor în privința calității furnizării energiei a determinat schimbări importante ale structurii sistemului nostru electroenergetic național în etapa din 1960 pînă în prezent în raport cu prima etapă a planului de electrificare : mărirea gradului de interconexiune a centralelor cu mărirea gradului de buclare a rețelei, creșterea puterii unitare a grupurilor, introducerea tensiunilor de 220 kV și 400 kV, mărirea gradului de automatizare. Aceste schimbări ale structurii sistemului electroenergetic și cele ce se prevăd în următorii 5—10 ani, au făcut necesare cercetări aprofundate privind procesele ce se desfășoară în sistemul electroenergetic în ansamblul său, ținînd seama de complexitatea actuală, și în elementele sale componente, inclusiv agregatele de foarte mare putere, pentru a putea pune la dispoziția proiectanților și a specialiștiior din exploatare, elemente de bază pentru a răspunde cerințelor ridicate de practică.

Mărirea complexității sistemului electroenergetic național a ridicat cercetării problema folosirii eficiente a calculatoarelor electronice pentru proiectarea și conducerea sistemului electroenergetic. Pornind de la rezultatele obținute prin introducerea metodelor grafice de analiză nodală Paul Dimo atît în cercetare, cît și în practica unităților din Ministerul energiei electrice pentru caracterizarea sintetică a stărilor sistemului și pentru sugerarea intuitivă a căilor de evitare a stărilor periculoase, s-a trecut la studiul posibilităților de asociere a graficelor la calculele efectuate cu calculatoare electronice. După elucidarea unor probleme legate de reducerea schemelor, considerarea sistemelor interconectate, standardizarea și interpretarea graficelor, s-a ajuns la concluzia utilității a 2 concepte figurative tipizate : schema radială R.E.I. și imaginea nodală, în toate problemele privind funcționarea sistemelor electroenergetice. În ultima perioadă s-a trecut la cercetarea teoretică și experimentală a

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 691—696, 1969

posibilităților de realizare pe baza unei invenții românești a unor dispozitive „console de vizualizare" permițînd trasarea automată pe un ecran a imaginilor nodale cercetate care în acest an se găsește în stadiul construirii, în colaborare cu I.S.P.E. a instalației pilot pe baza rezultatelor favorabile obținute în prima fază a cercetării. În paralel continuă cercetări teoretice care au ca obiect generalizarea metodelor de vizualizare ca mijloc eficient de „dialog" între operator și calculatorul electronic, în studiul economic al sistemelor energetice, precum și în alte probleme cu caracter economic.

Punîndu-se problema ridicării gradului de automatizare al conducerii sistemului electroenergetic, prin introducerea în exploatare a unei instalații automate pentru controlul schimburilor de puteri, al reglajului frecvenței și al repartizării sarcinii pe centralele reglante, au fost efectuate cercetări privind tipul și parametrii acesteia. În cursul acestor cercetări au fost elucidate aspecte noi privind : perturbațiile cu caracter fluctuant ce apar în sisteme electroenergetice, studiul experimental pe sistem și pe modele analogice al efectelor acestor perturbații asupra sistemului electroenergetic, identificarea caracteristicilor sistemului și calitatea reglajului automat în prezența fluctuațiilor de putere.

Contribuțiile aduse în acest domeniu au fost apreciate în cadrul grupelor de lucru ale C.I.G.R.E. și comisia de studiu de specialitate din C.A.E.R.

Studiul regimurilor de avarie a constituit o preocupare aproape continuă a cercetătorilor din institutul nostru. S-au elaborat o serie de modele cifrice și analogice de studiu al stabilității statice și dinamice a sistemelor electroenergetice interconectate cu luarea în considerație a proceselor electromecanice din mașinile sincrone precum și a efectelor instalațiilor de reglaj automat. Ele au furnizat practic nu numai căi eficiente de analiză a regimurilor sistemelor perturbate dar și mijloace de optimizare a parametrilor instalațiilor, cum ar fi ansamblul sistem de excitație — mașină sincronă — sistem energetic.

În scopul alegerii cît mai corecte a echipamentului din stații și de pe linii, o serie de preocupări ale noastre au fost îndreptate spre elaborarea unor metodice de calcul cu precizie ridicată privind stabilirea valorilor reale ale curenților de scurt-circuit la diferite intervale de timp de la apariția avariei.

În problema supratensiunilor s-au studiat schemele de protecție a motoarelor din zonele petroliere în colaborare cu Ministerul Petrolului, s-au elaborat metode analitice de determinarea supratensiunilor atmosferice și de comutație în diferite cazuri caracteristice, aducînd contribuții originale apreciate în mod elogios în Italia și Elveția, s-a elaborat schema de determinare pe viu și s-a inițiat efectuarea încercărilor în colaborare cu I.R.M.E., I.C.P.E. și Electroputere. S-a stabilit cu caracter prioritar o metodă de analiză cu calculatoare analogice, comunicată în 1966 la I.C.G.R.E., s-au stabilit caracteristicile electrice ale izolatoarelor de linii și stații indigene, aducîndu-se în cadrul C.E.I. contribuții la reducerea tensiunilor de ținere ale acestora, s-au studiat condițiile de mărire a tensiunii liniilor de transport existente, s-au adus contribuții originale în problema determinării noilor trepte de tensiune la

coordonarea izolației și s-a inițiat cercetarea contaminării izolației în țara noastră.

Pentru rezolvarea mai generală a celor trei probleme citate s-au dezvoltat cercetări privind utilizarea metodelor statistico-probabilistice de determinare a numărului probabil de deconectări la supratensiuni interne și atmosferice, iar pentru stabilirea tensiunilor de ținere a izolatoarelor s-au dezvoltat metode statistico-matematice, perfectîndu-se în acest sens o colaborare cu I.C.P.E.

În problema analizei procesului de propagare pe linii în regim tranzitoriu s-au adus contribuții originale la folosirea metodelor analitice operaționale și a calculatoarelor analogice și cifrice. S-au elaborat relații analitice inedite privind precizia modelării cu lanțuri de cvadripoli.

În problema descărcării corona s-au adus noi contribuții originale la determinarea ecuației integrale a acestui fenomen, presupunîndu-se mobilitatea purtătorilor de sarcină funcție de cîmp.

În afara colaborării citate, la rezolvarea acestor probleme mai menționăm concursul substanțial ce s-a primit de la Uzinele Electroputere Craiova și de la I.R.E. Dobrogea în cercetările privind nivelele de izolație.

Un alt grup de lucrări l-au constituit problemele optimizării funcțional-constructive a transformatoarelor și mașinilor electrice din sistemul energetic.

Cercetările dezvoltate asupra transformatoarelor electrice au urmărit analiza comportării lor în sistem și optimizarea parametrilor funcționali și constructivi, în special la transformatoarele de putere ridicată și tensiune înaltă.

Aceste cercetări au permis precizarea unei metodici în alegerea parametrilor tehnici și economici, funcție de destinația transformatorului, în vederea stabilirii soluției optime. În aceste cercetări institutul nostru a colaborat eficient cu Uzinele Electroputere Craiova, care s-a constituit beneficiar al cercetării respective.

Cercetările întreprinse asupra mașinilor sincrone, de mare putere, au vizat aspecte complexe, urmărindu-se analiza comportării lor în cadrul sistemului energetic prin prisma caracteristicilor sistemelor de excitație și ale sistemului energetic, analiza comportării în regimuri electromagnetice și dinamice variabile și influența parametrilor asupra caracteristicilor și comportării mașinii.

S-a cercetat modelarea fizică și analogică a mașinii sincrone, ceea ce a permis atacarea unor probleme greu abordabile prin alte metode, cum ar fi cercetarea comportării motoarelor sincrone în cazul scăderii temporare a tensiunii de alimentare, sau cercetarea comportării motoarelor sincrone în regimuri de pendulație întreținute, urmărind mărirea stabilității acestor mașini în funcționare, în primul caz și luarea de măsuri pentru combaterea efectelor dăunătoare ce însoțesc funcționarea mașinii sincrone în cel de-al doilea caz, rezultatele cercetărilor găsind un larg domeniu de aplicație în industrie.

Un grup de preocupări s-a concentrat în jurul problemelor de cîmpuri electromagnetice în elementele sistemelor electroenergetice, în regim permanent sau tranzitoriu.

Astfel s-a fundamentat o teorie originală, generală a parametrilor tranzitorii a circuitelor electrice liniare scurte care conțin conductoare masive, ca și a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi în prezența solului, generalizînd cea de a doua teoremă a lui Kirchoff printr-un termen aditiv care ține seama de efectul pelicular tranzitoriu din conductoarele masive. În continuare s-au studiat diferite cazuri concrete în care considerarea efectului pelicular tranzitoriu influențează esențial desfășurarea fenomenelor, cum este cazul bobinelor cu miez masiv, a cablului coaxial, al barei înalte așezate într-o crestătură a mașinii electrice ș.a. stabilindu-se expresiile exacte și asimtotice ale parametrilor tranzitorii echivalenți.

Alte cercetări au abordat aspecte energetice ale fenomenului de inducție în ecranele electromagnetice folosite în instalațiile și în elementele sistemului electroenergetic. Inițial s-au studiat sub aspect energetic și al solicitărilor electrodinamice principalele forme de ecrane folosite pentru protecția barelor din centralele și stațiile electrice de mare putere, evidențiind avantajul folosirii ecranelor dreptunghiulare. S-a trecut apoi la studiul fenomenului de inducție în ecranele electromagnetice ale transformatoarelor de mare putere și al pierderilor suplimentare în piesele feromagnetice masive, cu aplicație la cazuri concrete din producție, ca bobinele Petersen de la I.D.E.B., transformatorul de 190 MVA de la Uzinele Electroputere. În prezent se dezvoltă o metodă de modelare analogică care să pună la îndemîna proiectanților de transformatoare o metodă rapidă de verificare a soluțiilor constructive.

Fenomenul de inducție în regim armonic, în mediu feromagnetic masiv a fost studiat în legătură cu funcționarea în asincron a turbogeneratoarelor sincrone și a mașinilor sincrone cu piese polare masive, elaborîndu-se o metodă analogică de rezolvare, cu considerarea neliniarității caracteristicii de magnetizare.

În mașinile sincrone moderne de foarte mare putere datorită creșterii importante a solicitărilor electromagnetice, anumite fenomene, considerate secundare la mașinile clasice, capătă o importanță deosebită putînd modifica esențial caracteristicile lor de funcționare. Cercetările efectuate asupra cîmpului magnetic al turbogeneratorului sincron de mare putere au permis elaborarea unei metode pentru predeterminarea corectă a stării magnetice în orice punct al mașinii la funcționarea în gol sau în sarcină ca și a parametrilor saturați caracteristici regimului staționar simetric, aducînd totodată contribuții privind distribuția cîmpului magnetic în jugurile mașinii și elaborînd o metodă numerică de determinare a cîmpului magnetic în medii cu neliniaritate pronunțată.

În cadrul secției de Electroenergetică s-au desfășurat cercetări și pentru realizarea unui nou tip de motor electric, cu mișcare liniară alternativă, a cărui utilizare prezintă avantajele incontestabile în acționarea compresoarelor. Cercetările s-au desfășurat în două etape.

În prima etapă s-a creat o bază teoretică pentru studiul funcționării motoarelor electromagnetice oscilante, prin rezolvarea simultană a ecuațiilor sistemelor electrice și mecanice cuplate. Studiile efectuate au condus la determinarea unor condiții optime de funcționare, la o formă optimă a circuitului magnetic și s-a elaborat o metodă de analiză a funcționării.

Rezultatele cercetărilor, publicate în țară și în străinătate, au format și obiectul unor invenții brevetate în Republica Socialistă România, S.U.A., Anglia, Franța, R.D.G.

În a doua etapă cercetările s-au îndreptat spre aplicațiile noului motor electric. Principala aplicație cu efect economic important este cea a acționării compresoarelor și în special a compresoarelor de frigider, la care suprimarea mecanismului bielă-manivelă prezintă mari avantaje. Aici a trebuit însă rezolvată o problemă esențială pentru buna funcționare a compresorului, anume menținerea în limite restrînse și la valori mici a spațiului mort relativ (raportat la cursa pistonului). Cercetările teoretice și experimentale asupra caracterului sarcinii de compresie au permis determinarea unor parametrii sintetici optimi ai sistemului electromecanic oscilomoto-compresor.

În faza aplicativă a acestor cercetări, institutul nostru a colaborat cu unități ale M.I.C.M., (U.M.E.B., I.O.R. și I.C.P.E.) în realizarea de prototipuri și în perfecționarea lor, M.I.C.M. constituindu-se titular al brevetelor noului tip de motor.

În prezent, în baza unei tranzacții dintre M.I.C.M. și compania franceză Thomson Huston, sînt în curs de realizare prototipuri perfecționate de oscilocompresoare pentru frigider.

Lucrările realizate în domeniul conversiei energiei, iau în zilele noastre amploare deosebită acoperind domenii noi și neexploatate pînă în prezent, ca și pe cele mai vechi cum ar fi transformarea energiei chimice în energie electrică în pile de combustie.

Cercetarea în domeniul pilelor de combustie se află încă în etapa fundamentală, tipurile de pile obținute pînă în prezent neputîndu-se încă impune în producția industrială.

Cercetările efectuate în cadrul institutului nostru în domeniul pilelor de combustie sînt axate pe studiul materialelor indigene folosite drept electrozi, a catalizatorilor electrochimici și a relațiilor ce există între structura electrozilor și fenomenele de electrod precum și realizarea în fază de laborator a unor prototipuri de pile cu combustibil dizolvat, metanol și hidrazină.

Rezultatele obținute în studiul catozilor de cărbune activ vegetal, activat suplimentar prin diverse procedee, se situează la nivelul realizărilor pe plan mondial.

Cercetarea în institutul nostru s-a orientat în ultimul timp și spre studiul conversiei directe a energiei termice în energie electrică pe cale M.H.D., întrucît pe plan mondial se apreciază ca sigură apariția generatoarelor M.H.D. competitive după 1980.

Cercetările teoretice și experimentale efectuate asupra generatoarelor M.H.D. în circuit deschis privesc studiul proceselor de ionizare în plasmă, al cîmpului electromagnetic în canalul de conversie și al metodelor de diagnosticare a plasmei în condițiile M.H.D., studiul pierderilor la capetele canalului de conversie și realizarea unui model experimental de generator M.H.D. de mică putere.

Cercetarea experimentală pe anii 1969—1970 va fi desfășurată în două faze : în prima fază plasma se va obține prin încălzirea în arc electric a unui curent de argon sau de azot, cu o putere termică de

50 kV, iar în faza a doua plasma se va obține prin arderea de hidrocarburi (metan), puterea termică fiind de ordinul 1 MW.

Aceste cercetări se vor desfășura cu concursul mai multor institute de cercetări din cadrul M.I.C.M. (I.C.P.E. și I.C.E.M.) și al Academiei (Institutul de fizică — București și Centrul de cercetări tehnice — Timișoara), în baza unei convenții de colaborare.

În cele de mai sus am căutat să arătăm pe scurt cîteva dintre cele mai recente și mai importante contribuții ale Institutului nostru la aprofundarea cunoașterii științifice a proceselor care au loc în sistemele electroenergetice și în elementele lor componente. Evoluția rapidă a cunoștințelor și a tehnicii moderne se bazează tocmai pe o asemenea aprofundare a cunoașterii proceselor și totodată impune o reluare periodică a studiului acestora la un nou nivel și cu noi mijloace create de tehnica de experimentare și de calcul.

Considerăm că Institutul nostru a știut să se încadreze în acest proces continuu de înoire și de creștere a cunoștințelor, afirmîndu-se ca un protagonist al cercetării proceselor electroenergetice din țara noastră și obținînd importante rezultate cu largă aplicare în practică.

Aceste rezultate confirmă justețea liniei de înaltă ținută științifică urmată pînă în prezent de institutul nostru linie pe care își propune să o urmeze și în viitor, îmbinînd în mod armonios interesele imediate și de perspectivă ale energeticii țării noastre cu scopurile generale ale științei.

CONTRIBUŢIA INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ LA DEZVOLTAREA CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE ÎN TERMOENERGETICĂ ŞI RODNICA SA COLABORARE CU DEPARTAMENTELE INDUSTRIALE

DE

C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, V. GHIA şi D. GRECOV

Prin înfiinţarea Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România acum 20 de ani a fost creat primul nucleu de cercetare în domeniul termoenergeticei.

Firul conducător al cercetării din Institutul de energetică l-a constituit îmbinarea armonioasă a nivelului ştiinţific cu aplicarea rezultatelor în practică, ceea ce s-a realizat prin atacarea acelor cercetări care s-au înscris pe principalele direcţii de dezvoltare ale economiei naţionale şi într-un continuu şi rodnic contact cu Ministerele interesate şi cu alte unităţi centrale.

Ţinîndu-se seama de diversitatea problemelor ce apar în cadrul unei economii în continuă dezvoltare s-a considerat şi se consideră că prin asigurarea unei rezerve ştiinţifice, orientate, ample şi aprofundate se creează condiţiile rezolvării directe eficiente şi în timp scurt a problemelor tehnice ridicate.

Direcţiile de cercetare au fost abordate pe măsura formării personalului ştiinţific şi a realizării bazei materiale, începîndu-se cu probleme ale proceselor energetice din motoare, studiul complex al utilizării combustibililor solizi şi cercetări privitoare la recuperarea căldurii reziduale din industrie.

De-a lungul a 20 de ani de activitate colectivul de motoare a desfăşurat o activitate continuă şi susţinută în analiza proceselor energetice din motoarele cu aprindere prin scînteie şi motoarele cu aprindere prin compresiune în vederea optimizării randamentului termic al acestora, colaborînd cu Ministerul Industriei Construcţiilor de Maşini, Ministerul Petrolului, Ministerul Căilor Ferate, Ministerul Transporturilor Auto, Navale şi Aeriene, Consiliul Superior al Agriculturii, Ministerul Economiei Forestiere şi Ministerul Forţelor Armate etc.

În vederea folosirii în condiţii de randament ridicat al unor benzine de cifră octanică scăzută s-a emis şi studiat ideea supracomprimării

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 697—703, 1969

motoarelor cu aprindere prin scînteie, lucrare realizată în colaborare cu Ministerul Transporturilor Auto, Navale şi Aeriene.

Studiul proceselor de ardere şi în special arderea detonantă în motorul cu aprindere prin scîntei a condus la examinarea posibilităţii optimizării parametrilor : raport volumetric de compresiune, avans la declanşarea scînteii electrice, dozaj şi calitatea antidetonantă a combustibilului. Dezvoltarea în decursul timpului a acestor preocupări în colaborare cu unităţi ale Ministerului Industriei Construcţiilor de Maşini (Uzina de Autocamioane, Uzina de Mecanică Colibaşi şi Uzina Electroprecizia) a condus la elaborarea în comun a unor aparate perfecţionate pentru motoarele româneşti.

Existenţa unei rezerve ştiinţifice în domeniul arderii în motoarele cu aprindere prin scînteie a permis rezolvarea rapidă a problemei cerute de către Ministerul Industriei Construcţiilor de Maşini privitoare la funcţionarea motoarelor de autovehicul în condiţii de înălţime prin ideea corectării duratei arderii.

Cercetările în domeniul motoarelor Diesel au analizat în primul rînd formarea amestecului studiindu-se pe baza unui model pe calculatoare analogice şi pe instalaţii special construite, desfăşurarea injecţiei şi dezvoltarea procesului de pulverizare. Rezultatele acestor cercetări în special influenţa geometriei acului pulverizatorului şi corelarea dinamicei pulverizării cu performanţele motorului au fost aplicate în baza colaborării cu Uzina de Mecanică Sinaia. Metoda de modelare analogică s-a putut folosi şi în alte domenii, spre exemplu la studiul pentru Uzinele Metalurgice Timpuri Noi a influenţei formei asupra umplerii unui compresor.

Studierea în comun cu Uzina „23 August" a proceselor din motoarele Diesel supraalimentate, ne conduce la promovarea în industrie a supraalimentării înalte la motoarele cu aprindere prin comprimare în care scop Institutul de energetică a făcut cercetări privitoare la factorii limitativi şi la legătura dintre parametrii funcţionali şi durata arderii.

O preocupare de continuitate a constituit-o cercetarea corelaţiei dintre calităţile fizico-chimice ale combustibililor şi utilizarea lor în motoarele Diesel, stabilindu-se şi metodologii adecvate spre exemplu prin folosirea izotopilor radioactivi. Existenţa unei competenţe recunoscute a determinat ca în anul 1967 Ministerul Petrolului să se adreseze Institutului nostru cu cererea de a aborda această cercetare care a grupat unităţi din cadrul Ministerului Petrolului, Ministerului Industriei Construcţiilor de Maşini, Ministerul Căilor Ferate şi Consiliului Superior al Agriculturii.

Cercetarea a stabilit dependenţa dintre structura unui combustibil şi performanţele motorului, eficienţa economică a aplicării sale, care este în curs, reprezentînd 10 000 000 dolari anual.

În scopul valorificării energo-tehnologice optime a combustibililor solizi, cercetările au fost orientate spre studiul proprietăţilor fizico-chimice şi tehnologice ale cărbunilor, utilizîndu-se spectrografia în infraroşu, separări gravimetrice în cîmp centrifugal, cromatografie de absorbţie, termogravimetrie etc. alcătuindu-se studiul statistic al zăcămintelor de cărbuni din ţară.

Orientarea spre cercetările legate de o mai bună utilizare a lignitilor indigeni a condus la construcţia unor noi tipuri de generatoare de gaz

(colaborare cu Uzinele Vulcan) și la elaborarea metodelor de reducere a conținutului de steril cu ajutorul mediilor dense (colaborare cu Institutul de cercetări miniere — Ministerul Minelor). Studiul posibilităților de obținerea cocsului brichete din cărbuni energetici, degazarea cărbunilor slab aglutinanți, fabricarea cocsului-brichete pentru turnătorie din materii prime indigene au fost efectuate în colaborare cu Ministerul Metalurgiei și Institutul de cercetări metalurgice.

Cercetările întreprinse pentru elucidarea structurii aromatice a cărbunilor, a separării constituenților petrografici, a stabilirii însușirilor de aglutinare etc. au permis elaborarea unui nou procedeu de fabricare a cocsului-brichete prin tratament termochimic, cu rezistență mecanică ridicată, construindu-se în colaborare cu Ministerul Metalurgiei o linie tehnologică semiindustrială la Uzina Victoria — Călan.

Cercetările privind degazarea cărbunilor slab aglutinanți efectuate în fază laborator și pilot, au fost preluate de Institutul de cercetări metalurgice în anul 1968 și continuate în fază semiindustrială la Combinatul Siderurgic Reșița, fiind dezvoltate totodată la Combinatul Siderurgic Hunedoara, producîndu-se cîteva sute de tone de cocs mărunt pentru aglomerarea minereului de fier.

O problemă importantă a constituit-o reducerea conținutului de sulf din cărbunii energetici prin diverse metode.

În cadrul Institutului de energetică, colectivul de ardere al secției de termoenergetică, încă de la înființarea sa din anul 1954 și-a propus să studieze mecanismul intim al fenomenului de ardere elaborînd procedee și metode noi, adecvate utilizării combustibililor indigeni precum și metode mai precise de calcul a caracteristicilor flăcărilor în funcție de arhitectura incintei și condițiile aerodinamice ale ansamblului arzător-cameră de ardere. Întrucît compoziția și structura chimică a combustibililor indigeni, cantitatea și calitatea componentelor nedorite existente inițial sau care se formează în timpul utilizării lor pot influența într-o mare măsură evoluția proceselor de ardere, colectivul și-a propus să studieze pe baze științifice aceste elemente pentru a fi dirijate în sensul optim impus de considerentele tehnologice specifice instalațiilor de ardere.

Astfel, începînd cu anul 1954, în vederea utilizării în bune condițiuni a combustibililor solizi indigeni și mai ales a combustibililor inferiori, în speță lignitul, care reprezintă pentru țara noastră cea mai importantă rezervă de combustibil clasic (45%), s-au întreprins cercetări sistematice privind caracteristicile energetice ale acestor combustibili, elaborîndu-se noi criterii de clasificare a acestora din punct de vedere a proprietăților de ardere, studiindu-se temperaturile de aprindere, caracteristicile de măcinare, conținutul și comportarea substanței minerale, a umidității și materiilor volatile în timpul procesului de ardere pentru majoritatea combustibililor din bazinele noastre.

S-a elaborat o nouă metodă pentru studiul caracteristicii de măcinare, metodă specifică condițiilor de pregătire a lignitilor măcinați cu mori ventilator, metodă recunoscută și pe plan mondial.

S-a făcut de asemenea o clasificare pe baze științifice a cenușilor și zgurilor provenite din arderea diverselor tipuri de combustibili autohtoni studiindu-se comportarea în fază plastică și lichidă a zgurilor topite

a acestora. Studii multilaterale privind fenomenul de ardere în strat au permis colectivului să elaboreze o instalaţie de ardere echipată cu un grătar cu împingere răsturnată care s-a dovedit a fi singura instalaţie pentru arderea ligniţilor în strat în cazane industriale de debite pînă la 10 t/h în condiţiile existenţei în combustibil a unor cantităţi sporite de steril şi umiditate. Printr-o rodnică colaborare cu Uzina Vulcan s-au putut astfel proiecta în ţară şi realiza cazanele de 6,5 t/h şi 10 t/h echipate cu grătare cu împingere răsturnată.

Studii teoretice şi experimentale privind pregătirea lignitului în vederea arderii sale pulverizată au scos în evidenţă avantajele utilizării schemei cu mori ventilator. Rezultatele acestor studii au condus la proiectarea şi realizarea în ţară a cazanelor de 50 t/h de către Uzina Vulcan şi a permis crearea unei concepţii româneşti privind echiparea cazanelor de debite mari cu instalaţii de pregătirea prafului cu mori ventilator. Aceasta a condus la faptul că astăzi există în funcţiune sau montaj cazane energetice cu un debit total de peste 5000 t. abur/oră echipate cu mori ventilator. Paralel cu aceasta, noul cazan de 1000 t. abur/oră ce se construeşte în ţară este de asemenea echipat cu mori ventilator de mare capacitate. În vederea trecerii la cazane cu debite mari colectivul a atacat problema arderii intensificate a ligniţilor în focare ciclon. S-au întreprins studii privind aerodinamica acestor instalaţii, a traiectoriei particulelor în focar şi a vitezelor de ardere a particulelor de combustibil în funcţie de natura combustibilului mărimea particulei, compoziţia mediului etc. A fost astfel posibilă cercetarea evoluţiei proceselor de ardere din aceste instalaţii pe baze teoretice. Pentru verificarea rezultatelor teoretice şi definitivarea posibilităţii aplicării lor în practică în cadrul Institutului s-a realizat o instalaţie experimentală complexă care în momentul de faţă este în curs de punere în funcţiune. O serie de cercetări teoretice şi experimentale precum şi realizarea instalaţiei experimentale au fost concretizate printr-o strînsă colaborare cu Centrul de cercetări şi proiectări cazane, care urmează să folosească în continuare rezultatele obţinute aplicîndu-le la noile cazane de debite foarte mari, cunoscut fiind că folosirea acestui nou procedeu simplifică mult atît problema instalaţiei de ardere cît mai ales problema poluării atmosferei.

Cercetările legate de o resursă energetică principală a ţării — gazele naturale — au fost dirijate iniţial spre studiul utilizării raţionale a presiunii sale de zăcămînt în vederea transportului la distanţă. Orientată de la început la rezolvarea unor probleme practic stringente, cercetările au găsit un larg ecou în Ministerul Petrolului constituind una din cele mai strînse şi fructuoase colaborări. Rezultatele ştiinţifice obţinute privind teoria exploatării zăcămintelor de adîncime cu şi fără compresoare cu jet montate între sonde de diverse orizonturi, studiul proceselor intime de amestecare din interiorul compresorului cu jet, determinarea caracteristicilor constructive, şi funcţionale, studiul formării hidraţilor de metan, a uscării gazelor etc. au condus la introducerea pe scară largă a compresorului cu jet în cîmpurile de gaze naturale şi au asigurat exploatarea lor optimă şi sigură, obţinîndu-se ca eficacitate economică directă suma de peste 70 000 000 lei. Prioritatea cercetărilor pe plan mondial în acest domeniu a fost subliniată de specialiştii străini în diverse manifestări ştiinţifice internaţionale, rezultatele obţinute fiind transmise

în cadrul C.A.E.R., Uniunii Sovietice, R.P.Polonă, R. S. Cehoslovacia, precum și R. P. Chineze.

Dezvoltarea în continuare a cercetărilor a privit studiul uscării gazelor în vederea transportării lor prin conductele magistrale și studierea mașinilor de destindere.

Cercetarea diverselor aspecte ale arderii gazelor naturale a condus la aplicații valoroase în industrie dintre care menționăm : soluția energetică pentru pregătirea minereurilor de fier și mangan aplicată de Ministerul Metalurgiei dînd economii anuale de circa 3 milioane lei, stabilirea regimului optim de funcționare a cuptoarelor de fabricat cocs de petrol de la Borzești, elaborarea instalațiilor de ardere intensificată în focarul tunel a cazanului Vuia, cazan realizat în colaborare cu Uzina Vulcan etc.

Cercetările privind stabilitatea arderii combustibililor gazoși, a condițiilor de aprindere, proprietățile radiante ale flăcărilor și metodelor de mărire ale acestora, modelarea flăcărilor din focare au condus la valoroase rezultate științifice, cu aplicații practice la cuptoarele Martin, cuptoarele de topit sticlă etc.

Dezvoltarea unui domeniu important de cercetare — arderea cu randamente superioare a combustibililor lichizi — au permis stabilirea caracteristicilor combustibililor ce pot fi obținuți din țițeiurile românești pentru turboreactoare; o atentă triere a caracteristicilor fracțiunilor restrînse de distilare a condus la stabilirea potențialului de producție a combustibililor de turboreactoare de diverse tipuri și la realizarea unui combustibil de fracție largă.

Ca urmare a adîncirii proceselor de prelucrare a țițeiurilor în vederea obținerii unei cantități mărite de produse „albe" și a dirijării către export a păcurilor de calitate superioară, a fost necesar să se desfășoare cercetări laborioase referitor la pulverizarea și arderea combustibililor lichizi grei inferiori. Studiindu-se natura intimă a proceselor de vaporizare și ardere a păcurilor, s-a stabilit influența compoziției structurale, caracteristicilor mediului comburant și dimensiunilor picăturilor pulverizate asupra evoluției procesului și vitezei de ardere.

Cercetîndu-se pe modele și pulverizatoare reale factorii care determină caracteristicile pulverizării păcurilor vîscoase, s-a dezvoltat teoria fluidelor ideale și reale din camerele de turbionare ale injectoarelor mecanice cu retur și s-au stabilit metodele de calcul adecvate ale acestora.

Cercetările teoretice au găsit o concretizare practică valoroasă în urma colaborării cu Ministerul Petrolului, realizîndu-se arzătoarele de păcură cu pulverizare mixtă, injecție mecanică sub presiune și pulverizare cu aer de joasă presiune, funcționînd la debite mijlocii. Acest tip de arzător pentru a cărui concepție institutul este promotor pe plan mondial, în prezent a găsit o largă răspîndire în străinătate. Cercetările efectuate referitor la influența factorilor geometrici ai arzătoarelor turbionare și viscozității combustibilului, asupra radiației și geometriei flăcărilor, au permis să se tragă și o serie de concluzii esențiale pentru construcția arzătoarelor de păcură. Ca urmare activitatea desfășurată s-a concretizat și în asistența tehnică acordată unor cercetări cu caracter departamental efectuate de Centrul de cercetări și proiectări cazane. Comitetul de stat pentru valorificarea produselor agricole, Ministerul Industriei Alimentare etc.

Experienţa acumulată în domeniul arderii a permis realizarea combustiei raţionale a reziduurilor fenolice. Pe baza cercetărilor efectuate Institutul IPROCHIM proiectează o instalaţie industrială care va permite arderea anuală a 4000 de tone la Combinatul de cauciuc sintetic Gh. Gheorghiu-Dej. Se realizează prin aceasta, pe lîngă economia de combustibil şi protecţia faunei şi florei regiunii respective faţă de acţiunea nocivă a reziduurilor fenolice depozitate sau arse neraţional.

Cercetările privind procesele şi instalaţiile de recuperare a căldurii, unele dintre primele domenii de cercetare atacate în institut, au stabilit mai întîi, sub o formă generalizată, efectul preîncălzirii aerului de ardere asupra economicităţii cuptoarelor, dezvoltînd în acelaşi timp teoria proceselor de recirculaţii a fluidelor gazoase în cuptoare şi recuperatoare şi a optimizării funcţionării acestora.

Cercetările teoretice şi-au găsit concretizarea în elaborarea unor tipuri perfecţionate de cuptoare cu recirculaţia gazelor care funcţionează la Uzina Tractorul Braşov şi a unor metode de calcul a recuperatoarelor de căldură. Pe baza asistenţei tehnice date s-au calculat, proiectat şi realizat recuperatoare convective, care se folosesc la preîncălzirea aerului de ardere de la unele cuptoare tehnologice din Uzina Tractorul Braşov şi Rafinăria Ploieşti.

Apreciindu-se importanţa dezvoltării maşinilor rotative, în institut au fost generate cercetări care a devansat fabricarea lor în ţară, studiindu-se caracteristicile funcţionale în vederea stabilirii soluţiilor constructive adecvate ca şi analiza comportării lor la sarcini parţiale în condiţii de eficacitate maximă în paralel cu studiul metodelor de intensificarea transferului de căldură din reţelele de paletă în scopul asigurării randamentelor superioare. În colaborare cu Ministerul Industriei Construcţiilor de maşini, Uzina Hidromecanica, au fost studiate teoretic şi experimental caracteristicile grupurilor de supralimentare cu aplicaţie la tipurile fabricate în ţară, ceea ce a permis stabilirea soluţiilor pentru perfecţionarea lor.

Urmărind perspectiva asigurării cu energie a ţării noastre în lumina directivelor Partidului şi Guvernului în Institutul de energetică au apărut de aproape 10 ani studii în direcţia energeticii nucleare.

Cercetările au urmărit în primul rînd elaborarea metodei de determinare a tipului optim de centrală nuclearo-electrică şi de analiză a competitivităţii centralelor nuclearo-electrice faţă de centralele termoelectrice. Un alt grup de cercetări s-au ocupat de optimizarea parametrilor centralelor nuclearo-electrice şi de analiza eficacităţii ciclurilor de combustibili pentru reactorul cu neutroni termici şi pentru reactorii rapizi-reproducători, pe baza unor modele matematice, cercetări utilizate de Comitetul de Stat al Planificării, Institutul de Studii şi Proiectări Energetice şi Centru de cercetare şi proiectare cazane.

Avînd în vedere necesitatea optimizării parametrilor reactorilor nucleari şi ai ciclurilor termodinamice ale acestora, au fost elaborate modele matematice de optimizare a proceselor termice şi hidrodinamice din reactorii moderaţi cu apă grea şi de analiză a diferitelor tipuri de cicluri termodinamice cu aburi saturaţi, cercetări menite a servi la proiectarea şi optimizarea unor reactori nucleari energetici care se vor construi în ţară precum şi la conducerea centralelor nuclearo-electrice cu ajutorul calculatoarelor electronice, aceste teme de cercetare s-au studiat

în colaborare cu Ministerul Industriei Construcţiilor de Maşini, şi Ministerul Energiei Electrice. În continuarea preocupărilor legate de proiectarea şi execuţia în ţară a unor elemente din centralele atomo-electrice, s-au dezvoltat cercetări teoretice şi experimentale asupra proceselor termice şi hidrodinamice din reactorii nucleari energetici, cercetări efectuate în colaborare cu unităţi ale Ministerului Industriei Construcţiilor de Maşini.

Privind retrospectiv activitatea Institutului în domeniul termoenergetic se constată dezvoltarea continuă a ariei cercetărilor efectuate şi a rezultatelor obţinute. Înalte distincţii ştiinţifice, numeroase publicaţii apreciate în ţară şi în străinătate, prezenţe la manifestări, brevete obţinute, atestă valoarea ştiinţifică a rezultatelor.

Rezerva de cercetare ştiinţifică acumulată şi baza materială dezvoltată au permis atacarea şi rezolvarea diverselor probleme practice ridicate de diferite ministere, cu o eficienţă mărită datorită posibilităţii de a considera aceste probleme drept cazuri particulare ale unor fenomene complexe studiate.

Concepţia de ansamblu care a stat la baza modului în care au fost atacate problemele a permis să se poată soluţiona problemele chiar atunci cînd soluţia constructivă, cerinţele combustibililor şi ale condiţiilor de exploatare erau contradictorii.

Strînsul contact dintre Institut şi beneficiar a permis orientarea cercetărilor pe principalele probleme ale economiei naţionale iar acumularea rezervei ştiinţifice a generat direcţii de perspectivă, propuse unităţilor interesate şi examinate de acestea cu competenţă şi interes.

ROLUL INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA ÎN INIȚIEREA ȘI DEZVOLTAREA CERCETĂRILOR DE ECONOMIE ENERGETICĂ ÎN ROMÂNIA

DE

M. BERCOVICI

Înființarea în anul 1949 a Institutului de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România, menit a se ocupa cu cercetarea tehnico-științifică, sub toate aspectele, a tuturor formelor și purtătorilor de energie, în ansamblul lor și pe fiecare în parte, a reprezentat un act de înaltă prevedere și înțelepciune, marcînd prin aceasta importanța pe care forurile conducătoare au acordat-o de la început creării unei baze energetice corespunzătoare dezvoltării socialiste a economiei naționale. Acest act s-a produs imediat după naționalizarea mijloacelor de producție și a coincis cu elaborarea planului de electrificare de 10 ani, pentru perioada 1951—1960 care a scos în evidență necesitatea unor studii aprofundate de fundamentare a prevederilor planurilor de perspectivă pentru sectorul energetic.

Asemenea studii erau solicitate și de Institutul de proiectări energetice înființat la acea epocă, pentru a permite alegerea soluțiilor optime din punct de vedere energetic și constructiv a obiectelor destinate a asigura alimentarea cu energie a economiei țării.

La data elaborării planului de electrificare pentru perioada 1951—1960 și a înființării Institutului de Energetică al Academiei Republicii Populare România stăteau la dispoziția lucrările elaborate înainte și în timpul celui de al doilea război mondial în cadrul Institutului național român pentru studiul amenajării și folosirii izvoarelor de energie (I.R.E.) ca de exemplu cele referitoare la utilizarea rațională a combustibililor solizi și în special a ligniților din România, inventarierea resurselor hidroenergetice din România, perspectivele industriei petroliere din România, electrificarea căilor ferate române, politica și legislația energetică corespunzătoare etc., care au servit ca material documentar valoros pentru primele studii. Aceste lucrări se cereau însă a fi continuate, completate și adîncite corespunzător nivelului contemporan al științei și tehnicii și necesităților fundamentării soluțiilor concrete pentru noile instalații prevăzute în planul de electrificare și a unor viitoare planuri de perspectivă.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 705—709, 1969

Aceste necesități apăreau și mai stringente ținînd seama de ritmurile rapide de creștere a consumurilor de energie de toate felurile pe care dezvoltarea socialistă a economiei naționale le presupunea.

La acestea se mai adăuga și faptul că, sub aspectul utilizării energiei și combustibililor, industria capitalistă a României, care nu urmărea înaintea războiului o rațională gospodărire a energiei întrucît se considerau sursele de combustibili gazoși și lichizi ca fiind practic nelimitate și pentru că nu exista un organ central de stat care să cerceteze și să îndrumeze probleme de acest gen pe plan național, a fost lovită de urmările nefaste ale războiului, în perioada respectivă punîndu-se pe prim plan probleme funcționării utilajelor, independent de economicitatea lor.

În aceste condiții, în anul 1953, a luat ființă în cadrul Institutului de Energetică, un colectiv de *energetică generală*, care și-a propus să efectueze, în mod centralizat și sistematic, o serie de studii și cercetări pentru fundamentarea politicii energetice și pentru utilizarea rațională a energiei de toate formele și în toate sectoarele.

În situația de atunci a industriei și economiei noastre, considerîndu-se mai urgentă problema utilizării judicioase a tuturor formelor de energie, care pe lîngă economia efectivă de energie antrenează și o economie de investiții în domeniul lărgirii capacităților de producție a surselor de energie, colectivul, devenit secție de cercetare științifică în anul 1954, a abordat o serie de probleme în această direcție, trecînd de la studierea consumurilor specifice de energie în diferite ramuri industriale și la depistarea surselor de pierderi de energie în vederea fundamentării unui sistem rațional de norme energetice; cu această ocazie s-au făcut studii concrete la o serie de fabrici ca : Fabrica de ciment „Temelia" din Brașov, Combinatul Chimic Tîrnăveni, Fabrica de Hîrtie și Celuloză din Zărnești, Intreprinderile miniere din Valea Jiului etc., care au condus la importante economii de energie și combustibil.

Ca rezultat al acestor cercetări s-a elaborat o sinteză metodologică, care a stat la baza determinării normelor energetice în industrie în perioada următoare și care se află astăzi în curs de reactualizare.

Paralel cu aceasta s-a desfășurat o activitate complexă pentru crearea unei concepții de energetică generală, de gospodărie energetică, în rîndul energeticienilor și tehnologilor din industrie, pentru crearea unei opinii de masă în domeniul folosirii raționale a tuturor formelor de energie și al valorificării resurselor energetice secundare. S-au organizat în această direcția o serie de acțiuni ca : reuniuni științifice, conferințe și cursuri de specialitate, consfătuiri cu energeticienii din industrie, s-a militat pentru înființarea unui organ de inspecție energetică care să vegheze asupra utilizării raționale a energiei și să stimuleze economia de energie, precum și pentru încadrarea corespunzătoare a sectoarelor energetice din ministere și întreprinderi cu cadre de specialitate.

De un real folos a fost în această acțiune colaborarea cu fosta Asociație Științifică a Inginerilor și Tehnicienilor din România (A.S.I.T.) cu care s-au organizat consfătuiri naționale în domeniul îmbunătățirii factorului de putere, a analizei normării și reducerii consumurilor specifice de energie electrică, a gospodăririi căldurii în industrie și o serie de consfătuiri regionale sau pe grupe de întreprinderi cu specific similar, ca cele de la Iași, Brașov, Petroșani, Medgidia etc.

După crearea și organizarea Inspecției Generale Energetice, ea a colaborat la studiile și cercetările întreprinse de Institutul de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România și la organizarea acțiunilor pentru gospodărirea rațională a energiei în industrie.

Paralel cu această direcție de cercetare s-au început și o serie de studii destinate să contribuie la fundamentarea politicii energetice a statului, studii care, inițiate la început pe o scară mai mică s-au transformat ulterior în lucrări de mare anvergură pe măsura formării cadrelor necesare și cîștigării unei experiențe în acest domeniu nou al energeticii.

Printre primele acțiuni de acest gen s-a încadrat inventarierea resurselor energetice ale țării, care a început în anul 1957 și care a avut ca rezultat două lucrări de mare amploare, elaborate în colaborare cu organele de stat de specialitate : Comitetul Geologic, Ministerul Minelor, Ministerul Energiei Electrice, Comitetul de Stat al Apelor și anume : *Atlasul resurselor termoenergetice*, reprezentînd o monografie privind combustibilii din țara noastră, elaborată în 23 de volume și conținînd un număr foarte mare de date statistice și *Atlasul resurselor hidroenergetice*, care conține o serie de studii amănunțite privind inventarierea potențialului hidroenergetic teoretic de toate gradele pe bazine hidrografice și o lucrare de sinteză în care sînt concentrate datele pe ansamblul țării.

Cu ocazia acestor lucrări s-a definitivat metodica de inventariere a resurselor energetice la care s-au adus o serie de contribuții originale, prezentate în publicații apreciate pozitiv în țară și în străinătate.

Ținînd seama de rolul prospectării nivelului consumului de energie în viitor, pentru toate lucrările de dezvoltare a bazei energetice, s-au atacat tot în anul 1957 și o serie de lucrări privind preevaluarea consumului de energie primară și electrică pe ansamblul economiei și pe ramurile ei, în care s-au elaborat, sub o concepție unitară, metode de preevaluare atît pe cale sintetică cît și pe cale analitică și s-au studiat căile pentru îmbunătățirea calității prognozelor elaborate, rezultatele obținute în acest domeniu fiind situate la nivelul celor mai avansate cercetări de prognoză energetică pe plan mondial.

Pentru a contribui la rezolvarea complexelor probleme puse de dezvoltarea accelerată a electrificării țării, în cadrul secției de energetică generală a Institutului de Energetică au fost abordate un grup de probleme privitoare la perfecționarea analizei economice a factorilor ce condiționează alegerea soluțiilor de producere, distribuire și consum a energiei electrice în economia noastră națională.

În această direcție una dintre problemele în care s-au inițiat cercetări fructuoase a fost cea a siguranței în alimentarea cu energie electrică a consumatorilor. În 1956 s-au efectuat în cadrul colectivului de energetică generală primele cercetări privitoare la aplicarea calculului probabilităților pentru estimarea siguranței schemelor electrice, cercetări care, prin rezultatele lor pozitive, au provocat deschiderea unui cîmp larg de investigații și antrenarea unui colectiv puternic din cadrul Institutului de Studii și Proiectări energetice (I.S.P.E.), unde s-au adîncit apoi numeroase aspecte ale acestei probleme și s-a acumulat pînă în prezent o foarte bogată și valoroasă experiență, îmbinînd cercetarea cu aplicarea rezultatelor în practica proiectării. Asemenea studii s-au efectuat și în cadrul Institutului Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" din București.

În anii 1957 și 1958 s-au inițiat în Institutul de Energetică și cercetări privind aplicarea calculului probabilităților la determinarea rezervei de putere necesare în centralele electrice din sistem, în baza fiabilității grupurilor generatoare. Și aceste cercetări au fost preluate și continuate de I.S.P.E., în vederea perfecționării metodelor de proiectare.

Pentru a avea o concepție completă în studiul siguranței alimentării cu energie electrică a consumatorilor industriali, colectivul de energetică generală din Institutul de Energetică a inițiat în 1960 cercetări privind daunele pe care le provoacă consumatorilor industriali întreruperile în alimentarea cu energie electrică și variațiile tensiunii și frecvenței de alimentare. Aceste cercetări s-au soldat cu rezultate deosebit de interesante prin faptul că dau posibilitatea tratării într-o optică nouă a problemelor tehnice și economice ale alimentrării cu energie electrică a întreprinderilor industriale. Metodele elaborate în colectivul Institutului de au fost preluate și aplicate și de alte colective de cercetare, din institutele de proiectări și din catedrele de specialitate din institutele de învățământ tehnic superior din București și Iași.

Tot în cadrul secției de energetică generală au fost inițiate în anul 1962 primele cercetări din țară în problema optimizării structurii sistemului electroenergetic național, luat în ansamblul său.

Pornind de la concepția generală de căutare a soluțiilor celor mai economice pentru întreaga economie națională, care stă la baza lucrărilor secției, s-a urmărit un mod nou de abordare, mai general, a problemei optimizării structurii centralelor electrice din sistem, problemă care se trata înainte prin metodele tradiționale de comparare între ele a variantelor sau tipurilor de centrale două cîte două.

S-a studiat și elaborat în anul 1964, un model matematic de programare liniară, care permite obținerea structurii optime a centralelor electrice din sistem considerînd o largă varietate de tipuri posibile de centrale și restricțiile date de resursele primare disponibile pentru producerea energiei electrice. S-a elaborat și un model mai amplu, care permite nu numai optimizarea structurii centralelor la un moment dat, ci și optimizarea evoluției în perspectivă a acestei structuri. În anul 1965 a fost adusă o importantă contribuție la rezolvarea practică a problemei, formulînd o nouă variantă a metodei marginale de analiză a eficacității soluțiilor, care folosește ca mărimi de referință variabilele duale ale unui model de optimizare prin programare matematică a structurii globale a centralelor electrice din sistem.

În anul 1967 studiul optimizării structurii sistemului electroenergetic a fost îmbogățit cu o contribuție nouă, privind optimizarea cu ajutorul programării liniare a structurii și evoluției rețelelor electrice de transport și interconexiune.

În 1968 s-au făcut aplicații practice ale modelelor elaborate, trecînd — în colaborare cu instituțiile interesate din Ministerul Energiei Electrice — la introducerea în practica proiectării a cercetărilor de optimizare a structurii sistemului electroenergetic.

Cercetări privind optimizarea economiei energetice în ansamblul ei nu au fost făcute deloc în țara noastră înainte de înființarea secției de energetică generală din cadrul Institutului de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România. În cadrul secției aceste cercetări au fost

inițiate încă de la începuturile activității sale, dar primele rezultate s-au obținut prin 1959—1960, cînd s-a elaborat un prim model matematic de programare liniară pentru optimizarea bilanțului energetic general. Deși acel prim model era foarte simplificat, ideea s-a dovedit fructuoasă și în anii următori cercetările s-au amplificat simțitor în această direcție, conducînd între altele la metoda de optimizare, cu ajutorul programării liniare, a planului anual de aprovizionare a economiei naționale cu combustibil și energie. După această metodă, în anii 1966, 1967 și 1968 s-au întreprins lucrări aplicative, de elaborare a unor modele de dimensiuni reale, în colaborare cu Comitetul de Stat al Planificării. Ultima dintre aceste lucrări, executată în 1968 dă problemei o soluție completă și finisată, obținînd de la calculatorul electronic direct tabelele cu rezultatele dorite. În anul 1969 lucrarea a fost inclusă în planul de stat de valorificare a cercetărilor, ea urmînd a fi aplicată în continuare la Comitetul de Stat al Planificării.

În prezent sînt în curs cercetări privitoare la optimizarea bilanțului energetic general de perspectivă, avînd ca țel să pună la dispoziția organelor de planificare metode de calcul pentru găsirea unor soluții optime de perspectivă privind utilizarea resurselor energetice de care dispune țara noastră și procesele optime de transformări energetice ce trebuie realizate.

Avînd în vedere caracterul limitat al resurselor noastre energetice clasice, în colectivul de energetică generală a fost acordată o deosebită atenție perspectivelor intervenției energiei nucleare în economia energetică a țării. De aceea, încă din 1956 au fost inițiate primele cercetări și studii în această direcție, studiindu-se pe de o parte evoluția structurii resurselor noastre energetice într-o perspectivă mai îndelungată și pe de altă parte, evoluția, tot în perspectivă, a indicilor tehnico-economici ai centralelor clasice comparativ cu cei ai centralelor nucleare în condițiile țării noastre. Drept rezultat s-a întocmit o prognoză, care se poate considera ca verificată, întrucît încă în anul 1957 a reușit să prevadă necesitatea începerii introducerii energiei nucleare în țara noastră în cincinalul 1971—1975, contribuind astfel la pregătirea din timp a folosirii acestei resurse noi.

Aceste studii au fost continuate mai tîrziu în cadrul Institutului de Studii și Proiectări Energetice, Institutului de Fizică Atomică și Comitetului pentru Energie Nucleară, cu care în prezent colectivul de energetică generală continuă să colaboreze, contribuind la fundamentarea științifică a metodelor de calcul privitoare la dezvoltarea energeticii nucleare în țara noastră.

În ultimii ani, în colectivul de energetică generală s-a elaborat o metodă de calcul pentru programe de perspectivă referitoare la întreaga structură a ansamblului de centrale nucleare de diferite tipuri și a industriei de combustibil nuclear aferentă.

Ținînd seamă de faptul că în anii următori țara noastră va trebui să-și completeze balanța energetică cu energie nucleară și cu combustibili clasici de import, problemele asigurării economiei naționale cu energie în condiții sigure și cît mai economice, capătă o deosebită actualitate, determinînd necesitatea intensificării cercetărilor de energetică generală, în vederea definirii soluțiilor celor mai avantajoase și a criteriilor de apreciere a acestor soluții, pentru sprijinirea organelor de stat în elaborarea politicii energetice a țării.

CONTRIBUȚIA INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ LA DEZVOLTAREA TEORIEI SISTEMELOR AUTOMATE

DE

C. BELEA, N. TĂTARU și S. GHEȚARU

Dezvoltarea teoriei sistemelor automate clasice și moderne prezintă anumite particularități, care merită să fie amintite înainte de a arăta modul în care preocupările din institutul nostru s-au încadrat pe linia normală a acestei dezvoltări și înainte de a se prezenta contribuția adusă de cercetătorii noștri în acest domeniu.

Plecînd de la nivelul atins la sfîrșitul celui de al II-lea război mondial, teoria sistemelor automate clasice a cunoscut o dezvoltare vertiginoasă între anii 1945—1950, cînd au apărut unele după altele metode de analiză și sinteză a sistemelor automate, sisteme cu funcționare în circuit închis.

Perioada dintre anii 1950—1956 se caracterizează prin întărirea pozițiilor cucerite anterior. În multe institute de învățămînt superior au fost introduse cursuri de reglare automată, s-au publicat multe cărți, iar revistele au fost inundate cu articole consacrate aplicațiilor practice ale diferitelor metode de analiză și sinteză ale sistemelor automate. Către sfîrșitul acestei perioade, teoria sistemelor automate se află într-o stare aproape stabilizată. Transformările calitative care au urmat se datoresc dezvoltării interne anterioare, nivelului la care a ajuns tehnica electronică de calcul și apariției de instalații tehnice, ale căror caracteristici dinamice se schimbă foarte rapid și în limite foarte largi (reactoare nucleare, avioane moderne cu viteză supersonică, rachete și nave cosmice).

În acest timp dispozitivele electronice de calcul au atins nivelul de dezvoltare care a permis introducerea lor, în sistemele automate complexe. Gabaritul și prețul lor de cost a devenit acceptabil, siguranța de funcționare a crescut, și ele au început să fie introduse în compunerea sistemelor automate, în scopul de a efectua calculele necesare funcționării sistemului.

În ceea ce privește apariția instalațiilor tehnologice complexe, descrise de ecuații diferențiale de ordin superior, cu caracteristici dinamice care variază rapid și în limite largi și care trebuiau automatizate și optimizate, specialiștii s-au văzut în situația de a nu mai putea aplica teoria sistemelor automate clasice. Ei au întrezărit încă de la început posibilitatea de a rezolva aceste probleme prin introducerea în structura sis-

St. Cerc. energ. electr., Tom. 19, nr. 4, p. 711—716, 1969

temelor automate respective a dispozitivelor de calcul, creind în felul acesta sisteme cu optimizare automată şi sisteme adaptive.

Fundamentarea ştiinţifică a sistemelor cu optimizare automată şi a celor adaptive, sisteme cu pronunţat caracter de neliniaritate, a necesitat crearea şi dezvoltarea teoriilor identificării, stabilităţii şi optimizării, care în acea vreme erau puţin dezvoltate şi adecvate pentru sistemele neliniare amintite. Posibilităţile oferite de dispozitivele de calcul, care au permis identificarea procesului respectiv, determinarea experimentală pe modele a domeniului de stabilitate şi efectuarea unei optimizări automate a funcţionării sistemului, au permis dezvoltarea teoriei şi utilizarea practică a sistemelor optimale şi adaptive.

Baza teoretică a acestor sisteme a fost consolidată prin lucrările lui Feldbaum, Bellman, Pontryagim, Kulikowschi şi alţii şi apoi prin cercetările efectuate în special după primul Congres I.F.A.C.

Începînd cu anul 1956 s-a pus problema orientării cercetărilor din Institutul de energetică în domeniul automaticii spre direcţiile moderne, considerate a fi cele mai adecvate cu forţele şi mijloacele de care se dispunea. Astfel au fost stabilite pentru început două direcţii importante de activitate. Prima se referea la efectuarea de cercetări teoretice legate de stabilitatea sistemelor automate neliniare, iar a doua prevedea realizarea unei baze materiale necesare pentru studiul pe modele electronice a sistemelor cu optimizare automată. Ulterior, începînd cu anul 1966 preocupările din domeniul automaticii au fost lărgite, prin abordarea unor probleme de identificare, de optimizare, de conducere a proceselor cu ajutorul calculatoarelor şi de transmitere cu mijloace electronice moderne a informaţiilor necesare la conducerea obiectivelor energetice.

Cercetările din domeniul automaticii, desfăşurate în cadrul Institutului de energetică, deşi au fost efectuate cu un număr relativ redus de cercetători, au condus la o serie de rezultate foarte importante, unele dintre acestea fiind recunoscute pe plan mondial ca deosebit de valoroase.

Pînă în anul 1956 în domeniul stabilităţii sistemelor automate neliniare erau folosite ca metode de investigaţie : metoda analizei şi sintezei în planul (sau în spaţiul) fazelor, metoda funcţiei de descriere (sau a primei armonici) metode de cvazilniarizare, sau chiar de liniarizare directă. Aceste metode prezentau cîteva dezavantaje şi anume : dădeau indicaţii doar aproximative asupra stabilităţii, necesitau un volum mare de calcule, nu puteau fi aplicate comod la sistemele de ordin superior, la cele cu parametrii distribuiţi, sau la cele cu întîrziere.

Odată cu creşterea interesului pentru sistemele cu optimizare automată şi pentru cele adaptive, care conţineau de regulă şi blocuri neliniare, a crescut şi interesul pentru teoria clasică a lui Liapunov, privitoare la metodele generale de analiză a stabilităţii sistemelor neliniare.

Cercetările lui Liapunov au condus la concluzia că există posibilitatea ca un criteriu simplu şi unic să dea informaţii asupra stabilităţii unei întregi familii de sisteme convenabil alese. O serie de cercetători, pornind de la o problemă celebră în teoria reglajului automat, formulată şi rezolvată parţial de A. I. Lurie şi N. V. Postnikov au obţinut, folosind metoda funcţiilor Liapunov unele rezultate importante, privind stabilitatea absolută a unei clase de sisteme neliniare. Pe această linie s-au

înscris şi cercetările abordate de Institutul de energetică în domeniul automaticii, prin lucrările elaborate de V. M. Popov.

În prima etapă, începută în anul 1956 şi care a durat pînă în 1958, cercetările din cadrul Institutului au avut drept scop obţinerea de noi rezultate privind stabilitatea absolută a familiei de sisteme considerată de Lurie şi Postnikov. Metoda de cercetare folosită în această etapă a fost cea a funcţiilor Liapunov. Perfecţionînd însă modul de aplicare al metodei respective s-a reuşit să se îmbunătăţească rezultatele cunoscute în literatura de specialitate. Din această etapă pot fi subliniate cercetările privind stabilitatea sistemelor care conţin reactoare nucleare, care au condus la rezultate aplicabile la clase mai generale de sisteme decît cele cunoscute la acea dată.

Anul 1958 marchează începutul unei a doua etape, care durează pînă în 1961 şi care a condus la rezultate deosebit de importante în studiul stabilităţii sistemelor neliniare. Spre deosebire de cercetările anterioare, care au folosit aproape în exclusivitate cea de a doua metodă a lui Liapunov, noile lucrări utilizează un aparat matematic diferit, în care rolul principal revine aplicării comvenabile a unor transformate Laplace. Astfel au fost puse bazele unei metode originale care pleacă de la o formă nouă de exprimare a condiţiilor de stabilitate.

De astă dată rolul principal revine caracteristicilor de frecvenţă ale părţilor liniare ale sistemelor examinate. În felul acesta, gradul de dificultate în aplicarea criteriilor de stabilitate absolută scade, devenind comparabil cu cel al aplicării criteriilor de stabilitate pentru sistemele liniare. Rezultatele obţinute prin această metodă cuprind tot ceea ce s-ar fi putut realiza cu metodele existente în acel timp. Este important de subliniat faptul că metoda Popov se aplică fără dificultăţi atît la sistemele de ordin superior, cît şi la procesele speciale cu parametri distribuiţi sau la procesele cu întîrziere.

Procedeele elaborate în cadrul Institutului de energetică în perioada anilor 1958—1960, au fost ulterior adoptate de către alţi cercetători din ţară şi de peste hotare, ca punct de plecare pentru cercetările lor în domeniul stabilităţii sistemelor automate neliniare.

„Criteriile de stabilitate Popov" au fost expuse în extenso în cîteva monografii apărute în ţară şi peste hotare, în care autorii respectivi prezintă contribuţia ştiinţei româneşti în domeniul stabilităţii. De asemenea „Metoda Popov" a fost introdusă în programele analitice ale facultăţilor de automatică de la cele mai mari universităţi din întreaga lume.

În prezent, o pleiadă întreagă de cercetători (din ţară şi de peste hotare) urmăresc extinderea rezultatelor obţinute în Institutul de energetică la alte structuri de sisteme neliniare, în special la cele care cuprind diferite tipuri de histerezis, sau neliniarităţi variabile în timp. După afirmaţia unor specialişti americani, pînă în 1967 apăruseră în literatura de specialitate peste 100 de lucrări de cercetare axate pe extinderea şi completarea acestor rezultate.

Se poate spune fără exagerare că în cadrul contribuţiilor din ultimul deceniu, aduse de ştiinţa românească la tezaurul ştiinţei mondiale, contribuţia adusă de Institutul de energetică este considerat cu adevărat epocală. După afirmaţiile savantului american Solomon Lefschetz, lucrările

lui V. M. Popov au deschis „o nouă eră" în procesul dezvoltării teoriei stabilităţii în general şi al stabilităţii sistemelor automate în special.

Nu trebuie să uităm faptul că aspectele prezentate pînă acum, reprezintă răsunetul rezultatelor obţinute pînă în anul 1961. Dar cercetările din cadrul Institutului de energetică nu s-au oprit în acest punct.

În perioada 1961 —1966 s-au continuat cercetările tot în domeniul stabilităţii sistemelor automate neliniare, urmărindu-se însă o direcţie diferită.

Faptul că metodele elaborate în etapa anterioară permiteau obţinerea unor criterii de stabilitate valabile pentru familii de sisteme mai largi decît cele utilizate pînă atunci, asociat cu necesitatea de a perfecţiona aceste criterii de stabilitate pînă la stadiul în care acestea să fie nu numai suficiente dar şi necesare, a condus la schimbarea familiei de sisteme studiate. Întrucît alegerea familiei de sisteme pentru care se caută un criteriu unic de stabilitate era, la prima vedere, arbitrară, s-a impus verificarea acestei alegeri pe baza unor deziderate cît mai generale. În primul rînd, familia de sisteme trebuia să fie cît mai bogată, pentru ca să cuprindă cît mai multe dintre sistemele care puteau interveni în practică, asigurînd astfel o aplicabilitate cît mai largă a teoriei. În al doilea rînd, familia de sisteme trebuie astfel aleasă, încît studiul să se poată efectua pînă la capăt, fără a lăsa probleme teoretice — interne — nerezolvate (în particular, criteriile care asigură stabilitatea colectivă a tuturor sistemelor din familia respectivă trebuiau să fie necesare şi suficiente). Totodată se impune ca noile rezultate scontate să cuprindă drept cazuri particulare toate rezultatele principale cunoscute în teoria stabilităţii sistemelor automate. În sfîrşit era de asemenea de dorit ca atît caracterizarea familiei de sisteme, cît şi criteriile de stabilitate obţinute să se formuleze cît mai simplu cu putinţă, ca să permită rezolvarea problemei stabilităţii cu preţul unui volum minim de calcule.

Plecînd de la aceste deziderate, s-a ales iniţial o familie de sisteme simple, care apoi a fost completată pe măsura elaborării teoriei.

Prima familie de sisteme care a fost luată în considerare a fost aceea formată prin conectarea unui bloc neliniar, în reacţia negativă a unui bloc liniar. Condiţiile impuse mărimilor de intrare şi ieşire din blocul neliniar au fost formulate de astă dată într-un mod mai puţin restrictiv, în comparaţie cu cele impuse în cazul stabilităţii absolute. Aceasta a condus la necesitatea introducerii unor noi noţiuni, de „hiperstabilitate" şi de „blocuri hiperstabile", pentru a putea face distincţie faţă de familia de sisteme studiate în cadrul stabilităţii absolute.

Posibilităţile largi de aplicare a noţiunii de bloc hiperstabil fac ca odată cu identificarea unui bloc hiperstabil să se obţină un şir, practic nesfîrşit, de noi blocuri hiperstabile, obţinute prin combinarea noului bloc cu oricare alt bloc hiperstabil cunoscut. În acelaşi timp, pe această cale, se obţine un şir de sisteme stabile, care formează o familie închisă. Această afirmaţie se justifică prin faptul că reciproc, căutînd clasa sistemelor pentru care au loc proprietăţile arătate, se regăseşte clasa blocurilor hiperstabile de la care s-a pornit.

Toate aceste rezultate obţinute în cea de a treia perioadă de activitate (1961—1966) au fost sintetizate în monografia „Hiperstabilitatea sistemelor automate", apărută în 1966 în Editura Academiei. Rezultatele

respective constitue o îmbinare deosebit de fecundă între contribuţii matematice de mare valoare, frumuseşte şi originalitate — cu o serie de aspecte practice, care vor asigura o largă aplicabilitate.

În monografie s-a reuşit să se construiască o teorie algebrică originală asupra echivalenţei sistemelor. În cercetările de după 1966, V. M. Popov a utilizat aceste rezultate pentru dezvoltarea în continuare a teoriei sistemelor pozitive şi pentru analiza invarianţilor, cu ajutorul cărora pot fi caracterizate clasele generale de sisteme simple şi multiple. Noile cercetări, în curs de desfăşurare, deschid frumoase perspective în domeniul optimizării sistemelor automate.

Monografia este în curs de editare în limbile rusă şi engleză, fapt ce demonstrează importanţa ce se acordă peste hotare acestei lucrări.

Rezultatele din teoria hiperstabilităţii au început să fie aplicate într-o serie de cercetări desfăşurate atît în cadrul Institututului nostru, cît şi la Institutul de matematică al Academiei. La noi în Institut, au fost atraşi în acest domeniu o parte din doctoranzi, care au obţinut deja cîteva rezultate valoroase în aplicarea teoriei hiperstabilităţii la sistemele discrete şi la cele cu parametri aleatorii.

Trecînd la cea de a doua direcţie de cercetări abordată în Institutul de energetică în domeniul automaticii, după o perioadă de asimilare a experienţei existente pe plan mondial, s-a trecut începînd cu anul 1956 la proiectarea şi construirea lui Mecan-1, primul calculator analogic realizat în institutul nostru, dat în exploatare cu întreaga lui capacitate de lucru în anul 1960. Numărul relativ redus de amplificatoare operaţionale şi dificultatea de a modela pe Mecan-1 caracteristici neliniare a condus la luarea hotărîrii, la începutul anului 1961, de a construi un calculator analogic de capacitate sporită, înzestrat cu un număr suficient de elemente neliniare capabil să rezolve, în principal, probleme legate de studiul repartiţiei optime a sarcinilor între centralele electrice. În anul 1964 a fost dat în exploatare noul calculator analogic Mecan-2, înzestrat cu 96 de amplificatoare operaţionale şi 24 de elemente neliniare universale.

Folosind această bază de calcul analogic, au fost rezolvate importante probleme puse atît de colectivele de cercetare din institut, cît şi de unele colective din exterior.

Largi posibilităţi de modelare oferite de calculatorul Mecan-2 au fost folosite pentru studiul pe model analogic al sistemelor cu optimizare automată, problemă în care s-a ajuns la elaborarea unei scheme originale de optimizator, care să regleze doi parametri ai unui sistem, în baza unui indice de performanţă de tip integral.

În anul 1966, baza de calcul electronic a Institutului a fost completată cu un calculator numeric C.I.F.A.-102, construit la Institutul de fizică atomică, cu sprijinul unui grup de ingineri şi tehnicieni din Institutul nostru. Cu ajutorul calculatorului C.I.F.A.-102 s-a putut face, în cadrul Institutului, instruirea unui colectiv de matematicieni-programatori şi specializarea unor ingineri şi tehnicieni în probleme de circuite logice. După parcurgerea acestei etape, calculatorul a început să fie utilizat la rezolvarea unor importante probleme puse de diferite colective de cercetare.

Aşa cum s-a menţionat, după 1966, în Institutul de energetică, au fost abordate în domeniul automaticii trei aspecte noi : identificarea, optimizarea şi conducerea prin calculatoare a proceselor.

În problema identificării, după parcurgerea unei etape de sistematizare a metodelor de identificare dinamică a proceselor, cunoscute în literatura de specialitate, s-a trecut la aplicarea practică a unei metode statistice pentru identificarea unui obiect concret, utilizînd în acest scop pentru prelucrarea datelor calculatorul numeric C.I.F.A.-102. Lucrarea este în curs de desfăşurare.

În problemele de optimizare au fost obţinute unele rezultate originale pentru sistemele cu informaţie completă apriorică, pe baza introducerii unei împărţiri a spaţiului stărilor iniţiale în varietăţi diferenţiabile. S-a elaborat în felul acesta o metodă combinată de sinteză în domeniul timp şi frecvenţă, precum şi un algoritm de sinteză optimală după criteriul timpului minim. De asemenea au fost obţinute unele rezultate noi în optimizarea sistemelor cu structură ierarhizată, pentru care nu se cunoşteau în literatura de specialitate decît unele teoreme abstracte.

Referitor la conducerea prin calculator a proceselor, cercetarea din cadrul Institutului de energetică a abordat diverse aspecte ale ansamblului proces — calculator, ca de exemplu, culegerea informaţiei din proces, algoritmizarea şi programarea problemelor de conducere în timp real, stabilirea necesităţilor şi utilizarea optimă a capacităţilor de memorie şi vitezei de calcul, stabilirea bilanţului de timp al calculatorului. Elucidarea acestor aspecte şi aplicarea lor practică poate conduce la o economisire importantă de aparatură de control şi comandă, prin introducerea în memoria unui calculator existent, legat la proces, a unor programe de calcul, care să suplinească rolul aparatelor respective.

În sfîrşit mai menţionăm faptul că Institutul de energetică a devenit un puternic centru de specializare prin doctorat în domeniul automaticii. Doctoranzii studiază cele mai noi rezultate apărute în literatura de specialitate şi abordează probleme majore ale teoriei şi practicii sistemelor automate.

În concluzie se poate afirma că cercetările desfăşurate în Institutul de energetică în domeniul automaticii au adus o contribuţie recunoscută pe plan mondial în problemele de stabilitate a sistemelor automate neliniare şi în plus, că aceste cercetări au creat premisele necesare pentru ca în viitorul apropiat să se poată aduce importante contribuţii originale şi în problemele de optimizare. În etapa imediat următoare eforturile vor fi concentrate în rezolvarea problemelor de optimizare şi adaptare, din care fac parte integrantă cele de identificare, care sînt cerute în mod stringent de dezvoltarea tehnicii şi de modernizarea proceselor de producţie.

CONSIDERAŢII ASUPRA GENERALIZĂRII „ANALIZEI NODALE": GRAFUL R.E.I. ŞI IMAGINEA LUI

DE

PAUL DIMO

518.12 : 518.4

Se arată posibilităţile de generalizare, pentru aplicare în alte domenii, ale celor două concepte figurative ale „Analizei nodale". Rezultă reprezentarea stărilor unui sistem prin două grafuri asociate denumite de autor: „Graful R.E.I. şi „Imaginea lui nodală".

ROLUL EURISTIC AL IMAGINII NODALE

1. Un vechi obicei al omului care gîndeşte, izvorît bineînţeles dintr-o necesitate, este acela de a figura prin puncte şi linii, alcătuind desene simple, imagini reprezentative ale obiectelor cercetate şi a relaţiilor dintre ele. Fertilitatea acestor procedee este deosebită atunci cînd raţionamentul este abstract; gînditorul pare să-şi recapete astfel intuiţia ca ajutor preţios, şi să vitalizeze abstracţia.

Reprezentări sintetice, alcătuite din desene, pot figura în mod simplu relaţii de dependenţă, şi prin aceasta conduc la o structuralizare nouă a interdependenţei elementelor între ele, structuralizare care permite apoi caracterizări directe asupra domeniului astfel reprezentat. Astfel, *importanţa imaginii în cazul raţionamentului investigator este cu totul deosebită*, aş spune chiar esenţială. Generarea ipotezelor, sugestia ideilor noi şi a posibilităţilor de comportare, punerea în evidenţă a esenţialului etc. sînt toate importante funcţiuni euristice ale imaginilor ce însoţesc raţionamentele noastre [1].

Considerînd ultima evoluţie a calculatoarelor electronice, care azi pot prezenta direct pe ecrane desene geometrice reprezentative, cu rol conversaţional „om-maşină", posibilităţile de asociere a „grafurilor" raţionamentelor noastre, în diverse domenii ale cercetării, apar de mare actualitate. Din cercetările în curs în organizarea dialogului cercetătorului cu calculatorul electronic, rezultă o productivitate deosebită a utilizării graficelor în următorii ani [2]. De aceea vom încerca mai jos să punem în evidenţă conceptele cu caracter general ale „Analizei nodale" [6] care

utilizează două desene asociate (grafuri) [4] pentru studiul sistemelor energetice. Vom discuta apoi posibilităţile de utilizare a aceloraşi concepte figurative în alte domenii

PRIMUL CONCEPT FIGURATIV. GRAFUL R.E.I. (VIZUALIZAREA STRUCTURII)

2. Schema R.E.I. a analizei nodale aplicată reţelelor electrice poate fi considerată ca aparţinînd categoriei mai generale a grafurilor de fluenţă [4].

În cazul general, un graf R.E.I. poate fi definit după cum urmează :

— *un graf „R.E.I."* este un graf avînd aceleaşi reguli de constituire cu un *graf de fluenţă* liniar [5] cu o structură standardizată radială, graf ce defineşte o ecuaţie algebrică liniară. În graful R.E.I. nodul central reprezintă o variabilă dependentă (sau o funcţie), iar nodurile de la capetele ramurilor radiale reprezintă variabile independente. El este radial (R), echivalent (E) cu sistemul pentru funcţia ce se studiază, corespunzătoare nodului central şi independent (I) de restul variabilelor ce nu apar reprezentate în graf. Pentru studiul unui sistem, după lămurirea gradului de libertate al sistemului şi alegerea corespunzătoare a variabilelor independente, se scriu relaţiile ce rezultă din examinarea sistemului pentru variabilele dependente (sau a funcţiilor ce trebuie studiate). Aceste relaţii liniare (sau liniarizate) au forma

$$X_k = f_k\ (X_1,\ X_2 \ldots X_n). \tag{1}$$

Variabila dependentă în membrul întîi din relaţia (1) poate fi conţinută şi în membrul doi dacă natura sistemului sugerează o asemenea scriere ; acest lucru conduce la bucle în reprezentarea iniţială a sistemului prin un graf de fluenţă. Să constituim o matrice pătrată de ordinul n, egal cu numărul tuturor variabilelor

$$[a] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & \ldots\ldots & & a_{nn} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

În această matrice, introducem termenii nuli pentru linia corespunzătoare variabilelor independente alese.

Graful iniţial, de tipul unui graf de fluenţă, va corespunde ecuaţiei natriceale [5]

$$[[u] - [a]] \times [X] = [X_i], \tag{3}$$

în care :

$[u]$ este matricea unitară de ordin n ;

$[X]$ — matricea coloană cu n linii conţinînd toate variabilele ;

$[X_i]$ — matricea coloană cu n linii a variabilelor independente, matrice în care în dreptul variabilelor dependente (funcţiile ce se studiază) sînt termeni nuli.

Ecuația (3) transformată ca mai jos, ne furnizează grafurile R.E.I. pentru fiecare din variabilele dependente :

$$[X] = [[u] - [a]]^{-1} \times [X_i],$$

$$[X] = [A] \times [X_i], \tag{4}$$

în care matricea $[A]$ este noua matrice a coeficienților (transmitanțele grafurilor) ce rezultă în cazul exprimării variabilelor dependente izolate în membrul unu, funcție de variabilele independente. Se observă ușor că grafurile R.E.I. pot fi considerate și grafuri de fluență „reziduale" deoarece fiecare graf rezultă prin eliminarea anumitor variabile conținute în ecuațiile inițiale.

3. Se pot ușor enumera cîteva proprietăți ce rezultă pentru „grafurile R.E.I." :

—grafurile R.E.I. păstrează o corespondență bi-univocă cu ecuațiile liniare pe care le definesc ;

— grafurile R.E.I. nu conțin bucle ;

— grafurile R.E.I. nu conțin ramuri orientate către nodurile de la capetele ramurilor radiale (noduri ce corespund variabilelor independente). Ramurile sînt dirijate exclusiv către nodurile reprezentative ale variabilelor dependente (vezi fig. 1). Nu mai apare necesar a se nota săgeți de direcție.

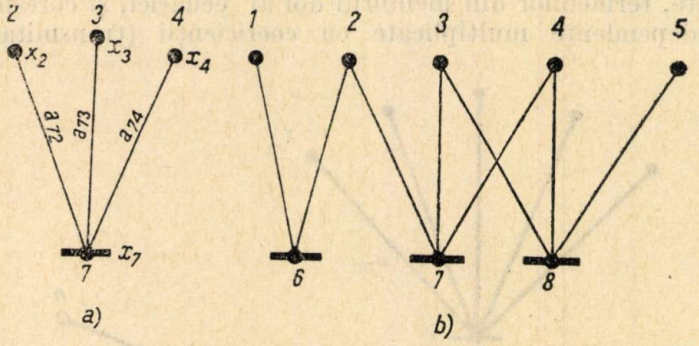


Fig. 1. — a — graful R.E.I. al variabilei x_7 ; b — graful întregului sistem reprezentativ al ecuației (4).

Figura 1 a arată un graf R.E.I., ce definește ecuația variabilei dependente X_7 extrasă din ecuația (4) și care are forma

$$X_7 = a_{72} X_2 + a_{73} X_3 + a_{74} X_4, \tag{5}$$

unde X_2, X_3, X_4 sînt variabile independente iar coeficienții respectivi conținuți în matricea $[A]$: a_{72}, a_{73} și a_{74}, sînt transmitanțele (vezi fig. 1).

4. Se poate ușor observa din cele de mai sus, că un graf R.E.I. este de fapt un desen indicativ al *structurii*. El arată dependența funcției ce dorim să studiem, de variabilele independente ale sistemului. Dacă sistemul are un anumit grad de libertate, *cercetătorul își va alege numărul*

respectiv de variabile independente, și va cere calculatorului desenul reprezentativ al structurii așa cum rezultă pentru variabilele dependente interesante în studiul ce întreprinde.

AL DOILEA CONCEPT FIGURATIV : IMAGINEA NODALĂ (VIZUALIZAREA EFECTELOR)

5. Imaginea nodală în cazul particular al studiului rețelelor electrice prin metoda „ANALIZEI NODALE", era o diagramă figurînd suprapunerea efectelor în nodul „în studiu" pentru care se întocmesc scheme R.E.I. [3], [4].

În cazul general al unui sistem liniar (sau liniarizat) odată constituit un graf R.E.I. pentru o variabilă dependentă (sau funcție ce se studiază) conform paragrafului 2, i se asociază un al doilea desen standardizat, care poate fi denumit „graf" reprezentativ al suprapunerii efectelor în nodul central al grafului R.E.I. Am denumit „Imaginea nodală" acest al doilea „graf", asociat grafului R.E.I.

Figura geometrică ce rezultă poate fi definită la rîndul ei astfel. Se numește „Imagine nodală" un traseu continu format din segmente de dreaptă plasate în serie, a cărui rezultantă geometrică (sau proiecțiile sale pe anumite axe alese), și componentele sale definesc o ecuație algebrică liniară folosită pentru constituirea unui graf R.E.I.; rezultanta este asociată nodului central al grafului R.E.I. iar segmentele de dreaptă componente, termenilor din membrul doi al ecuației, și corespund variabilelor independente multiplicate cu coeficienții (transmitanțele) respectivi.

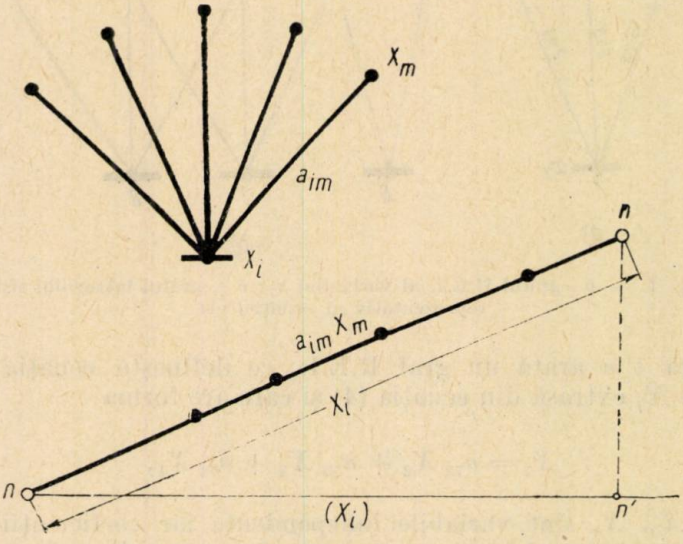


Fig. 2. — Cea mai simplă imagine nodală.

Se poate astfel spune că „Imaginea nodală" cu regula de constituire enunțată, corespunde univoc grafului R.E.I., rezultanta corespunzînd valorii variabilei dependente, iar laturile componente valorilor ce rezultă

din înmulţirea valorii variabilelor independente cu transmitanţele respective.

6. Mai trebuie adăugat că o asemenea imagine se constitue pentru o anumită *stare de referinţă*, faţă de care se doreşte vizionarea comportării.

Există o mare elasticitate în constituirea „Imaginii nodale" [3] şi *numai cunoaşterea domeniului ce se studiază, cu problemele ce le pune, va permite întocmirea imaginii optime* pentru vizualizarea stărilor. Se pot de asemenea constitui mai multe imagini nodale pentru vizionarea aceluiaşi nod, pentru care s-a constituit schema RE.I.

Acest lucru rezultă şi din aplicaţiile ce au fost arătate în cazul reţelelor. În figura 2 se arată cea mai simplă imagine nodală ce poate fi con-

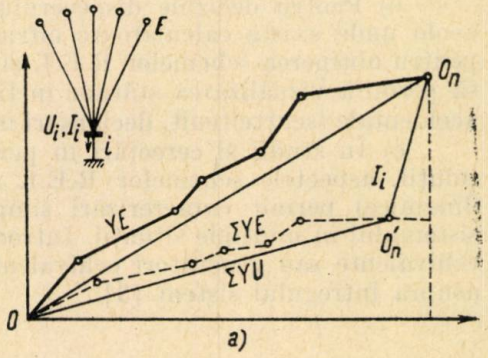


Fig. 3. — Imaginea nodală în cazul reţelelor electrice. Fazorii reprezintă componentele curenţilor de scurt circuit în nodul central al schemei R.E.I.

stituită prin segmente aliniate, iar în figura 3 o imagine adaptată problemelor reţelelor electrice [3] asociată schemei R.E.I. a nodului *i* al reţelei.

Fazorii reprezintă componentele curenţilor de scurtcircuit în nodul central al schemei R.E.I.

VIZIONAREA PRIN GRAFURI ASOCIATE

7. Se poate observa că cele două desene propuse pentru reprezentarea aceleiaşi funcţiuni, corespund structurilor elementare clasice familiare electricienilor şi anume :

— structura radială a reţelei în care e plasat un nod şi ;

— structura circulară a buclelor cu ramuri în serie în care circulă curenţi ciclici ;

— graful cu prima structură (graful R.E.I.) arată în cazul nostru dependenţa funcţiei studiate de variabilele independente alese ;

— graful cu a doua structură (Imaginea) asociat primului caracterizează cantitativ şi calitativ efectul variabilelor independente asupra funcţiei în studiu (suprapunerea efectelor).

8. Vizionarea celor două figuri, permite în general figurarea restricţiilor prin *locuri geometrice*, sau zone trasate pe imagine. De asemenea obţinerea unei optimizări sau unei anumite stări va putea corespunde unui anumit *aspect simplu al imaginii*. Astfel, atît raţionamentul direct, cît

şi intuiţia pot fi introduse, odată cunoscută, semnificaţia celor două figuri obţinute în domeniul cercetat.

9. În cazul special al sistemelor electroenergetice, noua evoluţie a construcţiei calculatoarelor permite aplicaţii noi pe care le enumerăm pe scurt şi care ilustrează posibilităţile actuale ale asocierii celor două grafuri pentru vizualizare.

a) *Pentru generatoarele foarte mari* (peste 300 MW) prevăzute cu calculatoare, se poate adăuga un dispozitiv de vizualizare (specializat), pentru reproducerea schemei R.E.I. şi a Imaginii nodale pentru bara sistemului la care e legat grupul.

Generatorul respectiv va fi figurat întotdeauna cu un fazor, restul sistemului după necesităţi [3].

b) Pentru deciziile dispecerului central sau dispecerilor regionali, acolo unde există calculatoare cifrice, se pot asocia instalaţii cu ecrane pentru obţinerea schemelor R.E.I. şi imaginilor nodale, cu programe care să permită vizualizarea stărilor în timpi reali, sau a unor stări ipotetice accidentale (scurtcircuit, declanşări intempestive etc.) [3].

c) În studii şi cercetări în perspectivă, pentru diverse structuri şi soluţii, aspectele schemelor R.E.I. şi imaginilor nodale (staţionare sau dinamice) permit caracterizări simple şi intuitive pentru comportarea sistemului în multiple situaţii. Introduceri de noduri fictive (sarcini unice echivalente sau generatori echivalenţi) va permite caracterizări generale asupra întregului sistem [3].

EXTINDEREA APLICAŢIILOR ÎN STUDIUL SISTEMELOR PRIN UTILIZAREA GRAFURILOR ASOCIATE

10. În lucrarea [6] s-a arătat un exemplu extrem de simplu pentru ilustrarea modului de constituire a celor două concepte figurative într-o problemă economică.

Reprezentarea prin un număr oarecare de grafuri, a stărilor sau comportării unui sistem apare ca posibilă şi în alte domenii decît acela al reţelelor electrice cu soluţii inspirate din conceptele „Analizei nodale".

În adevăr aspectul geometric caracteristic al celor două desene orientează şi disciplinează gîndirea în o anumită ordine standardizată şi simplă, apropiată de căile familiare cercetării în multe alte domenii. Astfel:

— *Primul graf denumit R.E.I. este un desen obţinut prin o structuralizare standard* a sistemului studiat, ce arată interdependenţa dintre variabile;

— *Al doilea graf denumit „Imagine nodală"* este un desen standard, ce permite o *apreciere vizuală a efectelor* fiecărei variabile (graful suprapunerii efectelor).

★

Mai trebuie adăugat, că pentru obţinerea ambelor desene ce respectă regulile principiale de constituire arătate, se pot utiliza căi şi procedee diferite, ce trebuie stabilite considerînd specificul problemei cercetate (vezi cazul Analizei nodale).

Ordinea de obţinere a celor două grafuri corespunde necesităţilor cercetării sistemului studiat şi este întotdeauna:

— reprezentarea geometrică a structurii radiale standardizată prin grafuri R.E.I.,

— reprezentarea geometrică a variației variabilelor pentru caracterizări și studii de comportare.

Este evident că această cale, cu aspect general, va fi mai mult sau mai puțin fertilă în un domeniu sau altul. Un exemplu interesant e arătat în lucrarea ing. E. Arie, care încearcă utilizarea celor două concepte figurative în cercetări de o mare complexitate [7], unde funcțiile ce intervin sînt greu liniarizabile. Prin aceasta utilizarea celor două concepte figurative se limitează la anumite aspecte păstrînd însă mai departe caracterul lor euristic.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Fischbein, *Arta de a gîndi*, Edit. științifică, București, 92 pag.
2. I.B.M., *Systems Journal — Interactive graphics in data processing*, Editura I.B.M., U.S.A. **7**, *3*, *4* (1968).
3. Paul Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Edit. Academiei, 1968.
4. — *Les deux concepts figuratifs de l'analyse nodale des reseaux d'energie*, Rev. Gen. Electricitate (R.G.E.), Paris, *1* (1967).
5. L. Robichaud, M. Boisvert, J. Robert, *Signal Folw Graphs and application — Prentice Hall International*, LONDON, 231 1962.
6. Paul Dimo, *Graphes „R.E.I." et leurs „Images nodales"*, Rev. Rum. Sci. Tech. Electr. et Energ., *2* (1969).
7. E. Arie, *Schémas et Images nodales attachés à des problèmes d'optimisation des systèmes énergétiques*, Rev. Roum. Sci. Tech. El. et En., *2* (1969).

OPTIMIZAREA STRUCTURII SISTEMELOR ENERGETICE PRIN PROGRAMAREA NELINIARĂ ASOCIATĂ UNOR CONCEPTE NODALE

DE

E. ARIE

620.98 : 621.311.1

Se prezintă o schemă a problemei optimizării structurii sistemelor energetice în care interdependenţele economice şi funcţionale dintre „obiectele" sistemului de optimizat sînt vizualizate prin noduri. Se discută posibilităţile oferite de tratarea problemei ca o problemă de programare neliniară prin asocierea unor variabile şi funcţii nodale.

Utilizarea eficientă a calculatoarelor electronice pentru planificarea dezvoltării şi conducerea operativă a sistemelor energetice are unele implicaţii contradictorii. Viteza de calcul şi numărul informaţiilor prelucrate simultan măresc posibilităţile de modelare fidelă a caracteristicilor elementelor sistemului, iar aplicarea metodelor de programare matematică tinde să elimine factorii arbitrari ce intervin la selecţionarea variantelor structurale sau funcţionale comparate, şi la simplificarea modelelor matematice. Dar mărirea gradului de automatizare a calculelor riscă să conducă la pierderea unor achiziţii importante ale tradiţiei inginereşti în acest domeniu în care experienţa şi aptitudinile creatoare ale proiectantului — respectiv ale operatorului — sînt hotărîtoare pentru eficienţa soluţiilor.

În cele ce urmează se schiţează un mod de abordare a problemei care încearcă să valorifice unele metode practice tradiţionale, generalizîndu-le în scopul automatizării calculelor şi se încearcă în acelaşi timp să se uşureze colaborarea dintre calculatorul electronic şi operator (denumire care în lucrare se referă şi la proiectant).

În acest scop s-a ales o schemă a problemei în care sînt individualizate toate instalaţiile complexe existente sau proiectate care ar putea deveni elemente ale sistemului şi sînt evidenţiate sub formă de „noduri" restricţiile funcţionale sau economice care descriu interacţiunile acestor elemente între ele şi cu instalaţii exterioare sistemului studiat. Componentele funcţiilor economice ale instalaţiilor, ale ansamblelor de instalaţii

şi ale sistemului sînt explicitate în raport cu „mărimi nodale" ca „funcţii economice nodale". Aceste funcţii economice nodale oferă criterii unitare şi obiective pentru aproximaţii iterative, în scopul automatizării unor decizii care în studiile actuale revin operatorului uman şi anume :

— separarea problemei în subprobleme şi ordonarea lor ;

— înlocuirea unor ansamble de instalaţii printr-o instalaţie unică echivalentă ;

— simplificarea modelelor matematice ale instalaţiilor componente, prin delimitarea domeniilor variabilelor structurale şi funcţionale pentru care fiecare instalaţie este competitivă cu instalaţia echivalentă a întregului sistem.

SCHEMA SISTEMULUI ÎN STUDIU

În figura 1 este reprezentată schema propusă în această lucrare pentru sistemul în studiu. Cu i_k s-au notat instalaţii energetice complexe (centrale, legături de interconexiune, consumatori) schematizate ca multipoli şi ale căror efecte asupra sistemului sînt caracterizate complet prin variabile nodale x_{im}. Variabilele nodale sînt mărimi energetice : debit de combustibil, cantitate de electricitate, debit de abur, energie electromagnetică ce traversează o suprafaţă de frontieră a instalaţiei. Interacţiunea dintre aceste instalaţii şi dintre acestea şi instalaţii exterioare sistemului studiat este descrisă complet de restricţiile instantanee de conservare a mărimilor energetice în fiecare nod m

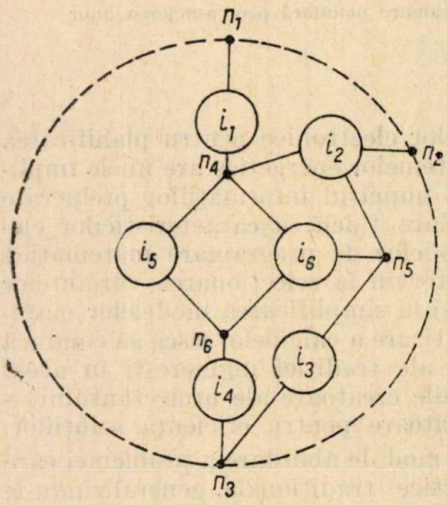


Fig. 1

$$\sum_i x_{im}(t, \mu, \alpha_i) \cdot dt \cdot d\varpi = 0, \qquad (1)$$

unde $m \in N$, $t \in T$, $\mu \in \mathcal{M}$, $\alpha_i \in \mathbf{A}_i$, şi unde t e timpul, μ un parametru discret referitor la o mărime fizică, α_i un parametru aleatoriu avînd densitatea de probabilitate $\varpi(\alpha_i)$ (α_i poate fi continuu sau discontinuu şi poate avea mai multe dimensiuni).

Funcţia economică a sistemului (economii — respectiv cheltuieli actualizate — al căror maxim — respectiv minim — trebuie determinat) este egală cu media sumei funcţiilor economice ale instalaţiilor componente

$$F(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i \ldots) = M\left\{\sum_i \int_0^T f_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) \cdot dt\right\}, \qquad (2)$$

unde

$$\mathbf{x}_i = [x_{im}(t, \mu, \alpha_i)] ; \; \mathbf{y}_i = [y_{ik}(t, \mu, \alpha_i)].$$

Variabilele interne y_i definesc condițiile tehnice constructive și funcționale ale instalației i (tipul constructiv, puteri unitare ale subansamblelor, numărul subansamblelor instalate, disponibile și în funcțiune etc.); spre deosebire de variabilele nodale care sînt în general continue, o mare parte a componentelor variabilelor interne y_i sînt discrete.

Variabilele interne și cele nodale ale aceleiași instalații sînt legate prin restricții care pot fi neliniare

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) = 0. \tag{3}$$

Dacă optimul căutat corespunde valorii maxime a funcției economice de forma (2), rezolvarea problemei poate fi descompusă în două subprobleme:

I
$$\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i) = \max f_i(\mathbf{y}_i/\mathbf{x}_i)$$
$$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) = 0 \qquad \mathbf{y}_i \in \mathbf{Y}_i$$

II
$$F(x_i \ldots) = \max M\left\{\sum \int_0^T \mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i)\, dt\right\},$$
$$\sum_i x_{im}(t, \alpha_i) = 0,$$
$$\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i,\ m \in N,\ \alpha_i \in \mathbf{A}_i.$$

În restricțiile celor două subprobleme pot apare și variabile de compensare, atribuite unor instalații fictive cărora nu le corespund componente în funcția economică.

Fiind o problemă de dimensiuni mult mai mici decît problema completă a optimizării sistemului, problema I poate fi rezolvată pentru $\mathbf{x}_i$, α_i dați, cu precizia dorită, fie printr-o metodă de aproximare liniară sau pătratică aplicată componentelor continui ale vectorului $\mathbf{y}_i$, însoțită de compararea variantelor, fie prin programarea dinamică etc. Rezultatul rezolvării va fi funcția $\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i, \alpha_i)$, definită pe ansamblul $\mathbf{X}_i$ pentru care subproblema I admite soluții. Funcția $\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i, \alpha_i)$ a fost denumită în lucrare „funcția economică nodală a instalației i".

Datorită eliminării variabilelor $\mathbf{y}_i$ și a restricțiilor $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \alpha_i)$, subproblema II are dimensiuni mai reduse decît problema inițială și conține numai restricții liniare. Problema II rămîne totuși o problemă de dimensiuni foarte mari datorită extinderii ansamblelor $\mathbf{X}_i$, datorită caracterului continu al parametrului t, care prin eșantionare conduce la un număr mare de restricții și de variabile, și datorită numărului mare de variante posibile pentru vectorul aleatoriu α_i. De aceea este necesară folosirea unor metode iterative de rezolvare, prin separarea unor subprobleme.

FUNCȚIA ECONOMICĂ NODALĂ ȘI VARIABILELE DUALE NODALE ALE SISTEMULUI

Sistemul exterior celui studiat, format din ansamblul instalațiilor exterioare care interacționează cu cele interioare, este prezent în formularea matematică a problemei sub o formă asemănătoare cu oricare din

instalațiile componente, cu deosebirea că în general este cunoscut vectorul $\mathbf{x}_e = [x_{em}(\mu, t, \alpha_e)]$ sau o funcție economică $\mathcal{F}_e(\mathbf{x}_e, \alpha_e)$ referitoare la interacțiunea sistemului studiat cu cel exterior, unde $\mathbf{x}_e$ este un element al unui ansamblu $\mathbf{X}_e$. Dacă se extinde prin ipoteză ansamblul $\mathbf{X}_e$ la un ansamblu continuu definit ca

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x},\ \mathbf{x} = -\sum_{i \in S} \mathbf{x}_i\},$$

(unde S este ansamblul instalațiilor interioare reale), problema II poate fi descompusă în două subprobleme :

III
$$\mathcal{F}(\mathbf{x}) = \max \sum_i \mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i)$$
$$\sum_S \mathbf{x}_i + \mathbf{x} = 0 \qquad \mathbf{x} = [\mathbf{x}(\mu, t, A)]$$
$$\mathbf{A} = [A_i],$$

IV
$$F(\mathbf{x}^*) = \max_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_e} M\{\mathcal{F}(\mathbf{x})\},$$

unde subproblema IV constă în determinarea unei extremale $\mathbf{x}^*(t)$ pe un ansamblu $\mathbf{X}_e$.

Funcția $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ este „funcția nodală a sistemului" iar $\mathbf{x}$ este „variabila nodală a sistemului exterior".

Proprietățile criteriale ale funcției nodale a sistemului pot fi ilustrate cu ajutorul schemelor din figura 2, în care :

S/i este subsistemul rezultat prin izolarea unui multipol i din ansamblul S ;

$\{n_i\}$ ansamblul nodurilor cu care multipolul i este incident.

S-a presupus că :

$$\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x} \in \mathbf{X}_e \text{ și } \mathbf{x}^* + \Delta\mathbf{x} \notin \mathbf{X}_e.$$

Schema din figura 2*a* corespunde situației optime, adică soluției ambelor subprobleme III și IV ; dacă $\mathbf{x}_i^* - \Delta\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i$, unde $\Delta\mathbf{x}_i = -\Delta\mathbf{x}$,

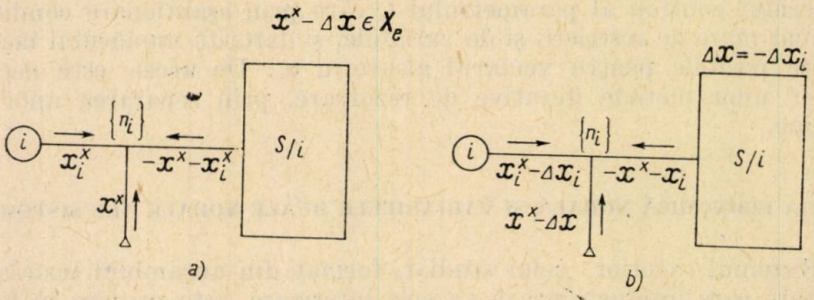


Fig. 2

schema $2b$ poate corespunde sau nu, unei soluții a subproblemei III, pentru $\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x}$, astfel că pentru schemele $2a$ și $2b$ sînt valabile relațiile

$$\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i^*) + \mathcal{F}_{s/i}(-\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_i^*) = \mathcal{F}(\mathbf{x}^*),$$

$$\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i^* - \Delta\mathbf{x}_i) + \mathcal{F}_{s/i}(-\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_i^*) \leqslant \mathcal{F}(\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x}),$$

deci

$$A \quad \boxed{\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i^*) - \mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i - \Delta\mathbf{x}_i) \geqslant \mathcal{F}(\mathbf{x}^*) - \mathcal{F}(\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x}).}$$

Dacă se cunoaște funcția nodală $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ și valoarea optimă $\mathbf{x}^*$ a variabilei primale nodale corespunzătoare sistemului exterior celui studiat, relația criterială A poate fi folosită pentru a testa dacă o valoare oarecare $\mathbf{x}_i^0$ a variabilei nodale $\mathbf{x}_i$ este optimă. Dacă există cel puțin o valoare $\Delta\mathbf{x}_i$ care respectă condițiile

$$\mathbf{x}_i^0 - \Delta\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i$$

și

$$\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x} \in \mathbf{X}$$

pentru $\Delta\mathbf{x} = -\Delta\mathbf{x}_i$,
dar pentru care relația criterială A nu este satisfăcută, astfel că:

$$B \quad \boxed{\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i^0) - \mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i^0 - \Delta\mathbf{x}_i) < \mathcal{F}(\mathbf{x}^*) - \mathcal{F}(\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x})}$$

rezultă că $\mathbf{x}_i^0$ nu este o componentă a soluției problemei de optimizare. Dacă $\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i)$ și $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ admit derivate în $\mathbf{x}_i^*$ și $\mathbf{x}^*$, relațiile criteriale A și B conduc pentru $\Delta\mathbf{x} \to 0$ la criteriile diferențiale Kuhn și Tucker, iar dacă funcțiile din subproblema I sînt convexe, aceste criterii diferențiale sînt și suficiente. În cazul general însă este necesar ca relațiile criteriale A și B să fie satisfăcute pentru orice $\Delta\mathbf{x}_i$, pentru care

$$\mathbf{x}_i^* + \Delta\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i \text{ sau } \mathbf{x}_i^* - \Delta\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}_i.$$

DOMENIUL DE COMPETITIVITATE AL FIECĂREI INSTALAȚII

Pentru determinarea valorilor optime ale variabilelor $\{\mathbf{x}_i^*, \mathbf{y}_i^*\}$ ale fiecărei instalații este suficientă cunoașterea funcției vectoriale $u(\Delta\mathbf{x})$ definită prin relația

$$u(\Delta\mathbf{x}) = (\mathcal{F}(\mathbf{x}^*) - \mathcal{F}(\mathbf{x}^* - \Delta\mathbf{x}))/|\Delta\mathbf{x}|, \tag{4}$$

pe care, prin generalizare, am denumit-o variabilă duală nodală [1].

Din ansamblul $\mathbf{X}_i$ al stărilor posibile ale instalației i și care satisfac subproblema I, se poate separa un subansamblu S_i, astfel încît pentru orice pereche de elemente $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in S_i$ să fie satisfăcută relația

$$|\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_1) - \mathcal{F}_i(\mathbf{x}_2)| \geqslant |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2| : u(\Delta\mathbf{x}), \tag{5}$$

și subansamblul S_i să conțină vectorul $\mathbf{x}_i = 0$.

Soluția optimă pentru instalația i va fi determinată pentru acel $\mathbf{x}_i^*$ pentru care

$$\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i^*) = \max_{S_i} \mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i).$$

Funcțiile $\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i)$ și derivatele lor au un număr finit de discontinuități, ceea ce ușurează formularea unui algoritm pentru delimitarea domeniului S_i; este deci suficientă memorarea funcției $u(\Delta\mathbf{x})$ pentru a putea determina toate componentele soluției, rezolvînd subprobleme de dimensiunile subproblemei I.

Funcția u joacă deci rolul caracteristicii unui subsistem echivalent ansamblului S/i în raport cu fiecare din instalațiile i; această funcție trebuie memorată pe un domeniu $\Delta\mathbf{X}$ astfel ales încît oricărui $\Delta\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$; $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in S_i$, să-i corespundă un $\Delta\mathbf{x} = \Delta\mathbf{x}_i$, $\Delta\mathbf{x} \in \Delta\mathbf{X}$.

Dacă $u(\Delta\mathbf{x})$ este cunoscută cu aproximația unei erori ε, se va putea separa din ansamblul $\mathbf{X}_i$ un subansamblu competitiv $\mathbf{X}_{ic}$, în care atît condiția A cît și condiția B sînt satisfăcute cu aproximația ε.

La trecerea de la iterația k la iterația $k + 1$, erorile admisibile se micșorează de la ε^k la $\varepsilon^{k+1} < \varepsilon^k$ ceea ce implică reevaluarea modulului de aproximare a funcțiilor $\mathcal{F}_i(\mathbf{x}_i)$ în interiorul domeniului $\mathbf{X}_{ic}^k$. Datorită diversității caracteristicilor instalațiilor și a ponderii economice diferite a restricțiilor, o modificare a erorii admisibile va antrena o modificare după un număr redus de direcții a funcțiilor nodale.

Subproblema III, a reevaluării funcției nodale $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ a sistemului apare ca o problemă cu un număr de variabile și un număr de restricții inferioare celui al problemei inițiale. Se automatizează astfel separația în subprobleme a problemei generale de optimizare a structurii sistemului: la fiecare pas iterativ se separă un alt grup de restricții și de variabile din ansamblu; în fiecare nod, se consideră că instalațiile i ale căror componente în funcția nodală nu au fost corectate, se înlocuiesc cu o instalație echivalentă unică avînd caracteristica identică cu funcția economică nodală a sistemului determinată în iterația precedentă. Atît la determinarea unei aproximații inițiale, cît și la corectarea iterativă a funcției economice nodale, se poate folosi una din următoarele căi:

— aproximarea liniară și rezolvarea prin programare liniară cu precizia ε^k a subproblemei I, cu restricția suplimentară $\mathbf{x}_i \in S_i$, care în cazul liniar se formulează ca o restricție privind variabila duală, pentru fiecare ansamblu de valori ale componentelor discrete $\mathbf{y}_i$ și apoi a subproblemei III pentru domeniile competitive S_{ic};

— o cale similară cu cea de sus, însă folosind programarea pătratică;

— folosirea unei metode constructive, adică de adăugare succesivă a cîte unei instalații componente combinată eventual cu o metodă de încadrare liniară iterativă a variabilei duale $u(\mathbf{x})$ [2];

— eșantionarea domeniului de variație continuă a variabilelor, dimensiunile ochiurilor rețelei de eșantionare restrîngîndu-se iterativ și aplicarea unei metode de programare dinamică.

Coordonatele aleatorii interioare $\mathbf{A}_i$, trebuie înlocuite în procesul de calcul schițat prin coordonate aleatorii nodale $\mathbf{A}$, pentru a putea determina cu ajutorul funcțiilor de probabilitate $\varpi(\mathbf{x}, \mathbf{A})$ a mediei $M\{\mathcal{F}(\mathbf{x})\}$.

Dacă eșantionarea spațiului A conduce la o problemă de programare de dimensiuni prea mari, se poate apela la artificii, ca de exemplu la utilizarea unor indici integrali și exprimarea funcțiilor nodale $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ în raport cu acești indici.

CONSIDERAȚII FINALE

În locul concluziilor, am dori să prezentăm interpretările tehnico-economice ale mărimilor introduse prin modul de abordare al problemei schițat mai sus.

Variabilele nodale $\mathbf{x}$ reprezintă mărimi energetice (cantități de combustibil, energie electromagnetică, intensitate de curent) schimbate de sistemul studiat cu instalații exterioare — reale sau fictive cu care este presupus interconectat.

Variabilele duale nodale $u(\mathbf{x})$ reprezintă prețuri medii la care acest schimb se găsește la limita eficacității economice, prețuri care depind de mărimea fluxurilor $\mathbf{x}$. Aceste prețuri sînt determinate de caracteristicile economice ale unor instalații „competitive" în cursul calculului iterativ; cînd eroarea tinde către 0 ansamblul instalațiilor „competitive" tinde către ansamblul instalațiilor marginale. La fiecare pas iterativ, prin mărirea preciziei, se schimbă caracteristicile a parte din instalațiile competitive, iar celelalte apar ca un sistem unic echivalent caracterizat de funcția $u(\mathbf{x})$ calculată în iterația precedentă.

Procedeul poate fi considerat ca o sinteză între:

— *metoda separației*, în care însă $u(\mathbf{x})$ este o constantă independentă de $\mathbf{x}$;

— și *metoda subsistemelor echivalente* în care determinarea caracteristicilor fiecărui subsistem echivalent precede rezolvarea problemei de programare.

Relația (5) caracterizînd interacțiunea fiecărei instalații competitive cu sistemul unic echivalent se pretează la reprezentări grafice sub formă de „imagini nodale", permițînd evidențierea sensibilității funcției economice la variații ale variabilelor primale, compararea caracteristicilor economice ale instalațiilor componente cu ale sistemului unic echivalent, selecționarea instalațiilor competitive, evaluarea erorii pe care se bazează această selecție [2], [3].

Vizualizarea automată a acestor relații în cursul procesului de calcul, poate ușura „dialogul" operator — calculator permițînd urmărirea calculelor sub o formă sintetică și intuitivă și ușurînd intervenția operatorului pentru eliminarea unor soluții fără interes practic sau pentru precizarea studiului, prin adăugarea de informații suplimentare.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Arie, *Méthode itérative nodale pour l'étude economique du développement d'un réseau électrique*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electr. Energ., *4*, 657 (1967).
2. — *Schémas et images nodales attachés à des problèmes d'optimisation de systèmes énergétiques*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electr. Energ., *2*, 295 (1969).
3. P. Dimo, *Graphes R.E.I. et leurs images nodales (L'analyse nodale „generalisée" pour la visualisation des états)*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electr. Energ., *2*, 275 (1969).

METODĂ PENTRU STABILIREA STRUCTURII INDUSTRIEI DE COMBUSTIBIL NUCLEAR ÎN CADRUL UNUI PROGRAM DE PERSPECTIVĂ

DE

M. BERCOVICI şi AL. SZMUK

Se prezintă relaţii matematice care permit calculul, cu ajutorul unui calculator numeric, a structurii industriei de combustibil nuclear şi de fabricare a moderatorului cum şi a cheltuielilor legate de creearea acestor industrii pentru diferite variante ale unui program de perspectivă privind dezvoltarea energeticii nucleare în ţara noastră.

Relaţiile stabilite reprezintă o completare la modelul matematic elaborat în anul 1967 cu privire la structura sistemului de centrale nucleare, în cadrul unei strategii de două tipuri de centrale, unul bazat pe reactori convertori şi celălalt pe reactori rapizi — reproducători.

1. În lucrarea de faţă se prezintă relaţii matematice care permit determinarea structurii industriei de combustibil nuclear şi de moderator cum şi a investiţiilor necesare pentru creiarea acestor industrii, pentru diferite variante ale unui program de perspectivă privind dezvoltarea energeticii nucleare în ţara noastră.

Relaţiile stabilite reprezintă totodată o completare la modelul matematic elaborat la Institutul de energetică [1] cu privire la structura sistemului de centrale nucleare, în baza unei strategii de două tipuri de centrale, unul bazat pe reactori convertori şi celălalt pe reactori rapizi — reproducători.

Structura industriei de combustibil nuclear se stabileşte în baza unei structuri date pentru dezvoltarea sistemului de centrale nucleare.

2. S-a luat în considerare o schemă simplificată (fig. 1) de ciclu de combustibil (uraniu) combinat anume :

Pentru C.N.E. convertoare (tip A) extracţie minieră şi concentrare, rafinare, îmbogăţire, fabricaţie de elemente de combustibil (e.d.c.) şi reprelucrarea combustibililor iradiaţi.

Pentru C.N.E. reproducătoare (tip B); fabricaţie de elemente de combustibil şi reprelucrarea combustibililor iradiaţi.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 733—739, 1969

S-au luat în considerare de asemenea şi uzinele de producţie a moderatorului apă grea şi grafit, necesare filierelor respective.

Este de menţionat că fluxurile de uraniu natural respectiv îmbogăţit determină capacitatea industriei de fabricaţie a combustibilului nou, fluxurile de uraniu iradiat (sărăcit în U_{235}) capacitatea uzinelor de reprelucrare iar fluxul de plutoniu capacitatea uzinelor de fabricat elemente de combustibil pentru reactori rapizi. Se consideră că C.N.E. reproducătoare vor folosi uraniu iradiat deci necesarul de uraniu natural va fi determinat de centralele convertoare.

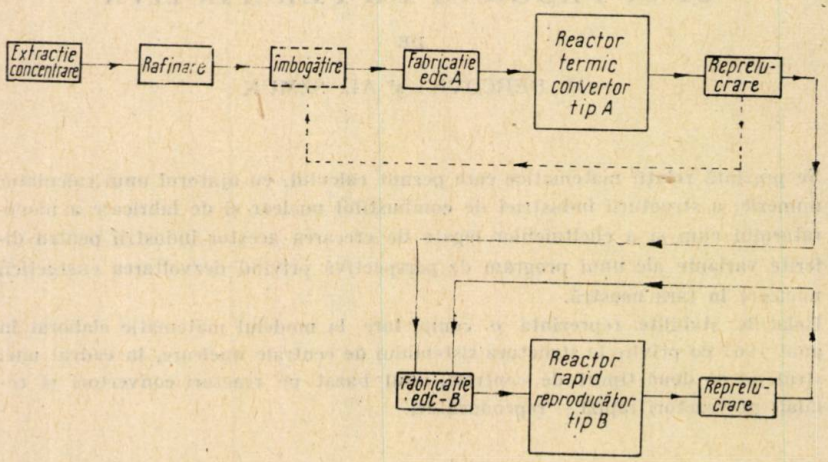


Fig. 1 — Ciclu de combustibil combinat pentru reactoare convertoare şi reproducătoare.

3. Se defineşte ca necesar de uraniu pentru perioada elementară τ socotit între punerile în funcţiune a două centrale nucleare consecutive din program (convertoare sau reproducătoare) suma formată din consumul curent pentru X_i centrale convertoare în funcţiune, proporţional cu energia electrică produsă de aceste centrale şi inventarul de uraniu al unei centrale convertoare, în cazul în care la începutul perioadei respective se pune în funcţiune o astfel de centrală nouă, adică atunci cînd variabila bivalentă $K_i = 0$ [1].

Notînd cu w_A consumul specific de uraniu natural exprimat în kg/MW_e. an şi cu V_A inventarul specific (înzestrarea iniţială) exprimat în kg/MW_e, necesarul de uraniu W_{Ai} pentru perioada τ_i se va putea exprima prin relaţia

$$W_{Ai} = w_A \rho_i \tau_i U x_i + (1 - K_i) V_A U, \tag{1}$$

unde ρ_i este factorul de sarcină, U puterea unitară a centralelor şi x_i numărul echivalent de centrale convertoare din perioada τ_i.

Necesarul total de uraniu natural pentru întreaga perioadă de program va fi

$$W_A = \sum_i W_{Ai} = \sum_{i=1}^{n} [w_A \rho_i \tau_i \, Ux_i + (1 - K_i) \, V_A U]. \qquad (2)$$

4. Capacităţile unitare a diferitelor feluri de uzine din ciclu se stabilesc în baza experienţei actuale şi a previziunilor tehnice de perspectivă şi se consideră ca rămînînd constante pe toată perioada de program.

Dat fiind faptul că se vor utiliza calcule pe intervale succesive, metoda permite, cu unele modificări, să se folosească capacităţi unitare variabile.

În ceea ce priveşte stabilirea termenelor de punere în funcţiune şi a numărului de uzine, adică a capacităţilor totale se prezintă două metode.

O primă metodă presupune că se formează grupe de centrale d_A respectiv d_B care sînt deservite de cîte o fabrică de combustibil (şi uzinele din amonte) pe toată durata de funcţionare din program. Metoda prezintă avantajul elasticităţii tehnologiei care progresează în timp, în sensul că noile uzine se adaptează cerinţelor noilor centrale, ea prezintă însă dezavantajul de a nu folosi integral capacităţile de producţie de la începutul perioadei.

Metoda a II-a se bazează pe folosirea integrală a capacităţilor de producţie, întreg sistemul de centrale fiind deservit în principiu în comun de către ansamblul uzinelor de fabricaţie. Această metodă asigură de la început folosirea integrală a capacităţilor de producţie, are însă dezavantajul că în unele perioade de program există imobilizări de cantităţi de combustibil, fabricate cu mult înainte de utilizarea lor.

În cele ce urmează se dezvoltă prima metodă şi se dau indicaţii cu privire la metoda a doua.

5. Se formează grupe de d_A centrale convertoare şi d_B centrale reproducătoare care urmează a fi deservite de cîte un bloc de uzine ale ciclului, a căror capacitate F se stabileşte în aşa fel încît să asigure consumul de combustibil al acestor grupe de centrale. Termenul de punere în funcţiune a fiecărei uzine din ciclu se va determina în aşa fel încît să asigure şi inventarul iniţial (prima încărcătură) al grupei de centrale deservite.

În acest scop se vor calcula în primul rînd termenele de punere în funcţiune a uzinelor de fabricat elemente de combustibil iar termenele de punere în funcţiune a uzinelor din amonte se stabilesc ţinînd seama de ciclurile de producţie respective.

Numărul de ordine al uzinelor consecutive de acelaşi fel se notează cu j care variază de la 1 la m_A pentru C.N.E. convertoare şi de la 1 la m_B pentru C.N.E. reproducătoare.

Întreaga perioadă de program se împarte într-un număr de m_A respectiv m_B perioade notate cu τ_{Aj} respectiv τ_{Bj}, care sînt delimitate de termenele de punere în funcţiune t_{Aj} respectiv t_{Bj} a primei centrale din grupele de centrale consecutive.

Notaţiile folosite în continuare sînt redate în tabela 1.

Tabelă

Notaţii folosite

Nr. crt.	Denumirea	U/M	Pentru C.N.E. cu reactoare convertoare tip *A*				Pentru C.N.E. cu reactoare producătoare tip *B*	
			Fabricaţie de e.d.c. *A* (uraniu)	Ansamblu uzine combustib.	Reprelucrare *A*	Moderator	Fabricaţie e.d.c. *B* (plutoniu)	Reprelucrare *B*
1.	Indicatorul felului uzinei		u	$\frac{A}{\Phi}$	Ar	D	$p(B)$	Br
2.	Indicatorul nr. uzine		j	j	j	j	j	j
3.	Număr total uzine		m_u	m_A	m_A	m_D	m_B	m_B
4.	Capacitatea de producţie anuală	t/an	F_u	F_A	F_{Ar}	F_D	F_B	F_{Br}
5.	Pierderi specifice anuală	$\frac{\%}{100}$	ν_u	ν_Φ	ν_{Ar}	—	—	ν_{Br}
6.	Coeficienţi de transf. în comb. fizic (ind. alte unităţi)	diferite	K_u	K_Φ	K_{Ar}	—	K_B	K_{Br}
7.	Investiţii specifice	lei/t.an	I_u	I_A	I_{Ar}	I_D	I_B	I_{Br}
8.	Decalaje de timp	an	θ_{uj}	θ_Φ	θ_{Ar}	θ_D	θ_{pj}	θ_{Br}
9.	Termen de punere în funcţiune	an	t_{uj}	$t_{\Phi j}$	t_{Arj}	t_{Dj}	t_{pj}	t_{Brj}

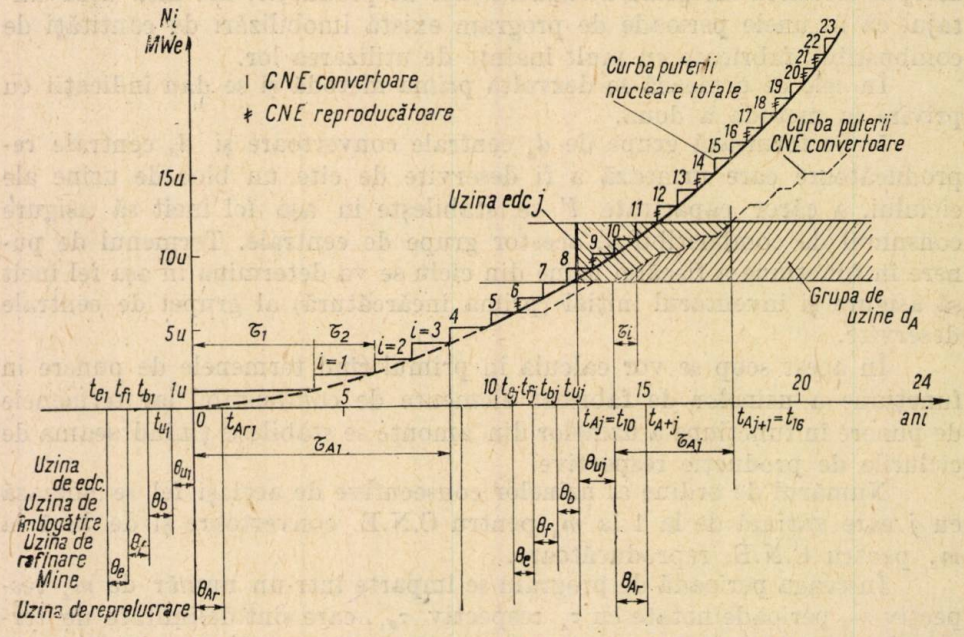


Fig. 2. — Graficul punerii în funcţiune a uzinelor ciclului de combustibil pentru C.N.E. convertoare.

6. În cele ce urmează se prezintă relaţiile de calcul pentru uzinele de fabricaţie a elementelor de combustibil pentru C.N.E. convertoare, a căror capacitate unitară F_u se exprimă în tone de uraniu natural transformabil în alte unităţi, cu ajutorul coeficientului K_u.

Producţia posibilă de combustibil F_{uj} în perioada τ_{Aj} dacă uzina ar lucra cu capacitatea deplină ar fi

$$F_{uj} = j F_u \sum_{i=Aj}^{Aj+1-1} \tau_j , \tag{3}$$

iar necesarul de combustibil, exprimat tot în uraniu natural va fi

$$W_{Aj} = \sum_{i=Aj}^{Aj+1-1} W_{Ai} . \tag{4}$$

Diferenţa între aceste valori determină decalajul de timp θ_{uj} faţă de termenul t_{Aj} (înainte sau după) pentrucă uzina lucrînd în plină capacitate să asigure necesarul de combustibil în perioada τ_{Aj}, conform relaţiei

$$\theta_{uj} = \frac{W_{Aj} - F_{uj}}{F_u} . \tag{5}$$

Dacă necesarul este mai mare decît producţia posibilă $W_{Aj} - F_{uj} > > 0$, în perioada τ_{Aj} atunci decalajul trebuie să fie în avans, faţă, de începutul acestei perioade t_{Aj}, pentru a face posibilă completarea diferenţei. Dacă diferenţa este negativă adică $W_{Aj} - F_{uj} < 0$ atunci s-ar putea decala termenul de punere în funcţiune, după începutul perioadei.

Totuşi ţinînd seama de faptul că prima centrală convertoare din grupul de centrale deservite, trebuie înzestrată iniţial cu prima încărcătură, decalajul va trebui să fie totdeauna în avans cu cel puţin cu θ_u ani egală cu durata necesară fabricării primei încărcături, determinată de relaţia

$$\theta_u = \frac{V_A U}{F_u} . \tag{6}$$

Rezumînd considerentele de mai sus vom avea două cazuri :

Caz 1. Dacă $\theta_{uj} \geqslant \theta_u$ atunci θ_{uj} va avea valoarea din relaţia (5).

Caz 2. Dacă $\theta_{uj} < \theta_u$ atunci se ia $\theta_{uj} = \theta_u$.

Cunoscînd deci decalajele se pot calcula termenele de punere în funcţiune a uzinelor de fabricat elemente de combustibil

$$t_{uj} = t_{Aj} - \theta_{uj} . \tag{7}$$

Investiţiile totale actualizate (cu rata α) la începutul programului pentru uzinele de fabricat elemente de combustibil I_u se vor putea exprima prin relaţia

$$I_u^* = K_u F_u I_u \sum_{j=1}^{m_A} e^{-\alpha (t_{Aj} - \theta_{uj})} . \tag{8}$$

7. Pentru întreprinderile din aval de fabrica de elemente de combustibil, capacităţile unitare de producţie se determină pornind de la F_u şi scăzînd pierderile. Termenele de punere în funcţiune se stabilesc scăzînd decalajele de timp θ_Φ în avans, determinate de ciclurile de fabricaţie în principal, din termenele de punere în funcţiune a fabricilor de elemente de combustibil corespunzătoare.

Pentru uzinele de reprelucrare, se pleacă de la fluxul de combustibili iradiaţi, care determină capacitatea acestora, iar pentru stabilirea termenelor de punere în funcţiune se ţine seama de durata medie de staţionare a combustibilului în reactor, durata calmării şi a transportului.

În ceea ce priveşte uzinele de fabricat elemente de combustibil pentru C.N.E. reproducătoare, se pleacă de la fluxurile de plutoniu, iar capacităţile şi termenele de punere în funcţiune se stabilesc în mod analog ca la uzinele care deservesc C.N.E. convertoare. Acelaşi lucru este valabil şi pentru uzinele de reprelucrare a combustibilului iradiat.

8. În metoda II-a întreprinderile ciclului de combustibil se consideră ca deservind întregul sistem de centrale nucleare şi nu numai anumite grupuri de centrale ca în metoda I-a prezentată. Celelalte ipoteze se menţin. Principiul de bază al ciclului, constă în asigurarea încărcării complete a capacităţii de producţie a uzinelor din ciclul de combustibil.

În acest scop se calculează pas cu pas necesarul de combustibil în fiecare perioadă elementară, τ_i, şi pentru perioada în care producţia uzinelor la capacitate deplină, plus disponibilul rămas din perioada anterioară, nu pot acoperi necesarul, se instalează cîte o uzină nouă de produs combustibil (mai exact un bloc de uzine). Termenul de punere în funcţiune a unei uzine de elemente de combustibil se calculează în aşa fel încît să asigure completarea deficitului. Termenele de punere în funcţiune a celorlalte uzine din amonte se stabilesc ca în metoda I-a.

Structura uzinelor pentru producţia moderatorului se stabileşte conform metodei II.

9. În cazul aplicării metodei I tratate investiţiile conexe totale actualizate I_c^*, se pot exprima printr-o sumă a investiţiilor în întreprinderile de prelucrare (inclusiv de extracţie) şi în cele de reprelucrare pentru tipurile convertor A şi reproducător B, cum şi în uzinele de produs moderator

$$I_{co}^* = I_A^* + I_{Ar}^* + I_D^* + I_B^* + I_{Br}^*, \tag{9}$$

sau, ţinînd seama de relaţiile stabilite vom avea :

$$\begin{aligned} I_{co}^* = {} & F_A \sum_{\Phi=1}^{\Psi} I_\Phi K_\Phi \prod_{f=1}^{\Phi} (1 + \nu_{f-1}) \sum_{j=1}^{m_A} e^{-\alpha\left(t_{Aj} - \theta_{ij} - \sum_{\varphi=2}^{\Phi} \theta_\varphi\right)} + \\ & + F_A I_{Ar} K_{Ar} (1 - \nu_{Ar}) \sum_{j=1}^{m_A} e^{-\alpha(t_{Aj} + \theta_{Ar})} + F_D I_D \sum_{j=1}^{m_D} e^{-\alpha t_{Dj}} + \\ & + F_B I_B K_B \sum_{j=1}^{m_B} e^{-\alpha(t_{Bj} - \theta_{Pj})} + F_B I_{B_1} K_{Br} (1 - \nu_{Br}) \sum_{j=1}^{m_B} e^{-\alpha(t_{Bj} + \theta_{Br})}. \end{aligned} \tag{10}$$

10. Relaţiile matematice, stabilite pentru determinarea structurii şi a cheltuelilor de investiţii pentru industria nucleară într-un program de perspectivă, sînt destinate în primul rînd să facă parte din modelul de întocmire a unui program optimizat pentru dezvoltarea centralelor nucleare în Republica Socialistă România, model întocmit la Institutul de energetică al Academiei, în care investiţiile conexe au fost prevăzute în mod global drept cota parte a investiţiilor în centrale nucleare. Cu ajutorul relaţiilor stabilite este posibilă calcularea mai exactă a totalului cheltuielilor de investiţii actualizate ale tuturor întreprinderilor conexe.

Relaţiile stabilite permit de asemenea întocmirea unui plan de perspectivă concret pentru industria nucleară, prin stabilirea termenelor de punere în funcţiune a fiecărei uzini cît şi a evoluţiei în timp a capacităţilor de producţie necesare.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Bercovici, A. Szmuk, *Model matematic pentru studierea structurii optime a centralelor nucleare într-un program de perspectivă*, St. cerc. energ. electr., **XVIII**, *3*, 531—545 (1968).

MODEL MATEMATIC PENTRU ANALIZA EFICACITĂȚII CICLURILOR DE COMBUSTIBIL NUCLEAR A REACTORILOR RAPIZI REPRODUCĂTORI

DE

C. HAIDUC

621.039:621.391

În lucrare se prezintă modelul matematic de analiza eficacității ciclurilor de combustibil nuclear pentru reactori rapizi reproducători pe baza criteriului componentei combustibilului din cheltuielile specifice de calcul Z_c^*. Modelul a fost elaborat considerînd reactorul rapid bizonal și ciclurile de combustibil distincte pentru zona activă și zona de reproducere. În cadrul modelului se ține seama de actualizare.

Se dau de asemenea ecuațiile pentru determinarea structurii optime ale unui sistem de reactori termici și rapizi-reproducători în cazul cînd se consideră unul sau mai multe tipuri de reactori termici.

Modelul a fost programat pe calculatorul C.I.F.A. — 102 și permite analiza și optimizarea parametrilor ciclurilor de combustibil menționate ținînd seama de elementele acestor cicluri și de modul de încărcare cu combustibil al zonelor active și de reproducere.

1. STABILIREA ECUAȚIEI PENTRU COMPONENTA COMBUSTIBILULUI DIN CHELTUIELILE SPECIFICE DE CALCUL PENTRU UN CICLU MIXT DE COMBUSTIBIL NUCLEAR

Ținînd seama de faptul că în literatura de specialitate [1] — [4] problema eficacității ciclurilor de combustibil pentru reactori rapizi-reproducători este tratată insuficient, a fost elaborat un model matematic complex de analiză a acestor cicluri pornind de la criteriul componentei combustibilului din cheltuielile specifice de calcul sub formă actualizată Z_c^*. După cum se arată în [5], [6] mărimea Z_c^* se exprimă prin ecuația

$$Z_c^* = C_c^* + p_e (F_{r1}^* + F_{r2}^*) + \frac{p_e}{\tau} i_c^*, \qquad (1)$$

unde :

C_c^* este componenta combustibilului din prețul de cost al energiei electrice ;

F_{r1}^*, F_{r2}^* — fondurile de rulment actualizate în combustibilul nuclear și la prelucrarea acestuia în întreprinderile ciclului de combustibil;

p_e — coeficientul de eficacitate a investițiilor în energetică;

τ — numărul de ore de funcționare a C.N.E. la puterea nominală;

i_c^* — investițiile specifice actualizate în întreprinderile ciclului de combustibil.

Ecuațiile pentru C_c^*, F_{r1}^*, F_{r2}^* și i_c^* au fost obținute în următoarele ipoteze:

1. se consideră reactorul rapid bizonal compus din zona activă și zona de reproducere cu cicluri de combustibil distincte;

2. pentru fiecare din zonele reactorului mărimile C_c^*, F_{r1}^*, F_{r2}^* și i_c^* vor fi diferite;

3. gradul de ardere al combustibilului se consideră diferit în zona activă și în zona de reproducere.

Ținînd seama de ipotezele menționate considerăm diferită variația cheltuielilor specifice în ciclul de combustibil nuclear pentru fiecare zonă după cum rezultă din figura 1.

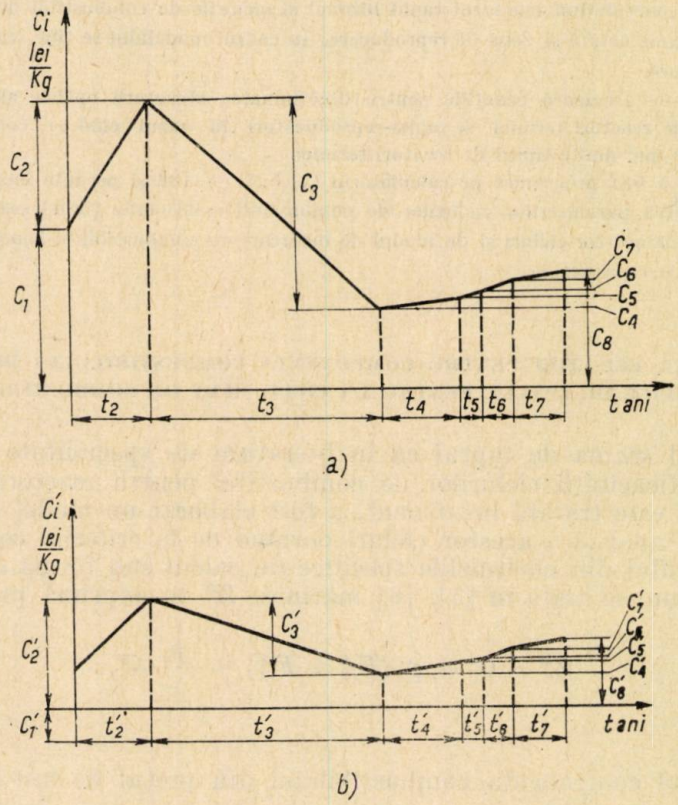


Fig. 1. — Variația cheltuielilor specifice la prelucrarea combustibilului nuclear în diferite elemente ale ciclului de combustibil în funcție de timp pentru reactorii rapizi-reproducători.

În figură s-au utilizat următoarele notații: C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7 sînt cheltuielile specifice cu Pu sau U puternic îmbogățit pentru zona activă, la fabricarea elementelor de combustibil, care trec asupra energiei electrice prin arderea combustibilului nuclear, la „răcirea" elementelor de combustibil iradiate, la transportul elementelor de combustibil la uzina de reprelucrare chimică, la reprelucrarea chimică, la depozitarea Pu extras din elementele de combustibil iradiate;

mărimile C_i' au semnificații analoage pentru ciclul de combustibil al zonei de reproducere;

t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7 reprezintă pentru zona activă, timpul de fabricație a elementelor de combustibil, perioada în care combustibilul se găsește în reactor, perioada de „răcire" a combustibilului, perioada de transport, perioada de reprelucrare și perioada de depozitare a Pu extras.

Mărimile t_i' reprezintă perioade de timp analoage pentru ciclul de combustibil a zonei de reproducere.

Ținînd seama de aceste notații pentru C_C^* se obține ecuația

$$C_C^* = \frac{1}{24\,(G_1+G_2)\,\eta_n^{\text{C.N.E.}}}\left[\frac{G_1\left(\sum_1^2 C_i + \sum_4^7 C_i - C_8\right)}{b_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{G_2\left(\sum_1^2 C_i' + \sum_4^7 C' - C_8'\right)}{b_2}\right], \tag{2}$$

unde:

$\eta_n^{\text{C.N.E.}}$ reprezintă randamentul net al C.N.E.;

b_1, b_2 — gradele de ardere a combustibilului în zona activă și de reproducere;

G_1, G_2 — consumul anual de combustibil în cele două zone ale reactorului rapid.

Mărimile G_1 și G_2 pot fi exprimate

$$G_1 = \frac{365\,\varphi Q_1}{b_1};\quad G_2 = \frac{365\,\varphi Q_2}{b_2}; \tag{3}$$

unde:

Q_1, Q_2 — reprezintă puterile termice ale zonei active și ale zonei de reproducere;

φ — coeficientul de sarcină al reactorului.

Pentru reactorul bizonal, pentru fondurile de rulment totale actualizate, pentru ciclul de combustibil se poate obține ecuația

$$F_{r.tot}^* = \frac{F_{ra}^*\frac{Q_1}{b_1} + F_{rr}^*\frac{Q_2}{b_2}}{\frac{Q_1}{b_1}+\frac{Q_2}{b_2}}, \tag{4}$$

unde fondurile de rulment actualizate pentru zona activă și zona de reproducere :

$$F_{ra}^{*} = F_{r1} + F_{r2}, \tag{5}$$

$$F_{rr}^{*} = F'_{r1} + F'_{r2}. \tag{6}$$

În ecuațiile (5) și (6) fondurile de rulment actualizate se exprimă prin ecuațiile :

$$F_{r1} = -\frac{1}{24\, b_1\, \eta_n^{\text{C.N.E.}}}\left[C_1 t_2 e^{p_e t_2} + \left(\sum_1^2 C_i - C_3\right) t_3 e^{-p_e t_3} + \right.$$

$$+ \left(\sum_1^2 C_i - C_3\right) t_4 e^{-p_e \sum_5^4 t_i} + \left(\sum_1^4 C_i - 2\, C_3\right) t_5 e^{-p_e \sum_3^5 t_i} +$$

$$\left. + \left(\sum_1^5 C_i - 2\, C_3\right) t_6 e^{-p_e \sum_3^6 t_i} + \left(\sum_1^6 C_i - 2\, C_3\right) t_7 e^{-p_e \sum_3^7 t_i}\right], \tag{7}$$

$$F_{r2} = \frac{1}{48\, b_1\, \eta_n^{\text{C.N.E.}}}\left[C_2 t_2 e^{p_e t_2} + C_3 t_3 e^{-p_e t_3} + C_4 t_4 e^{-p_e \sum_3^4 t_i} + \right.$$

$$\left. + C_5 t_5 e^{-p_e \sum_3^5 t_i} + C_5 t_2 e^{-p_e \sum_3^6 t_i} + C_7 t_7 e^{-p_e \sum_3^7 t_i}\right].$$

Mărimile F'_{r1} și F'_{r2} se exprimă în mod analog cu ecuațiile (7) și (8) cu deosebirea că mărimile C_i se înlocuiesc peste tot cu C'_i.

Investițiile specifice actualizate în ciclurile de combustibil corespunzătoare celor două zone se exprimă prin ecuații de forma

$$i_C^{*} = [i_f e^{p_e (t_f + \Delta t_f)} + i_r e^{p_e (t_r + \Delta t_r)} + i_{tr} e^{p_e (t_{tr} + \Delta t_{tr})} + i_{rep} e^{p_e (t_{rep} + \Delta t_{rep})} +$$

$$+ i_{aep} e^{p_e (t_{dep} + \Delta t_{dep})}],$$

unde i_f, i_r, i_{tr}, i_{rep}, i_{dep} reprezintă investițiile specifice în uzina de fabricație a elementelor de combustibil, în instalațiile de „răcire" a elementelor de combustibil iradiate, în mijloacele de transport, în uzina de reprelucrare a elementelor de combustibil și în instalațiile de depozitare a combustibilului.

Mărimile notate cu t și indice reprezintă perioadele de construcție a întreprinderilor respective din ciclul de combustibil. Iar Δt cu indice reprezintă diferențele de timp dintre momentul punerii în funcțiune a întreprinderilor respective ale ciclului de combustibil și momentul punerii în funcțiune a C.N.E.

Ţinînd seama de ecuaţiile (7) — (9) ecuaţia pentru Z_c^* capătă forma

$$Z_c^* = \frac{\left[\frac{Q_1}{b_1^2}\left(\sum_1^2 C_i + \sum_4^7 C_i - C_8\right) + \frac{Q_2}{b_2^2}\left(\sum_1^2 C_i' + \sum_4^7 C_i' - C_8'\right)\right]}{24\left(\frac{Q_1}{b_1} + \frac{Q_2}{b_2}\right)\eta_n^{\text{CNE}}} +$$

$$+ p_e \frac{F_{ra}^* \frac{Q_1}{b_1} + F_{rr}^* \frac{Q_2}{b_2}}{\frac{Q_1}{b_1} + \frac{Q_2}{b_2}} + p_e \frac{\Sigma i_i \, e^{p_e(t_i + \Delta t_i)}}{\tau}. \qquad (8)$$

Ecuaţia (8) poate fi utilizată în cazul cînd se consideră numărul de încărcături parţiale cu combustibil al zonei active şi ale zonei de reproducere $K = 1$. În cazil cînd $K > 1$ ecuaţia (8) poate fi utilizată prin înlocuirea valorilor C_i şi C_i' cu C_i^k şi $C_i'^k$ şi respectiv b_1 cu b_{1k}, adică, cu valori corespunzătoare numărului respectiv de încărcături parţiale.

2. DETERMINAREA PROPORŢIEI OPTIME ÎNTRE PUTEREA REACTORILOR RAPIZI – – REPRODUCĂTORI ŞI A REACTORILOR TERMICI

O problemă importantă care se pune la analizarea utilizării combustibilului nuclear constă în determinarea proporţiei optime dintre puterea reactorilor rapizi şi termici pentru sisteme de reactori pornind de la condiţia că necesarul de Pu pentru reactori rapizi $\overline{\overline{G}}_1$ fie egal cu producţia de Pu în reactorii rapizi $\overline{\overline{U}}_{\text{Pu}}$ şi în reactorii termici $\overline{\overline{V}}_{\text{Pu}}$

$$\overline{\overline{G}}_1 = \overline{\overline{U}}_{\text{Pu}} + \overline{\overline{V}}_{\text{Pu}}, \qquad (9)$$

unde :

$$\overline{\overline{G}}_1 = \frac{P_r}{\eta_{n.r}^{\text{C.N.E.}}}\left(\frac{365\,\varphi_r}{b_r} + \frac{\alpha_r}{\rho_r}\right), \qquad (10)$$

$$\overline{\overline{U}}_{\text{Pu}} = \frac{x_r R_r P_r}{\eta_{n.r.}^{\text{C.N.E.}}}\left(\frac{365\,\varphi_r}{b_r} + \frac{\alpha_r}{\rho_r}\right), \qquad (11)$$

$$\overline{\overline{V}}_{\text{Pu}} = \frac{x_t R_t P_t}{\eta_{n.t}^{\text{C.N.E.}}}\left(\frac{365\,\varphi_t}{b_t} + \frac{\alpha_t}{\rho_t}\right), \qquad (12)$$

în care :

P_r şi P_t reprezintă puterea electrică a reactorilor rapizi şi termici ;

$\eta_{n.r}^{C.N.E.}$, $\eta_{n.t.}^{C.N.E.}$ — randamentul net al reactorilor rapizi și termici;

R_r, R_t — coeficienții de reproducere a reactorilor rapizi și termici;

x_r x_t — procentul din cantitatea de combustibil utilizată în reactorii rapizi și termici;

φ_r, φ_t, b_r, b_t — coeficienții de sarcină și gradele de ardere pentru reactorii rapizi și termici;

ρ_r, ρ_t — puterile termice specifice pentru reactorii rapizi și termici.

α_r, α_t — creșterea relativă anuală a puterii reactorilor rapizi și termici.

Pe baza ecuațiilor (9) — (12) pentru raportul optim $\left(\frac{P_r}{P_t}\right)^{opt}$ se obține ecuația

$$\left(\frac{P_r}{P_t}\right)^{opt} = \frac{x_t R_t}{1 - x_r R_r}\left(\frac{\eta_{n.r.}^{C.N.E.}}{\eta_{n.t}^{C.N.E.}}\right)\left(\frac{\frac{365\,\varphi_t}{b_t} + \frac{\alpha_t}{\rho_t}}{\frac{365\,\varphi_r}{b_r} + \frac{\alpha_r}{\rho_r}}\right). \tag{13}$$

Pentru raportul optim dintre puterea reactorilor termici și puterea totală a sistemului de reactori se obține ecuația

$$\left(\frac{P_t}{P_r + P_t}\right)^{opt} = \frac{1}{1 + x_t\left(\frac{\eta_{n.r}^{C.N.E.}}{\eta_{n.t}^{C.N.E.}}\right)\left(\frac{R_t}{1 - x_r R_r}\right)\left(\frac{\frac{365\,\varphi_t}{b_t} + \frac{\alpha_t}{\rho_t}}{\frac{365\,\varphi_r}{b_r} + \frac{\alpha_r}{\rho_r}}\right)}. \tag{14}$$

Din ecuația (13) rezultă că puterea care poate fi instalată în reactorii rapizi este cu atît mai mare că cît vor fi mai mari mărimile R_r, R_t, $\eta_{n.r}^{C.N.E.}$, x_r, x_t, b_r și ρ_r. Puterea care poate fi instalată în reactorii rapizi scade prin îmbunătățirea parametrilor reactorilor termici cum sînt de exemplu $\eta_{n.t}^{C.N.E.}$, b_t și ρ_t.

În cazul cînd considerăm sistemul de reactori format din un tip de reactor rapid și două tipuri de reactori termici cu producțiile respective de plutoniu:

$$\overline{\overline{V}}_{Pu\,t_1} = \frac{x_{t_1} R_{t_1} P_{t_1}}{\eta_{n.t_1}^{C.N.E.}}\left(\frac{365\,\varphi_{t_1}}{b_{t_1}} + \frac{\alpha_{t_1}}{\rho_{t_1}}\right), \tag{15}$$

$$\overline{\overline{V}}_{Pu\,t_2} = \frac{x_{t_2} R_{t_2} P_{t_2}}{\eta_{n.t_2}^{C.N.E.}}\left(\frac{365\,\varphi_{t_2}}{b_{t_2}} + \frac{\alpha_{t_2}}{\rho_{t_2}}\right), \tag{16}$$

în acest caz pentru puterea electrică optimă care poate fi instalată în reactorii rapizi din sistemul de reactori obținem ecuația

$$P_r^{opt} = \frac{1}{YA}(X_1 B_1 P_{t_1} + X_2 B_2 P_{t_2}), \tag{17}$$

unde :

$$Y = \frac{1 - x_r R_r}{\eta_{n.r}^{C.N.E.}}, \tag{18}$$

$$A = \frac{365\ \varphi_r}{b_r} + \frac{\alpha_r}{\rho_r}, \tag{19}$$

$$X_1 = \frac{x_{t_1} R_{t_1}}{\eta_{n.t_1}^{C.N.E.}}, \tag{20}$$

$$X_2 = \frac{x_{t_2} R_{t_2}}{\eta_{n.t_2}^{C.N.E.}}, \tag{21}$$

$$B_1 = \frac{365\ \varphi_{t_1}}{b_{t_1}} + \frac{\alpha_{t_1}}{\rho_{t_1}}, \tag{22}$$

$$B_2 = \frac{365\ \varphi_{t_2}}{b_{t_2}} + \frac{\alpha_{t_2}}{\rho_{t_2}}. \tag{23}$$

În cazul cînd în cadrul sistemului de reactori termici și rapizi se utilizează mai multe tipuri de reactori termici notați cu indice i pentru P_r *opt* se obține ecuația generală

$$P_r^{opt} = \frac{1}{YA} \sum_i X_i B_i P_{ti}, \tag{24}$$

în care mărimile X_i, B_i și P_{ti} se determină cu ecuații identice cu (20) și (22).

3. CONCLUZII

Modelul matematic prezentat permite efectuarea analizei influenței mărimilor C_i și t_i caracteristicile ciclului de combustibil al zonei active și C_i' și t_i' caracteristice ciclului de combustibil al zonei de reproducere asupra lui Z_C^*. Poate fi analizată de asemenea influența mărimilor F_{r_1} și F_{r_2} precum și b_1, b_2 asupra lui Z_C^*. Poate fi pusă în evidență influența investițiilor specifice în întreprinderile ciclului de combustibil nuclear și ale perioadelor de construcție ale acestora asupra lui Z_C^*.

O importanţă mare prezintă faptul că există posibilitatea de a se analiza influenţa separată a parametrilor caracteristici ai zonei active şi ai zonei de reproducere asupra lui Z_C^* spre deosebire de alte lucrări unde se consideră reactorul rapid în totalitatea lui.

Modelul permite de asemenea să se analizeze influenţa numărului de încărcături parţiale cu combustibil a zonei active cît şi pentru zona de reproducere asupra lui Z_C^*. Modelul elaborat poate fi utilizat de asemenea şi pentru alte tipuri de reactori nucleari bizonali în care se utilizează combustibili diferiţi.

Poate fi de asemenea determinată structura optimă a puterilor reactorilor rapizi şi termici în cadrul sistemelor complexe de reactori nucleari energetici.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Vallance, *Fuel cycle economics of uranium fueled thermal reactors*, Referatul P/247, Conf. Geneva, 1964.
2. Dragoumis, *Estimating fuel cycle costs*, Nucleonics, *1* (1966).
3. V. V. Batov, Iu. I. Koreakin, *Necotorîe voprosî economiceskovo stimulirovania v iadernoi energhetike*, Atomnaia Energhia, mai, 379 (1966).
4. H. Grümm, D. Grupta, W. Hafele, *Erganzendes Material zum Bericht „Kernbrennstoffbedart und Kosten verschiedener Reaktortypen in Deutschland"*, KFK—466.
5. C. Haiduc, A. Szmuk, *Modelul matematic de analiză a eficacităţii utilizării combustibilului în diferite tipuri de reactori nucleari energetici şi cicluri de combustibil*, Memoriu la Institutul de energetică al Academiei, 1967.
6. C. Haiduc, *Modele matematice de analiză a eficacităţii ciclurilor de combustibil nuclear în reactorii rapizi-reproducători şi în cadrul programelor combinate de reacto ri termic şi rapizi*, Memoriu la Institutul de energetică al Academiei, 1968.

MODEL PENTRU CALCULUL EVOLUȚIEI PROCESULUI DE ARDERE ÎN FOCARUL CICLON ORIZONTAL

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, ST. KOȘA și N. POPESCU

662.921

Pornind de la ecuațiile timpului de separare și timpului de ardere a particulelor de combustibil solid în volumul focarului ciclon, se deduce ecuația generală a gradului de ardere a combustibilului în volumul ciclonului. Se prezintă în continuare modelul analogic pentru integrarea ecuației gradului de ardere al combustibilului.

Se dau primele rezultate obținute pentru calculul gradului de ardere prin metoda prezentată în lucrare în cazul arderii unui combustibil polidispers în volumul unui model de focar ciclon orizontal avînd diametrul de 500 mm.

Arderea combustibililor solizi în focare ciclon reprezintă o problemă complexă, care preocupă largi cercuri de specialiști. În focarul ciclon procesele de ardere și de schimb de căldură au loc parțial în timpul cît faza solidă se găsește în suspensie și parțial cît faza solidă se găsește pe pelicula de zgură topită. Perioada cea mai importantă a timpului total de staționare a fazei solide în focarul ciclon este perioada menținerii sale în stare de suspensie, deoarece în această perioadă mijloacele hidrodinamice permit intensificarea proceselor de schimb de căldură și schimb de masă.

Cercetarea evoluției procesului de ardere în focarul ciclon orizontal la funcționarea neizotermică bifazică poate fi făcută pe două căi:

— cercetarea experimentală a fenomenului de ardere și trasarea curbelor de izoconcentrații și izograde de ardere a combustibilului [1] — — [4].

— cercetarea procesului de ardere pornind de la evoluția hidrodinamică a suspensiei solide și de la evoluția procesului de ardere a particulei de combustibil [5], [6].

În cadrul primei grupe de cercetări procesul de ardere se analizează pe baza rezultatelor experimentale obținute pe instalații de laborator sau industriale, iar în cadrul celei de a doua grupe rezolvarea procesului se face pe cale teoretică, așa cum a încercat pentru cazul arderii

norului de praf Predvoditelev [7] și pentru focarele ciclon în cazuri foarte simplificate Basina-Tonkonoghi [5] și Ledinegg [6].

În cazul celei de a doua metode este necesar să se cunoască structura aerodinamică a spațiului în care se mișcă particula și legea de ardere a particulei de combustibil. Într-o serie de lucrări anterioare [8] — — [12] a fost prezentată structura aerdinamică din interiorul focarului ciclon la funcționarea izotermică, monofazică și bifazică. De asemenea

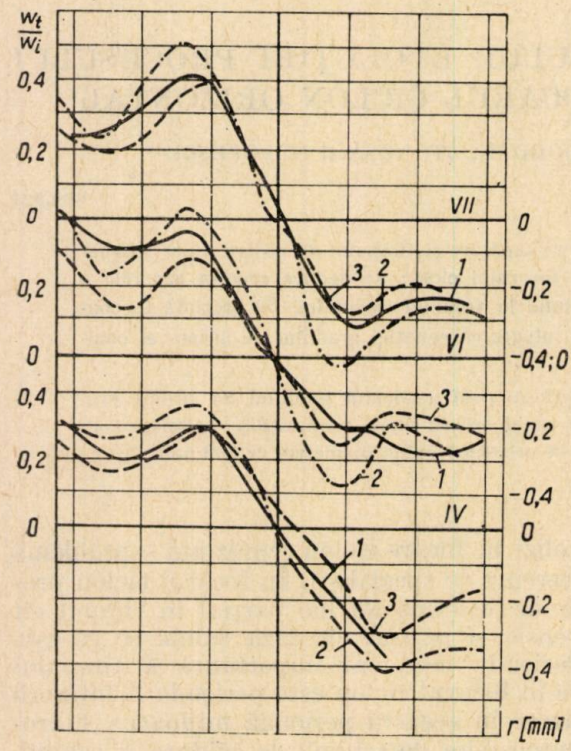


Fig. 1. — Distribuția vitezelor tangențiale raportate la funcționarea focarului ciclon orizontal în regim izotermic monofazic: — curba 3; neizotermic, monofazic — curba 2 și neizotermic bifazic — curba 1.

într-o serie de alte lucrări [12] — [14], a fost cercetată viteza de ardere a particulei de combustibil în diverse condiții, în funcție de o serie de factori.

Pentru a putea rezolva problema propusă este necesar să fie cunoscută influența neizotermicității procesului de ardere asupra structurii regimului hidrodinamic. În conformitate cu rezultatele din lucrările [1], [2], [4], în figura 1 se prezintă influența neizotermicității și a prezenței combustibilului solid asupra componentelor tangențiale raportate ale vitezei în diverse secțiuni ale unui focar ciclon orizontal experimental avînd: $L = 680$ mm; $D = 650$ mm; $\frac{d_e}{D} = 0{,}35$.

Similar, în figura 2, se arată influența neizotermicității și prezenței combustibilului solid asupra componentelor axiale raportate ale vitezei în diverse secțiuni ale focarului ciclon, iar în figura 3, influența neizoter-

micităţii procesului de ardere şi prezenţei combustibilului solid asupra distribuţiei presiunilor statice raportate în volumul aceluiaşi focar.

Din analiza acestor diagrame se constată că în cele trei regimuri, structura curbelor se conservă apărînd în funcţie de regim doar unele

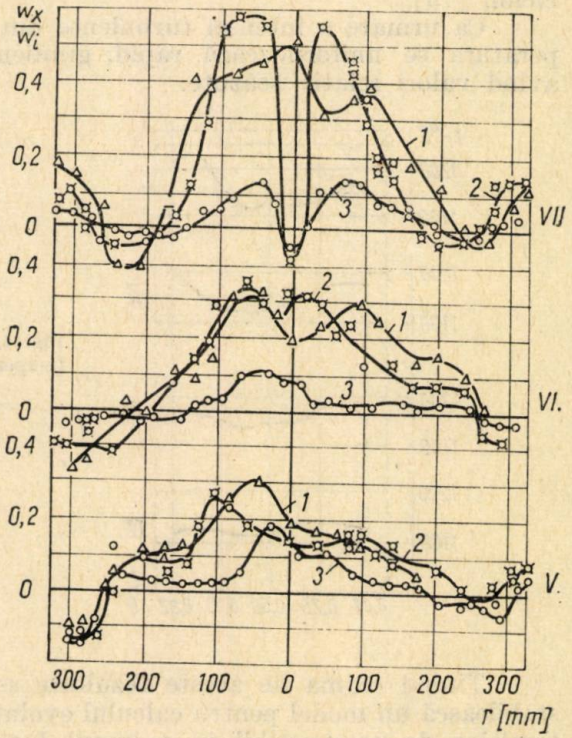


Fig. 2. — Distribuţia vitezelor axiale raportate la funcţionarea focarului ciclon orizontal în regim izotermic monofazic — curba 3; neizotermic monofazic — curba 2 şi neizotermic bifazic — curba 1.

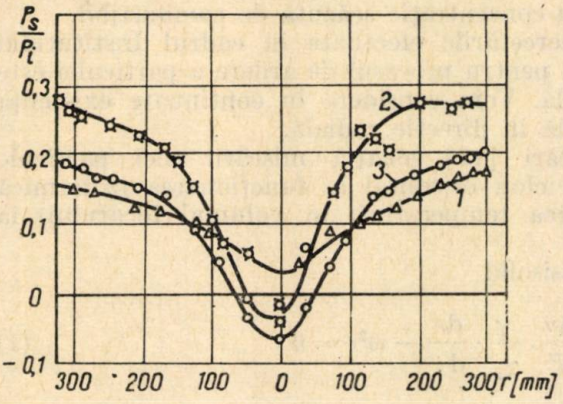


Fig. 3. — Distribuţia presiunilor statice raportată în volumul focarului ciclon orizontal în regim izotermic monofazic curba 3; ineizotermic, monofazic — curba 2 şi neizotermic bifazic — curba 1.

variaţii ale valorilor numerice. Este de menţionat o variaţie puternică a componentei axiale ale vitezei în zona ajutajului de ieşire, variaţie, care însă nu influenţează practic procesul de ardere al particulei.

Pentru a avea o imagine mai completă asupra condițiilor termoaerodinamice din volumul ciclonului este necesar să se cunoască și structura cîmpului de temperaturi din interiorul acestuia. În figura 4, se prezintă distribuția temperaturilor în diversele secțiuni ale focarului ciclon [15].

Ca urmare a intensei turbulențe din interiorul focarului ciclon temperatura se uniformizează rapid, gradientul acesteia în orice direcție avînd valori relativ scăzute.

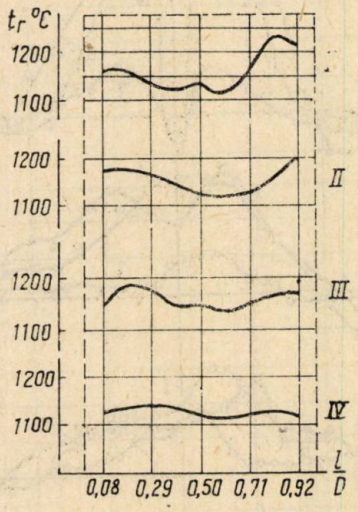


Fig. 4. — Distribuția cîmpului de temperaturi în volumul focarului ciclon.

Ținînd seama de aceste rezultate se încearcă în continuare să se stabilească un model pentru calculul evoluției procesului de ardere a particulelor de combustibil în volumul focarului ciclon în ipoteza că nu există influență reciprocă între diverse particule, ipoteză valabilă în cazul funcționării focarului cu concentrație scăzută de combustibil.

Așa cum rezultă din cercetările efectuate în cadrul Institutului nostru, de o mare importanță pentru procesul de ardere a particulei este viteza relativă mediu-particulă. Vom considera în continuare existența vitezei relative mediu-particulă în direcție radială.

Cu o serie de simplificări [11], ecuația mișcării unei particule solide în volumul focarului ciclon orizontal la funcționarea izotermică (ținînd seama de uniformizarea temperaturii în volumul focarului) ia forma :

— pentru domeniul cvasisolid

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_p} \cdot \frac{dr}{d\tau} - \omega^2 r = 0 ; \tag{1}$$

— pentru domeniul cvasipotențial

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_p} \cdot \frac{dr}{d\tau} - \frac{w_i^2 r_i^2}{r^3} = 0. \tag{2}$$

În cazul funcționării bifazice a ciclonului concentrația k a combustibilului asupra vitezei tangențiale conform relației [10]

$$w_t^* = ak^n w_t. \tag{3}$$

În acest caz ecuațiile (1), (2) devin:

— pentru domeniul cvasisolid

$$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2}\frac{\gamma}{\gamma_p}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\tau} - (ak^n)^2\omega_r^2 = 0; \tag{4}$$

— pentru domeniul cvasipotențial

$$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}\tau^2} + \frac{18\nu}{\varphi d_e^2}\frac{\gamma}{\gamma_p}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\tau} - (ak^n)^2\frac{w_i^2 r_i^2}{r^3} = 0. \tag{5}$$

Ecuațiile (4), (5) reprezintă ecuațiile traiectoriei unei particule solide la funcționarea ciclonului în regim bifazic.

În conformitate cu rezultatele obținute în lucrările [12] — [14] timpul total de ardere al particulei are expresia:

$$\tau_{tot} = \tau_p + \tau_v + \tau_r \tag{6}$$

în care:

$$\tau_p = K_{g_0}\frac{d_{mc}^{0,62}}{I^{4,05}\,T_a^{1,75}\,O_2^{0,66}\,w^{1,16}}B_1, \tag{7}$$

$$\tau_v = K_v d_{mc}^2, \tag{8}$$

$$\tau_r = \frac{B_r}{T_a^{0,78}\,w_r^{0,32}}\left(\frac{2090}{T} - 0{,}64\right)\left(\frac{46{,}7}{\mathrm{O}_2} - 1{,}23\right)K_{D_{\left(\substack{1000^\circ\mathrm{C}\\21\%\ \mathrm{O}_2}\right)}}\mathrm{d}_{mc}^2. \tag{9}$$

Considerînd particulele sferice, diametrul particulei funcție de greutate are expresia:

$$d_0^2 = \frac{6G_p}{\gamma_p \pi d_0} \tag{10}$$

Înlocuind ecuația (10) în ecuația (9) după o serie de calcule se obține

$$G_p = \frac{\pi\gamma_p d_0\,T_a^{0,78}\,w^{0,32}}{6\,B_r\,K_{D_{\left(\substack{1000^\circ\mathrm{C}\\21\%\ \mathrm{O}_2}\right)}}\left(\frac{2090}{T} - 0{,}64\right)\left(\frac{46{,}7}{\mathrm{O}_2} - 1{,}23\right)}\tau_p. \tag{11}$$

Cantitatea de combustibil care a ars după timpul elementar $\mathrm{d}\tau$ are expresia:

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\pi\gamma_p d_0\,T_a^{0,78}}{6\,B_r\,K_{D_{\left(\substack{1000^\circ\mathrm{C}\\21\%\ \mathrm{O}_2}\right)}}\left(\frac{2090}{T} - 0{,}64\right)\left(\frac{46{,}7}{\mathrm{O}_2} - 1{,}23\right)}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\tau}\right)^{0,32}. \tag{12}$$

În relația (12) $\left(\frac{dr}{d\tau}\right)$ reprezintă viteza relativă mediu-particulă care în cazul focarului ciclon cu simplificările introduse în lucrările [7], [8] reprezintă chiar viteza radială a particulei, care poate fi calculată prin integrarea ecuațiilor (1), (2) în cazul unei singure particule, respectiv (4), (5) în cazul unei concentrații k de combustibil.

În vederea integrării ecuației (12) s-a apelat la modelarea acesteia pe calculatorul analogic MECAN—II al Institutului de energetică *).

Ecuația (12) a fost scrisă sub forma:

$$\frac{dG}{d\tau} = D\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^{0,32}, \tag{13}$$

pentru condițiile:

$$\left.\begin{aligned} &\gamma_p = 1{,}3 \text{ g/cm}^2, \qquad B_r = 62{,}5 \\ &d_0 = 100 - 500, \qquad K_D = 540 \end{aligned}\right\} \text{ Lignit de Rovinari}$$

$$T_a = 273 + 500 = 773^\circ \text{ K},$$

$$T = 1273;\ 1473;\ 1673;\ 1873^\circ \text{ K},$$

$$O_2 = 21\%,$$

se obțin pentru D valorile date în tabela 1.

Tabela 1

Valorile lui D în funcție de diametrul particulei și temperatură.

Nr. crt.	1	2	3	4	5	6	7	8
d [μ]	500	100	500	100	500	100	500	100
t [°C]	1 000	1 000	1 200	1 200	1 400	1 400	1 600	1 600
$D.10^4$	1,8	0,36	2,32	0,461	2,95	0,59	3,8	0,74

Ecuațiile (4) și (5) au fost puse sub forma:

$$r'' + Ar' - f(r) = 0, \tag{14}$$

în care:

$$f(r) = \begin{cases} f_1(r) = (ak^n)^2 \omega^2 r - & \text{pentru domeniul cvasisolid,} \\ f_2(r) = \dfrac{(ak^n)^2 w_i^2 r_i^2}{r^3} - & \text{pentru domeniul cvasipotențial.} \end{cases}$$

*) La efectuarea calculelor a participat tov. ing. Napu Sebastian.

Considerînd :

$$\nu_{20^\circ} = 1{,}51 \times 10^{-5}; \quad \gamma_{20^\circ} = 1{,}2 \text{ kg/m}^3;$$

$$\gamma_p = 1300 \text{ kg/m}^3; \quad \varphi = 1.$$

Valorile lui A funcție de diametrul particulei și temperatură sînt date în tabela 2

Tabela 2

Valorile lui A în funcție de diametrul particulei și temperatură

Nr. crt.	1	2	3	4	5	6	7	8
d [μ]	500	100	500	100	500	100	500	100
t [°C]	1 000	1 000	1 200	1 200	1 400	1 400	1 600	1 600
A	3,22	80,5	3,6	90	3,97	99,2	4,32	108

Pentru determinarea funcției $f(r)$ considerăm cantitățile $K = 0 \ldots$ $\ldots 120$ g/kg și $W_1 = 25$ m/s ; respectiv $r_t = 0{,}25$ m ; se obține :

$$\left.\begin{aligned} f_1(r) &= (ak^n)^2 \cdot 39 \cdot 10^4 r = Br, \\ f_2(r) &= (ak^n)^2 \frac{39}{r^3} = \frac{C}{r^3}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Valorile constantelor B și C în funcție de k sînt date în tabela 3.

Tabela 3

Valorile lui B și C în funcție de k

k [g/kg]	0	20	40	60	80	100	120
$C = B \times 10^{-4}$	39	31,6	25,7	22,6	21,4	20,3	19,5

Pentru a fi posibilă integrarea ecuației (12) s-au integrat inițial ecuațiile (4), (5), conform schemei de calcul prezentată în figura 5. Deși această schemă diferă de schema propusă în lucrarea [16], totuși rezultatele calculului sînt aceleași.

Pornind de la schema prezentată în figura 5, în figura 6 se prezintă schema desfășurată pentru integrarea ecuației (12).

Ținînd seama de faptul că unitatea de lucru a calculatorului este 100 V, se stabilesc următorii factori de scară :

— spațiul : $\bar{r} = K_r r$ $\qquad K_r = 400,$

— timpul : $\qquad K_\tau = 10^3,$

— funcția $K_f = \dfrac{100}{40.10^3}$ $\qquad K_f = 2{,}5 \times 10^{-3},$

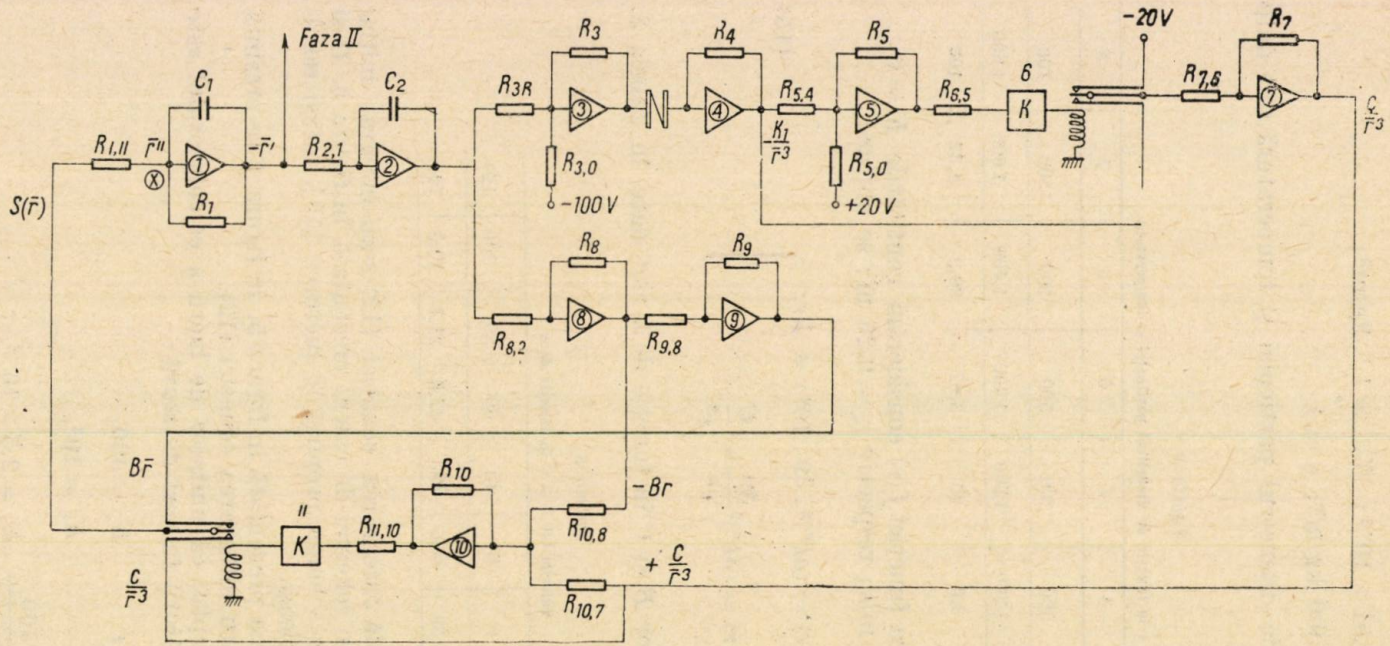


Fig. 5. — Schema de calcul pentru integrarea ecuațiilor (4) și (5).

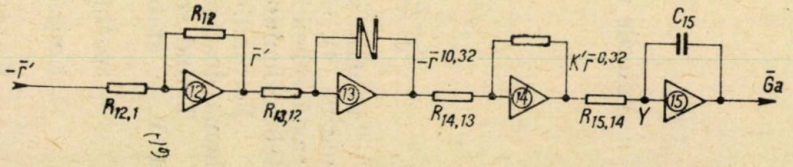


Fig. 6. — Schema desfășurată a modelului pentru integrarea ecuației (12).

— viteza : în amplificatorul ② se aleg:

$$C_2 = 1\mu F \quad R_{21} = 10M\Omega,$$

astfel

$$\bar{r} = \frac{1}{R_{21}C_2}\int \bar{r}'\,d\tau.$$

Ţinînd seama de factorii de scară şi valori:

$$400\,r = \frac{1}{10^{-6}10^{7}}\int \bar{r}'\,1000\,dt,$$

şi derivînd:

$$4r' = \bar{r}',$$

deci:

$$K_{r'} = 4.$$

Scriind legea a II-a a lui Kirchoff pentru model se obţine :

$$C_1\frac{d}{d\tau}(\bar{r}') + \frac{1}{R_1}\bar{r}' - \frac{1}{R_{1.11}}f(\bar{r}) = 0.$$

Înlocuind:

$$r'' + 10^8\frac{r'}{R_1} - \frac{2{,}5}{4R_{1.11}}\cdot 10^5 f(r) = 0. \qquad (16)$$

Identificînd cu (14) $R_1 = \frac{10^8}{A}$ $R_{1.11} = 62{,}5\,K\Omega$.

Luînd valorile din tabela 2, avem pentru R_1 valorile din tabela 4.

Pentru $R_{14,113}$ în funcţie de valor le lui D din tabela 1 şi e ementul neliniar pentru funcţia $\bar{r}'^{0,32}$ se calculează valorile din tabela 4.

Tabela 4

Valorile lui R_1 şi $R_{14,13}$ în funcţie de diametrul particulei şi temperatură

Nr. crt.	1	2	3	4	5	6	7	8
R_1 [MΩ]	31,1	1,242	27,75	1,111	25,2	1,008	23,2	0,926
$R_{14.13}$ [kΩ]	198,6	992,5	160	770	122	607	94,2	48,3

În diferite valori ale lui B şi C (tab. 3), respectiv la diferite concentraţii vor corespunde valorile $R_{9,8}$ şi $R_{7,6}$ din tabela 5.

Tabela 5

Valorile lui $R_{9.8}$ şi $R_{7.6}$ funcţie de k

k [g/kg]	0	20	40	60	80	100	120
$R_{9.8}$ [KΩ]	41,2	51	62,4	71	75	79	82,5
$R_{7.6}$ [KΩ]	15,7	19,4	23,8	27	28,6	30,2	31,5

Aplicînd pentru nodul y legea a II-a a lui Kirchoff :

$$\overline{G} = \frac{1}{R_{15,14}\, C_{15}} \int K' \overline{r}^{0,32}\, d\tau,$$

Cu $R_{15,14} = 10\ M\Omega$; $C_{15} = 10\ \mu F$,
vom avea :

$$K_G = 4{,}36 \times 10^6.$$

Modelul de calcul prezentat permite studiul influenței fiecărui parametru din ecuațiile (4), (5), (12) asupra gradului de ardere a particulei de combustibil. Așa, spre exemplu în figura 7, se prezintă influența

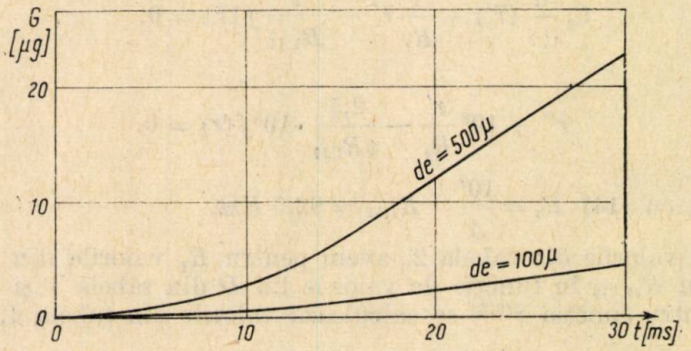


Fig. 7. — Influența diametrului particulei asupra gradului de ardere a particulei ($G_{500\mu} = 85_{\mu g}$; $G_{100\mu} = 0{,}68_{\mu g}$).

diametrului echivalent al particulei de combustibil asupra gradului de ardere a acesteia.

Este de observat că diametrul particulei, altfel pus, finețea de măcinare a cărbunelui influențează sensibil gradul de ardere a combustibilului în interiorul ciclonului, praful polidispers arzînd foarte diferit. Astfel particula cu diametrul mai mic de 100 μ ard complet în suspensie iar cele cu diametrul în jur a 500 μ ard parțial în suspensie, parțial pe pelicula de zgură topită ; ca urmare este necesar ca instalația să aibă posibilitatea măririi vitezelor relative mediu-particulă, a ridicării temperaturii în volumul de reacție și existenței oxigenului în cantitate suficientă în zona de ardere.

În lucrări viitoare vor fi analizate și alte influențe ca : concentrația combustibilului, temperatura în zona de reacție, compoziția mediului asupra gradului de ardere a combustibilului în volumul focarului ciclon.

BIBLIOGRAFIE

1. В. И. Хвастов, *Изучение структуры процесса горения в циклонной при сжигании жидкого топлива*, Исследование капельно-топочных процессове, Москва, 23—45, 1958.
2. Л. Л. Калишевский, Р. Б. Ганчев, *Исследование процесса сгорания в горизонтальной циклонной топке с жидким шлакоудалением*, Теплоэнергетика, *6*, 75—78 (1965).
3. — *Иследование полноты сгорания твердого топлива в циклонной камере*, Теплоэнергетика, 2, 23—27, 1966.
4. — *Исследование аэродинамической структуры циклонных топок при горении твердого топлива*, Теплоэнергетика, *8*, 72—75 (1966).
5. И. П. Басина, Е. А. Тонконогий, *О горении и сепарации частиц топлив в циклонной топке. Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельных процессах*, Госэнергоиздат, Москва, Ленинград, 1958.
6. M. Ledinegg, *Factors for Determination of the Heat Relase Pulverized Coal and Oil Fired Furnaces, Combustion*, Martie, 16—123, 1966.
7. Н. Л. Хитрин, Физика горения и взрыва, Москва, 1957.
8. N. Panoiu, *Contribuţii la studiul focarului ciclon*, Teză de doctorat, 1965.
9. — *Influenţa caracteristicilor fizice ale suspensiei solide asupra traiectoriei şi timpului de separare din focarul ciclon orizontal la funcţionarea izotermică*, St. cerc. energ. electr., 2 (1967).
10. — *Contribuţii la studiul traiectoriei şi timpului de separare a suspensiei solide în focarul ciclon orizontal la funcţionarea izotermică*, St. cerc. energ. electr. *4* (1967).
11. N. Panoiu, Şt. Koşa, *Influenţa vitezei mediului de antrenare a suspensiei solide asupra funcţionării focarului ciclon orizontal în regim izotermic bifazic*, Comunicare la sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic, Gh. Gh. Dej, 1—3 .XI.1968.
12. I. Carabogdan, *Timpul de ardere a particulei de combustibil solid şi influenţa factorului geometric*, St. cerc. energ., *2*, 397—412 (1965).
13. I. Carabogdan, *Studiul vitezei de ardere a particulei de combustibil solid, în cazul în care viteza relativă mediu-particulă este nulă*, Teză de doctorat, Bucureşti, 1967.
14. I. Carabogdan, *Corelaţia dintre viteza de ardere a particulei de combustibil solid şi viteza relativă mediu particole*, SCEE nr. 2/1968, p. 343—453.
15. В. А. Емельянов, В. А. Ключников, *Исследование тепловой работы плавительных циклонов на огневой модели*, Известия В У З, Энергетика, *I*, 82—86(1968).
16. T. Bajanescu, N. Panoiu, *Asupra modelării ecuaţiei mişcării unei particule solide într-un flux curbiliniu*, S.C.E.E., *3* (1966).

METODĂ SIMPLIFICATĂ PENTRU ANTECALCULAREA EVOLUȚIEI ARDERII ÎN FLACĂRA MONODIMENSIONALĂ

DE

G. SINGER și D. MANOLESCU

536.46

Pentru lămurirea proceselor fizico-chimice și a timpului de ardere al norului de praf se folosește o flacără monodimensională. În vederea antecalculării lungimii de ardere și a compoziției gazelor de-a lungul unei astfel de flăcări se prezintă o metodică simplificată ce ține seama de condițiile dintr-un focar model și care are ca element de plecare timpul de ardere al particulei de combustibil solid.

Procesul de ardere a prafului de cărbune din focar este foarte complex și este în prezent practic imposibil de a se urmări problema matematic și fizic fără a se recurge la o serie de simplificări, realizîndu-se un model; modelul poate fi mai simplu sau mai complex; evident cu cît modelul este mai complex cu atît mai apropiată e comportarea lui față de realitate.

În scopul studierii arderii prafului de cărbune în condiții cît mai apropiate de cele din industrie și pentru a menține avantajele unei cercetări experimentale de laborator, se realizează în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România un focar pentru ardere cu flacără monodimensională. În cazul unui astfel de focar, amestecul de aer—combustibil este realizat înainte de a fi introdus în focarul propriu-zis; proporția de amestec cărbune-praf și aer este controlată. Norul de praf introdus în focar este constituit din particule fine de praf monodispers, care se încălzesc și se aprind la aceeași temperatură. Întrucît toate particulele se consideră că au aceeași mărime și viteză de introducere în focar, se aprind la aceeași distanță de locul lor de insuflare, formînd un plan drept de front de flacără, perpendicular pe direcția de înaintare a norului de praf; suspensia se mișcă de la intrare pînă la ieșire fără nici o amestecare de-a lungul traseului; recirculația gazelor de ardere este eliminată iar gazul curge prin focar în curenți paraleli.

În cazul unui focar cu flacără monodimensională caracteristicile flăcării variază numai cu o singură dimensiune și anume de-a lungul dru-

mului parcurs ; în toate punctele unei secţiuni transversale caracteristicile flăcării se consideră a fi identice.

Procedeul prezentat a fost elaborat în scopul antecalculării unor elemente ce se urmăresc în cursul procesului experimental ce se va realiza în focarul cu flacără monodimensională. Întrucît arderea particulei este cel mai reprezentativ dintre fenomenele care au loc într-o flacără formată prin combustia unei mulţimi de particule, s-a plecat de la arderea particulei singulare. Deoarece conform literaturii de specialitate mai recente [1], arderea unor particule mai mici de 100 microni poate să aibe loc în regim cinetic, metodica a fost elaborată astfel ca să poată fi aplicată în regim de ardere difuziv cît şi cinetic.

Reacţiile de ardere pot fi reprezentate în mod simplificat prin trei ecuaţii diferenţiale, care reprezintă variaţia concentraţiei oxigenului, oxidului de carbon şi bioxidului de carbon :

$$\frac{dc}{dx} = -a_1 c - a_2 c = -(a_1 + a_2) c = -ac ; \tag{1}$$

$$\frac{dc_1}{dx} = a_1 c + a_{21} c_2 - a_{12} c_1 ; \tag{2}$$

$$\frac{dc_2}{dx} = a_2 c + a_{12} c_1 - a_{21} c_2 ; \tag{3}$$

relaţii în care s-a notat cu :

c, c_1 şi c_2 concentraţia oxigenului, oxidului de carbon, respectiv bioxidului de carbon ;

a_1, a_2, a_{12}, a_{21} viteza de formare a CO, CO_2-ului, viteza de ardere a CO şi de descompunere a CO_2-ului.

Pentru cazul arderii unui nor de praf de cărbune $a_1 + a_2 = a$ nu este constant de-a lungul lungimii drumului de ardere. În timpul arderii, respectiv în lungul flăcării, mărimea particulei se reduce foarte mult şi repede, ceea ce influenţează asupra lui a_2 şi a. Pentru evidenţierea lui a ce reprezintă factorul viteză al variaţiei concentraţiei oxigenului de-a lungul lungimii flăcării ce se notează cu x, se exprimă această concentraţie funcţie de suprafaţa de reacţie a particulelor la un moment dat S, viteza de ardere v şi viteza medie de mişcare a amestecului praf-aer w

$$\frac{dc}{dx} = -\frac{Sv}{w}. \tag{4}$$

Cunoscînd că viteza de reacţie este

$$v = k'c, \tag{5}$$

în care k' este constanta efectivă a vitezei de reacţie, şi folosind relaţia de bază care determină mecanismul arderii, regim cinetic sau difuziv

$$k' = \frac{1}{\frac{1}{\beta} + \frac{1}{k^*}}, \tag{6}$$

viteza de reacţie se poate scrie sub forma

$$v = \frac{\beta k^*}{\beta + k^*} c, \tag{7}$$

iar variaţia concentraţiei de oxigen (formula 4) devine

$$\frac{dc}{dx} = \frac{S}{w} \cdot \frac{\beta k^*}{\beta + k^*} c, \tag{8}$$

unde :

k^* este constanta vitezei de reacţie chimică ;

β — coeficientul schimbului de masă (difuzie).

Din compararea relaţiilor (1) şi (8) rezultă valoarea lui a funcţie de suprafaţa de reacţie a particulelor la un moment dat

$$a = \frac{S}{w} \frac{\beta k^*}{\beta + k^*}. \tag{9}$$

Această valoare poate fi exprimată ţinîndu-se seama de regimul în care are loc arderea. Dacă arderea are loc în regim cinetic $\beta \gg k^*$ şi în relaţia de bază care reprezintă mecanismul arderii, relaţia (6), se poate neglija k^* de la numitor şi atunci $k' = k^*$ şi relaţia (9) devine

$$a = \frac{S}{w} k^*. \tag{9.a}$$

Reacţia nu are loc însă numai pe suprafaţa exterioară a particulei, ci şi pe suprafaţa interioară, constituită din pori şi fisuri în care a pătruns gazul reactant ; dacă se notează cu ε adîncimea activă de pătrundere a reacţiei, constanta totală a vitezei de reacţie (exterioară şi interioară) este $k^* = k(1 + \varepsilon F_i)$ în care F_i este suprafaţa internă a porilor pe unitatea de volum.

Pentru cazul unor particule sub 300 microni se poate considera [3] dacă se notează cu r raza particulei, că $\varepsilon = r/3$ aşa că

$$k^* = k\left(1 + F_i \frac{d}{6}\right), \tag{10}$$

unde :

$k = k_0 e^{-E/RT}$ este relaţie cunoscută sub numele de relaţia lui Arrhenius şi în care k_0 este factorul de frecvenţă al ciocnirilor, E — energia de activare, R — constanta gazelor.

Pentru particule foarte mici de cărbune — în general sub 100 microni şi care ard la temperaturi de peste 900—1000°C, se poate considera [2], [3] $F_i \frac{d}{6} \ll 1$ deci $k^* = k$; cu alte cuvinte, se poate neglija reacţia de ardere pe suprafaţa interioară a materiei poroase de cărbune.

Întrucît suprafaţa de reacţie la un moment dat S poate fi exprimată în funcţie de suprafaţa iniţială a particulei S_0, de diametrul iniţial al particulei d_0 şi de diametrul d la un moment dat, relaţia (9.a) devine

$$a = S_0 \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \frac{k}{w}. \tag{11}$$

Dacă arderea are loc în regim difuziv în relaţia (9) $k^* \gg \beta$: procedîndu-se în mod similar ca în cazul anterior, $k' = \beta$, iar relaţia lui a devine

$$a = S_0 \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \frac{\beta}{w}. \tag{11.a}$$

Lungimea zonei de ardere este dependentă de timpul de ardere al particulelor şi de excesul de aer la care arde norul de praf. Plecîndu-se de la aceste considerente o serie de cercetători [4], [5] au propus o formulă simplificată pentru timpul de ardere al norului de praf în regim cinetic, de forma

$$\tau_c = \psi_c K_c (d_0 - d), \tag{12}$$

în care :

ψ_c este coeficient ce ţine seama de excesul de aer şi de gradul de ardere ;

K_c — constanta efectivă de ardere în regim cinetic.

Pentru cazul cînd viteza gazelor este mai mare de 1,2—1,3 m/s, ceea ce este întotdeauna valabil în cazul unui focar, viteza particulelor de praf de combustibil avînd $d < 100$ microni este egală cu cea a gazelor [6] şi atunci

$$\tau_c = \frac{x}{w}. \tag{13}$$

Egalarea relaţiilor (12) şi (13) permite stabilirea diametrului la un moment dat şi determinarea lungimii zonei de ardere în cazul în care particula arde complet, adică $d = 0$

$$x = \psi_c k_c d_0 w = \frac{1}{M}, \tag{14}$$

în care s-a notat cu

$$M = \frac{1}{\psi_c k_c d_0 w}. \tag{15}$$

În cazul cînd particula nu arde complet $d \neq 0$, formula (15) rămîne valabilă în continuare, cu observaţia că coeficientul ψ_c are valori diferite.

Pe cale teoretică au fost deduse valorile coeficientului ψ_c în funcţie de coeficientul de exces de aer al arderii, şi gradul de ardere al particulei $r = \frac{d}{d_0}$.

Valorile ψ_c sînt redate în tabela 1.

Tabela 1

Valorile coeficientului ψ_c

α \ r	0	0,05	0,1	0,15	0,20	0,30
1,1	5,645	5,363	5,053	4,716	4,360	3,623
1,2	3,868	3,654	3,429	3,282	3,122	2,775
1,3	2,924	2,849	2,768	2,677	2,553	2,360
1,4	2,509	2,456	2,399	2,335	2,265	2,108
1.5	2,245	2,205	2,161	2,112	2,059	1,938

Pentru cazul arderii particulelor în regim difuziv, relaţia care dă timpul de ardere este similară cu relaţia (12), numai că diametrele apar la pătrat şi constanta efectivă de ardere este cea pentru regimul difuziv. Procedîndu-se în mod analog ca şi la cel cinetic rezultă că lungimea zonei de ardere este

$$x = \psi_D k_D w d_0^2 = \frac{1}{M_D}, \tag{16}$$

în care s-a notat

$$M_D = \frac{1}{\psi_D k_D w d_0^2}. \tag{17}$$

Fiind stabilite prin relaţia (11.a) respectiv (11.b), variaţia lui a funcţie de raportul $(d/d_0)^2$ se poate folosi acum raportul d/d_0 după cum rezultă din egalarea relaţiilor (12) şi (13) ale timpului de ardere $d/d_0 = 1 - Mx$ şi astfel pentru cazul arderii în regim cinetic

$$a = S_0 \frac{k}{w} (1 - Mx)^2. \tag{18}$$

Cu ajutorul acestei relaţii care reprezintă viteza de formare a CO şi CO_2, respectiv de consum a O_2 de-a lungul flăcării, se poate stabili variaţia concentraţiei gazelor ce interesează, adică O_2, CO şi CO_2, de-a lungul flăcării.

Dacă se consideră că particulele sînt de formă sferică, notînd cu γ greutatea specifică a cărbunelui şi cu $c_{cărb}$ concentraţia iniţială a prafului de cărbune în volumul de aer, atunci numărul de particule pe unitatea de volum este

$$n = \frac{6 c_{cărb}}{\pi d_0^3 \gamma}.$$

Suprafaţa totală iniţială a particulelor pe unitatea de volum este

$$S_0 = \pi d_0^2 n = \frac{6 c_{cărb}}{d_0 \gamma}. \tag{19.a}$$

În cazul combustibililor solizi se poate face aproximaţia că cantitatea minimă de aer de ardere L_0 este egală cu cantitatea de gaze de ardere V_0 (la coeficientul de exces de aer ardere $\alpha = 1$); deci concentraţia iniţială a cărbunelui (kg/m^3) poate fi exprimată prin

$$c_{cărb} = \frac{1}{\alpha V_0}.$$

Înlocuind această relaţie în ecuaţia (19.a) rezultă

$$S_0 = \frac{6}{\alpha V_0 \gamma d_0}. \tag{19.b}$$

Dacă se notează pentru simplificarea scrierii

$$S_0 = \frac{k}{w} = N \quad \text{şi deci} \quad N = \frac{6k}{\alpha V_0 \gamma w d_0}, \tag{20}$$

atunci

$$a = N(1 - Mx)^2, \tag{21}$$

şi

$$\frac{dc}{dx} = -N(1 - Mx)^2 c. \tag{22}$$

Pentru determinarea variaţiei de oxigen, se integrează această relaţie, ţinînd seama că oxigenul din aerul în exces nu participă la ardere şi se consideră pentru simplificare, M ca valoare mediată de-a lungul drumului de ardere, prin medierea valorii inverse a coeficientului ψ_c corespunzător; se ajunge la

$$c = c_0 e^{-N\left(x - Mx^2 + \frac{M^2}{3}x^3\right)} + c_\alpha \left[1 - e^{-N\left(x - Mx^2 + \frac{M}{3}x^3\right)}\right]. \tag{23}$$

În această relaţie s-au notat concentraţiile iniţiale, ale excesului şi la un moment dat cu c_0, c_α şi c. Termenul al doilea al relaţiei (23) fiind mic în comparaţie cu primul, se poate într-o primă aproximaţie neglija.

Pentru exprimarea variaţiei concentraţiei de CO_2 de-a lungul flăcării se pleacă de la ecuaţia (3), se neglijează însă reacţiile secundare, utilizîndu-se rezultatele experimentale din [3], conform cărora raportul dintre a_2 şi a are valoarea $z = 0{,}65 - 0{,}75$. Ecuaţia (3) devine

$$\frac{dc_2}{dx} = a_2 c = zac = zN(1 - Mx)^2 c_0 e^{-N\left(x - Mx^2 + \frac{M^2}{3}x^3\right)}. \tag{24}$$

Prin integrarea acestei ecuații se obține

$$c_2 = zc_0 [1 - e^{-N\left(x - Mx^2 + \frac{M^2}{3}x^3\right)}]. \tag{25}$$

Concentrația de oxid de carbon de-a lungul zonei de ardere se poate stabili în funcție de concentrațiile de oxigen și bioxid de carbon. Pentru aceasta se recurge la o relație de bază a arderii, în cazul arderii incomplete din punct de vedere chimic (neglijîndu-se bioxidul de sulf ce ar rezulta din ardere)

$$\frac{CO}{CO^{max}} + \frac{CO_2}{CO_2^{max}} + \frac{O_2}{21} = 1, \tag{26}$$

în care CO^{max} și CO_2^{max} se exprimă în funcție de β

$$\beta = 2{,}37 \frac{H^l - \frac{O^l}{8} + 0{,}038N^l}{k^l}, \tag{27}$$

iar

$$k^l = c^l + 0{,}375\, S_c^l. \tag{28}$$

În relațiile (27) și (28) s-a notat cu C^l carbonul, H^l hidrogenul, O^l oxigenul, S_c^l sulful combustibil și N^l azotul din combustibil, toate raportate la masa de lucru; β și k sînt așadar niște coeficienți, funcție de compoziția combustibilului studiat.

Folosind notația c, c_1, c_2 pentru concentrația oxigenului, oxidului de carbon și bioxidului de carbon și c_0 pentru cea a oxigenului la $x = 0$ relația (26) poate fi scrisă sub forma

$$(0{,}605 + \beta)\, c_1 + (1 + \beta)\, c_2 + c = c_0, \tag{26.a}$$

în care dacă se înlocuiesc valorile c_1 și c_2 stabilite mai înainte, dependente de lungimea flăcării, se obține valoarea lui c_1 ca fiind

$$c_1 = \frac{1 - z(1 + \beta)}{0{,}605 + \beta} c_0 [1 - e^{-N\left(x - Mx^2 + \frac{M^2}{3}x^3\right)}]. \tag{29}$$

Pentru un număr mai mare de cărbuni inferiori din țară s-a calculat valoarea β, care a fost găsită ca variind între 0,5—0,08.

Metoda prezentată permite stabilirea variației concentrației gazelor de ardere de-a lungul flăcării și stabilirea lungimii zonei de ardere (considerată de la începerea aprinderii particulelor) în cazul unei flăcări monodimensionale; ea neglijează cenușa din particulă; s-a considerat de asemenea că particulele sînt de formă sferică.

Metodica prezentată va fi verificată pe instalația de focar cu flacără monodimensională a institutului, urmînd ca ulterior aproximațiile introduse să fie restrînse.

BIBLIOGRAFIE

1. R. H. Essenhigh, *The influence of coal rank on the burnin times of single captive particles*, Trans, ASME, Serie A, 1963, iulie, p. 183—190.
2. L. N. Hitrin, *Fizika gorenia i vzriva*, 1957, Izd. Moskovskogo Universitate.
3. V. B. Kantorovici, *Osnovi teorii i gazifikaţia tverdogo topliva*, Moskva Izd. Akademii, Nauk, SSSR, 1958.
4. D. Bhaduri, *Coal dust combustion*, Journ. Scientific Industr. Res. 1964, dec. p. 502.
5. G. Bassa, *Theorie der Wärmeentwicklung bei Kohlenstaubfenerungen*, B W K, *9*, 442—447, sept. (1963).
6. A. P. Fineaghin, *Experimentalnoe opredelenie scorosti pîlevinogo tverdogo topliva v vozduşnom potoke*, Naucinîi otcet IGI, Ak. Nauk, S.S.S.R., 1956 (după Kantorovici V.B.).

ÎNCERCĂRI DE ARDERE A ŞISTURILOR BITUMINOASE ÎN CAZANE DE ABURI

DE

C. CRĂCIUNEANU şi O. PAVNOTESCU

536.46

La Hildegard, în regiunea Anina s-au găsit zăcăminte superficiale de şisturi bituminoase, cu putere calorifică de 900—1200 kcal/kg.
În lucrare se expun rezultatele încercărilor de ardere a acestor şisturi în cazane de abur cu un debit de 100 t/h şi 70 t/h.

1. GENERALITĂŢI

Şisturile bituminoase pot fi definite în general ca o rocă cu granulaţie fină şi compact sedimentată, care conţine o materie organică de greutate moleculară mare, de genul ţiţeiului. Suportul mineral al materiei organice este de obicei un amestec de argilă, cuarţ şi calcar. Conţinutul de cenuşă al şisturilor bituminoase se află între 20—80%, iar de materie organică pînă la 40% din greutate [1]. Puterea calorică a acestui combustibil solid variază între 900—2800 kcal/kg.

La noi în ţară zăcămintele de şisturi bituminoase de la Hildegard-Anina, cu suficiente rezerve, prezintă avantajul unei exploatări uşoare, la mică adîncime.

În cadrul cercetărilor întreprinse în vederea folosirii combustibililor inferiori indigeni, I.R.M.E., în colaborare cu I.C.E.M.I.N., a efectuat probe de ardere a şisturilor bituminoase de la Hildegard-Anina în centralele electrice Doiceşti şi Ovidiu.

În general, acest combustibil solid se poate utiliza în două moduri [1]:

a) distilare, cu obţinerea de gaze combustibile şi ulei;

b) ardere directă în focarele cazanelor.

Prima metodă a fost aplicată şisturilor bituminoase de Hildegard-Anina înainte de primul război mondial.

Probele de ardere recent făcute la centralele Doiceşti şi Ovidiu au avut ca scop cercetarea comportării şisturilor bituminoase indigene la ardere directă în cazane industriale.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 769—775, 1969

2. PROPRIETĂŢILE ŞISTURILOR INDIGENE

Din analizele făcute de I.C.E.M.I.N. rezultă că şisturile bituminoase de Hildegard-Anina au proprietăţi fizice şi chimice asemănătoare cu acelea ale şisturilor din alte ţări. În tabela ce urmează se arată caracteristicile şisturilor din Republica Socialistă România în comparaţie cu şisturile de la Autun din Franţa, din Estonia (U.R.S.S.) şi Närke-Suedia [2] — [4].

Tabela 1

Caracteristicile şisturilor din Republica Socialistă România în comparaţie cu ale şisturilor din alte ţări

Caracteristici	U/M	Şisturi de Hildegard-Anina	Şisturi de Autun (Franţa)	Şisturi de Estonia (U.R.S.S.)	Şisturi de Närke (SUEDIA)
Umiditatea totală	%	6,10—9,5		13,5	1,9
Cenuşă la anhidru	%	74,8—77	76,3	70	71,8
Carbon	%	10,8—13,89	16,1		18,0
Sulf combustibil	%	0,55—0,7	0,8	1,3	6,3
Hidrogen	%	1,66—2,03	1,8		
Oxigen + azot	%	8,28	5,0		
Putere calorică superioară	kcal/kg	920—1366	1 630		
Putere calorică inferioară	,,	875—1286		1 950	2 000
Materii volatile	%	18,6	18,9		
Măcinabilitate V.T.I.	—	0,9	0,8—1,0	2,60	—

Din această tabelă se observă că şisturile bituminoase de Hildegard-Anina au caracteristici foarte apropiate de acelea ale şisturilor de Autun (Franţa), fiind inferioare şisturilor suedeze şi estoniene.

3. PROCESUL DE ARDERE A PARTICULELOR DE ŞISTURI BITUMINOASE

O particulă de şist se poate asemăna cu o particulă de cărbune prin faptul că ambele conţin materii minerale, substanţe combustibile şi apă.

Există însă următoarele deosebiri constituitive între cele două particule :

— la particula de cărbune, masa organică care include şi masa minerală este preponderentă (60—95%) pe cînd la particula de şist predomină masa minerală ce cuprinde masa organică (circa 60—80%);

— la particula de cărbune masa organică conţine hidrogen mai puţin (circa 5%) faţă de masa minerală de natură uleioasă a şisturilor (circa 7%).

În ceea ce priveşte modelul de ardere ce poate fi luat în consideraţie la arderea unei particule de şist, în prima fază, după încălzire şi umflare, are loc difuzarea vaporilor de la suprafaţa exterioară a materiei organice.

Temperatura particulei crescînd, are loc aprinderea şi cînd se atinge punctul de cracare al materiei organice, vaporizarea continuă fiind determinată de viteza cu care căldura se transmite la suprafaţa exterioară a particulei.

Pentru arderea acestor vapori degajaţi de particulă este nevoie de oxigenul din jurul particulei care difuzează prin suprafaţa exterioară a ei.

Ca şi la arderea unei picături de combustibil lichid, frontul de flacără la particula de şist este mai mare ca la particula de cărbune, în prima fază de ardere, întrucît acesta nu se stabilizează la suprafaţa exterioară a particulei ci la o oarecare distanţă. Ca urmare, în aceste condiţiuni, viteza de ardere este mai mare [6].

În ultima fază de ardere a particulei de şist, cînd începe să ardă restul solid de materie organică, micro-procesul de combustie este eterogen, dezvoltîndu-se la suprafaţa exterioară a particulei. Viteza de ardere este determinată de viteza de difuziune a oxigenului la suprafaţa exterioară a particulei.

Pînă în prezent nu s-a determinat experimental timpul de ardere al unei particule de şist. Ţinînd însă seama de cele arătate mai înainte, durata de ardere a unei particule de şist de un diametru dat, este mai scurtă decît a unei particule de cărbune lignit de acelaşi diametru.

În practica arderii industriale a şisturilor bituminoase interesează însă modul de ardere al unui nor de asemenea particule, care nu a fost încă studiat în laborator.

În lipsa acestor cercetări s-a căutat să se tragă concluzii din experienţele de ardere a prafului de şisturi în cazanele existente din centralele Doiceşti şi Ovidiu.

Se cunoaşte că pentru ca o flacără de praf de cărbune să aibă un randament de ardere cît mai mare este necesar să se respecte o serie de condiţii, dintre care se menţionează :

— praful să aibă o fineţe de măcinare cît mai bună, fapt apreciat în general prin restul pe sita de 90 microni, care trebuie să fie cît mai mic ;

— timpul de parcurgere a focarului de către particule să fie suficient pentru arderea completă a acestora (la granulaţia dată) ;

— turbulenţă cît mai mare în focar pentru a mări viteza de ardere a particulelor ;

— exces de aer cît mai redus, obţinut prin combinarea corespunzătoare a condiţiilor anterioare.

În ceea ce priveşte granulaţia şisturilor, se cunoaşte că o mărire a fineţii, accelerează încălzirea particulelor în zona de aprindere şi măreşte viteza de ardere.

La probele efectuate cu şisturi bituminoase la Doiceşti şi Ovidiu, praful de şisturi măcinate a avut următoarele caracteristici.

		Doiceşti	Ovidiu P_1	Ovidiu P_2
Rest pe sita de 90 microni,	R_{90} %	49,6	60	69
Coeficientul de uniformitatea praf,	n	1,1	1	1,05
Diametrul mediu al particulei la rest 50%	d_{50} micr.	95	140	130
Suprafaţa exterioară a particulelor	S_s m²/kgf	90,5	66,2	67,5

Suprafaţa exterioară a particulelor norului de praf de şisturi s-a calculat după metoda curbei R.R.S. corectată, propusă de Fay şi Zselev.

Timpul de parcurgere a focarului de către gazele de ardere s-a calculat cu relaţia (6)

$$tr = \frac{V_F}{V_g},$$

unde :

V_f este volumul focarului ;

V_g — cantitatea de gaze de ardere din focar în m^3/s.

Pentru turbulenţa în flacără, Scurlock a propus expresia (5)

$$\sqrt{\overline{u_F^2}} = \frac{1}{17{,}3}\left(\frac{\rho_u}{\rho_b}\right)^{3/2} U,$$

în care :

ρ_u este densitatea amestecului nearse ;

ρ_b — ,, ,, de gaze de ardere ;

U — viteza curentului principal al gazelor de ardere.

În cazuri practice

$$\frac{\rho_u}{\rho_b} = 4.$$

În ceea ce priveşte viteza de ardere a unui nor de praf, Beer a propus o ecuaţie semiempirică, bazată pe ipoteza că viteza de ardere este proporţională cu presiunea parţială a oxigenului, cu temperatura şi mărimea particulelor (5)

$$\frac{dm}{dt} = -KP_{02}^{n_1} T^{m_2} X^{n_3},$$

$\frac{dm}{dt}$ = viteza de ardere instantanee,

$\frac{1}{A}\frac{dm}{dt} = KP_{02}^{n_1} T^{m_2}$ viteza de ardere specifică.

Din cercetările făcute de Beer s-a găsit pentru coeficienţi următoarele valori :

$$k = 1{,}55 \cdot 10^{-21},$$
$$n_1 = 1{,}291,$$
$$n_2 = 6{,}055.$$

Deci pentru ca norul de particule de şisturi să ardă cît mai bine este necesar ca temperatura să fie cît mai mare, deoarece aceasta reprezintă factorul care intervine la o putere mai mare.

Ţinînd seama de valoarea temperaturii din focar (6) :

$$T_f = \frac{Q_i^i - \frac{q}{\eta}}{V \cdot Cp_m},$$

în care :

Q_i^l este puterea calorifică inferioară a şisturilor ;

q — pierderea de căldură prin radiaţii ;

η — randamentul de ardere ;

V — cantitatea de gaze de ardere pe kg de combustibil ;

Cp_m — căldura specifică a gazelor de ardere în kcal/kgf°C.

Se observă că cu cît căldura radiată în focar va fi mai mică, cu atît temperatura în focar va fi mai mare şi deci şi viteza de ardere a şisturilor va fi mai mare.

S-ar deduce că focarele cu coeficientul de ecranare redus sînt cele mai indicate pentru acest gen de combustibil.

Totuşi trebuie avut în vedere faptul că temperatura în focar nu trebuie să întreacă temperatura de înmuiere a particulelor de combustibil.

Astfel, din experienţele făcute în Franţa, temperatura în focar trebuie să fie între cca 880—1050°C pentru a se obţine o flacără stabilă.

Şi în cazul probelor făcute la Doiceşti şi Ovidiu, temperatura pe toată lungimea focarului nu a scăzut sub 900°C.

4. CONDIŢIILE DE ARDERE OPTIMĂ A ŞISTURILOR BITUMINOASE DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA DIRECT ÎN FOCARE INDUSTRIALE

Scopul cercetării a constat în executarea unor probe din care să rezulte posibilitatea arderii directe a şisturilor bituminoase de Hildegard-Anina, cu randament satisfăcător, în cazane industriale.

Din experienţele de ardere făcute la cele două centrale au rezultat următoarele.

4.1. Măcinarea cea mai favorabilă a fost cu mori cu ciocane la Doiceşti, obţinîndu-se o fineţe de măcinare mai bună $R_{90} = 50\%$ faţă de $R_{90} = 60\% - 69\%$ la Ovidiu, cu mori cu bile.

4.2. Timpul de parcurgere a focarului a fost mai mare la cazanele de la Doiceşti, unde înălţimea focarului şi volumul său sînt mai mari.

4.3. În timpul experienţelor s-au determinat următoarele pierderi prin ardere mecanic incompletă în resturile de ardere ale şisturilor bituminoase :

Doiceşti proba	I	2,05%,
Doiceşti ,,	II	2,04%,
Ovidiu ,,	I	2,63%,
Ovidiu ,,	II	2,18%.

Dacă ţinem seama că aceste nearse depind de :

— fineţea de măcinare, adică de suprafaţa exterioară a particulelor de şist (S) în m^2/kgf ;

— timpul disponibil de ardere în focar, reprezentat prin înălţimea focarului (H) în m ;

— turbulenţa flăcării (U) în m/s ;

— încărcarea specifică a focarului (q_f) în kgf de combustibil ars pe secundă şi pe m² de secţiune transversală a focarului, prin metoda analizei dimensionale se poate deduce următorul parametru dimensiona

$$Ka = \frac{Sq_f H}{U},$$

care s-ar numi coeficient de aptitudine de ardere a şisturilor.

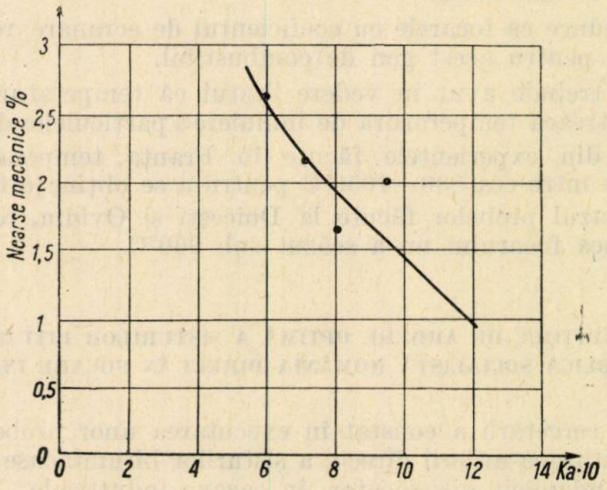


Fig. 1. — Variaţia nearselor mecanice funcţie de coeficientul *Ka*.

Din valorile obţinute la probele de ardere executate la Doiceşti şi Ovidiu, s-au trasat pierderile prin nearse mecanice găsite în zgură şi cenuşă, funcţie de coeficientul *Ka*, după cum se vede în figura 1.

Se observă că pentru ca pierderile prin nearse să fie sub 1,5% este necesar ca acest coeficient să aibă o valoare mai mare ca 100.

5. CONCLUZII

Din experienţele de ardere făcute la centralele Doiceşti şi Ovidiu cu şisturi bituminoase comparate cu datele din literatura tehnică rezultă următoarele :

5.1. Calitatea şisturilor de Hildegard-Anina permite arderea acestora în cazane industriale, proiectate corespunzător cu caracteristicile acestui sort de combustibil.

5.2. Pentru ca randamentul de ardere să fie cît mai ridicat este necesar ca instalaţia de măcinare să fie corespunzătoare pentru a se obţine o fineţe de măcinare caracterizată prin restul pe sita de 90 microni, de 60%. Aceasta se poate obţine cu mori cu ciocane. Este necesar să se facă încercări de măcinare şi pe mori ventilator.

5.3. Cazanul trebuie dimensionat astfel ca, coeficientul *Ka* să aibă o valoare mai mare de 100 și temperatura în focare să se încadreze între limitele 900—1100°C.

Considerăm ca precizări suplimentare atît asupra celor arătate cît și a altor aspecte, ca de exemplu consumul de energie și de metal pentru măcinare etc. se vor putea face după experimentare de durată a arderii șisturilor bituminoase de Hildegard-Anina într-un cazan din CTE Doicești, experimentare în pregătire în colaborare I.R.M.E. și Ministerul Minelor.

Pe de altă parte se recomandă ca arderea șisturilor bituminoase indigene să fie experimentată și în focare cu strat fluidizat precum și în focare ciclon verticale.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Ozerov, *The direct combustion of oil shale for power production*, Conferința mondială de energie de la Moscova August, 1968, Secția G, Raport 148.
2. A. Hossard, *L'emploi en France de combustibles très pauvre pour le chauffage des chaudières* Conferința mondială de energie, Belgrad, 1957, **IV**, secția B_2, Raport 10.
3. J. Tore Hedback, *The Swedish shale as raw material for production of power oil and gas*, World Power Conference Belgrad 1957, **IV** Secția B_2, Raport 3.
4. G. Levi, *Power generation by combustion of oil shale*, World Power Conference Belgrad, 1957, Secția B_2, Raport 17.
5. F. Z. Ciuhanov, *Utilizarea complexă energo-tehnologică a combustibilului solid*, Za Economia Topliva, *4*, 1950, Gasenergoizdat.
6. E. M. How, *The influence of turbulence on the burning rate of Fuel suspensions*, Journal of the Institute of Fuel **39**, Caet 303, aprilie 1966, 150—158.
7. W. Grunz, *Kurzes Handbuch der Brennstoff und Feuerungstechnik*, Springer — Verlag, 1962.
8. J. P. Howard, R. H. Essenhigh, *Mechanism of solid particle combustion with simultaneos gas-phase volatiles combustion*, Eleventh symposium (international) on Combustion 1967, 399—408.

PROBLEME ALE APRINDERII ŞI STABILIZĂRII FLĂCĂRII LA ARZĂTOARE PENTRU INCINTE SEMIÎNCHISE

DE

N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU

621.311.22

Aprinderea, cercetată din punctele de vedere termic şi aerodinamic, conduce la definirea unor criterii specifice de schimb de căldură şi masă în zona de contact între amestecul combustibil şi gazele de ardere fierbinţi.
S-au studiat în special cîmpurile de temperaturi şi condiţiile aerodinamice şi geometrice ce determină stabilitatea flăcării.

Stabilitatea arderii în focare este condiţionată de realizarea unei aprinderi stabile, adică de îndeplinirea condiţiei de flux căldură minim necesar cedat amestecului de combustibil care intră în focar şi în acelaşi timp de îndeplinirea condiţiei realizării unei anumite intensităţi de schimb de căldură care să asigure în zona de aprindere un gradient de temperatură corespunzător condiţiei de stabilire a unui front de flacără. În aceste condiţii aprinderea trebuia studiată atît din punctul de vedere al fluxului de căldură schimbat în zona de acroşare, cît şi din punctul de vedere al transferului de căldură realizat în această zonă. Condiţiile clasice de aprindere, exprimate prin energie de aprindere şi temperatură minimă de aprindere se dovedesc în consecinţă a fi nişte condiţii particulare fiecărui caz de arzător şi focar, putînd fi generalizate dacă se are în vedere fenomenul fizic care stă la baza stabilizării arderii.

Determinarea invarianţilor specifici care modelează procesul de stabilizare a arderii se face plecînd de la ecuaţiile caracteristice schimbului de căldură şi masă care are loc în zona de aprindere, introducînd şi condiţiile de existenţă a reacţiilor locale de aprindere la periferia zonei de acroşare.

Ecuaţia Fourier-Kirchhoff se scrie în limitele zonei de aprindere a incintei de ardere sau în limitele a două suprafeţe de linii de cuarţ care constituie suprafeţe de simetrie pentru sistemul de ardere, în cazul flăcărilor liniare. Se ţine seama că există o funcţie de izvoare M, izvoare de căldură care în cazul zonelor de aprindere a flăcărilor turbionare este

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 777—783, 1969

o funcţie de poziţie şi temperatură, $M = f(r, t)$ şi în cazul flăcărilor liniare o funcţie de distanţa de acroşare şi de temperatură, $M = f(x_i, t)$. Se consideră de asemenea că regimul este staţionar şi în consecinţă termenul de neuniformitate în timp este nul

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\lambda C_p t) = 0.$$

Rezultă

$$\overline{W} \text{ grad } (\gamma \cdot C_p . t) = \text{div } (\lambda \text{ grad } t) + M,$$

unde γ este un cîmp de valori a greutăţii specifice

$$\gamma = \gamma(r, t) \text{ sau } \gamma = \gamma(x_i, t).$$

Condiţia de suprafaţă care introduce coeficientul convenţional de convecţie este

$$\lambda (\text{grad } t)_s = \alpha (t_s - t_j).$$

Ecuaţia de continuitate, în regim staţionar şi cu un cîmp de densităţi variabil ca poziţie şi temperaturi

$$\rho = \rho(r, t) \quad \text{sau} \quad \rho = \rho(x_i, t),$$

este

$$\bar{w} \text{ grad } \rho + \text{div } (\rho \bar{w}) = 0.$$

Ecuaţia de tip Arhimede pentru forţele ascensionale poate fi neglijată la vitezele mari uzuale în procesele de stabilizare.

Pentru ecuaţia de mişcare a fluidelor de lucru se scrie legea lui Navier-Stokes în regim permanent

$$\bar{w} (\text{grad } \bar{w}) = q (1 - \beta \Delta t) - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta^2 \bar{w}.$$

Sistemul de ecuaţii rezultat defineşte procesele în interiorul zonei de stabilizare şi permite determinarea unor criterii de similitudine după care se poate experimenta procesul de aprindere. Pe lîngă criteriile clasice, Nu, Re, Eu şi Pr, funcţia de isvoare interne de căldură de care s-a ţinut seama în ecuaţia Fourier-Kirchhoff introduce un criteriu de similitudine specific proceselor de aprindere.

Dacă se consideră

$$M = \frac{\partial Q_M}{\partial V} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P . C_0 C_f \rho^2 A \exp \frac{-E}{RT_f} . \mathrm{d}V}{\mathrm{d}V} \right) =$$

$$= P \frac{\partial}{\partial t}\left(C_0 C_f \rho^2 A \exp \frac{-E}{R T_f} \right),$$

şi termenul cuprinzînd fluxul de căldură ieşit din suprafaţa de control, referit la normala pe suprafeţele izoterme

$$\frac{\partial}{\partial l}\left(\lambda \frac{\partial t}{\partial l} \right),$$

rezultă proporţionalitatea termenilor care stabilesc criteriul de similitudine

$$\frac{C_v . C_{c_0} . C_{c_f} . C_\rho^2 . C_A . C_k}{C_t} = \frac{C_\lambda . C_t}{C_l^2},$$

şi criteriul de similitudine

$$\frac{l^2 . P . C_0 . C_f \rho^2 A K}{\lambda . t^2} = \text{Const.},$$

sau

$$M_V = \frac{l^2 . P . C_0 . C_f \rho^2 e^{\frac{-E}{RT_f}}}{\lambda . (\Delta t)_l^2} = \text{Const.}$$

Relaţia criterială după care urmează să se studieze în consecinţă problemele de schimb de căldură în zona de aprindere este

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Mv}).$$

În definirea valorilor locale sau medii ale criteriilor considerate este necesară cunoaşterea unor cîmpuri de parametrii cu neuniformitate mare în zona de aprindere, şi anume, cîmpurile de temperaturi $t = f(x_i, s)$ sau $t = f(x_i, r)$ după cum curgerea este liniară sau turbionară, cîmpurile de concentraţii c_f, c_0, în aceleaşi coordonate şi cîmpurile de viteze W_a sau W_a, $W_{\bar{0}}$; aceste cîmpuri de valori se determină analitic sau experimental.

Delimitînd cazul aprinderii într-o primă etapă de cercetare la cazul stabilizării flăcărilor liniare, situaţia se prezintă din punct de vedere aerodinamic similară cu cea întîlnită la jeturile însoţite, cu particularitatea că unul din jeturi trebuie considerat ca fiind de amestec combustibil iar celălalt de gaze de ardere provenite din combustia aceluiaşi amestec. Pentru acest caz cîmpul de viteze se poate calcula după relaţiile lui B. Spalding sau D. Grecov, relaţii care dau viteza într-un anumit punct al cîmpului funcţie de coordonatele caracteristice :

$$\begin{cases} \varphi = \dfrac{y}{a.x}, \\ R^* = \dfrac{R}{R_1}, \end{cases}$$

şi de viteza pe axul jetului principal, determinată din condiţiile de constanţă a impulsului şi a debitelor masice în secţiunile jeturilor.

Cel de al doilea element important al cîmpului analizat este concentraţia fluidului din jetul activ în jetul antrenat ; din datele cunoscute se poate stabili o condiţie de asemănare între cîmpurile de viteze şi cîmpurile de concentraţii, astfel că relaţia de echivalenţă între cele două cîmpuri are forma

$$\frac{W}{W_1} = \frac{C.\rho_1}{C_0.\rho} . A \qquad \text{cu} \quad A = f(\varphi).$$

Un ultim element de determinat este variaţia cîmpului de densităţi. Pornind de la premiza că densitatea normală a amestecului combustibil este egală cu densitatea normală a gazelor de ardere provenite din amestecul respectiv, relaţie justificată în special în cazul arderii amestecurilor combustibile de metan şi aer care nu dau dilatare volumică a reacţiei chimice, rezultă că va exista o similitudine directă între cîmpul de densităţi şi cîmpul de temperaturi în jet

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Revenind la relaţiile de similitudine expuse anterior, rezultă că pentru determinarea criteriului caracteristic de modelare M_v este suficient să se determine experimental cîmpul de temperaturi într-un jet, cîmpurile de densităţi, concentraţii şi viteze putînd fi calculate prin metodele arătate.

Determinarea cîmpului de temperaturi s-a făcut într-o instalaţie experimentală prevăzută cu posibilitatea măsurării temperaturii în zona de contact a două jeturi concentrice în echicurent. Cele două jeturi constau dintr-un jet de amestec combustibil gaz metan — aer într-un dozaj anumit, la temperatura ambiantă şi dintr-un al doilea jet de gaze fierbinţi, realizate prin arderea unei părţi deviate din primul jet de amestec combustibil.

Jetul central, de gaze de ardere fierbinți, cu o temperatură de 600—700°C a avut viteze de ieșire de 20—60 m/s; compoziția acestor gaze a fost păstrată la toate regimurile cea corespunzătoare arderii stoichiometrice în vederea simplificării prelucrării rezultatelor. Jetul periferic, consistînd din amestec combustibil nears la temperatura mediului ambiant a avut viteze de ieșire de 1—8 m/s, iar secțiunea inelară de ieșire a fost de 5 ori mai mare ca cea a jetului central.

Măsurătorile făcute asupra distribuției temperaturilor în cîmp au fost prelucrate în diagrame de valori absolute și de izoterme ale cîmpului. Rezultatele sunt prezentate în diagramele anexă.

Concluziile desprinse din analiza acestor diagrame sînt următoarele:

1. Cu creșterea temperaturii medii a gazelor de ardere, gradienții de temperatură la zona de contact între cele două jeturi cresc, și ca urmare se poate urmări evoluția spre momentul cînd gradientul de temperaturi într-o anumită zonă devine atît de mare încît poate produce aprinderea.

2. Cu cît crește viteza gazelor de ardere care produc aprinderea cu atît cîmpul de temperaturi înalte se deplasează spre periferia jetului, ceea ce contribuie de asemenea la mărirea capacității de atingere a gradientului critic de aprindere.

3. La viteze mari ale jeturilor, apare în domeniul $X = (2 - 3)\ d$ o inflexiune a izotermelor, cu atît mai mare cu cît viteza este mai mare, astfel că nu se poate neglija efectul de contracție a jeturilor la ieșirea lor din orificii.

4. Devierea izotermelor, în raport cu suprafețele echipolare care sînt izotermele în cazul a două jeturi cu schimb de căldură și masă, arată influența puternică a izvoarelor interioare de căldură de care s-a ținut seama în metodica de calcul a aprinderii expusă.

5. Stabilirea analitică a funcției de cîmp de temperaturi este posibilă cu ajutorul mașinii de calcul, pe baza rezultatelor experimentale obținute. De aci, prin transformările indicate se obțin cîmpurile de gradienți de viteze, de densități și de concentrații, iar în final criteriul Mv care este criteriul caracteristic proceselor de aprindere.

★

Arzătoarele pentru incinte turbionare ridică unele probleme speciale, ținînd seama de faptul că aprinderea este produsă în aceste cazuri de două zone de acroșare independente care dau naștere la două suprafețe de fronturi de flacără fiecare cu stabilitatea lui proprie. În plus, pe lîngă parametrii aerodinamici și geometrici definiți la flăcările liniare, apar și caracteristici specifice curgerii turbionare, cum este de exemplu unghiul de turbionare θ.

Criteriul principal de caracterizare a procesului de aprindere este distanța de acroșare care, după unele prelucrări făcute asupra formulelor deduse în lucrări anterioare, este pentru cazul specific arderii turbionare

$$x_i = \frac{(T_f - T_0)^2}{T_r - T_f} \cdot C_p^2 \cdot W_a \frac{1}{w_a} \cdot \frac{f(D)}{\Phi b\,(I_0, M_0, r/R)}.$$

Se remarcă din această relaţie că distanţa de acroşare trebuie să fie relativ puţin influenţată de caracteristica geometrică r/R a sistemului-arzător — focar, mai ales pentru valorile mici ale acestui raport, adoptate în practică, sub 0,3. De asemenea suprafaţa de simetrie a fronturilor de flacără nu trebuie să sufere modificări însemnate la variaţia caracteristicii geometrice. În ceea ce priveşte lungimea flăcării, viteza de ardere nefiind influenţată în mare măsură de condiţiile de contur ale flăcării, în special cînd aceasta se comportă în zona de ardere ca o flacără liberă, este de aşteptat ca lungimea flăcării să nu fie dependentă de caracteristica geometrică a focarului turbionar.

Concluziile expuse au fost verificate experimental, realizînd pentru aceleaşi condiţii de viteze, compoziţie a amestecului combustibil şi unghiuri de turbionare, diferite caracteristici geometrice ale incintelor de ardere, cuprinse între $r/R = 0{,}28$ şi 0,18.

În diagramele anexe sînt prezentate comparativ rezultatele experimentale obţinute.

Suprafeţele de simetrie a fronturilor de flacără se suprapun practic la toate caracteristicile geometrice ale instalaţiilor de ardere. Abaterile mai mari care apar la viteze mici ale jetului incident (15 m/s) se datoresc faptului că influenţa condiţiilor de perete a focarului se face simţită mai mult atunci cînd impulsul iniţial al jetului este mic. În acest caz devierea jetului de către curentul periferic recirculat este mai puternică.

Caracteristica cea mai importantă pentru instalaţiile practice, stabilitatea limită a arderii, a fost studiată pe baza unui mare număr de regimuri limită experimentate în diferite condiţii. Rezultatele prezentate în diagramă arată că la creşterea caracteristicii geometrice stabilitatea scade foarte mult; astfel la o scădere a caracteristicii geometrice de la 0,28 la 0,18 stabilitatea scade cel puţin la jumătate, adică la acelaşi dozaj viteza limită admisibilă este de mai puţin de 50% din cea admisibilă la incintele cu caracteristică de valoare mică.

Faptul că stabilitatea scade cu mărirea valorii caracteristicii geometrice este, ca şi în cazul jetului liniar o consecinţă a micşorării vitezelor de recirculaţie în zona periferică, după cum la caracteristici geometrice mari, peste 0,4, apare din nou o scădere a stabilităţii, de data aceasta datorită micşorării dimensiunilor zonei de recirculaţie. De asemenea, din aceleaşi motive ca la jeturile liniare, influenţa dozajului asupra stabilităţii este mai mare în cazul dozajelor mici şi devine puţin sensibilă pe măsură ce procesul se apropie de starea stoichiometrică.

Ca o concluzie practică pentru soluţiile constructive de focare turbionare apare aceea că este preferabil un raport geometric caracteristic mare care, nu va duce la modificări de poziţie şi de lungime a flăcării în focar în schimb va îmbunătăţi substanţial stabilitatea flăcării. Curbele experimentale prezentate în lucrare pot fi folosite ca diagrame de bază în proiectarea instalaţiilor de ardere cu focare turbionare.

BIBLIOGRAFIE

1. S. I. Cheng, A. A. Kovitz, *Theory of flame stabilization by a bluff body*, Seventh Symposium on Combustion, Buterwarths, Londres, 1959.
2. Е. Л. Солохин, *Стабилизация пламени и развитие процесса сгорания в турдулентном потоке*, Оборонгиз, Москва, 48—75, 1961.
3. N. Antonescu, I. Rădulescu, *Stabilizarea arderii pe grile. Influența parametrilor geometrici și dinamici*, S.C.E., 4, 830—836 (1967).
4. N. Antonescu, I. Rădulescu, *Stabilitatea flăcărilor turbionare în incinte răcite*, S.C.E., 2, 303—311 (1968).

STABILITATEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ALE JETULUI DE AER ÎNTR-UN CURENT DE GAZE COMBUSTIBILE

DE

D. GRECOV, I. IORDACHE și N. VARTOLOMEI

662.611 : 662.95

Pe baza modelului fizic elaborat de autori, într-o lucrare anterioară, se determină analitic și se verifică experimental o formulă de calcul pentru domeniul de stabilitate a flăcărilor difuzive ale jetului de aer într-un curent de gaze combustibile.

1. INTRODUCERE

Flacăra difuzivă la care un jet de aer expandează într-un curent de gaze combustibile este foarte puțin studiată în literatura de specialitate, deși ea poate avea multiple utilizări practice, ca exemplu procesul de autocarburare al flăcărilor combustibililor gazoși, în diverse cicluri de producere de energie cu turbine cu gaze, sau la reformarea gazului metan.

Pentru a putea utiliza acest tip de flacără este necesar a se cunoaște limitele domeniului de stabilitate al flăcării, precum și factorii care influențează asupra acestora.

Primele observații preliminare făcute pe astfel de flăcări au arătat că acestea au o stabilitate mult mai redusă decît în cazul în care jetul central este combustibil gazos iar cel periferic aerul de ardere, fapt ce impune și mai mult studierea stabilității flăcărilor difuzive ale jetului de aer într-un curent de gaze combustibile.

2. DOMENIUL DE STABILITATE AL FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ÎN CAZUL ÎN CARE JETUL DE AER EXPANDEAZĂ ÎNTR-UN CURENT DE GAZE COMBUSTIBILE

Datele experimentale preliminare asupra stabilității flăcărilor difuzive ale jetului de aer într-un curent de gaze combustibile au arătat că imediat ce flacăra se desprinde de gura ajutajului de aer se și rupe, astfel că pentru studiul stabilității se va lua în considerare egalitatea gradienților transversali ai vitezei de deplasare axială și respectiv ai vitezei

de ardere la marginea stratului limită în apropierea gurii de ieşire din ajutaj

$$\nabla u = \Delta S_t, \tag{1}$$

în care:

u reprezintă cîmpul de viteze;

S_t — cîmpul vitezei turbulente de ardere.

Valoarea cîmpului u conform [1] poate fi scrisă sub forma

$$u = u_m F_1(\varphi), \tag{2}$$

în care:

u_m este valoarea vitezei pe axul jetului de aer;

$F_1(\varphi)$ — funcţia de repartiţie a vitezelor în jet;

$\varphi = \dfrac{y}{ax}$ — ordonata adimensională, a fiind coeficientul de structură al jetului.

În acest caz gradientul vitezei va fi de forma

$$\nabla u = u_m \left[F_1'(\varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dy} \right]_{y=y_b} = \frac{u_m}{y_b} [\varphi \cdot F_1'(\varphi)]_{y=y_b}, \tag{3}$$

în care y_b este grosimea stratului limită în secţiunea considerată.

Pentru determinarea gradientului vitezei de ardere este necesar a se cunoaşte mai întîi gradientul concentraţiei de oxigen în amestec, cunoscut fiind faptul că viteza de ardere este strîns legată cu valorile concentraţiei.

Expresia cîmpului de concentraţii este

$$X = X_m F_2(\varphi) = X_m [F_1(\varphi)]^\sigma, \tag{4}$$

în care σ este exponent care conform [1] poate lua valori între limitele $\sigma = 0{,}5 \div 0{,}75$.

Astfel, gradientul cîmpului de concentraţii va fi de forma

$$\nabla X = X_m \left[\sigma F_1'(\varphi) \frac{d\varphi}{dy} \right]_{y=y_b} = \frac{X_m \sigma}{y_b} [\varphi \cdot F_1'(\varphi)]_{y=y_b}. \tag{5}$$

Dacă se foloseşte modelul de stabilizare din figura 1, şi se pune condiţia $X = X_{st}$, atunci distanţa h de la marginea stratului limită la

punctul $X = X_{st}$ va fi dată de relaţia

$$h \nabla X = X_{st}, \tag{6}$$

în care X_{st} este concentraţia de oxigen în amestec în cazul amestecului stoichiometric.

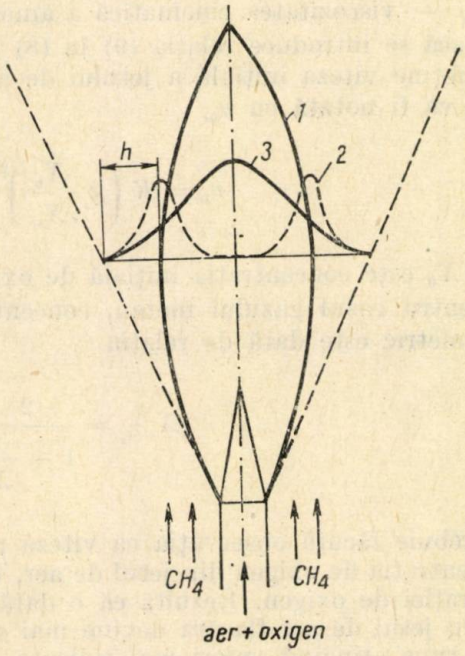


Fig. 1. — Cîmpurile de viteze, de concentraţii şi de viteze de ardere în jet: *1* — locul geometric al concentraţiilor stoichiometrice; *2* — variaţia vitezei turbulente de ardere S_t; *3* — cîmpul de concentraţii de O_2 în jet.

Considerînd o variaţie liniară a vitezei de ardere la marginea stratului limită, rezultă că gradientul vitezei de ardere va fi

$$\nabla S_t = \frac{S_t^{max}}{h} = \frac{S_t^{max}}{X_{st}} \nabla X. \tag{7}$$

Dacă se scrie condiţia de stabilitate dată de relaţia (1) şi se înlocuiesc în aceasta expresiile gradienţilor de viteză şi respectiv de concentraţie cu expresiile lor date de relaţiile (3) şi (5) se obţine valoarea vitezei jetului de aer la care flacăra se rupe

$$u_m = \sigma \frac{S_t^{max}}{X_{st}} X_m. \tag{8}$$

Ţinînd seama că relaţia (8) se referă la o secţiune foarte apropiată de gura de ieşire din ajutaj, rezultă că $u_m = u_0$ şi $X_m = X_0$.

Pentru viteza turbulentă de ardere se poate adopta, cu aproximaţie destul de bună, relaţia lui Damköhler [2]

$$S_t = S_l \sqrt{\frac{D_t}{\nu}} \sim K S_l \sqrt{\frac{u_0 d_0}{\nu_{st}}}, \tag{9}$$

în care :

S_l — viteza normală de ardere;
D_t — coeficientul de difuzie turbulentă;
ν — coeficientul de viscozitate cinematică;
u_0 — viteza iniţială a jetului;
ν_{st} — viscozitatea cinematică a amestecului stoichiometric.

Dacă se introduce relaţia (9) în (8) şi se explicitează în raport cu u_0, se obţine viteza iniţială a jetului de aer la care flacăra se rupe, viteză ce va fi notată cu u_{0r}

$$u_{0r} = K\left(S_l \frac{X_0}{X_{st}}\right)^2 \frac{d_0}{\nu_{st}}, \tag{10}$$

în care X_0 este concentraţia iniţială de oxigen în jetul de aer.

Pentru cazul gazului metan, concentraţia de oxigen în amestecul stoichiometric este dată de relaţia

$$(X_{st})_{O_2} = \frac{2}{1 + \frac{2}{X_0}}. \tag{11}$$

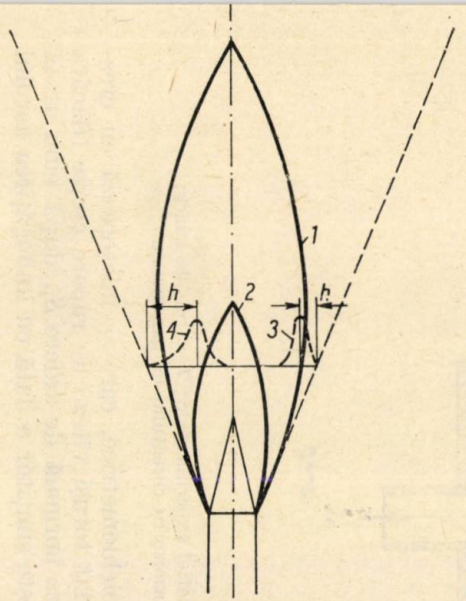
Trebuie făcută observaţia că viteza normală de ardere va depinde de concentraţia de oxigen din jetul de aer, ea crescînd o dată cu mărirea concentraţiei de oxigen. Rezultă că o dată cu creşterea concentraţiei de oxigen în jetul de aer flacăra devine mai stabilă, viteza u_{0r} la care flacăra se rupe atingînd valori mai ridicate.

Din analiza relaţiei (10) se constată că viteza de rupere a flăcării depinde, în afară de viteza normală de ardere, de concentraţia iniţială şi stoichiometrică de oxigen, care sînt nişte mărimi ce caracterizează gazele respective, şi de diametrul ajutajului de ieşire a jetului de aer.

Dacă se compară datele experimentale referitoare la stabilitatea flăcărilor difuzive în jet de gaz metan cu cele referitoare la cazul jetului de aer care expandează într-un curent de gaz metan, se constată că acestea din urmă sînt mai puţin stabile decît primele, lucru ce poate fi explicat cu ajutorul diagramei din figura 2.

Din analiza figurei 2, se constată că în cazul arderii difuzive în jeturi de aer care expandează într-un curent de gaze combustibile amestecul stoichiometric se realizează mai aproape de axul jetului decît în cazul invers al arderii unui jet de gaze combustibile într-un curent de aer, ceea ce face ca stabilitatea flăcării să fie mai scăzută, avîndu-se în vedere că vitezele de deplasare ale jetului sînt mai mari în apropierea axului jetului.

În cazul unui jet de aer îmbogăţit în oxigen stabilitatea flăcării creşte mult datorită faptului că viteza de ardere, conform [3], creşte cu mărirea concentraţiei de oxigen în jet (fig. 3).



1. Locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice (jet central - gaze naturale)
2. Locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice (jet central aer sau aer + O_2)
3. Variația vitezei de ardere S_t (jet central - gaze naturale)
4. Variația vitezei de ardere S_t (jet central - aer sau aer + O_2)

Fig. 2. — Valorile concentrațiilor stoichiometrice în cazul jetului de aer și a celui de gaze combustibile : *1* — locul geometric al concentrațiilor stoichiometrice (jet central — gaze naturale) ; *2* — locul geometric al concentrațiilor stoichiometrice (jet central aer sau aer + O_2); *3* — variația vitezei de ardere S_t (jet central — gaze naturale) ; *4* — variația vitezei de ardere S_t (jet central — aer sau aer + O_2).

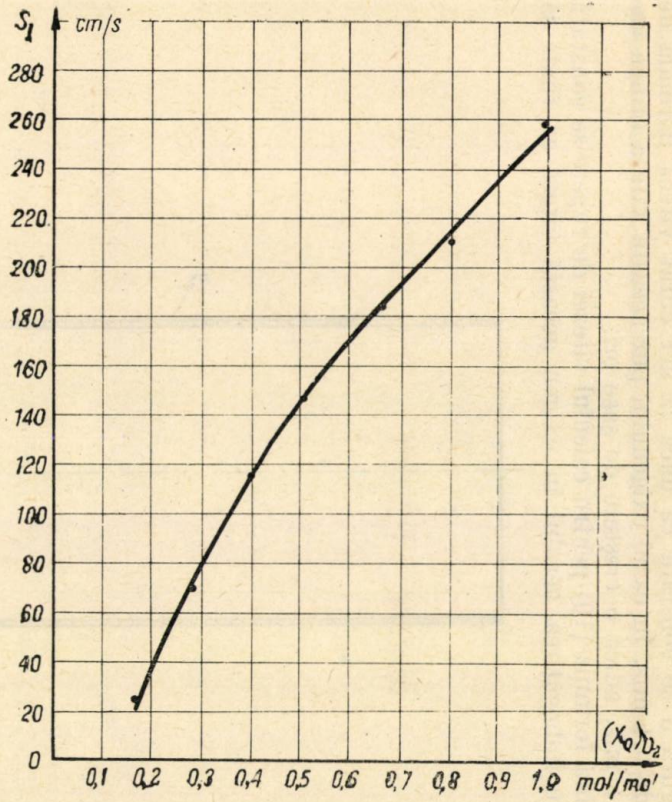


Fig. 3. — Valorile vitezelor normale de ardere în funcție de concentrația de oxigen din aerul de ardere.

Din figura 3 se constată că dacă la aer curat viteza normală de ardere este de 0,4 m/s, în cazul oxigenului pur această viteză atinge valoarea de 2,4 m/s, adică o creştere de şase ori.

Analizînd formula (10) pentru calculul vitezei de rupere se constată că o dată cu îmbogăţirea aerului în oxigen această viteză ar tinde să

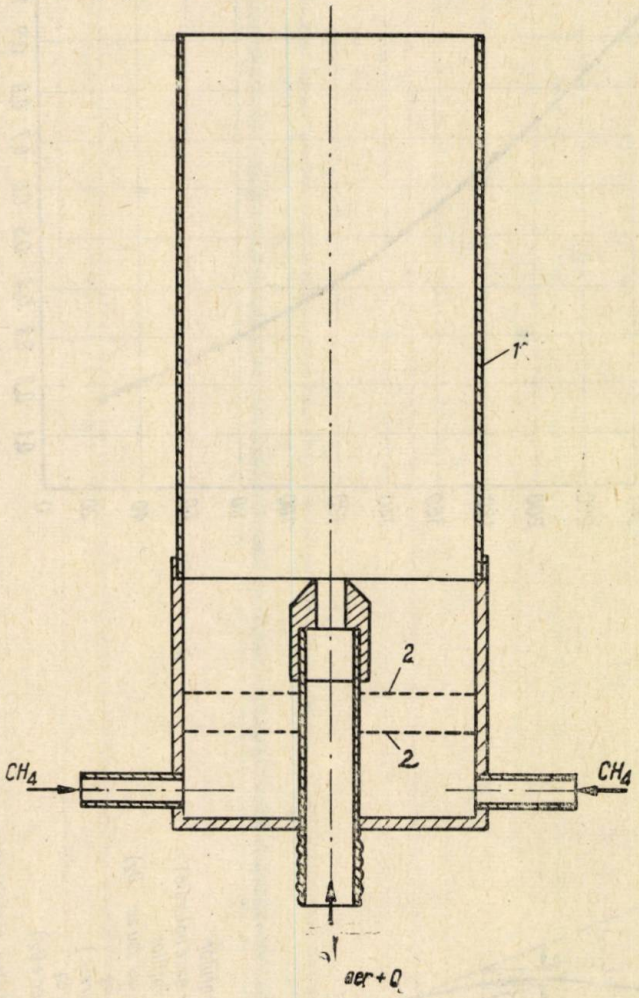


Fig. 4. — Schema instalaţiei experimentale; *1* — tub de cuarţ; *2* — site pentru uniformizarea curentului de gaz metan.

scadă datorită concentraţiei stoichiometrice, care se micşorează cu creşterea concentraţiei de oxigen, dat totuşi viteza de rupere creşte (flacăra este mai stabilă), deoarece viteza normală de ardere S_l, după cum arată diagrama din figura 3, se măreşte simţitor o dată cu îmbogăţirea aerului în oxigen.

Pentru determinarea constantei K, din relația (10), s-au efectuat încercări experimentale cu aer-gaz metan și cu aer îmbogățit-gaz metan.

Instalația experimentală este prezentată schematic în figura 4.

Gazul metan a fost introdus periferic într-un tub de cuarț cu diametrul de 100 mm, iar jetul de aer sau aer îmbogățit cu oxigen, central prin orificii de diametre diferite (d = 6, 1 mm, 10 mm și 14 mm). Aprinderea s-a făcut cu un aparat care producea o scînteie electrică. După amorsarea flăcării sursa de aprindere s-a întrerupt.

Pentru determinarea vitezei de rupere a flăcării, s-au determinat debitele de aer sau aer îmbogățit în oxigen și respectiv de gaz metan la care flacăra s-a stins. Cunoscînd debitele și secțiunile de trecere au fost stabilite vitezele de rupere.

Din datele experimentale s-a obținut pentru constanta K, valoarea $K = 1{,}02.10^{-5}$, astfel că formula (10) poate fi scrisă acum sub forma

$$u_{0r} = 1{,}02 \cdot 10^{-5} \left(S_t \frac{X_0}{X_{st}} \right)^2 \frac{d_0}{\nu_{st}} . \qquad (11)$$

Datele experimentale, precum și cele de calcul obținute cu ajutorul relației (11) sînt prezentate în diagrama din figura 5, în care curbele pline reprezintă valorile de calcul ale vitezei de rupere, iar punctele pe cele experimentale.

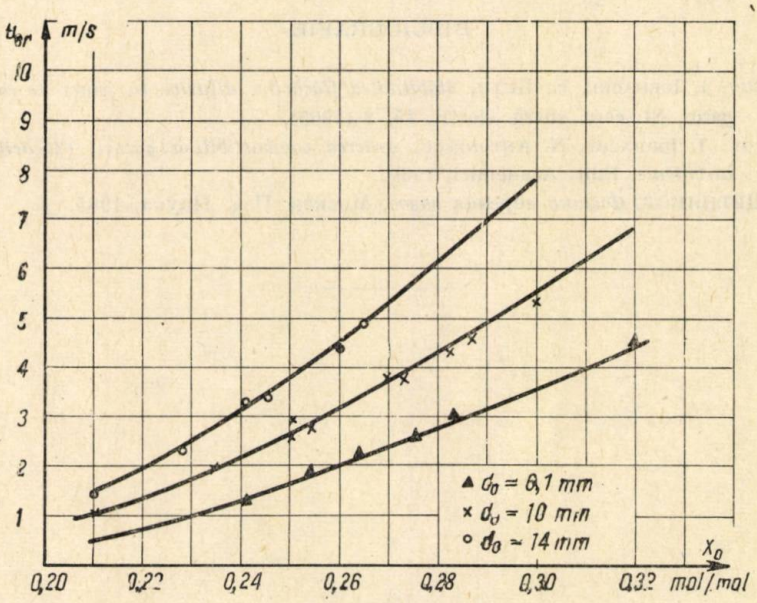


Fig. 5. — Variația vitezei de rupere a flăcării în funcție de concentrația inițială de oxigen și de diametrul ajutajului.

Din analiza diagramei din figura 5, se constată existența unei bune concentrații între valorile de calcul și cele experimentale ale vitezei de rupere a flăcării.

3. CONCLUZII

Analiza teoretică a procesului de stabilizare a flăcărilor difuzive în jeturi de aer care expandează într-un curent de gaze combustibile a permis determinarea unei formule de calcul a vitezei iniţiale a jetului de aer la care flacăra se rupe.

Se constată că formula de calcul a domeniului de stabilitate a acestor flăcări este similară, ca structură, cu formula de calcul pentru stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi libere de gaze combustibile, cu deosebirea că în cazul de faţă concentraţiile iniţiale şi stoichiometrice X_0 şi X_{st} se referă la concentraţiile de oxigen în amestec şi nu la cele de gaze combustibile ca în cazul flăcărilor obişnuite.

Stabilitatea flăcării difuzive în jeturi de aer care expandează într-un curent de gaze combustibile este mai redusă decît în cazul flăcărilor în jeturi libere de gaze combustibile, fapt care poate fi explicat cu ajutorul diagramei din figura 2.

În cazul îmbogăţirii aerului cu oxigen, stabilitatea flăcărilor jetului de aer într-un curent de gaze combustibile creşte faţă de situaţia aerului curat datorită creşterii substanţiale a vitezei normale de ardere cu concentraţia de oxigen.

BIBLIOGRAFIE

1. D. Grecov, I. Iordache, E. Guţu, *Stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi de combustibil gazos*, St. cerc. energ. electr., **15**, 2 (1965).
2. D. Grecov, I. Iordache, N. Antonescu, *Arderea combustibililor gazoşi. Flăcările difuziv turbulente*, Edit. Academiei, 1969.
3. Е. С. Щетников, *Физика горения газов*, Москва, Изд. Наука, 1965.

DESULFURAREA CĂRBUNILOR DIN VALEA-JIULUI PRIN SEPARAREA CENTRIFUGALĂ

DE

I. NISTOR

662.6/8

În vederea reducerii conținutului de sulf din cărbunii de Valea-Jiului, au fost cercetate posibilitățile oferite de separarea cărbunilor bruți, cu o granulație 0—3 mm, într-un cîmp centrifugal, de lichid greu.
După prezentarea premizelor teoretice, sînt trecute în revistă condițiile de lucru și rezultatele experimentale.

Introducerea metodelor moderne de minerit are ca rezultat mărirea procentului de cărbune brut mărunt și uneori chiar o ușoară creștere a procentului de cenușă.

Cerințele pentru îmbunătățirea calitativă a cărbunilor cresc continuu, ceea ce impune și dezvoltarea unor procese noi de prelucrare, eficiente și adecvate, pentru obținerea caracteristicilor voite. Printre acestea, cercetările privind desulfurarea, ocupă un loc important datorită inconvenientelor produse de utilizarea cărbunilor sulfuroși.

În substanța cărbunoasă se disting 4 forme sub care apare sulful: sulf elementar, sulf sulfat, sulf oganic și sulf piritic. Primele două forme nu depășesc 0,1% și în consecință nu au importanță practică. Sulful organic este legat de însăși substanța cărbunoasă, intrînd în structura diferitelor combinații organice.

Forma de bază este sulful piritic, format o dată cu substanța cărbunoasă.

La aceasta, trebuie adăugat un fapt nou, stabilit în ultimii ani de Jurovski și Kaminski [1], [2] și anume prezența zonelor cu un conținut ridicat de sulf organic, în jurul incluziunilor de pirită.

Însemnătatea practică a acestui fapt rezidă în aceea că împreună cu pirita, poate fi eliminată și o parte a substanței cărbunoase, cu un conținut ridicat de sulf organic.

Dificultatea principală a realizării unei desulfurări eficiente a cărbunilor, o reprezintă distribuția piritei sub forma unei dispersii fine.

Mărirea incluziunilor piritice în majoritatea cărbunilor variază de la 100—200 microni pînă la 5—10 microni.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 793-799, 1969

În problema desulfurării cărbunilor, cercetările întreprinse timp de mai mulți ani de zile, [3] — [5] au avut drept scop studiul diverselor metode, în vederea stabilirii eficienței lor și a modului de aplicare la cărbunii românești, în special la cei din bazinul carbonifer al Văii-Jiului, atît în vederea utilizării lor tehnologice, cît și în procesele de combustie.

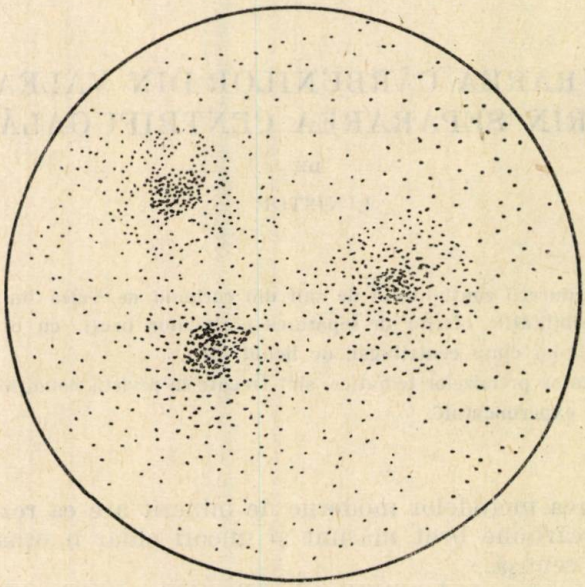


Fig. 1. — Repartiția masei de cărbune cu procent ridicat de sulf în jurul granulelor de pirită [1].

— Desulfurarea cu gaze reducătoare, a fost studiată în laborator [7] pentru stabilirea efectului desulfurant al principalelor gaze care ar fi putut fi utilizate în acest proces — A rezultat că hidrogenul are efectul desulfurant cel mai puternic — pînă la 60%, la temperaturi ridicate —900°C.

— Desulfurarea prin fluidizare cu agent oxidant (aer, abur, gaze arse) la 500°C, a produs o eliminare a sulfului în proporție de 30—35%; a fost studiată influența diverșilor parametri asupra procesului, cu stabilirea limitelor pentru care se obține efectul desulfurant optim [9]— — [11].

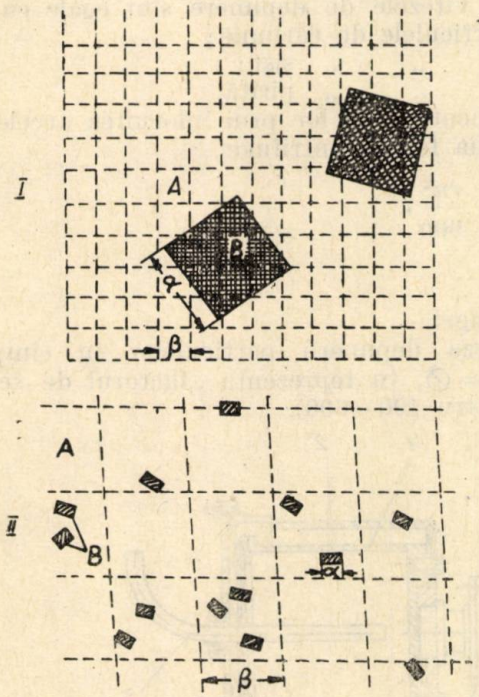
— Desulfurarea termo-magnetică, care se bazează pe utilizarea proprietăților magnetice ale stratelor superficiale ale particulelor de pirită și ale concrescențelor piritei cu sterilul și cărbunele, obținute la prelucrarea termică (350°C) cu agent oxidant, s-a concretizat printr-o reducere a conținutului de sulf cu 30%, concomitent cu o reducere a cenușei cu 1—2% absolute (cărbunele inițial —8% cenușă) [12]. Fiecare dintre procedeele cercetate, sînt aplicabile pentru anumite scopuri și prezintă avantaje și dezavantaje specifice, atît pentru rezultatele obținute, cît și pentru posibilitățile de aplicare la scară industrială.

La desulfurarea cu gaze reducătoare și cea prin fluidizare cu agent oxidant, în timpul procesului se consumă o anumită parte (pînă la 10%)

din substanţa cărbunoasă; în cazul desulfurării termo-magnetice, din cărbunele spălat se îndepărtează o parte (10—15%) ceea ce reduce eficacitatea economică. De aceea, s-a urmărit în continuare, posibilitatea dezvoltării unei metode care pe lîngă îndepărtarea sulfului, să conducă concomitent la ameliorarea celorlalţi factori calitativi şi tehnico-economici: procentul de cenuşă, recuperarea etc.

★

Să presupunem că substanţa cărbunoasă de bază, constă dintr-un component A şi din incluziuni minerale B de exemplu (pirita) care au dimensiunea medie lineară α şi este dispusă haotic în substanţa A. Cărbunele iniţial se macină în particule de dimensiuni egale sau apropiate de dimensiunea liniară β.



← Fig. 2. — Schema măcinării cărbunilor [1]: I — pentru $K > 1$; II — pentru $K < 1$.

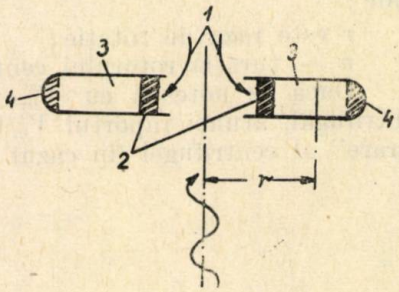


Fig. 3. — Schema separării centrifugale a cărbunelui mărunt în centrifuga experimentală [2]: 1) — alimentarea cu cărbune; 2) — concentratul cărbunos; 3) — mediul de separare — lichid greu; 4) — fracţiunea bogată în masă minerală.

Raportul

$$K = \frac{\alpha}{\beta},$$

va reprezenta gradul de măcinare a substanţei cărbunoase iniţiale. Convenţional, se utilizează termenul de „măcinare redusă" cînd $K \ll 1$ şi măcinare avansată cînd $K \gg 1$.

Sfărîmarea optimă pregăteşte materialul iniţial, asigurînd neomogenitatea particulelor de cărbune, în ce priveşte conţinutul de incluziuni minerale (deci şi pirită). În continuare, va trebui utilizată o metodă cu grad ridicat de precizie, pentru separarea gravimetrică, care să fie utilizabilă în special pentru dimensiunile reduse de ordinul zecilor de microni.

Viteza mişcării particulelor mici (< 100 μ) în mediu lichid şi cîmp gravitaţional se determină după Stokes

$$V_0 = \frac{1}{18} \frac{d^2}{\eta} (\rho_1 - \rho_2) g,$$

unde:

V_0 este viteza mişcării particulei;
d — diametrul particulei;
η — viscozitatea dinamică a mediului lichid;
ρ_1 — greutatea specifică a particulei solide;
ρ_2 — greutatea specifică a mediului lichid;
g — acceleraţia forţei gravitaţiei.

După datele lui Zarubin [2] într-o soluţie cu densitate 1,4, pentru particule cu dimensiunea 0,1 mm, vitezele de depunere sînt egale cu:

— 0,05 mm/s — pentru particulele de cărbune;
— 0,17 mm/s — „ „ „ şist;
— 0,87 mm/s — „ „ „ pirită.

Intensificarea acestui proces poate avea loc prin înlocuirea acceleraţiei forţei gravitaţiei cu acceleraţia forţei centrifuge

$$C = \frac{rn^2}{900},$$

unde:

r este raza de rotaţie;
n — turaţia rotorului centrifugei.

Dacă se notează cu V_0', viteza depunerii particulelor în cîmp centrifugal, atunci raportul $V_0'/V_0 = \varnothing$, va reprezenta „factorul de separare" al centrifugei (în cazul nostru 400—600).

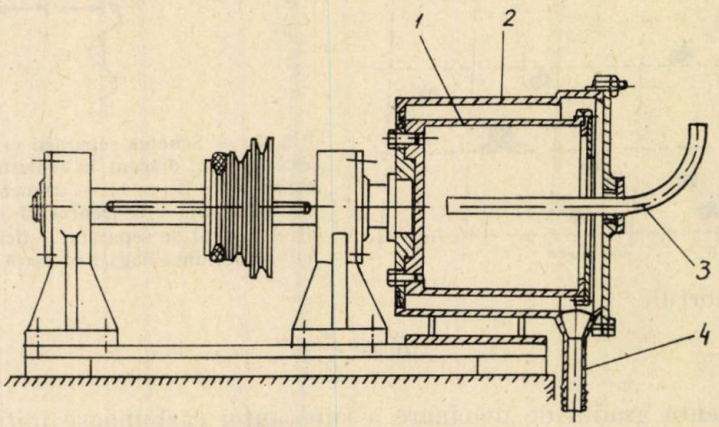


Fig. 4. — Centrifugă semicontinuă de laborator: *1* — rotor; *2* — manta de protecţie; *3* — conductă pentru introducerea suspensiei; *4* — ştuţ pentru evacuarea lichidului.

Din schema separaţiei centrifugale a cărbunelui mărunt (fig. 3) în centrifuga experimentală (fig. 4), se vede că particulele grele (steril şi pirită) se depun din stratul de lichid greu ($d = 1{,}28 - 1{,}42$), iar concentratul cărbunos pluteşte.

METODICA DE LUCRU ŞI REZULTATELE EXPERIMENTALE

Cărbunii bruţi măcinaţi la granulaţia 3 mm, au fost introduşi cu ajutorul unei soluţii de clorură de calciu ($d = 1,28 - 1,42$) într-o centrifugă de laborator cu diametrul 110 mm, cu o turaţie maximă de 3000 ture/minut. După separarea la o anumită densitate, fracţiunea mai uşoară este îndepărtată prin filtrare, iar fracţiunea mai grea se depune în centrifugă; separările încep totdeauna de la densitatea ridicată, către cea joasă. Fracţiunile obţinute sînt spălate cu apă, uscate şi analizate. Rezultatele separării centrifugale în lichide grele a cărbunilor Lupeni, sînt prezentate în tabelele 1 şi 2, iar cele ale cărbunilor Petrila, în tabela 3.

Rezultatele obţinute, verifică integral premizele studiului, obţinîndu-se pentru cărbunii Lupeni, un concentrat cărbunos, cu un procent de 2,36% sulf, 6,89% cenuşă şi un randament brut de 43,2%, ceea ce arată îmbunătăţirea sensibilă a celor 3 indici, faţă de cei obţinuţi în producţia curentă (circa 3% sulf, 8% cenuşă şi un randament brut de cca 40%).

În mod similar, în cazul cărbunilor Petrila, concentratul cărbunos are 2,30% sulf şi 7,02% cenuşă, cu un randament brut de 51,6% (producţia curentă — 2,5% sulf şi 8% cenuşă).

În concluzie, metoda studiată prezintă o serie de rezultate tehnice remarcabile, a căror eficienţă economică va trebui urmărită în continuare, în paralel cu simplificarea procesului tehnologic.

Tabela 1

Rezultatele separării centrifugale a cărbunilor Lupeni (granulaţie fină), în lichide grele

Cărbunele şi felul separării		W_t^a %	A^a %	S_t^a %	Randament brut %	Randament substanţă organică R.S.O. %	Observaţii
Lupeni — brut		1,57	34,46	2,68	—	—	
Lupeni							Analiza granulometrică măcinat discuri — 3 mm
— Concentrat separat	1,28	1,21	*14,45*	*2,20*	*38,0*	50	0—1,0 mm — 48,9%
— Mixt separat	1,28	1,44	39,42	3,22	19,0	18	1,0—1,5 mm — 26,5%
— Steril separat	1,28	1,21	51,82	2,81	38,6		1,5—2,0 mm — 20,2%
							+ 2,0 mm — 4,4 m
— Pierderi		—	—	—	4,4		R.S.O. 68%
Lupeni							
— Concentrat separat	1,33	2,12	*6,54*	*2,46*	*44,0*	62	Analiza granulometrică măcinat discuri — 1,5 mm
— Mixt separat	1,33	2,04	26,46	4,44	13,6	15	0—1,0 mm — 68,0%
— Steril separat	1,40	1,67	67,44	2,36	36,5		1,0—1,5 mm — 32,0%
— Pierderi		—	—	—	5,9		R.S.O. 77%

Tabela 2

Rezultatele separării centrifugale a cărbunilor Lupeni (granulaţie foarte fină), în lichide grele

Cărbunele şi felul separării	W_t^a %	A^a %	S_t^a %	Randament brut %	Randament substanţă organică R.S.O. %	Observaţii
Lupeni — brut	1,57	34,46	2,68	—	—	
Lupeni						
— Concentrat separat 1,35	1,95	*7,37*	*2,46*	*43,5*	61	Analiza granulometrică măcinat ciocane — 3 mm
— Mixt I separat 1,35	1 96	30,80	4,57	9,7	10	0—1,0 mm—69,4%
— Mixt II separat 1,35	2,14	33,35	4,18	3,9	4	1,0—1,5 mm—17,9%
— Steril separat 1,40	1,62	68,06	2,24	36,3		1,5—2,0 mm—10,2%
— Pierderi	—	—	—	6,6		+ 2 mm—2,5%
						R.S.O. 75%
Lupeni						
— Concentrat separat 1,34	1,90	*6,89*	*2,36*	*43,2*	61	Analiza granulometrică măcinat ciocane — 2 mm
— Mixt I separat 1,34	1,73	34,63	4,44	12,7	13	0—1,0 mm—76,5%
— Mixt II separat 1,34	1,84	38,84	3,68	5,3	5	1,0—1,5 mm—19,4%
— Steril separat 1,40	1,98	67,93	2,40	32,0		+1,5 mm — 4,1%
— Pierderi	—	—	—	6,8		R.S.O. 79%

Tabela 3

Rezultatele separării centrifugale a cărbunilor Petrila, în lichide grele

Cărbunele şi felul separării	W_t^a %	A^a %	S_t^a %	Randament brut %	Randament substanţă organică R.S.O. %	Observaţii
Petrila — brut	3,13	32,37	2,52	—	—	
— Concentrat separat 1,38	3,28	*6,10*	*2,27*	*47,0*	62	Analiza granulometrică
— Mixt separat 1,38	2,31	53,30	2,89	21,6	15	măcinat ciocane — 2,5 mm
— Steril separat 1,40	1,87	64,65	2,31	26,3		0—1,0 mm—58,5%
						1,0—1,5 mm—27,9%
— Pierderi	—	—	—	5,1		1,5—2,0 mm—13,0%
						+ 2 mm — 0,6%
						R.S.O. 77
— Concentrat separat 1,40	3,01	*7,02*	*2,30*	*51,6*	71	Analiza granulometrică măcinat ciocane — 2,5 mm
— Mixt separat 1,40	1,79	59,28	2,70	17,0	10	0—1,0 mm—60,0%
— Steril separat 1,42	2,03	69,92	2,23	25,2		1,0—1,5 mm—27,1%
						1,5—2,0 mm—12,4%
— Pierderi	—	—	—	6,2		+ 2 mm — 0,5%
						R.S.O. 81

BIBLIOGRAFIE

1. A. Z. Jurovschi, *Sera Komennîh uglei*, Izd. Ak. Nauk, S.S.S.R., Moskva, 1960.
2. V. S. Kaminschi, *Tentrobejnoe obogoşcenie uglei i slanţev*, Izd. Nedra, Moskva, 1967.
3. I. Blum, M. Goruneanu, Th. Piatkovski, *Încercări de desulfurare a cărbunilor cocsificabili din Republica Populară Română*, Buletin Ştiinţific, Secţiunea de Ştiinţe, Tehnice şi Chimice, **IV** *1—2*, 101 (1962).
4. I. Blum, Th. Piatkovschi, N. Sîrbu, *Încercări de desulfurare a cărbunilor cocsificabili din Republica Populară Română*, St. cerc. energ., **II, V**, *1—2*, 217—224 (1965).
5. I. Blum, M. Mandel, D. Miftei, *Încercări de desulfurare a cărbunilor cocsificabili din Republica Populară Română* III, St. cerc. energ., **V**, *3—4*, 565—573 (1955).
6. I. Blum, Th. Piatkovschi, *Încercări de desulfurare a cărbunilor cocsificabili din Republica Populară Română* — **VIII**, St. cerc. energ., **VII**, *2*, 201—213 (1957).
7. I. Epure, *Desulfurarea cocsului cu gaze reducătoare*, St. cerc. energ., Seria B, **XIII**, *4*, 569—581 (1963).
8. I. Blum, V. Cîndea, *Încercări de desulfurare a unor cărbuni din Valea — Jiului, în strat fix prin metoda oxidantă*, St. cerc. energ., **XI**, *2*, 325—343 (1961).
9. I. Blum, I. Nistor, V. Cîndea, C. Ionescu, *Desulfurarea cărbunilor neaglutinanţi P.A.L.V., prin fluidizare cu agent abur-aer*, St. cerc. energ., Seria B, **XII**, *4*, 529—539 (1962).
10. I. Blum, I. Nistor, V. Cîndea, C. Ionescu, *Desulfurarea cărbunilor neaglutinanţi P.A.L.V. prin fluidizare cu agent aer-abur-azot*, St. cerc. energ., Seria B, **XIII**, *1*, 133—147 (1963).
11. I. Nistor, I. Hristescu, M. Rosemberg, *Reducerea conţinutului de sulf din cocsul de fluidizare*, St. cerc. energ., electr., **XV, 413**, *2* (1965).
12. C. Ionescu, I. Nistor, C. Doboş, I. Hristescu, *Desulfurarea cărbunilor neaglutinanţi şi slab aglutinanţi din Valea — Jiului, prin procedeul termomagnetic*, St. cerc. energ. Seria B, **XIII**, *2*, 257—275 (1963).

EVOLUŢIA STRUCTURII CHIMICE A COMBUSTIBILILOR SOLIZI ÎN TIMPUL PROCESULUI DE ARDERE ŞI PIROLIZĂ

DE

C. COROIU

662.6.541

Se prezintă evoluţia structurii chimice a principalilor combustibili solizi din Republica Socialistă România în timpul arderii şi pirolizei, prin extrapolarea pentru cărbunii energetici şi derivaţi a metodei fizico-statistice de analiză structurală a lui Van Krevelen.

Rezultatele experimentale sînt prezentate atît în diagrame tip Van Krevelen cît şi analitic.

În categoria combustibililor clasici alături de cei gazoşi şi lichizi o mare importanţă ca sursă de energie şi materie primă pentru industriile de prelucrare o prezintă combustibilii solizi. Dacă pentru cazul combustibililor gazoşi şi lichizi problema precizării structurii chimice este rezolvată, în cazul combustibililor solizi problema este încă deschisă cercetării ştiinţifice. Rezolvarea definitivă a acestei probleme ar permite adîncirea cunoaşterii fenomenelor de ardere, gazeificare, piroliză etc. care stau la baza a numeroase industrii şi ar permite fără îndoială importante progrese în practica industrială.

Studii privind structura cărbunilor au fost începute încă din secolul trecut iar după 1920 ele au devenit extrem de numeroase. Perfecţionările metodelor de investigaţie tradiţionale cît şi noile metode fizico-chimice (oxidarea menajată, spectroscopia în infraroşu şi X cît şi spectroscopia R.E.P. şi R.E.S. etc.) au permis acumularea unui imens material experimental. Ceea ce se cere în continuare este sistematizarea materialului experimental şi găsirea unor metode de corelare complexă a acestuia.

Concepţiile moderne (Van Krevelen, Biggs, Nesterenko etc.) privesc substanţa cărbunoasă ca un tot unitar (structura macromoleculară) nu ca un amestec de substanţe cu structură diferită şi pun problema prezentării unor modele structurale care să fie în concordanţă cu proprietăţile fizico-chimice şi tehnologice.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 801–805, 1969

Menţionăm faptul că diferitele încercări de a prezenta modele structurale vizează în special huilele, fapt explicabil prin marea importanţă economică a acestora.

Macromoleculele de huilă sînt reprezentate ca lamele de nuclee aromatice condensate în care numărul de cicluri se măreşte odată cu creşterea gradului de carbonificare. Lamelele sînt legate între ele prin multiple punţi alifatice sau aliciclice al căror număr şi importanţă se micşorează o dată cu creşterea gradului de carbonificare. Structura acestor punţi cît şi a restului nearomatic reprezintă marele semn de întrebare în problema structurii cărbunilor.

Din punct de vedere energetic însă, prezintă interes toate categoriile de cărbuni care au făcut mai puţin obiectul unor studii de structură.

În lucrarea de faţă ne propunem studierea din acest punct de vedere a ligniţilor de Rovinari, Motru, Schitu-Goleşti, cărbunelui brun huilos de Petrila şi a huilei de Lupeni.

Cărbunii au fost supuşi arderii şi pirolizei în diverse condiţii, la temperaturi ale incintei cuprinse între 500—1100°C. Datele obţinute prin analizele chimice ale rezidiilor solide au servit la calcularea rapoartelor x şi y.

S-a fixat ca obiectiv principal stabilirea formulelor chimice brute a cărbunilor iniţiali şi evoluţia lor în timpul arderii şi pirolizei. Pentru aceasta s-a ales sistemul de reprezentare în diagrame tip Van Krevelen avînd drept coordonate rapoartele:

$$y = \frac{n_H}{n_C}\ ; \qquad x = \frac{n_0}{n_C}\ ; \tag{1}$$

în care:

$$n_C = \frac{C}{12{,}01}\ ; \quad n_H = \frac{H}{1{,}008}\ ; \quad n_0 = \frac{O}{16}\ ; \tag{2}$$

C este conţinutul procentual gravimetric în carbon;
H — conţinutul procentual gravimetric în hidrogen;
O — conţinutul procentual gravimetric în oxigen;
n_C — numărul atomilor de carbon;
n_H — numărul atomilor de hidrogen;
n_o — numărul atomilor de oxigen.

S-a neglijat astfel conţinutul în N şi S al masei organice din cărbune, deoarece intră în proporţie redusă în substanţa iniţială şi descreşte foarte rapid ca urmare a faptului că participă în grupări chimice cu energie de legătură redusă.

Formulele chimice brute obţinute astfel vor fi de forma $C_{n_C} H_{n_H} O_{n_O}$ echivalentă cu $C H_y O_x$

De aici rezultă noţiunea de masă moleculară fictivă M care va putea servi în continuare alături de alte caracteristici şi consideraţii la stabilirea structurii chimice.

Stabilirea formulei chimice brute $C H_y O_x$ a materialului cărbunos supus arderii provenind dintr-un anumit cărbune se face direct prin citirea coordonatelor punctului respectiv (fig. 1÷5).

În diagrama generală din figura 6 sînt trasate liniile izocale şi izovole.

Figura 6 prezintă şi evoluţia prin carbonificare a materialului vegetal iniţial în cursul căreia se disting trei tipuri structurale succesive.

— O structură humică (turbele şi ligniţii în general) cu nuclee aromatice izolate sau puţin condensate, puternic legate între ele prin substanţă nearomatică, de unde şi absenţa proprietăţilor plastice.

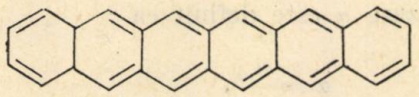
— O structură metaplastică (huilele în general) constituită din nuclee aromatice condensate, legate între ele prin punţi de legătură în general eterice care permit depolimerizarea la încălzire, urmată de reticularea prin condensare şi polimerizare.

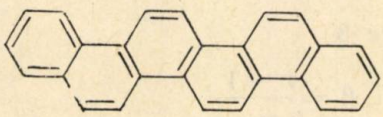
— O structură de hidrocarbură policiclică condensată cu un grad înalt de condensare specifică huilelor slabe şi antraciţilor. Substanţa nearomatică oxigenată este aproape integral dispărută iar hidrogenul este legat de carbonul periferic al lamelelor. Atomii de carbon reziduali formează punţi între lamelele suprapuse (punţi interreticulare) care conferă o mare rezistenţă reţelei.

În această categorie structurală intră de asemenea materialul cărbunos care rezultă din cărbuni după degajarea materiilor volatile cu tendinţa de a trece în grafit în condiţiile unei încălziri prelungite la temperaturi înalte.

Modul de condensare a nucleelor aromatice este hotărîtor stabilind proporţia între n_H şi n_C.

Astfel pentru condensarea în lanţ caracteristică naftalinei, antraenului etc. avem gradul de condensare cel mai redus

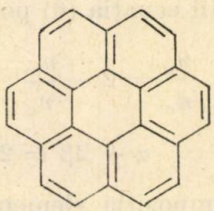




(3)

$$n_H = \frac{n_C}{2} + 3. \tag{4}$$

Hidrocarburile cu cel mai mare grad de condensare sînt aşa numitele hidrocarburi pericondensate din care primii doi termeni sînt benzenul şi coronenul



(5)

$$n_H = \sqrt{6n_C}.$$

Pentru o hidrocarbură oarecare conţinînd n_C atomi de carbon şi n_H atomi de hidrogen avem relaţia generală

$$n_H = 2n_C + 2 - 2d - 4t - 2r, \tag{6}$$

unde:

d este numărul de duble legături;
t — numărul de triple legături;
r — numărul de cicluri aromatice.

Pentru

$$\begin{aligned} d = t = r = 0, \\ n_H = 2n_C + 2, \end{aligned} \tag{7}$$

care este formula generală a parafinelor, iar

$$\begin{aligned} t = r = 0; \quad d = 1, \\ n_H = 2n_C, \end{aligned} \tag{8}$$

care reprezintă formula generală a monoolefinelor.

Pentru o hidrocarbură care nu prezintă legături triple şi alte legături duble decît cele din nucleele aromatice relaţia (6) devine

$$\begin{aligned} n_H = 2n_C - n_{Ca} - 2(r - 1), \\ n_{Ca} = 2d. \end{aligned} \tag{9}$$

Indicele de aromatizare α este definit ca

$$\alpha = \frac{n_{Ca}}{n_C}, \tag{10}$$

iar indicele de condensare β

$$\beta = \frac{r - 1}{n_C}. \tag{11}$$

Valoarea lui β variază între zero pentru benzen şi 0,5 pentru grafit deoarece pentru un r suficient de mare (cazul grafitului)

$$\frac{r - 1}{n_C} \simeq \frac{r}{n_C} = \frac{1}{2}. \tag{12}$$

Cu aceste notaţii ecuaţia (6) poate fi transformată astfel:

$$\frac{n_H}{n_C} = 2 - \frac{n_{Ca}}{n_C} - 2\frac{r - 1}{n_C}, \tag{13}$$

$$\alpha + 2\beta = 2 - y, \tag{14}$$

relaţie care leagă compoziţia elementară caracterizată prin y de indicii α şi β.

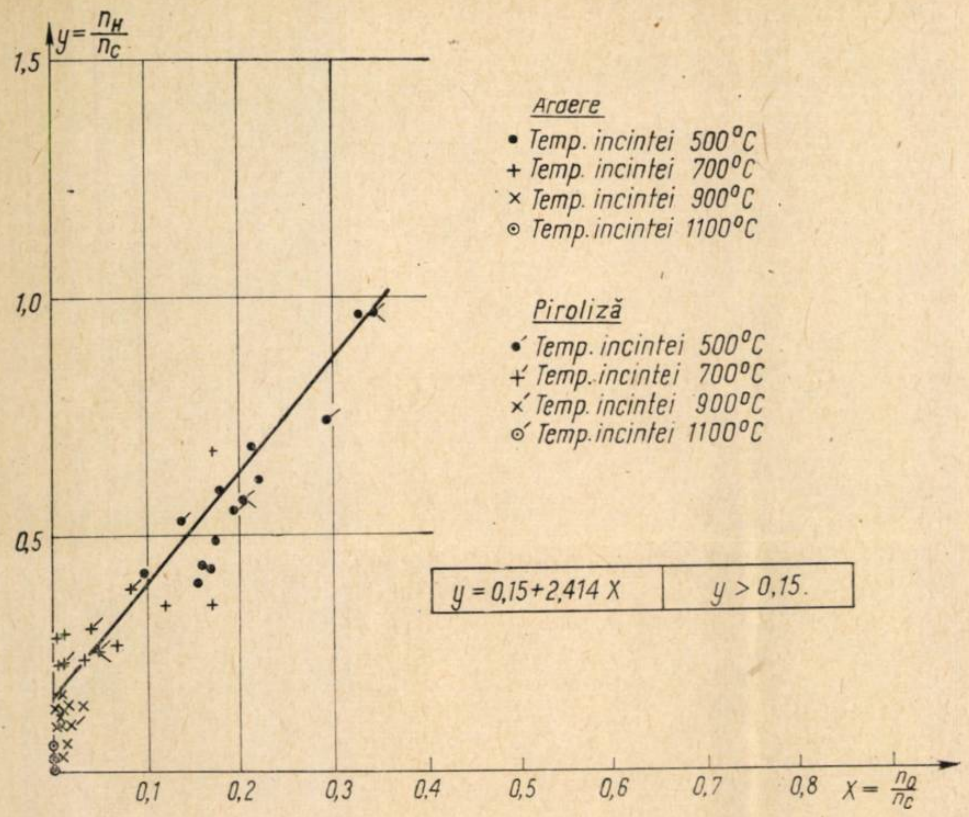


Fig. 1. — Diagramă tip Van Krevelen reprezentînd transformările masei organice (CH_yO_x) a lignitului de Rovinari în timpul arderii și pirolizei.

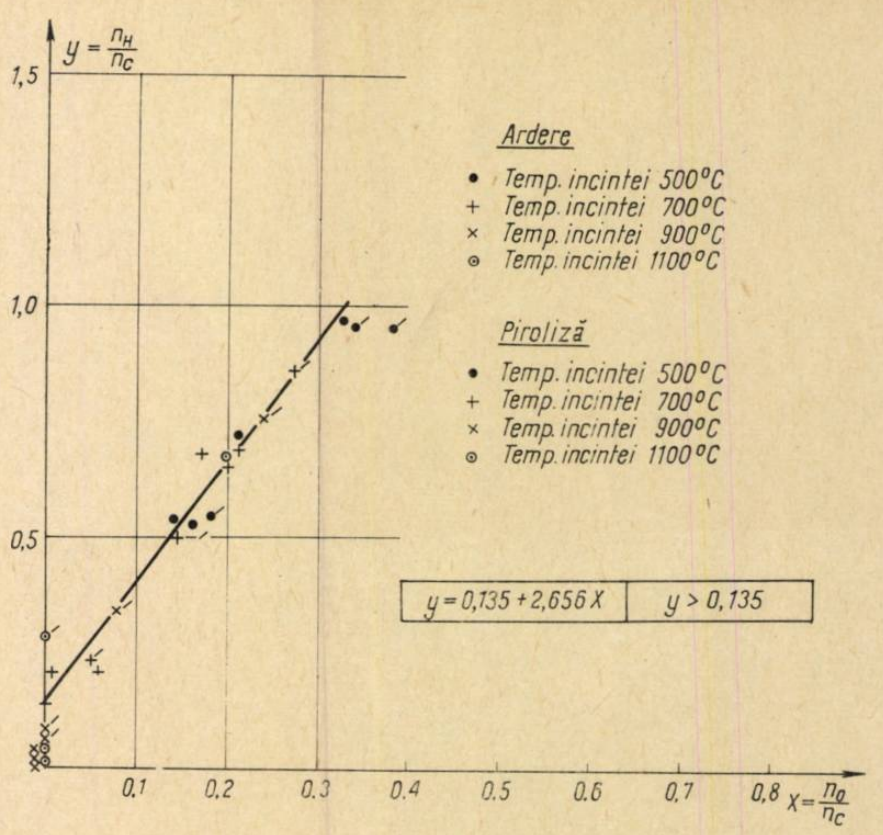


Fig. 2. — Diagramă tip Van Krevelen reprezentînd transformările masei organice (CH_yO_x) a lignitului de Motru în timpul arderii și pirolizei.

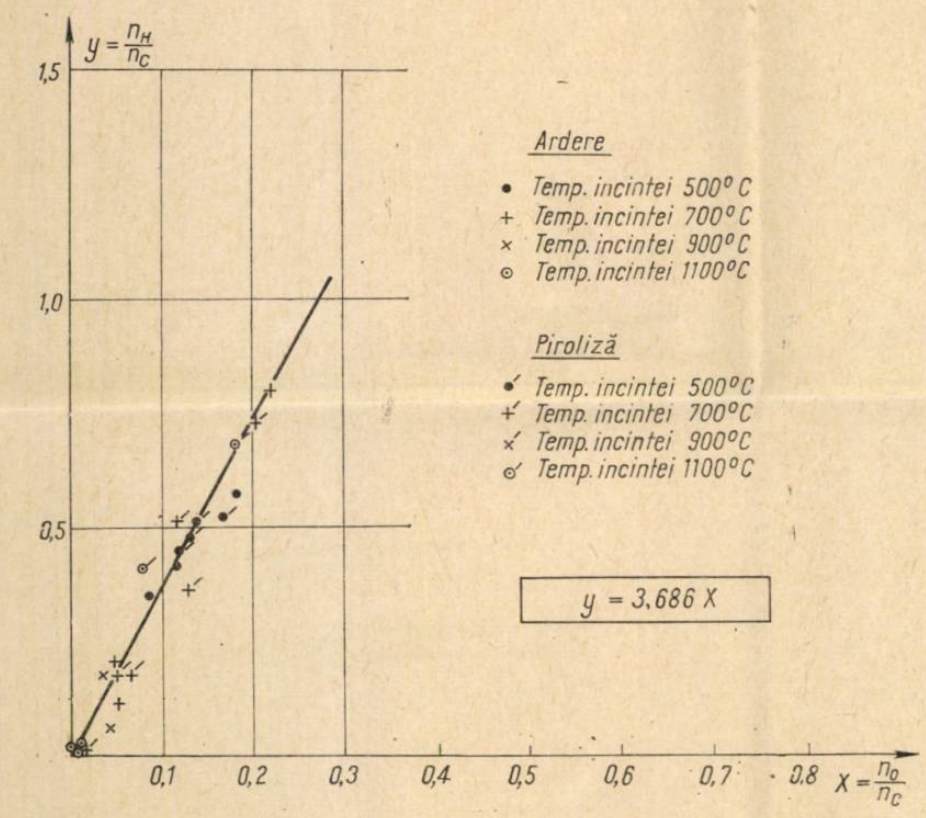


Fig. 3. — Diagramă tip Van Krevelen reprezentînd transformările masei organice (CH_yO_x) a lignitului de Schitu-Golești în timpul arderii și pirolizei.

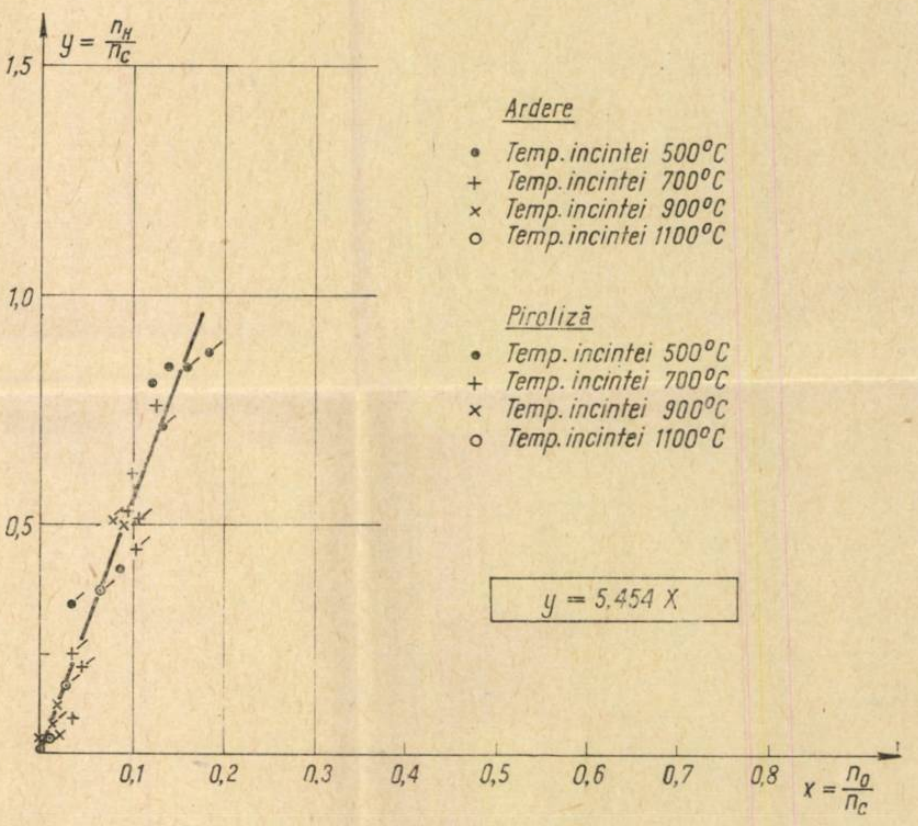


Fig. 4. — Diagramă tip Van Krevelen reprezentînd transformările masei organice (CH_yO_x) a cărbunelui de Petrila în timpul arderii și pirolizei.

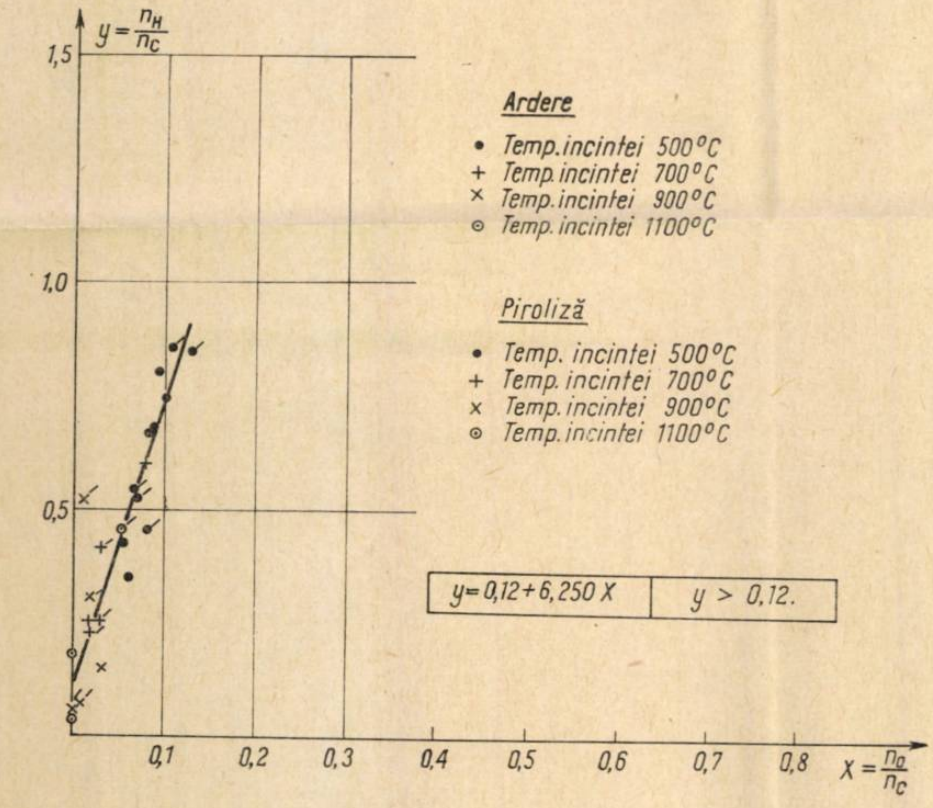


Fig. 5. — Diagramă tip Van Krevelen reprezentînd transformările masei organice (CH_yO_x) a huilei de Lupeni în timpul arderii și pirolizei.

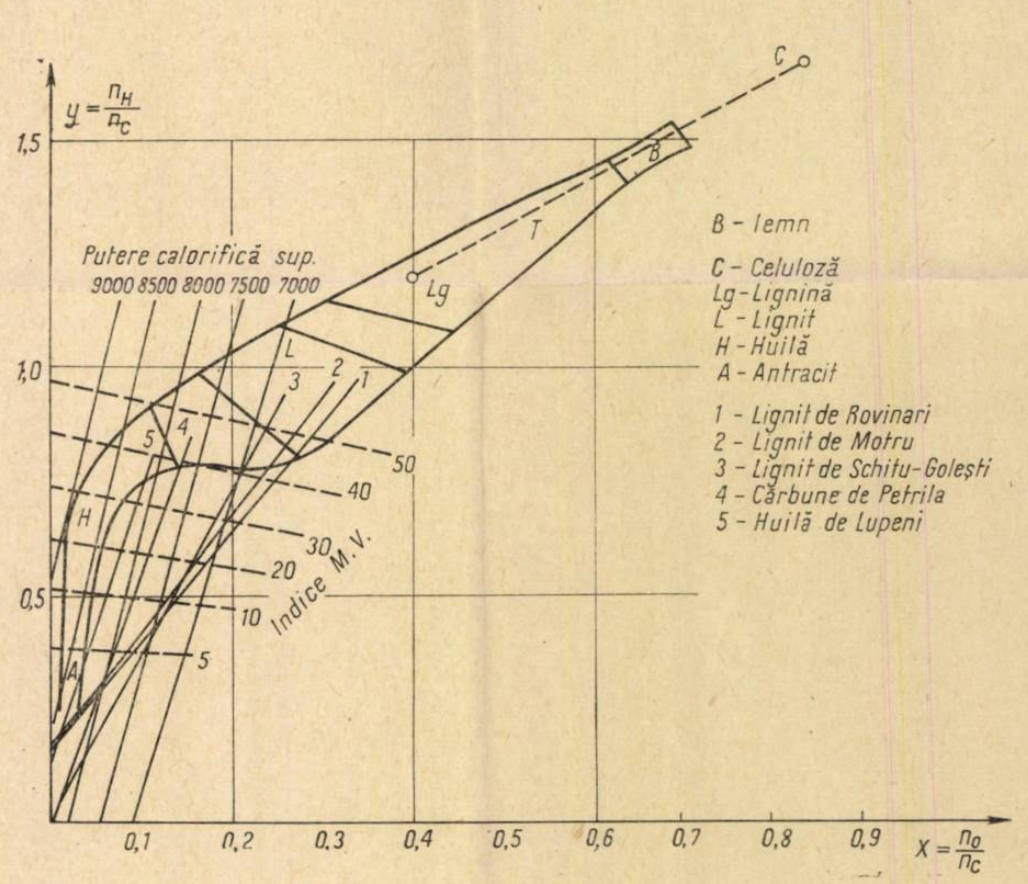


Fig. 6. — Diagramă tip Van Krevelen reprezentînd transformările masei organicei (CH_yO_x) a unor combustibili solizi din Republica Socialistă România în timpul arderii și pirolizei.

În lucrarea de faţă se prezintă dependenţa între x şi y luînd în consideraţie o compoziţie ternară pentru cărbunii respectivi în evoluţia lor. Această dependenţă s-a dovedit a fi liniară după cum se vede din figurile 1, 2, 3, 4, 5 relaţiile analitice corespunzătoare fiind :

— pentru lignitul de Rovinari :

$$y = 0{,}15 + 2{,}414\, x \ldots y > 0{,}15, \tag{15}$$

$$x = 0, \ldots y < 0{,}15, \tag{16}$$

— pentru lignitul de Motru :

$$y = 0{,}135 + 2{,}656\, x \ldots y > 0{,}135, \tag{17}$$

$$x = 0, \ldots y < 0{,}135, \tag{18}$$

— pentru lignitul de Schitu-Goleşti :

$$y = 3{,}686\, x, \tag{19}$$

— pentru cărbunele brun huilos de Petrila

$$y = 5{,}454\, x, \tag{20}$$

— pentru huila de Lupeni :

$$y = 0{,}12 + 6{,}250\, x \ldots y > 0{,}12, \tag{21}$$

$$x = 0, \ldots y < 0{,}12. \tag{22}$$

Este foarte interesant de remarcat faptul că ecuaţiile (15) — (22) şi respectiv dreptele din figurile $1 \div 6$ verifică atît procesul de piroliză cît şi procesul de ardere la diverse temperaturi ceea ce permite tragerea unor concluzii importante privind mecanismul procesului de ardere şi piroliză :

1. — rezultă astfel că temperatura nu modifică coeficientul unghiular al dreptelor respective ci numai lungimea lor ;

2. — fenomenele de ardere şi piroliză sînt descrise de ecuaţii cu acelaşi coeficient unghiular deosebirea între cele două fenomene fiind numai o consecinţă a nivelului temperaturii atinse în timpul celor două procese.

BIBLIOGRAFIE

1. Van Krevelen, *Coal Science Els.* Publ. Comp., Amsterdam, 1957.

COMPORTAREA DIVERSELOR TIPURI DE MOTORINE ÎN MOTOARE CU INJECȚIE DIRECTĂ

DE

S. FAUR, ST. MANEA, I. MINEA, I. ȘTEFAN, C. A. VASILESCU

621.43.01

Lucrarea caută să arate mai întîi cu date experimentale, dacă un combustibil Diesel mai ușor și cu cifră cetanică mai ridicată este potrivit pentru motoarele Diesel cu injecție directă. Încercarea într-un motor cu injecție directă de tip D—103 a 7 tipuri de motorine conform STAS arată că 6 dintre motorine se prezintă, apropiat ca rezultate la banc în timp ce motorina —15 A dă un consum specific de combustibil mai scăzut însă mers mai dur, tendință la uzură mărită și chiar la depuneri. Cercetarea experimentală a trei probe avînd același indice Diesel dintre care un combustibil foarte ușor și doi combustibili de fracție largă mergînd pînă la temperaturi finale de distilare de 450°C arată că combustibilii mai grei sînt superiori din punctul de vedere al solicitărilor mecanice în motorul Diesel cu injecție directă. După o analiză teoretică, în concluzie se propune realizarea de motorine cu final ridicat din combustibili parafinoși și semiparafinoși și combustibili mai ușori dar cu cifra cetanică mai scăzută din țițeiuri neparafinoase.

Acordarea motorinei în motorul Diesel apare o problemă de importanță nu numai pentru exploatarea motoarelor, dar și în cazul în care se pune în discuție utilizarea optimă a diferitelor fracțiuni de țiței. Pe linia unor cercetări mai vechi în lucrarea de față se examinează posibilitățile care există de a folosi fracții cît mai variate în motoare cu injecție directă (în sensul ridicării temperaturii finale de distilare), și implicațiile asupra performanțelor și durabilității motorului.

Lucrarea pornește de la încercări făcute asupra motorinelor STAS și examinează în continuare combustibili de fracție lărgită, încercînd să explice și să prevadă comportarea lor în motor.

1. Încercările experimentale s-au făcut pe un motor monocilindric Diesel cu injecție directă de tipul D—103 (motorul de tractor universal românesc), montat la un banc de probe prevăzut cu o frînă hidraulică. Se urmărește ca oricare ar fi tipul de motorină încercată consumul de combustibil pe ciclu să fie același, ceea ce a condus la necesitatea modifi-

cării reglajului pompei de injecție în funcție de densitatea motorinei; fiecare motorină a fost încercată la o singură sarcină a motorului determinată după cum s-a arătat prin valoarea constantă a consumului de combustibil pe ciclu. Concomitent cu ridicarea curbei caracteristice de putere în funcție de turație s-au înregistrat diagrame indicate și s-a măsurat gradul de fum pe scara Hartrige. Prelucrarea diagramelor indicate s-a făcut în vederea obținerii valorii presiunii maxime și a duratei întîrzierii la aprindere.

2. Într-o primă categorie de încercări s-au făcut determinări asupra motorinelor STAS (tip + 5, −5, −10, −15 A, −15 B, −25 și −35). Caracteristica de turație obținută este redată în figura 1. Se observă, că în limitele abaterilor s-a asigurat aceeași cantitate de combustibil injectată; elementele particulare se vor examina în continuare.

Se compară puterea efectivă P_{ef}, consumul specific efectiv de combustibil c_e și indicele de fum I_f Hartridge pentru turații alese ca semnificative (fig. 2). Se observă că puterea este, ținîndu-se seama de eroarea de măsură, practic constantă pentru motorinele încercate, puterea dată de motor cu motorina STAS −15 A, fiind situată însă în partea inferioară a plăjii erorilor, consumul specific prezintă un ușor minim pentru motorina − 15 A, iar indicele de fum deși cu valori destul de împrăștiate are o ușoară tendință de creștere o dată cu reducerea temperaturii de congelare.

În continuare (fig. 3) se examinează valoarea presiunii maxime în cilindru p_{max}, a duratei întîrzierii la aprindere θ_i și a factorului K exprimat prin relația

$$K = a(b\ T_{mf} + c)\ \frac{\frac{H}{C} - d}{\frac{H}{C} - e},$$

unde:

$\frac{H}{C}$ este raportul dintre conținuturile procentuale de hidrogen și carbon;

T_{mf} — temperatura medie de fierbere;

a, b, c, d, e — constante.

Durata întîrzierii la aprindere este minimă pentru motorina −15 A, în schimb la aceeași motorină avem o presiune maximă mai mare și un indice K mai mare. Cercetări anterioare ale noastre au arătat buna dependență, pentru motorinele indigene, între factorul K și tendința la depunere [1]. Prin urmare performanțele ușor îmbunătățite ale motorului în ceea ce privește economicitatea, au ca dezavantaj faptul că vor crește uzurile (condiționate de presiunea maximă), mersul dur și depunerile de substanțe cărbunoase. Prin urmare este necesar să se studieze cu atenție oportunitatea folosirii unui combustibil de tip −15 A, examinîndu-se și aspectele uzură și tendință la depunere, nu numai economicitate.

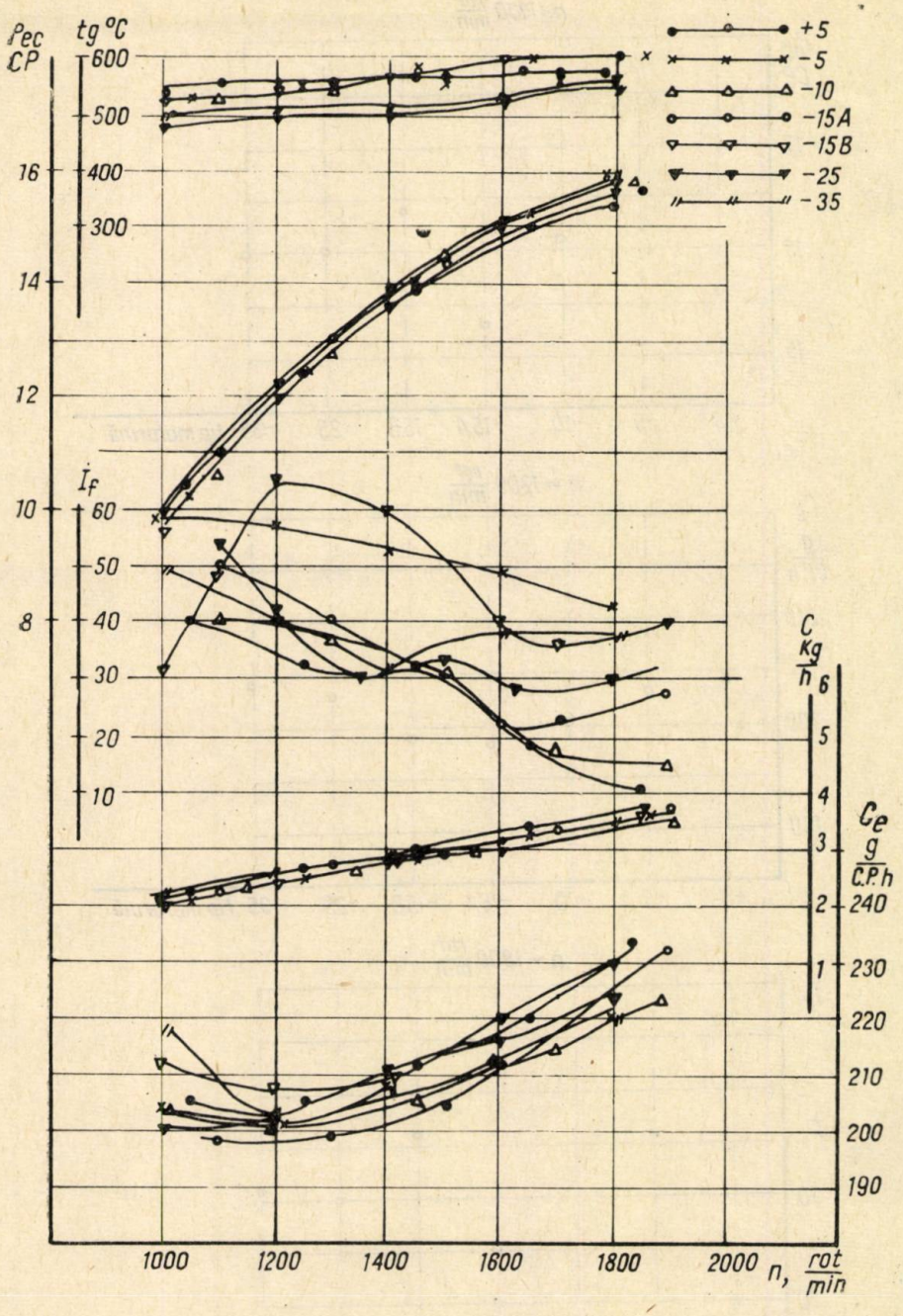


Fig. 1. — Variația puterii efective P_{ec}, a consumului orar de combustibil C, a consumului specific efectiv de combustibil c_e, a temperaturii gazelor de ardere t_g și a indicelui de fum I_f în funcție de turația n, pentru diferite tipuri de motorine conform STAS, reglaj constant al cantității de combustibil pe ciclu.

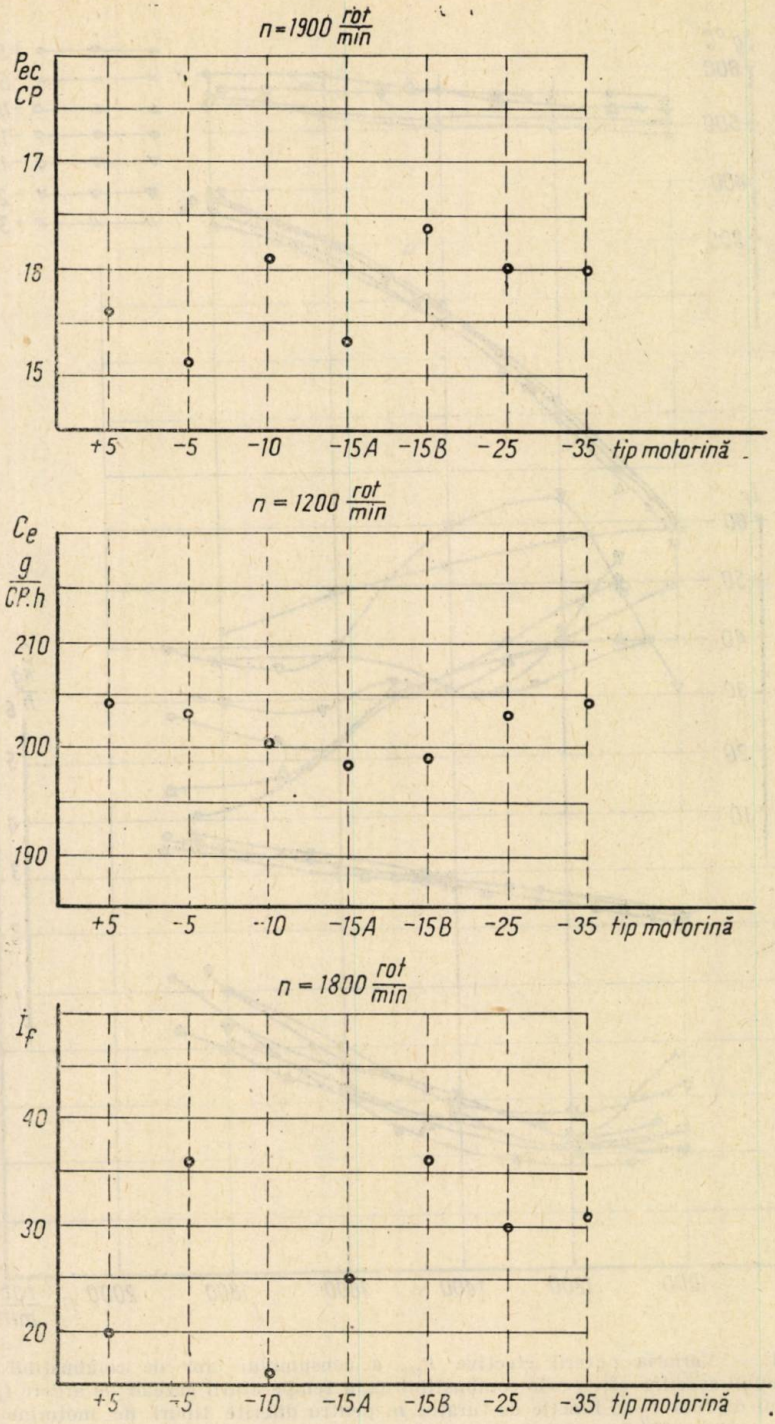


Fig. 2. — Variația puterii efective P_{ec}, a consumului specific efectiv de combustibil c_e și a indicelui de fum I_f în funcție de tipul de motorină după STAS.

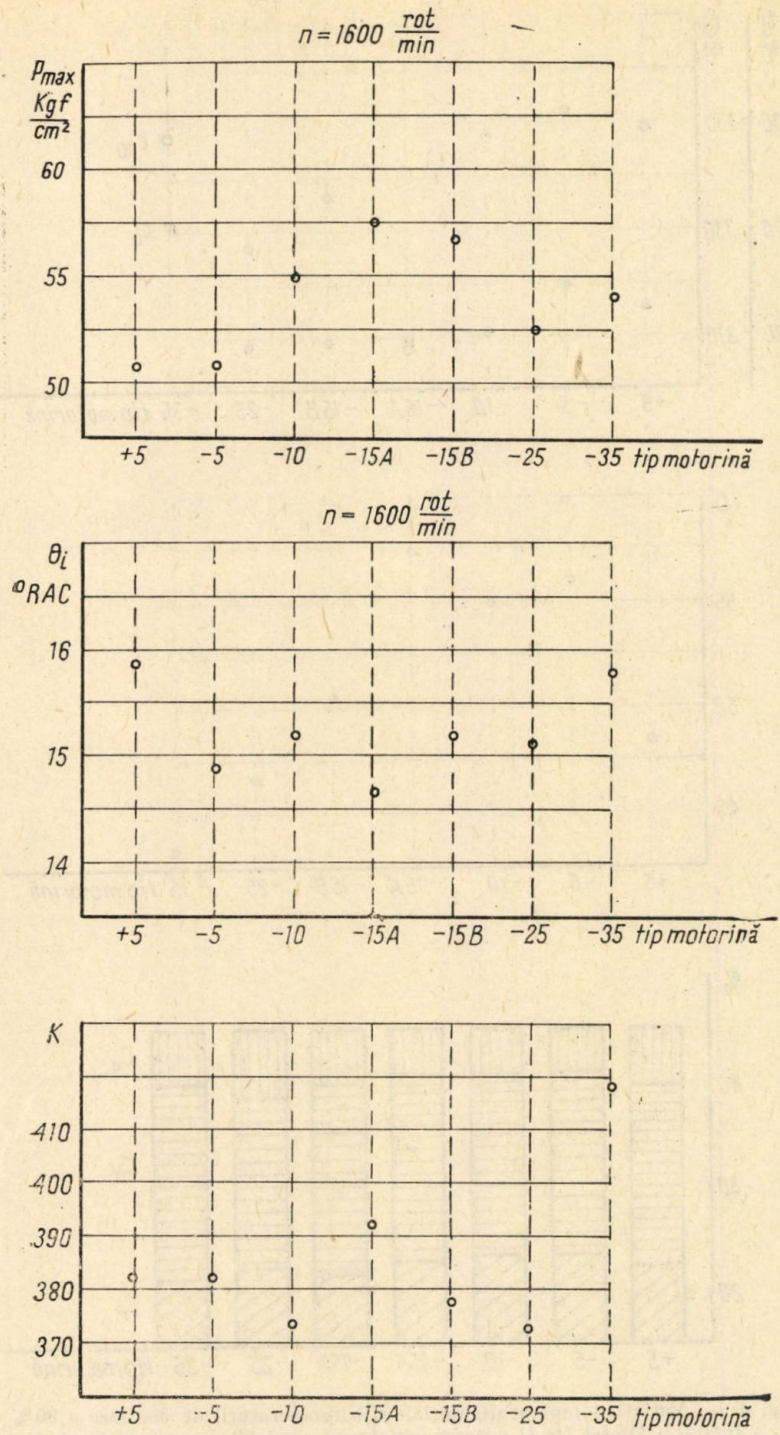


Fig. 3. — Variația presiunii maxime p_{max}, a duratei întîrzierii la aprindere θ_i, și a factorului K în funcție de tipul de motorină după STAS.

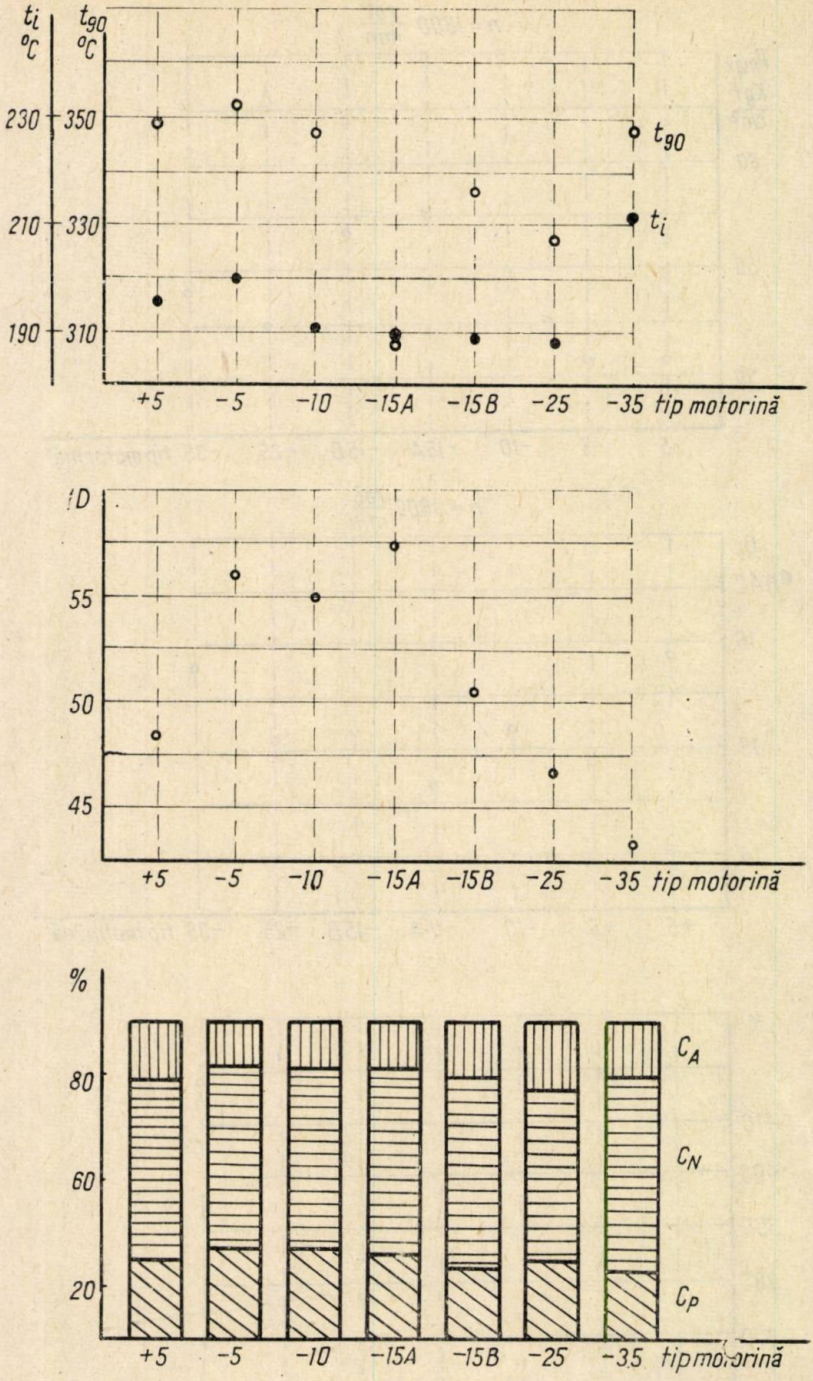


Fig. 4. — Variația temperaturii inițiale t_i a temperaturii de distilare a 90% t_{90} a indicelui Diesel ID și a compoziției motorinei (C_p — carboni în structuri parafinice, C_N — carboni în structuri naftenice, C_A — carboni în structuri aromatice) în funcție de tipul de motorină după STAS.

Se examinează în continuare (fig. 4) elementele principale care diferențiază motorinele încercate. Se constată că temperatura inițială de distilare este aproximativ aceeași, în jurul valorii 190°C, motorina —5 având valoarea 200°C și motorina —35, 211°C. Temperatura la distilare a 90% din combustibil, t_{90} este mai scăzută pentru motorina —15 A și relativ scăzută pentru motorinele —15 B și —25 fiind de circa 350°C pentru restul de motorine.

Indicele Diesel prezintă un maximum pentru motorina —15 A iar compoziția pe clase de hidrocarburi variază în mică măsură.

Se constată deci că motorinele conform STAS se comportă diferit în motorul Diesel cu injecție directă (motorul cel mai sensibil la tipul de combustibil) și că motorinele cu indice Diesel mărit și cu fracțiuni ușoare mai multe (tip — 15 A) au tendința de a reduce consumul de combustibil în schimb duc la un mers dur, la uzură și depuneri sporite.

De altfel, consumul specific de combustibil mai redus poate prezenta numai un avantaj ipotetic, deoarece din necesitatea păstrării nivelului presiunilor maxime se va varia avansul la injecție ceea ce evident afectează economicitatea. Din acest motiv se va examina în continuare efectul lărgirii plajei de distilare a motorinei în corelare cu indicele Diesel și compoziția combustibilului obținut.

3. Examinarea posibilității varierii indicilor amintiți se va face pornind de la date din literatură [2] asupra țițeiurilor respective, și punînd problema menținerii unei valori acceptabile a indicelui Diesel. Se consideră că motorina comercială se realizează prin amestecarea a două fracții; drept exemplu se va lua o primă fracție *ușoară* care distilă între 240 și 350°C și o a doua *medie* care distilă între 300 și 400°C. Unele date sintetice privind proprietățile acestor fracții distilate din 39 de țițeiuri reprezentative sînt prezentate în figura 5.

Pentru a lărgi combustibilul în domeniul fracțiilor cu temperatură finală de distilare mai mare se va mări proporția fracției 300—400°C din amestec. Distilatul din țiței semiparafinos are dezavantajul că prezintă un randament la distilare mai scăzut; el are un indice Diesel scăzut, astfel că nu va putea să fie amestecat decît cu distilat ușor din țiței, parafinos și semiparafinos, pentru a obține valori ale indicelui Diesel încă acceptabile. Amestecarea distilatului mediu semiparafinos cu distilat ușor tot semiparafinos va da o motorină cu punct de congelare destul de scăzut (—20 la —40), în timp ce amestecarea distilatului mediu semiparafinos cu distilat ușor parafinos conduce la o motorină cu punct de congelare mai ridicat (+10 la —10°C).

Folosirea unor distilate medii parafinoase sau neparafinoase au avantajul că duc la aproximativ aceleași randamente de extracție. În schimb efectul asupra motorinei va fi diferit după fracția ușoară care se folosește în amestec. Amestecul de fracție medie parafinoasă cu fracție ușoară parafinoasă are dezavantajul că duce la indici Diesel prea ridicați și la un combustibil avînd maximul de distilat în zona temperaturilor medii. Este de presupus că un combustibil de parafinicitate prea mare cu o temperatură nu prea ridicată finală de fierbere va conduce la uzuri mari, și la funcționarea cu vîrfuri de presiune în motor tocmai datorită depășirii cu mult a indicelui Diesel optim. În schimb, după datele prezentate, un asemenea combustibil ar avea avantajul unui randament de distilare maxim.

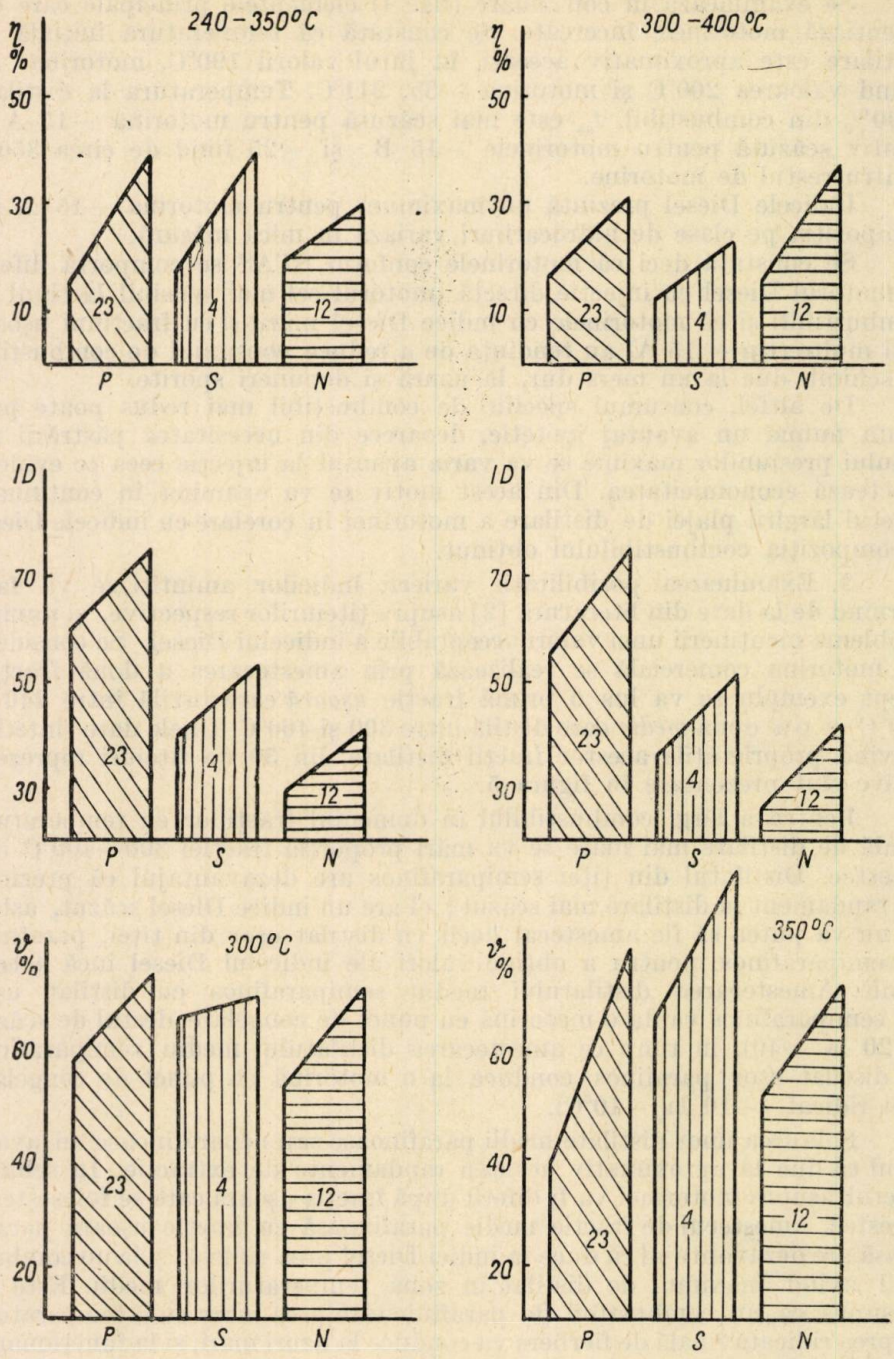


Fig. 5. — Variația randamentului de distilare în greutate η, a indicelui Diesel ID și a volumului distilat v în funcție de intervalul de distilare (240 — 350°C și 300 — 400°C) și natura țițeiului: P — țiței parafinos; S — țiței semiparafinos; N — țiței neparafinos (cifra arată numărul de probe examinate).

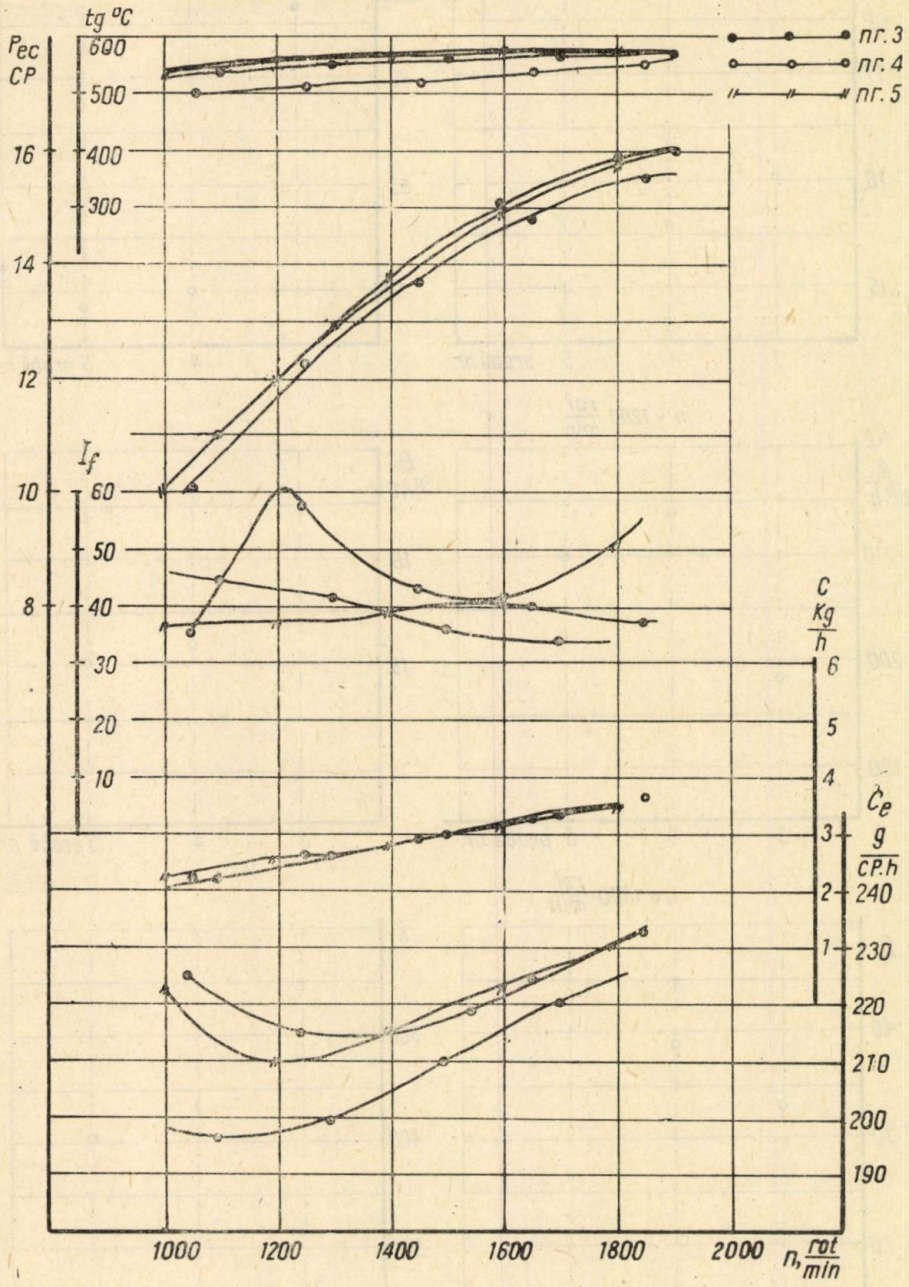


Fig. 6. — Variația puterii efective P_{ec}, a consumului orar de combustibil C, a consumului specific efectiv de combustibil c_e, a temperaturii gazelor de ardere t_g și a indicelui de fum I_f, în funcție de turația n, pentru diferite tipuri de motorine; reglaj constant al cantității de combustibil pe ciclu.

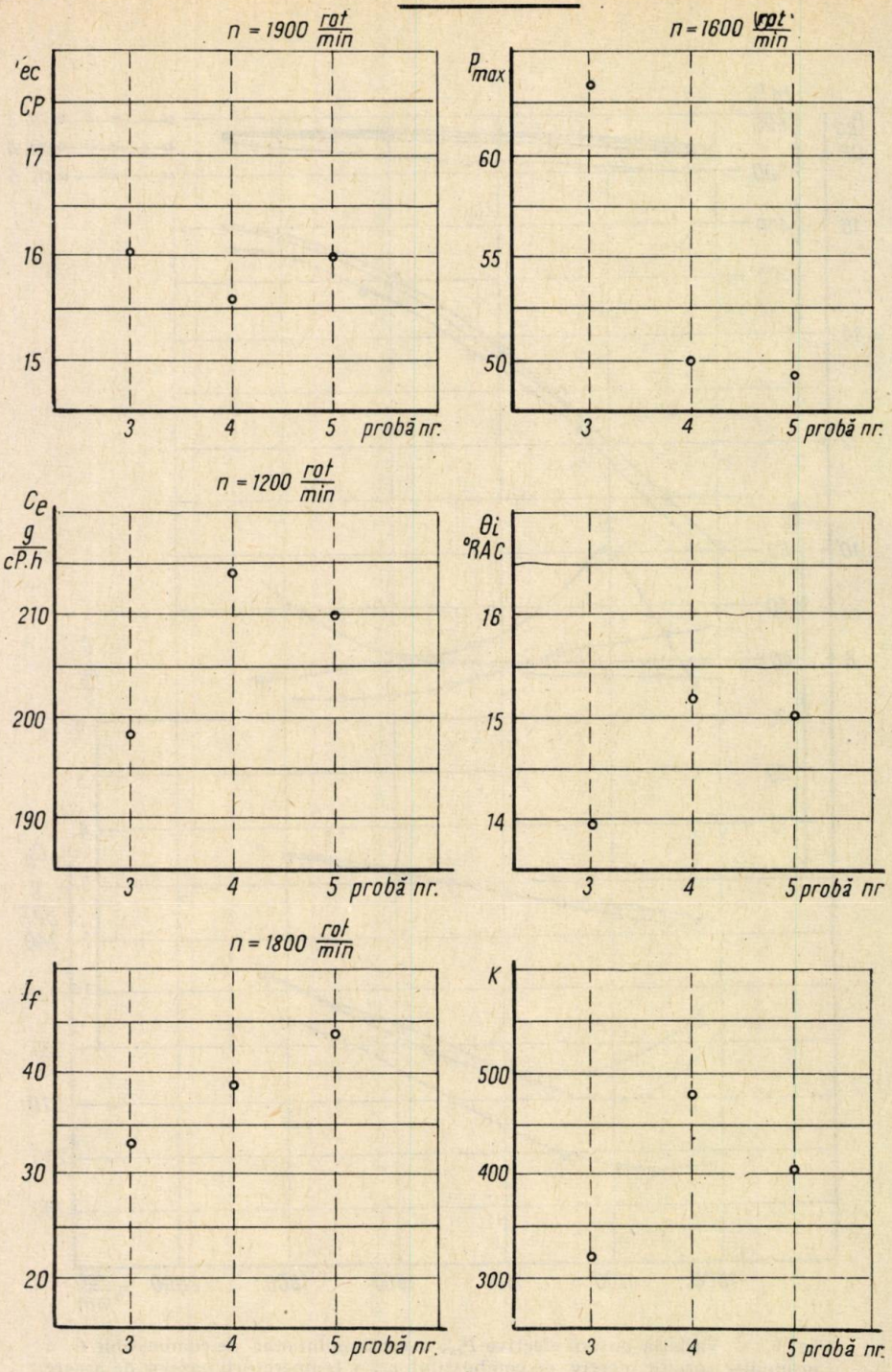


Fig. 7. — Valoarea puterii efective P_{ec}, a consumului specific de combustibil c_e, a indicelui de fum I_f, a presiunii maxime p_{max}, a întîrzierii la aprindere θ_i și a factorului K, pentru diferite probe de combustibil.

Amestecarea unei fracții medii de țiței neparafinos cu fracție ușoară de țiței neparafinos ar duce la valori inacceptabile pentru indicele Diesel; în schimb temperatura de congelare ar fi foarte scăzută.

Rămîne posibilă amestecarea inversă, adică a fracțiilor medii de distilat din țiței parafinos cu fracții ușoare din țiței semiparafinos sau neparafinos și fracții medii de distilat din țiței neparafinos cu fracții ușoare de distilat din țiței parafinos și semiparafinos. În această situație se pot obține motorine cu un punct suficient de scăzut de congelare și în același timp cu temperatura de final de distilare dorit, evident între anumite limite.

Prin urmare analiza teoretică arată că este posibil să se realizeze motorine cu un anumit indice Diesel, însă cu temperaturi diferite de final de distilare.

4. În continuare se vor examina rezultatele experimentale obținute cu trei motorine care au același indice Diesel ID = 48, aproximativ aceeași compoziție chimică pe grupe de hidrocarburi dar intervale de distilare mult diferite, examinîndu-se un combustibil foarte ușor în comparație cu două motorine de fracție mai largă. Astfel proba numărul 3 are inițialul de distilare 171°C și finalul 250°C, proba numărul 4 are inițialul 280°C și finalul 472°C iar proba numărul 5 are inițialul 207°C și finalul 420°C. Rezultatele de banc sînt prezentate în figura 6, iar analiza datelor în figura 7. Se constată că puterea practic nu variază. Combustibilul ușor, proba numărul 3, conduce la consumuri specifice net mai scăzute, indice de fum mai redus. În privința tendinței de depunere nu avem elemente spre a ști dacă factorul K poate exprima acest proces și pentru combustibilii ușori, în schimb creșterea presiunii maxime cu peste 23% și mersul extrem de dur fac inacceptabil acest tip de combustibil. Celelalte două tipuri de combustibil deși sînt diferite ca intervale de distilare, se situează apropiat în ceea ce privește puterea, consumul specific de combustibil și presiunea maximă.

Se remarcă că toate probele cu aceeași valoare a indicelui Diesel ID = 48, în schimb întîrzierea la aprindere este mai mică la combustibilul ușor, ceea ce arată că în cazul proceselor de formare a amestecului și ardere în motorul Diesel cu injecție directă un rol deosebit îl joacă procesul de vaporizare.

5. Se pot emite următoarele concluzii:

a) Fracțiunile ușoare de combustibil dau vîrfuri de presiune în motoarele Diesel cu injecție directă.

b) Fracții lărgite de amestecuri de distilat în vederea măririi temperaturii finale pot da combustibili convenabili pentru motorul Diesel.

c) În măsura în care turația motorului Diesel nu este prea mare se poate scădea valoarea indicelui Diesel, micșorînd în acest caz temperatura medie a motorinei; acest procedeu ar permite folosirea fracțiilor neparafinoase care au avantajul temperaturilor de congelare foarte scăzute.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Faur, St. Manea, I. Minea, C. A. Vasilescu, *Influența unor valori ale indicilor de calitate a motorinelor asupra comportării acestora în motorul Diesel*, St. cerc. energ. electr., **XIX**, *1*, 39—55 (1969).
2. G. A. Rădulescu, *Proprietățile țițeiurilor românești*, Editura Academiei, 1961.

REGIMUL LIBER CVASISTAŢIONAR AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC. MONOTONIA PARAMETRILOR TRANZITORII INDUCTIVI

DE

A. TIMOTIN şi A. ŢUGULEA

538.3: 621.3.013

Se analizează soluţiile generale, de regim liber, cu variabile separate, ale ecuaţiilor cîmpului electromagnetic cvasistaţionar în medii liniare stabilindu-se proprietăţi ale valorilor proprii şi funcţiunilor proprii spaţiale corespunzătoare. Se discută consecinţe ale acestor proprietăţi asupra teoriei parametrilor tranzitorii ai elementelor inductive şi se demonstrează caracterul monoton al variaţiei în timp a acestor parametri.

1. PARAMETRII TRANZITORII AI UNUI ELEMENT DE CIRCUIT ŞI REGIMUL LIBER AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ASOCIAT

Calculul parametrilor tranzitorii [1] ai unui element dipolar inductiv de circuit se poate face integrînd ecuaţiile operaţionale ale cîmpului electromagnetic cvasistaţionar asociat [1] — [3] sau în instantaneu, pe baza relaţiilor

$$r(t) = [u(t)]_{i=1(t)}; \quad t > 0, \tag{1.1}$$

$$l(t) = [u(t) - t \cdot r(\infty)]_{i=t \cdot 1(t)}, \tag{1.2}$$

$$g(t) = [i(t)]_{u=1(t)}, \tag{1.3}$$

$$c(t) = [i(t) - t \cdot g(\infty)]_{u=t \cdot 1(t)}, \tag{1.4}$$

integrînd ecuaţiile în valori instantanee ale cîmpului

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} = \sigma \boldsymbol{e} = \boldsymbol{j}; \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{e} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial t}, \tag{1.5}$$

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 819—830, 1969

în regimul tranzitoriu definit de condiţiile la borne şi în condiţii iniţiale de repaus. Întrucît exemplele particulare studiate arată că parametrii tranzitorii ai elementelor inductive sînt funcţiuni monotone de timp (v. fig. 1), demonstrarea generalităţii acestei proprietăţi se poate încerca studiind soluţiile ecuaţiilor (1.5). Studiul poate să se refere numai la condiţiile la

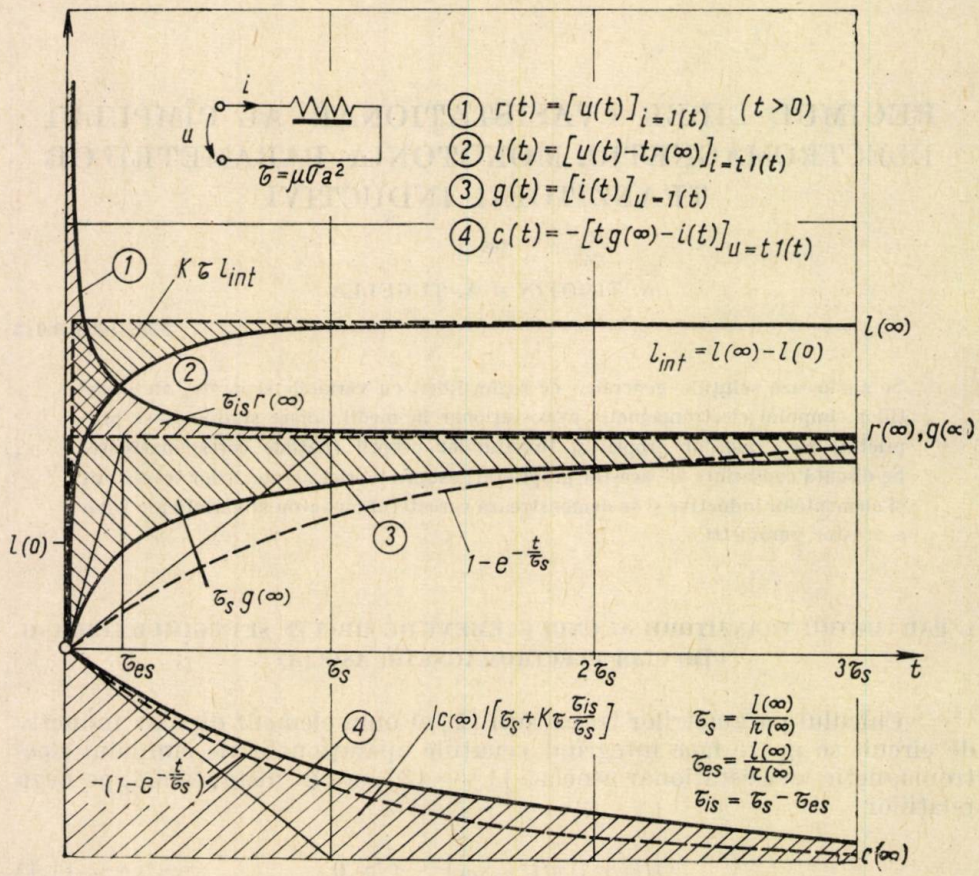


Fig. 1. — Parametrii tranzitorii ai unui element nefiliform inductiv.

borne de tip funcţie treaptă, corespunzătoare relaţiilor (1.1) şi (1.3), deoarece inductivitatea tranzitorie, respectiv capacitatea tranzitorie, rezultă din rezistenţa tranzitorie, respectiv capacitatea tranzitorie, prin simplă integrare :

$$r(t) = r(\infty) + \mathrm{d}l/\mathrm{d}t \rightarrow l(t) = l(0) + \int_0^t [r(t) - r(\infty)]\,\mathrm{d}t, \qquad (1.6)$$

$$g(t) = g(\infty) = \mathrm{d}c/\mathrm{d}t \rightarrow c(t) = -\int_0^t [g(\infty) - g(t)]\,\mathrm{d}t. \qquad (1.7)$$

(la elementele inductive, cu inductivitate iniţială — exterioară — diferită de zero, capacitatea tranzitorie iniţială este nulă).

Conform definiției elementului de circuit, există o suprafață închisă Σ (suprafața de separație, ce conține bornele) în interiorul căreia este localizat cîmpul electromagnetic al elementului, astfel încît

$$p_{\Sigma}(t) = \int (\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{h})\, \boldsymbol{n}\delta S = u(t) \cdot i(t), \tag{1.8}$$

$u(t)$, respectiv $i(t)$, fiind tensiunea aplicată la borne, respectiv curentul absorbit, calculabile în funcțiune de mărimile de stare ale cîmpului cu relațiile :

$$u(t) = \int_{c} \boldsymbol{e} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}; \quad i(t) = \oint_{\Gamma} \boldsymbol{h} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}. \tag{1.9}$$

În condițiile existenței suprafeței de separație, condițiile de frontieră pentru determinarea univocă a cîmpului se reduc [1] fie la indicarea curentului, fie la indicarea tensiunii. Dacă acestea sînt funcții treaptă,

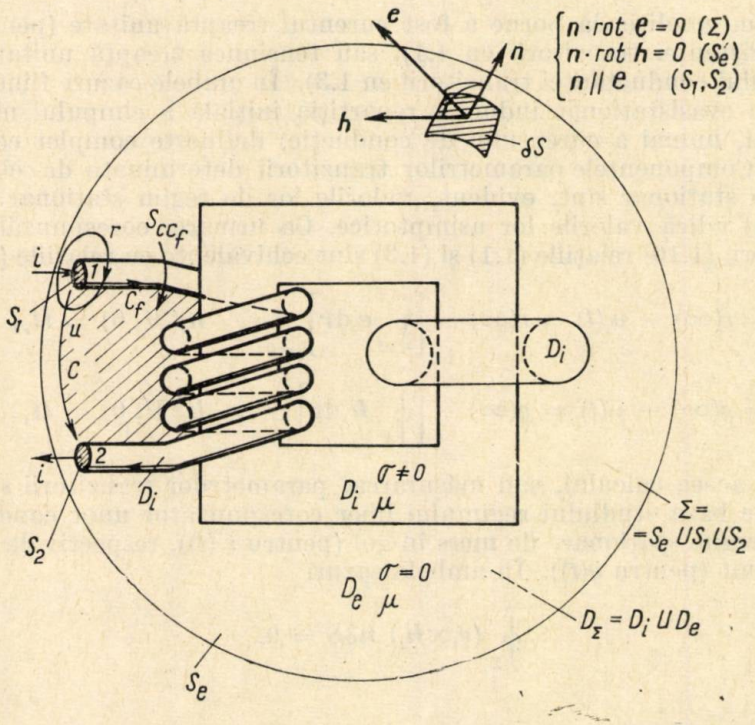


Fig. 2. — Element de circuit inductiv.

se pot căuta soluții ale ecuațiilor lui Maxwell sub forma diferențelor dintre soluțiile de regim staționar $\boldsymbol{E}_s$, $\boldsymbol{H}_s$ corespunzătoare amplitudinilor treptelor respective și soluțiile de regim liber $\boldsymbol{e}_l$, $\boldsymbol{h}_l$, corespunzătoare unei mărimi la borne nule (i sau u) și unor repartiții inițiale egale cu repartițiile

de regim staţionar asociate amplitudinii funcţiei treaptă ce defineşte condiţia la borne :

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{e}(M, t) &= \boldsymbol{E}_s(M) - \boldsymbol{e}_i(M, t), \\ \boldsymbol{h}(M, t) &= \boldsymbol{H}_s(M) - \boldsymbol{h}_i(M, t), \end{aligned}\right\} \tag{1.10}$$

cu

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{H}_s(M)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 1\,; \quad \begin{cases} \oint_\Gamma \boldsymbol{h}_i(M, t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0, \\ \boldsymbol{h}_i(M, 0) = \boldsymbol{H}_s(M), \end{cases} \tag{1.11}$$

sau

$$\int_{1C}^{2} \boldsymbol{E}_s(M)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 1\,; \quad \begin{cases} \int_{1C}^{2} \boldsymbol{e}_i(M, t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0, \\ \boldsymbol{h}_i(M, 0) = \boldsymbol{H}_s(M), \end{cases} \tag{1.12}$$

după cum condiţia la borne a fost curentul treaptă unitate (pentru calculul rezistenţei tranzitorii cu 1.1), sau tensiunea treaptă unitate (pentru calculul conductanţei tranzitorii cu 1.3). În ambele cazuri fiind vorba de regim cvasistaţionar inductiv repartiţia iniţială a cîmpului magnetic (eventual, numai a curentului de conducţie) defineşte complet condiţiile iniţiale. Componentele parametrilor tranzitorii determinate de cîmpurile de regim staţionar sînt, evident, valorile lor de regim staţionar (curent continuu) adică valorile lor asimptotice. Ca urmare, corespunzător descompunerii (1.10) relaţiile (1.1) şi (1.3) sînt echivalente cu relaţiile ($t > 0$) :

$$r(t) = r(\infty) - u_i(t) = r(\infty) - \left[\int_{1C}^{2} \boldsymbol{e}_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}\right]_{i_i = 0}, \qquad \boldsymbol{h}_i(M, 0) = \boldsymbol{H}_s, \tag{1.13}$$

$$g(t) = g(\infty) - i_i(t) = g(\infty) - \left[\oint_\Gamma \boldsymbol{h}_i \mathrm{d}\boldsymbol{r}\right]_{u_i = 0}, \qquad \boldsymbol{h}_i(M, 0) = \boldsymbol{H}_s. \tag{1.14}$$

De aceea calculul, sau măsurarea, parametrilor tranzitorii se poate face şi pe baza studiului regimului liber corespunzător unor condiţii iniţiale de regim staţionar, de mers în gol (pentru $r\,(t)$), respectiv de mers în scurtcircuit (pentru $g(t)$). În ambele cazuri

$$\oint_\Sigma (\boldsymbol{e}_i \times \boldsymbol{h}_i)\, \boldsymbol{n}\delta S = 0. \tag{1.15}$$

2. VALORI PROPRII ŞI FUNCŢIUNI PROPRII ÎN REGIM LIBER CVASISTAŢIONAR INDUCTIV

Căutînd soluţiile de regim liber ale ecuaţiilor (1.5), cu variabile separate, spaţiale şi temporale, se obţin soluţii generale de forma

$$\boldsymbol{e}_i(M, t) = \sum_\lambda A_\lambda \boldsymbol{E}_\lambda(M) \mathrm{e}^{-\lambda t}\,; \quad \boldsymbol{h}_i(M, t) = \sum_\lambda B_\lambda \boldsymbol{H}_\lambda(M)\, \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{2.1}$$

în care: produsele $\boldsymbol{E}_\lambda(M)\,e^{-\lambda t}$ și $\boldsymbol{H}_\lambda(M)\,e^{-\lambda t}$ sînt soluțiile elementare cu variabile separate ale ecuațiilor lui Maxwell; λ sînt *valorile proprii* ale problemei (constantele de separare) determinate de condițiile de frontieră; $\boldsymbol{E}_\lambda(M)$ și $\boldsymbol{H}_\lambda(M)$ sînt *funcțiunile proprii spațiale* asociate valorii proprii λ, soluții nebanale ale ecuațiilor omogene spațiale

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H}_\lambda = \sigma \boldsymbol{E}_\lambda = \boldsymbol{J}_\lambda\,; \quad \operatorname{rot} \boldsymbol{E}_\lambda = \lambda \mu \boldsymbol{H}_\lambda\,, \tag{2.2}$$

cu condițiile de trecere omogene pe suprafețele S de discontinuitate

$$(\boldsymbol{E}_{\lambda_1})_t = (\boldsymbol{E}_{\lambda_2})_t\,; \quad (\boldsymbol{H}_{\lambda_1})_t = (\boldsymbol{H}_{\lambda_2})_t\,, \tag{2.3}$$

cu condițiile de frontieră omogene corespunzătoare suprafeței de separație (v. fig. 2) și cu condițiile la borne omogene (de regim liber) fie corespunzătoare anulării curentului (mersul în gol):

$$I_\lambda = \oint_\Gamma \boldsymbol{H}_\lambda(M)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0 \quad \left(\text{în care caz } U_\lambda = \int_C \boldsymbol{E}_\lambda(M)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \neq 0\right), \tag{2.4}$$

fie corespunzătoare anulării tensiunii (mersul în scurtcircuit):

$$U_\lambda = \int_C \boldsymbol{E}_\lambda(M)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0 \quad \left(\text{în care caz } I_\lambda = \oint_\Gamma \boldsymbol{H}_\lambda(M)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \neq 0\right). \tag{2.5}$$

Simbolurile $\sum_\lambda$ din (2.1) reprezintă fie sume infinite (serii), fie integrale, fie în parte sume și în parte integrale, după cum mulțimea valorilor proprii λ este discretă, continuă sau în parte discretă și în parte continuă. Coeficienții A_λ și B_λ (care în cazul integralelor sînt de forma $a(\lambda)\cdot \mathrm{d}\lambda$ și $b(\lambda)\cdot \mathrm{d}\lambda$) trebuie determinați cu ajutorul condițiilor inițiale (1.11) (1.12).

Datorită condițiilor la borne omogene integrala de „energie" asociată ecuațiilor (2.2) (2.3) (2.4) (2.5) în prezența unei suprafețe de separație ce definește elementul de circuit, este:

$$-\int_{D_\Sigma} \sigma \boldsymbol{E}_\lambda^2\,\delta v + \lambda \int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\lambda^2\,\delta v = \oint_\Sigma (\boldsymbol{E}_\lambda \times \boldsymbol{H}_\lambda)\,\boldsymbol{n}\,\delta S = 0. \tag{2.6}$$

Prima integrală din membrul stîng se extinde de fapt numai asupra domeniului interior D_i (în care conductivitatea e diferită de zero), iar a doua integrală asupra întregului domeniu mărginit de suprafața de separație $D_\Sigma = D_i \cup D_e$. În domeniul exterior cîmpul electric de regim cvasistațional e de fapt nedeterminat, numai rotorul lui rezultînd din (2.2). În măsura în care dorim precizarea lui completă observăm că ne interesează numai regimul liber asociat unor condiții inițiale de regim staționar (1.11) (1.12) rezultînd la rîndul lor din repartițiile asimptotice ale unor regimuri tranzitorii (de stabilire a unui curent treaptă, sau a unei tensiuni treaptă) inițiate din condiții de repaus (fără cîmp și deci fără repartiție de sarcină în domeniul exterior, perfect izolant). De aceea în domeniul exterior

$$\operatorname{div}(\varepsilon \boldsymbol{E}_\lambda) = 0\,; \quad \operatorname{div}(\mu \boldsymbol{H}_\lambda) = 0. \tag{2.7}$$

Ultima din aceste ecuaţii este satisfăcută şi în domeniul interior (cum rezultă din a doua relaţie (2.2), iar prima şi în orice porţiune omogenă a domeniului interior (cum rezultă din prima relaţie (2.2), dacă $\varepsilon =$ $=$ const., $\sigma =$ const.). În orice caz, cîmpul electric *din domeniul interior* e complet determinat din prima ecuaţie (2.2) şi nici una dintre proprietăţile elementului de circuit nu este afectată de o eventuală nedeterminare a cîmpului electric exterior, prin prezenţa unor componente statice, suprapuse.

Problema fundamentală a regimului liber considerat consistă în determinarea proprietăţilor funcţiunilor proprii spaţiale, a valorilor proprii şi a condiţiilor în care coeficienţii B_λ din (2.1) pot fi determinaţi cu ajutorul condiţiei iniţiale prin dezvoltarea

$$\boldsymbol{H}_s(M) = \boldsymbol{h}(M,\ 0) = \sum_\lambda B_\lambda \boldsymbol{H}_\lambda(M), \tag{2.8}$$

în care $\boldsymbol{H}_s$ este repartiţia de regim staţionar asociată fie unui curent unitate (pentru determinarea rezistenţei tranzitorii cu (1.13)), fie unei tensiuni la borne unitate (pentru determinarea conductanţei tranzitorii cu (1.14)). Deoarece în primul caz $u_s = r(\infty)$, iar în al doilea caz $i_s =$ $= g(\infty)$, cele două repartiţii considerate sînt proporţionale

$$|\boldsymbol{H}_s(M)|_{i_s=1} = r(\infty)\,|\boldsymbol{H}_s(M)|_{u_s=1}. \tag{2.9}$$

Presupunînd deocamdată că funcţiunile proprii sînt complexe şi valorile proprii de asemenea, considerăm conjugata complexă a primei ecuaţii (2.2) şi a doua ecuaţie scrisă pentru o altă valoare proprie ν. Formînd cu aceste două ecuaţii o integrală bilineară analogă integralei (2.6) şi utilizînd proprietatea caracteristică unui element de circuit dotat cu o suprafaţă de separaţie

$$-\oint_\Sigma (\boldsymbol{E}_\nu \times \boldsymbol{H}^*_\lambda)\, \boldsymbol{n}\delta S = U_\nu I^*_\lambda, \tag{2.10}$$

cum şi condiţiile la borne omogene (2.4), (2.5) din care rezultă anularea „puterii" încrucişate (2.10), se obţine relaţia

$$-\nu \int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}^*_\lambda \boldsymbol{H}_\nu\, \delta v + \int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}^*_\lambda \boldsymbol{E}_\nu\, \delta v = 0 \tag{2.11}$$

respectiv relaţia duală (obţinută permutînd indicii şi luînd conjugata)

$$-\lambda^* \int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\nu \boldsymbol{H}^*_\lambda\, \delta v + \int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}_\nu \boldsymbol{E}^*_\lambda\, \delta v = 0. \tag{2.12}$$

Adunînd şi scăzînd aceste relaţii, mai rezultă egalităţile:

$$0 = \frac{1}{2}(\nu + \lambda^*) \int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\nu \boldsymbol{H}^*_\lambda\, \delta v - \int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}_\nu \boldsymbol{E}^*_\lambda\, \delta v;$$

$$0 = (\nu - \lambda^*)\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\lambda^* \boldsymbol{H}_\nu \, \delta v, \tag{2.13}$$

care pentru $\lambda = \nu$ devin

$$\mathrm{Re}(\lambda) = \frac{\int_{D_i} \sigma |\boldsymbol{E}_\lambda|^2 \, \delta v}{\int_{D_\Sigma} \mu |\boldsymbol{H}_\lambda|^2 \, \delta v}, \tag{2.14}$$

$$\mathrm{Im}(\lambda) \cdot \int_{D_\Sigma} \mu |\boldsymbol{H}_\lambda|^2 \, \delta v = 0. \tag{2.15}$$

Analizînd relațiile de mai sus se obțin următoarele proprietăți :

1. Valorile proprii λ sînt întotdeauna *reale* (v. 2.15),

2. Funcțiunile proprii asociate unei valori proprii date (determinate — în general, din cauza omogenității tuturor relațiilor — pînă la un factor arbitrar) pot fi totdeauna alese *reale* (datorită liniarității ecuațiilor, caracterului real al coeficienților lor, σ și μ, și realității valorilor proprii) ;

3. Funcțiunile proprii corespunzătoare unor valori proprii diferite sînt *ortogonale* și anume : cîmpul magnetic, cu ponderea μ, în D_Σ, iar cîmpul electric cu ponderea σ în D_i :

$$(\nu \neq \lambda) \quad \int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\lambda^* \boldsymbol{H}_\nu \, \delta v = 0 \, ; \quad \int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}_\lambda^* \boldsymbol{E}_\nu \, \delta v = 0, \tag{2.16}$$

$$(\nu \neq \lambda) \quad \int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\lambda \boldsymbol{H}_\nu \, \delta v = 0 \, ; \quad \int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}_\lambda \boldsymbol{E}_\nu \, \delta v = 0. \tag{2.17}$$

(Ultimele relații sînt valabile operînd cu funcții proprii reale).

4. Valorile proprii nu sînt numai reale ci și *pozitive* (v.2.14). Operînd cu funcții proprii reale (2.14) devine

$$\lambda = \frac{\int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}_\lambda^2 \, \delta v}{\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}_\lambda^2 \, \delta v} > 0. \tag{2.18}$$

Ținînd seama de proprietățile arătate, se pune problema de a stabili în ce condiții valorile proprii alcătuiesc un *șir discret* $\lambda = \lambda_k$ ($k = 1, 2, \ldots$), iar funcțiunile proprii corespunzătoare *un sistem ortogonal complet* de funcții, astfel încît dezvoltarea (2.8) să fie dezvoltarea în serie Fourier generalizată

$$\boldsymbol{H}_s(M) = \boldsymbol{h}_i(M, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \boldsymbol{H}_{\lambda_k}(M), \tag{2.19}$$

cu coeficienţii daţi de relaţiile cunoscute

$$B_k = \frac{\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{h}_t(M, 0)\, \boldsymbol{H}_{\lambda_k}\, \delta v}{\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}^2_{\lambda_k}\, \delta v}. \tag{2.20}$$

În lucrările clasice de fizică matematică, astfel de probleme au fost puse şi rezolvate de obicei pentru ecuaţii scalare (de exemplu : ecuaţia Helmholtz), domenii omogene şi anumite clase de condiţii la limită. În cele ce urmează utilizăm metoda variaţională, prezentată de exemplu în lucrarea [4], pentru o analiză elementară a acestei probleme.

3. PROPRIETĂŢI EXTREMALE ŞI DETERMINAREA VARIAŢIONALĂ A VALORILOR PROPRII

Considerăm problema regimului liber de mers în gol (condiţia la borne 2.4), şi mulţimea, notată $\mathcal{S}_1$, a tuturor perechilor asociate de funcţii $(\boldsymbol{E}(M), \boldsymbol{H}(M)) \in \mathcal{S}_1$, care satisfac toate condiţiile cerute funcţiilor proprii de regim liber ((2.2), (2.3), (2.4), respectiv condiţiile omogene de pe suprafaţa de separaţie) *cu excepţia ecuaţiei a doua* (2.2). Cîmpul electric corespunzător e deci cuplat cu cîmpul magnetic numai prin curentul de conducţie produs conform primei relaţii (2.2), avînd rotorul arbitrar. Rezultă că alegerea acestui cîmp electric determină univoc cîmpul magnetic asociat (prin prima relaţie 2.2 şi a doua relaţie (2.7), presupusă satisfăcută). Pentru fiecare pereche $(\boldsymbol{E}(M), \boldsymbol{H}(M)) \in \mathcal{S}_1$ relaţia (2.18 permite calculul unei valori numerice a mărimii λ care este deci o *funcţională* de repartiţia corespunzătoare a cîmpului magnetic

$$\lambda\{\boldsymbol{H}\} = \frac{\int_{D_i} \sigma \boldsymbol{E}^2\, \delta v}{\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}^2\, \delta v} = \frac{\int_{D_i} \frac{(\operatorname{rot} \boldsymbol{H})^2\, \delta v}{\sigma}}{\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}^2\, \delta v} > 0. \tag{3.1}$$

Considerînd perechile $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{H})$ şi $(\boldsymbol{e}, \boldsymbol{h})$ aparţinînd clasei $\mathcal{S}_1$ şi combinaţia lor liniară $(\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E} + c\,\boldsymbol{e}, \boldsymbol{H}' = \boldsymbol{H} + c\,\boldsymbol{h})$, în care c e un scalar real, va aparţine acestei clase. Trecînd de la $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{H})$ la $(\boldsymbol{E}', \boldsymbol{H}')$ funcţionala (3.4) va suferi variaţia :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2c\left[\int_{D_\Sigma} \boldsymbol{h}[\operatorname{rot} \boldsymbol{E} - \lambda\mu \boldsymbol{H}]\, \delta v + c^2 \int_{D_\Sigma} \boldsymbol{h}[\operatorname{rot} \boldsymbol{e} - \lambda\mu \boldsymbol{h}]\, \delta v\right.}{\left[\int_{D_\Sigma} \mu \boldsymbol{H}'^2\, \delta v\right]}, \tag{3.5}$$

a cărei expresie a rezultat folosind proprietățile funcțiilor din clasa $\mathcal{S}_1$. Se observă că această funcțională are un extremum pentru perechea ($\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$) oricare ar fi perechea ($\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{h}$), care definește o abatere arbitrară de la punctul de extremum, dacă termenul de ordinul întîi în $c \to 0$, din (3.5), se anulează, adică dacă funcțiile din perechea ($\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$) verifică în D_Σ și a doua ecuație (2.2)

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = \lambda\mu \boldsymbol{H}, \tag{3.7}$$

adică dacă sînt soluțiile proprii ale regimului liber considerat. Extremum-ul stabilit este efectiv un minimum pentru că funcționala (3.4) fiind pozitivă e mărginită inferior. Dacă domeniul D_Σ e compact, avînd o extensiune spațială limitată, integrala de la numitorul expresiei (3.4) este finită și poate fi aleasă egală cu unitatea printr-o condiție de normare impusă funcțiilor din clasa $\mathcal{S}_1$. Integrala de la numărător poate fi, însă, oricît de mare, deoarece ea reprezintă puterea Joule dezvoltată în domeniul interior de o distribuție arbitrară de curenți imprimați (deoarece corespund unui cîmp electric de rotor arbitrar, nedeterminat de cîmpul magnetic prin inducție electromagnetică, cum ar fi de exemplu un cîmp electric imprimat) compatibilă cu (2.4), cum este și distribuția superficială, care cere o putere Joule infinită. De aceea funcționala (3.4) nu e mărginită superior, iar valoarea ei minimă în clasa $\mathcal{S}_1$ e cea mai mică valoare proprie λ_1. Fie ($\boldsymbol{E}_{\lambda_1}$, $\boldsymbol{H}_{\lambda_1}$) soluția proprie corespunzătoare. Dacă se caută apoi minimul funcționalei (3.1) în clasa $\mathcal{S}_2 \subset \mathcal{S}_1$, alcătuită din perechi de funcții ortogonale pe ($\boldsymbol{E}_{\lambda_1}$, $\boldsymbol{H}_{\lambda_1}$), această restricție suplimentară conduce la o valoare minimă $\lambda_2 > \lambda_1$, care va fi tot o valoare proprie și anume aceea imediat superioară lui λ_1 și va corespunde soluției proprii ($\boldsymbol{E}_{\lambda_2}$, $\boldsymbol{H}_{\lambda_2}$). Din aproape în aproape, restrîngînd clasa de soluții pe care e definită funcționala la soluții ortogonale celor identificate pînă în etapa considerată, se pot obține astfel toate funcțiile proprii și toate valorile proprii alcătuind șirul discret

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots < \lambda_n < \ldots \quad [\lim \lambda_n = \infty]. \tag{3.8}$$

Procedeul de mai sus permite determinarea valorilor și funcțiilor proprii dacă, în clasa $\mathcal{S}_1$ de la care am plecat, există funcții care să minimalizeze funcționala (3.4), adică dacă problema de valori proprii *are soluții* în această clasă. În [4] se demonstrează că aceste soluții există și că sistemul ortogonal obținut este complet, dacă funcționala (3.4) e pozitiv definită. Adică ea are o margine inferioară strict pozitivă ($M > 0$), dacă integralele de la numitorul expresiei (3.4), egale cu dublul energiei magnetice în starea inițială definită de $\boldsymbol{H}_\lambda$, sînt mărginite (ceea ce impune să se considere domenii D_Σ de extensiune limitată) și dacă elementele clasei $\mathcal{S}_1$ formează o mulțime compactă. Aceste condiții sînt în general satisfăcute în problemele corespunzătoare unor domenii D_Σ mărginite și omogene pe porțiuni, interpretarea fizică a caracterului pozitiv definit al funcționalei (3.4) fiind imediată : deoarece elementele clasei $\mathcal{S}_1$ au cîmpul magnetic univoc determinat de repartiția arbitrară (compatibilă cu regimul de mers în gol) a curenților, în conductoare de conductivitate finită este nevoie de o putere Joule finită a acestor curenți pentru a produce un cîmp magnetic cu energie finită într-un domeniu mărginit.

O problemă variaţională analogă se poate formula şi pentru regimul liber de scurtcircuit, definit de condiţia la borne (2.5).

În ambele cazuri, cu restricţiile arătate, dintre care cea mai importantă priveşte mărginirea domeniului, rezultă pentru cîmpul magnetic de regim liber (2.1) dezvoltarea în serie

$$\boldsymbol{h}_i(M, t) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \boldsymbol{H}_{\lambda_k}(M)\, \mathrm{e}^{-\lambda_k t} \qquad (M \in D_\Sigma), \tag{3.9}$$

în care B_k sînt daţi de (2.20), valorile proprii λ_k (coeficienţii de amortizare) sînt reale şi pozitive, iar funcţiile proprii spaţiale verifică relaţiile de ortogonalitate (2.17). Cu prima ecuaţie a lui Maxwell (1.5) se obţine cîmpul electric în domeniul interior

$$\boldsymbol{e}_i(M, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{\sigma} \operatorname{rot} \boldsymbol{H}_{\lambda_k} \cdot \mathrm{e}^{-\lambda_k t} \qquad (M \in D_i), \tag{3.10}$$

iar cu relaţiile (1.13) şi (1.14) se pot calcula parametrii tranzitorii observînd că pentru calculul tensiunii la borne (care e luată în lungul unei curbe C aparţinînd domeniului exterior, trebuie scrisă (pentru $t > 0$) legea inducţiei electromagnetice pentru curba închisă constituită din C şi o curbă C_f, luată în lungul firului conductor (fig. 2), în punctele căreia componenta tangenţială a cîmpului electric are valoarea (3.10) din interiorul conductorului

$$\int_{1C}^{2} \boldsymbol{e}_i(M, t)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{1C_f}^{2} \boldsymbol{e}_i(M, t)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{S_{C,C_f}} \mu \boldsymbol{h}_e \boldsymbol{n}\, \delta S. \tag{3.11}$$

Se obţin astfel expresiile de tip exponenţial de mai jos (la scrierea cărora s-a ţinut seama de valorile asimptotice respective) :

$$r(t) = r(\infty)\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k\, \mathrm{e}^{-a_k t}\right] \tag{3.12}$$

(cu $a_k \equiv \lambda_k$ în condiţia (2.4) de mers în gol),

$$g(t) = g(\infty)\left[1 - \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i\, \mathrm{e}^{-b_i t}\right] \tag{3.13}$$

(cu $b_i \equiv \lambda_i$ în condiţia (2.5) de mers în scurtcircuit).

4. PROPRIETĂŢI DE MONOTONIE

Dezvoltarea (3.12) conduce la următoarele expresii ale impedanţei operaţionale $Z(p) = p\, l(0) + p\, R(p)$ şi admitanţei operaţionale $Y(p) = 1/Z(p) = pG(p)$ ale elementului inductiv considerat [1]

$$Z(p) = p\, l(0) + r(\infty) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p\, \rho_k\, r(\infty)}{p + a_k}, \tag{4.1}$$

$$Y(p) = g(\infty) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{p\,\gamma_i\,g(\infty)}{p + b_i}. \tag{4.2}$$

De altă parte, integrala „de energie" asociată ecuațiilor operaționale ale cîmpului în condiții inițiale de repaus conduce la expresiile cunoscute din teoria impedanțelor rețelelor cu parametri concentrați

$$Z(p) = \underbrace{\left[\int_{D_i} \sigma |\, p\,\boldsymbol{E}(p)\,|^2\,\delta v\right]_{I(p)=1/p}}_{P_1(p)} + p\,\underbrace{\left[\int_{D_\Sigma} \mu |\, p\,\boldsymbol{H}(p)\,|^2\,\delta v\right]_{I(p)=1/p}}_{2W_1(p)}, \tag{4.3}$$

$$Y(p) = \underbrace{\left[\int_{D_i} \sigma |\, p\,\boldsymbol{E}(p)\,|^2\,\delta v\right]_{U(p)=1/p}}_{P_2(p)} + p^*\,\underbrace{\left[\int_{D_\Sigma} \mu |\, p\,\boldsymbol{H}\,|^2\,\delta v\right]_{U(p)=1/p}}_{2W_2(p)}, \tag{4.4}$$

în care $P_1(p)$, $W_1(p)$, $P_2(p)$ și $W_2(p)$ sînt funcționale reale pozitive de repartițiile cîmpului electric, respectiv magnetic, și totodată funcții real-pozitive de variabila complexă p. De aici rezultă caracterul real-pozitiv al funcțiunilor inverse, impedanță și admitanță, care se pot, deci scrie

$$Z(p) = P_1(p) + 2pW_1(p); \qquad Y(p) = P_2(p) + 2p^*W_2(p), \tag{4.5}$$

cu

$$Z(p)\cdot Y(p) = 1, \quad P_1(p) > 0, \quad P_2(p) > 0, \quad W_1(p) > 0, \quad W_2(p) > 0 \tag{4.6}$$

oricare ar fi p.

În vecinătatea polului $p_k = -a_k$, respectiv pentru $p = p_k + j\omega$ cu $\omega \to 0$ dezvoltarea (4.1) se reduce la termenul principal și se poate scrie expresia asimptotică

$$Z(p) \sim \frac{p\,\rho_k\,r(\infty)}{p + a_k} = \rho_k\,r(\infty) + j\,\frac{\rho_k\,r(\infty)\,a_k}{\omega} \sim j\,\frac{\rho_k\,r(\infty)\,a_k}{\omega}. \tag{4.7}$$

Comparînd-o cu prima relație (4.5) rezultă caracterul pozitiv al coeficienților ρ_k din dezvoltarea (3.12)

$$\rho_k\,\frac{r(\infty)\,a_k}{\omega} \sim 2\omega W_1 \;\to\; \rho_k = \lim_{\omega\to 0} \frac{2\omega^2 W_1}{a_k\,r(\infty)} > 0. \tag{4.8}$$

În mod analog se demonstrează caracterul pozitiv al coeficienților din dezvoltarea (3.13)

$$\frac{\gamma_i\,g(\infty)\,b_i}{\omega} \sim 2\omega W_2 \;\to\; \gamma_i = \lim_{\omega\to 0} \frac{2\omega^2 W_2}{b_i\,g(\infty)} > 0. \tag{4.9}$$

Cu (4.8) şi (4.9) rezultă că derivatele de orice ordin ale seriilor (3.12) şi (3.13) au semnul invariabil, adică *funcţiile* $r(t)$ *şi* $g(t)$ *sînt monotone împreună cu toate derivatele lor*, aşa cum au arătat toate exemplele particulare studiate pînă în prezent [1], [2], [3].

Tot cu ajutorul relaţiilor (4.5) se poate arăta că în măsura în care spectrul regimului liber este discret şi $Z(p)$, respectiv $Y(p)$, au numai poli (şi nu au puncte de ramificaţie, respectiv singularităţi esenţiale), polii sînt simpli (altfel în vecinătatea zeroului respectiv, funcţia inversă ar trebui să schimbe de semn de mai multe ori, în contradicţie cu (4.5)) şi alternează cu zerourile, adică cu polii funcţiei inverse.

CONCLUZII

Studiul regimului liber al cîmpului electromagnetic cvasistaţionar al unui element de circuit inductiv, permite să se stabilească caracterul real şi pozitiv al valorilor proprii, ortogonalitatea funcţiilor proprii spaţiale şi proprietăţile extremale ale acestor funcţiuni şi valori proprii.

În cazul mediilor omogene pe porţiuni şi pentru domenii mărginite în care este localizat cîmpul elementului de circuit, spectrul valorilor proprii rezultă discret (în condiţii destul de generale referitoare la configuraţia domeniului respectiv).

Regimul liber cu spectru discret, furnizează în aceleaşi condiţii un sistem complet de funcţii spaţiale ortogonale, pentru scrierea soluţiilor generale corespunzătoare unor condiţii iniţiale de regim staţionar, ca suprapuneri de soluţii elementare de tip exponenţial, descrescătoare în timp.

Parametrii tranzitorii se pot determina şi cu metoda separării regimului liber, şi rezultă de tip exponenţial, cu dependenţă monotonă de timp. Demonstraţiile au fost date pentru rezistenţa şi conductanţa tranzitorii, dar se extind imediat şi la inductivitatea şi capacitatea tranzitorii, pe baza relaţiilor (1.6), (1.7).

Deoarece problemele de spectru continuu pot fi în general tratate prin trecerea la limită a unor probleme cu spectru discret, proprietăţile de monotonie stabilite aici sînt generale pentru orice parametru tranzitoriu al unui element de circuit dipolar inductiv studiat în regim cvasistaţionar.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, A. Timotin, A. Ţugulea, *Introduction des paramètres transitoires dans l'étude des circuits électriques*, Rev. Roum. Sci. Techn. électrotechn. énerg., **11** *4* (1966).
2. A. Timotin, A. Ţugulea, *Transient parameters of a coil with eddy current losses. Idem* **14**, *2* (1969).
3. A. Ţugulea, Fl. Tomescu, *Transient electromagnetic field and transient parameters of the coil with spherical conducting solid core*, Idem **13**, *3*. (1968)
4. Solomon, G. Michlin, Variationsmethoden der mathematischen Physik. Akademie Verlag, Berlin 1962.

STUDIUL PE UN MODEL CIFRIC AL PROCESULUI TRANZITORIU DE SCURTCIRCUIT

DE

M. POMÂRLEANU

621.3.014.3:518.12

Se dezvoltă o metodă exactă de calcul a regimurilor tranzitorii a curenţilor de scurtcircuit în sistemele electroenergetice, ce face apel la o reprezentare pe componente a curenţilor surselor şi la o metodă operativă de integrare numerică a ecuaţiilor diferenţiale ce intervin.

Lucrarea prezintă interes nu atît pentru calculele curente estimative ale curenţilor de scurtcircuit ci mai ales pentru judecarea situaţiilor noi intervenite în dezvoltarea sistemelor electroenergetice, pentru analiza efectelor regulatoarelor automate rapide sau influenţa grupurilor de mare putere introduse în sistem, ca şi pentru reactualizarea metodelor grafice de calcul, pe căi cifrice aplicabile pe calculatoarele moderne.

1. INTRODUCERE

Alegerea corectă a echipamentului comutaţiei principale ca şi reglarea sigură a protecţiei prin relee din sistemele electroenergetice impune, efectuarea prealabilă a unor calcule de regimuri de avarie, motivate de apariţia oricînd posibilă a unor scurtcircuite. Valorile acestor curenţi de scurtcircuit se cer cunoscute nu numai în momentul iniţial ci şi după un anume interval de timp de la apariţia avariei, cum ar fi momentul deschiderii contractelor întrerupătorului sau al timpului corespunzător acţionării protecţiei etc.

Cunoaşterea curenţilor din sistemul electroenergetic la diferite momente ce succed apariţia scurtcircuitului se face pe o serie de căi foarte aproximative, care toate au la bază extrapolarea la cazul unei reţele complexe, a modului de variaţie în timp al curentului de scurtcuircuit dat de un generator tip ce are în faţă o reactanţă egală numeric cu cea a reţelei reale pasivizate văzută de la punctul scurtcircuitului. Odată cu dezvoltarea puternică a sistemelor electroenergetice, odată cu creşterea impresionantă a puterii unitare a grupurilor generatoare, cu modificarea într-o oarecare măsură a parametrilor electrici a acestor grupuri şi a instalaţiilor lor de reglaj, se pune problema actualizării metodelor ope-

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 831—837 1969

rative de calcul la noile situații. Existența calculatoarelor cifrice rapide pune problema elaborării unor metode de calcul cu precizie îmbunătățită care să țină seama de situația reală și să permită evaluarea corectă, fără o acoperire necunoscută, a curenților de scurtcircuit dintr-un sistem construit.

Lucrarea de față prezintă o metodă exactă de calcul a regimurilor tranzitorii a curenților de scurtcircuit în sistemele electroenergetice complexe, care îndeplinește pe deoparte rolul unui model etalon cu care să se judece posibilitățile de utilizare a vechilor metode de calcul operativ în noile condiții ale sistemelor electroenergetice, precum și influențele reglajelor rapide ale marilor grupuri, în special cel de tensiune, iar pe de altă parte va fi punctul de plecare care în urma unor simplificări și echivalări să permită elaborarea unor metode cifrice operative, acceptabile din punctul de vedere al preciziei.

2. PRINCIPIILE CARE AU STAT LA BAZA ELABORĂRII MODELULUI CIFRIC

Deoarece principiile extrapolării expuse mai sus care stau la baza metodelor actuale de calcul a curenților de scurt-circuit la diferite intervale de timp, nu pot fi acceptate pentru un model cu precizie ridicată, s-a adoptat ca bază de calcul metoda determinării în timp a regimurilor electromecanice tranzitorii considerînd pe deoparte atît procesele electromagnetice și electromecanice cît și cele de reglaj din mașinile sincrone generatoare, precum și interacțiunea electrică prin intermediul rețelei de transport, dintre generatoare, consumatori și sursa perturbatoare. Avînd în vedere faptul că o expresie globală a variației în timp a curentului de scurtcircuit de la locul de defect în funcție de perturbație și de momentul apariției ei, este practic de neutilizat pentru un sistem electroenergetic complex, s-a căutat rezolvarea problemei prin separarea ei pe părți și stabilirea soluției din aproape în aproape pe intervale de timp foarte mici (metoda pas cu pas).

Considerarea proceselor electromagnetice din mașinile sincrone a trebuit să fie realizată destul de exactă pentru a putea face să apară în calcule componentele aperiodice ale curenților de scurtcircuit.

Deoarece constantele de timp ale liniilor de transport sînt mult mai mici decît cele ale alternatoarelor, regimul tranzitoriu din rețeaua de transport a fost neglijat. Același lucru se poate spune într-o primă aproximație și despre consumatori care au fost echivalați numai sub forma unor impedanțe constante. Cunoscînd că circuitele electrice ale generatoarelor sincrone prezintă inductivități puternice, s-a considerat imposibilitatea variației în salt a curenților injectați de aceștia în noduri : tensiunea din noduri poate avea însă variații în salt.

Astfel calculul unui pas din suita de intervale în care a fost divizat regimul tranzitoriu se efectuează astfel :

a. cunoscînd curenții injectați, se determină pe rețeaua redusă, cu defect, valorile variației tensiunilor din nodurile generatoare ;

b. considerînd această variație de tensiune constantă pe întreg intervalul de timp al pasului respectiv, se determină din relațiile ce guver-

nează procesele electromagnetice din mașinile sincrone, curenții de la sfîrșitul acestui interval;

c. se determină de asemenea în funcție de variația puterii electrice și mecanice, modificările poziției pieselor polare ale mașinilor sincrone și modificările de viteză ale rotoarelor respective;

d. se găsesc apoi valorile curenților din noduri, corespunzător unui sistem cartezian de referință unic și se reia calculul de la început pentru pasul următor.

Atît scrierea particulară a ecuațiilor proceselor electromagnetice ale mașinilor sincrone cît și metoda numerică expeditivă de integrare a ecuațiilor diferențiale, prezentate în această lucrare, face ca timpul de calcul a unui pas să fie redus, ceea ce dă modelului o valoare practică reală.

3. REPREZENTAREA NODURILOR GENERATOARE

Se va reprezenta fiecare nod generator printr-o mașină sincronă echivalentă. Deoarece se caută obținerea tuturor elementelor componente ale curenților de scurtcircuit, în reprezentarea mașinii se vor considera amortizorii, circuitul de excitație, existența anizotropiei retorice, etc.

Pentru ca totuși metoda de calcul să fie practic utilizabilă în rețele complexe cu multe noduri generatoare, în ecuațiile reprezentative se va admite neglijarea unor termeni mici precum și considerarea caracteristicii de magnetizare liniară; în plus pentru ca modelul generatorului să permită analiza cantitative asupra influențelor unora sau altora dintre elementele sale asupra diferitelor componente ale curenților de scurtcircuit, în scopul construirii unor scheme echivalente pe componente, ecuațiile se vor transforma astfel încît să apară explicit din relații independente elementele acestor componente.

Se face apel la reprezentarea mașinii pe două axe prin intermediul sistemului $(d,\ q,\ 0)$. Se vor considera sensurile pozitive ale celor două axe după Gorev [1], [2], iar pentru obținerea fluxului principal al unei axe se vor aduna f.m.m.*) Puterea primită este pe partea mecanică, puterea din nodurile generatoare fiind considerată pozitivă. În studiul de față se vor considera curenți echilibrați.

Cu aceste referințe fixate, ecuațiile fundamentale de funcționare în regim tranzitoriu a mașinii sincrone, corespunzătoare coordonatelor $(d,\ q,\ 0)$, sînt [2, 3]:

$$\begin{aligned} -u_d &= r_a i_d + p\,\psi_d - \omega\,\psi_q, \\ -u_q &= r_a i_q + p\,\psi_q + \omega\,\psi_d, \end{aligned} \tag{1}$$

*) forțe magnetomotoare

şi

$$\psi_d = \frac{x_d(p)}{\omega} i_d + \frac{G(p)}{\omega} u_e,$$

$$\psi_q = \frac{x_q(p)}{\omega} i_q, \tag{2}$$

unde :

— u_d, i_d, ψ_q şi u_q, i_q, ψ_q sînt curenţii, tensiunile şi fluxurile circuitelor statorice echivalente de pe axa d, respectiv q;

— u_e este tensiunea de la bornele înfăşurării de excitaţie;

— p este operatorul de derivare în raport cu variabila independentă timpul;

— ω este viteza de rotaţie a rotorului;

— $x_d(p)$, $x_q(p)$ impedanţa operaţională longitudinală, respectiv transfersală a maşinii sincrone.

Eliminînd fluxurile din relaţia (1) cu ajutorul expresiilor (2) avem :

$$-u_d = \left(r_a + p\frac{x_d(p)}{\omega}\right) i_d + x_q(p) \cdot i_q + \frac{p}{\omega} G(p)\, u_e,$$

$$-u_q = -x_d(p)\, i_d + \left(r_a + p\frac{x_q(p)}{\omega}\right) i_q - G(p)\, u_e. \tag{3}$$

Rezolvînd sistemul de mai sus în funcţie de u_d, u_q şi u_e, şi neglijînd rezistenţele în termeni sumă ca şi termeni în care ele se află în factor, se obţine, după descompunerea relaţiilor în fracţii simple şi neglijarea din sume a unor termeni mici, următoarea expresie pentru i_d şi i_q.

$$i_d = -\frac{1}{2jx_d''}\left(\frac{p}{p-a_1} - \frac{p}{p-a_2}\right) u_d + \left[\frac{1}{x_d} + \left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right)\frac{p}{p+\frac{1}{T_d'}} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{x_d''} - \frac{1}{x_d'}\right)\frac{p}{p+\frac{1}{T_d''}} - \frac{1}{2x_d''}\left(\frac{p}{p-a_1} + \frac{p}{p-a_2}\right)\right] \times u_q - \frac{1}{x_d} \cdot \frac{1}{1+pT_d'} E_{de},$$

$$i_q = -\left[\frac{1}{x_q} + \left(\frac{1}{x_q''} - \frac{1}{x_q}\right)\frac{p}{p+\frac{1}{T_q''}} - \frac{1}{2x_q''}\left(\frac{p}{p-a_1} + \frac{p}{p-a_2}\right)\right] u_d - \tag{4}$$

$$-\frac{1}{2j\,x_q''}\left(\frac{p}{p-a_1} - \frac{p}{p-a_2}\right) u_q,$$

unde x_d'', x_q'', T_d'', și T_q'' reprezintă reactanțele, respectiv constantele de timp supratranzitorii pe axele respective, iar x_d' și T_d' reactanța și constanta de timp tranzitorie corespunzătoare axei directe.

4. REPREZENTAREA REȚELEI DE TRANSPORT

Deoarece așa cum s-a arătat mai sus, se neglijează regimurile tranzitorii din rețeaua de transport, pentru calculul regimului electric corespunzător fiecărui pas, se va opera cu mărimi fazoriale nodale. Avînd în vedere de asemeni ipoteza privind imposibilitatea variației în salt a curenților generatorului (ceea ce impune considerarea acestora ca mărimi cunoscute la începutul fiecărui pas) determinarea tensiunilor nodale se va face, pentru scurtarea calculului, prin intermediul matricei impedanțelor nodale, din care au fost eliminate nodurile de sarcină.

5. INTEGRAREA NUMERICCĂ A ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE

Deoarece o soluție globală analitică este practic imposibilă avînd în vedere complexitatea dependențelor dintre variabile, pentru un sistem energetic interconectat se caută o rezolvare a regimului tranzitoriu din aproape în aproape pe intervale mici de timp în care o serie de variabile sînt considerate constante sau cu variații lineare, predeterminate. De aceea se va folosi o metodă de integrare numerică adaptabilă metodelor pas cu pas care va trebui să satisfacă dezideratul obținerii unei soluții cît mai exacte cu un volum minim de calcul.

Principiul constă în rezolvarea ecuației diferențiale respective, prin intermediul calculului operațional, în condiții inițiale nenule.

Pentru a evita calculul derivatelor inițiale de ordinul superior, metoda face apel la descompunerea ecuației inițiale și calcul soluției prin intermediul unor variabile suplimentare.

Pentru ecuația diferențială cu coeficienți constanți considerată de ordinul n de forma

$$a_n \frac{\mathrm{d}^n y}{\mathrm{d}t^n} + a_{n-1} \frac{\mathrm{d}^{n-1} y}{\mathrm{d}t^{n-1}} + \ldots + a_0 = b_m \frac{\mathrm{d}^m x}{\mathrm{d}t^m} + b_{m-1} \frac{\mathrm{d}^{m-1} x}{\mathrm{d}t^{m-1}} + \ldots b_0, \tag{5}$$

sau utilizînd operatorul p, de forma

$$y(t) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0} x(t) = \frac{P(t)}{Q(t)} x(t), \tag{5'}$$

se aplică regulile calculului operațional; se stabilesc o serie de relații de dependență între condițiile inițiale ale variabilei independente și dependente, ceea ce permite după o descompunere în fracții simple, să se formuleze următoarea expresie a imaginii variabilei dependente

$$y(s) = A_0 x(0) + \sum_{j=1}^{n} A_j \frac{s}{s+p_j} x(s) + \sum_{j=1}^{n} \frac{s}{s+p_j} y_j(0) - \sum_{j=1}^{n} A_j \frac{s}{s+p_j} x(0), \tag{6}$$

unde

$$A_0 = \frac{P(0)}{Q(0)}, \quad A_j = \frac{P(p_j)}{p_j Q'(p_j)},$$

iar $y_j(0)$ este soluţia ecuaţiei

$$y_j(t) = A_j \frac{p}{p + p_j} x(t) \text{ pentru } t = 0. \tag{7}$$

Se observă că introducînd noile variabile y_j s-a obţinut pentru transformata funcţiei y o expresie mult mai simplă care nu numai că conţine un număr relativ redus de termeni dar în plus nu mai prezintă necesitatea calculului derivatelor superioare iniţiale.

Cum în cazul rezolvării pe paşi pentru intervale de timp foarte mici se consideră de obicei $x(t)$ = constant, expresia lui y_j pentru pasul $i + 1$ devine

$$y_{j,i+1} = A_j e^{-p_j \Delta t} x_i + e^{-p_j \Delta t} y_{j,i} - A_j e^{-p_j \Delta t} x_{i-1}, \tag{8}$$

sau

$$y_{j,i+1} = a_j (x_i - x_{i-1}) + b_j y_{j,i}, \tag{9}$$

unde

$$a_j = A_j e^{-p_j \Delta t} \quad \text{şi} \quad b_j = e^{-p_j \Delta t}. \tag{10}$$

Se observă deci că dacă intervalul de calcul Δt = constant pentru x considerat constant sau cu variaţii lineare, soluţia ecuaţiei diferenţiale se găseşte mult mai simplu pe calea propusă de noi decît cu alte metode, calculînd o suită de relaţii algebrice cu doi sau trei termeni.

6. VERIFICĂRI PRACTICE

Pentru a verifica corectitudinea modelului, au fost făcute calcule pe o reţea cu un generator pentru care se cunoşteau din literatură felul în care evoluiază curenţii de scurtcircuit.

Pentru a stabili performanţele modelul cifric prezentat cît şi metoda de integrare numerică s-au întocmit o serie de calcule pe o reţea de probă cuprinzînd 6 centre generatoare 9 centre consumatoare şi 19 linii de transport de energie electrică. Rezultatele au fost comparate cu cele obţinute pe aceeaşi reţea dintr-un calcul efectuat pe un model existent de stabilitate dinamică. Rezultatele obţinute au fost mulţumitoare.

7. CONCLUZII

Rezultatele obținute pe rețelele studiate au arătat corectitudinea modelului, operativitatea metodei de integrare numerică și simplitatea relativă a programului. Pe baza acestui model se vor constitui o serie de metode operative de calcul direct a curenților de scurtcircuit (componentele periodice și aperiodice) la intervalul de timp dorit de la apariția defectului, fără determinarea regimului tranzitoriu anterior.

BIBLIOGRAFIE

1. A. A. Gorev, *Perehodnîe proțesî sincronoi mașinî*, Gosenergoizdat, 1950.
2. B. Adkins, *The general theory of electrical machines*, Chapman and Hall, Londra 1959.
3. R. H. Park, *Two – reaction theory of synchronous machines*, Tr. AIEE, **52**, 352 – 355, 1933.
4. F. Manea, S. Ionescu, M. Pomârleanu, *Calculul numeric al regimurilor tranzitorii succesive ale grupului generator cu reglaj de tensiune și viteză în sistemul electroenergetic*, St. cerc. energ., 139–158 (1962).
5. R. Beckett, J. Hurt, *Numerical calculations and algoritms*, Mc Graw – Hill, 1967.
6. J. A. Ralston, H. S. Wilf *Mathematical Methods for Digital Computers*, J. Wiley, 4 (1962).

TRANSMITANȚELE ȘI CONCEPTELE FIGURATIVE NODALE ALE REȚELEI ELECTROENERGETICE

DE

H. CRISTEA

621.372.6.052

În lucrare se prezintă aspecte ale obținerii conceptelor nodale ale rețelei electroenergetice, folosind o matrice hibridă $[H]$ a parametrilor rețelei, obținută prin partajarea matricei admitanțelor și schimbarea de variabile în sistemul de ecuații al tensiunilor nodale. Se detașează din matricea hibridă, matricea transmitanțelor $[C]$ a rețelei echivalente celei originale, în raport cu nodurile selecționate. Prin utilizarea matricei transmitanțelor calculată o singură dată și stocată în memoria calculatorului și după înlocuirea curenților de sarcină prin două componente se deduc conceptele nodale în raport cu nodurile studiate ale rețelei originale.

1. INTRODUCERE

Metoda românească de studiu a sistemelor electroenergetice, cunoscută sub denumirea de „Analiza nodală Dimo" [1], oferă, printre avantajele principale și pe acela al posibilității selecției din multitudinea de regimuri numai a celor periculoase, care ar putea afecta funcționarea normală a sistemului electroenergetic. Această selecție a regimurilor înrăutățite se face pe calea înlocuirii sistemului interconectat cu cel în studiu sau a unor porțiuni din sistemul în studiu, printr-o schemă completă, echivalentă cu rețeaua în raport cu latura sau nodul studiat [2], denumită schema R.E.I. Are o structură simplă tipizată pentru orice nod al rețelei și se obține prin calcul digital. În legătură cu deducerea schemelor R.E.I. prin calcul digital, un interes deosebit îl prezintă metodele de obținere a acestora prin calcule simple pentru toate nodurile analizate.

În acest scop în lucrare se prezintă aspecte ale obținerii conceptelor nodale ale rețelei electroenergetice, folosind o matrice hibridă $[H]$ a parametrilor rețelei, obținută prin partajarea matricei admitanțelor și schimbarea de variabile în sistemul de ecuații al tensiunilor nodale. Se detașează din matricea hibridă, matricea transmitanțelor $[C]$ a rețelei echivalente celei

originale, în raport cu nodurile selecţionate. Prin utilizarea matricei transmitanţelor şi înlocuirea curenţilor de sarcină prin două componente se deduc conceptele nodale în raport cu nodurile selecţionate ale reţelei originale.

2. PARTAJAREA SISTEMULUI DE ECUAŢII, MATRICEA HIBRIDĂ A REŢELEI ELECTROENERGETICE

Pentru reţeaua echivalentă a sistemului electroenergetic, obţinută în raport cu nodurile selecţionate (noduri generatoare şi cu sarcină), sistemul de ecuaţii al tensiunilor la noduri este cunoscut sub forma

$$[Y] \times [\underline{E}] = [\underline{I}], \tag{1}$$

în care:

$[I]$ este matricea curenţilor injectaţi în noduri;

$[Y]$ — matricea singulară a admitanţelor reţelei, care include şi parametri ecuaţiei nodului de echilibru;

$[E]$ — matricea tensiunilor nodale.

Deoarece tratarea informaţiei privind nodurile generatoare este diferită de a celor cu sarcină, atît din punct de vedere al condiţiilor iniţiale cît şi al comportării mărimilor nodale de stare, sistemul de ecuaţii (1) se poate partaja în părţi corespunzătoare nodurilor generatoare şi celor cu sarcini. Astfel, sistemul de ecuaţii partajat în raport cu mărimile nodale se scrie

$$\left[\begin{array}{c|c} Y_{gg} & Y_{gs'} \\ \hline Y_{s'g'} & Y_{s's'} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} \underline{E}_g \\ \hline \underline{E}_{s'} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \underline{I}_g \\ \hline \underline{I}_{s'} \end{array}\right], \tag{2}$$

în care s-a notat:

g este mulţimea nodurilor generatoare *);

s — mulţimea nodurilor cu sarcină, inclusiv nodul pămînt;

N — numărul total al nodurilor;

$[\underline{I}_g]$; $[\underline{E}_g]$ — matricele coloană ale curentului şi tensiunii nodurilor generatoare;

$[\underline{I}_{s'}]$; $[\underline{E}_{s'}]$ — matricele coloană ale curenţilor şi tensiunii nodurilor cu sarcină;

$[Y_{gg}]$ — matricea pătratică a admitanţelor reţelei, diagonală şi nediagonală, corespunzătoare nodurilor generatoare;

$[Y_{gs'}] = [Y_{s'g}]^t$ — matricea dreptunghiulară a admitanţelor nediagonale dintre nodurile generatoare şi cele cu sarcină.

*) Numerele de ordine ale nodurilor reţelei sînt aranjate în mulţimile g şi s într-o ordine oarecare, nu în cea naturală.

Conform procedeelor descrise în literatura de specialitate [2], din sistemul de ecuații (2) cu o matrice dimensional omogenă de admitanțe, se obține sistemul de ecuații partajat în raport cu mărimile nodale, având o matrice hibridă de coeficienți $[H]$

$$\left[\begin{array}{c|c} Y_{gg} - Y_{gs'} \cdot Y_{s's'}^{-1} \cdot Y_{s'g} & Y_{gs'} \cdot Y_{s's'} \\ \hline - Y_{s's'} \cdot Y_{s'g} & Y_{s's'}^{-1} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} \underline{E}_g \\ \hline \underline{I}_{s'} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \underline{I}_g \\ \hline \underline{E}_{s'} \end{array}\right]. \tag{3}$$

Submatricele rezultate prin partajarea sistemului de ecuații cu semnificații fizice diferite, matricea $[H]$ fiind dimensional neomogenă. Astfel se obțin :

a) submatricea transmitanțelor rețelei electroenergetice, constituite din termenii complexi adimensionali

$$[C_{s'g}] = [Y_{s's'}]^{-1} \times [Y_{s'g}], \tag{4 a}$$

$$[C_{gs'}] = [Y_{gs'}] \times [Y_{s's'}]^{-1}; \tag{4 b}$$

b) matricea echivalentului generator final al sistemului, dedusă pentru cazul în care partajarea sistemului de ecuații a fost făcută în raport cu nodurile generatoare și cu sarcină $[Y'_{gg}]$, fiind o matrice simetrică de admitanțe

$$[Y'_{gg}] = [Y_{gg}] - [Y_{gs'}] \times [Y_{s's'}]^{-1} \times [Y_{s'g}]; \tag{5}$$

c) matricea impedanțelor corespunzătoare nodurilor cu sarcină, care se poate obține și prin inversarea matricei admitanțelor nodale corespunzătoare matricei coeficienților ecuațiilor nodurilor cu sarcină.

Sistemul de ecuații rezultat, cu matrice hibridă de coeficienți, este analog cu sistemul (2), dar în care s-a efectuat schimbarea de variabile I_s, cu E_s.

$$\left[\begin{array}{c|c} Y'_{gg} & C_{gs'} \\ \hline - C_{s'g} & Z_{s's'} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} \underline{E}_g \\ \hline \underline{I}_{s'} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \underline{I}_g \\ \hline \underline{E}_{s'} \end{array}\right]. \tag{6}$$

Matricea hibridă de coeficienți, dedusă din matricea

$$\left[\begin{array}{c|c} Y'_{gg} & C_{gs'} \\ \hline C_{s'g} & Z_{s's'} \end{array}\right] = [H], \tag{7}$$

singulară $[Y]$ în care s-au păstrat linia și coloana corespunzătoare ecuației nodului pământ ($\sum_{j \in N} Y_{ij} = 0$), are următoarele proprietăți :

a) Este antisimetrică față de diagonală.

Dacă se are în vedere faptul că produsul transpus a două matrici este egal cu produsul transpuselor acestora, luate în ordine inversă [4]

atunci se poate scrie identitatea

$$\{[Y_{s's'}]^{-1} \times [Y_{s'g}]\}^t \equiv [Y_{s'g}] \times [Y_{s's'}]^t. \tag{8}$$

Matricea $[Y_{s's'}]$, fiind simetrică față de diagonală, este egală cu transpusa ei. Ținîndu-se seama și de egalitatea $[Y_{s'g}]^t \equiv [Y_{gs'}]$ atunci există identitatea

$$[C_{s'g}]^t = \{[Y_{s's'}]^{-1} \times [Y_{s'g}]\}^t \equiv [Y_{gs'}] \times [Y_{s's'}]^{-1} = [C_{gs'}]. \tag{9}$$

b) Suma termenilor pe fiecare linie a matricei transmitanțelor $[C_{s'g}]$ este egală cu unitatea.

Pentru demonstrarea acestei proprietăți se adună și se scade în partea dreaptă la relația (4c) termenul $[Y_{s's'}] \times [Z_{s's'}] = [1]$ după care prin scoaterea în factor comun a termenului $[Z_{s's'}]$ se obține egalitatea

$$-[C_{s'g}] = [Z_{s's'}] \times [Y_{s'g} + Y_{s's'}] - [1]. \tag{10}$$

Deoarece există relația

$$\sum_{j \in g} Y_{kj} + \sum_{m \in s'} Y_{km} = 0, \tag{11}$$

se poate demonstra ușor că este satisfăcută și condiția

$$\sum_{j \in g} M_{kj} + \sum_{m \in s'} M_{km} = 0, \tag{12}$$

în care s-a notat

$$[M] = [Z_{s's'}] \times [Y_{s'g} + Y_{s's'}]. \tag{13}$$

În acest mod se demonstrează proprietatea enunțată, a cărei expresie matematică se dă

$$-\sum_{j \in g} C_{kj} = \sum_{j \in g} M_{kj} + \sum_{m \in s'} M_{km} - 1 = -1, \tag{14}$$

pentru oricare nod cu sarcină $k \in s'$.

Prin a doua proprietate se verifică invarianța echilibrului curenților

$$\sum_{i \in g} \underline{I}_i = \sum_{m \in s'} \underline{I}_m.$$

Proprietățile enunțate, astfel demonstrate, nu s-au întîlnit în literatura consultată.

Din relațiile (4a), (4b), (5) și (6) se poate deduce faptul că submatricile componente ale matricei hibride $[H]$ a rețelei echivalente se pot cal-

cula cu ajutorul inversei matricei corespunzătoare nodurilor cu sarcină conform relației 5 (inversare ce se poate efectua și printr-un algoritm Gauss pas cu pas) prin simple produse ale matricei impedanțelor ale parametrilor rețelei originale (4a) și (4b). Stocîndu-se în memoria calculatorului matricea $[Z_{s's'}]$ și $[C_{s'g}]$ se poate scrie sistemul de ecuații al rețelei echivalente cu matrice hibridă de coeficienți (6).

3. ECHIVALAREA REȚELEI ÎN RAPORT CU NODURILE SELECȚIONATE

Expresia curentului funcție de tensiunea și puterea injectată în nod, exprimă caracterul neliniar al sistemului de ecuații nodale. Adoptîndu-se notațiile :

$\underline{V}_m$ — tensiunea adevărată de regim în nod ;

$\underline{V}_m + \Delta\underline{V}_m$ — valoarea tensiunii nodale, obținută la pasul iterativ oarecare, sau rezultată dintr-o aproximație inițială (ΔU_m — abaterea de tensiune față de valoarea adevărată de regom).

curentul nodal se exprimă sub forma ;

$$I_m = \frac{S_m^*}{\underline{V}_m^* + \Delta\underline{V}_m^*} = \frac{S_m^*}{|\underline{V}_m + \Delta\underline{V}_m|^2}(\underline{V}_m - \Delta\underline{V}_m). \tag{15}$$

Expresia (18) corespunde valorii reale de regim a curentului nodal se poate scrie

$$\underline{I}_m = \underline{I}_{mc} + \Delta\underline{I}_m, \tag{16}$$

în care :

$I_{mc} = Y_m \cdot \underline{V}_m$ este componenta proporțională cu variația tensiunii în nod ;

$Y_m = \dfrac{S_m^*}{|\underline{V}_m + \Delta\underline{V}_m|^2}$ — admitanța echivalentă sarcinii injectate în nod ;

$\Delta\underline{I}_m = Y_m \cdot \Delta\underline{V}_m$ — componenta al cărei mod de variație este necunoscut.

Dacă în relația (19) tensiunea $\underline{V}_m$ capătă valoarea adevărată de regim, atunci $\Delta\underline{V}_m = 0$, deci și $\Delta\underline{I}_m = Y_m \cdot \Delta\underline{V}_m = 0$. Înlocuindu-se în sistemul de ecuații (2), curenții de sarcină $I_{s'}$, prin expresia dedusă din relația (19) și apoi efectuîndu-se schimbarea de variabilă se obține sistemul de ecuații cu matrice hibridă de coeficienți și cu variabile schimbate

$$\left[\begin{array}{c|c} Y'_{gg} & C_{gs'} \\ \hline -C_{s'g} & Z_{s's'} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} \underline{E}_g \\ \hline \Delta I_s \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \underline{I}_g \\ \hline \underline{E}_s \end{array}\right]. \tag{17}$$

În matricea hibridă de coeficienți a sistemului de ecuații (17) sînt incluse admitanțele echivalente ale sarcinilor, calculate cu tensiunile inițiale aproximate în aceste noduri. În ipoteza că tensiunile inițiale aproximate

sînt chiar cele ale regimului calculat al rețelei electroenergetice, deci $\Delta I_m = 0$ sistemul matricial de ecuații (17) se descompune în două :

a) Sistemul de ecuații corespunzător nodurilor cu sarcină, reprezentînd expresiile de calcul ale tensiunilor acestor noduri, funcție de cele ale nodurilor generatoare considerate cunoscute

$$- [C'^{(p)}_{s'g}] \times [\underline{E}_g] = [\underline{E}_s]; \tag{18}$$

b) Sistemul de ecuații al echivalentului generator final

$$[Y'^{(p)}_{gg}] \times [\underline{E}_g] = [I_g] \tag{19}$$

a cărei matrice de coeficienți se calculează cu relația (5).

Tensiunea nodului cu sarcină rezultată ca o suprapunere a efectelor tensiunilor nodurilor generatoare, fiind rezultanta însumării tensiunilor electromotoare reale ale generatoarelor înmulțite cu transmitanțele mai mari sau mai mici funcție de depărtarea electrică a nodurilor față de cel analizat. În consecință, valorile transmitanțelor astfel deduse ar putea constitui un criteriu riguros de selecție a nodurilor importante, influente asupra nodului analizat. Aproximarea transmitanțelor prin componenta lor reală, care este mare în comparație cu cea imaginară, poate aduce simplificări importante în calcule. Transmitanțele rețelei pot fi utilizate pentru delimitarea zonei de influență a nodurilor generatoare asupra celor analizate.

4. OBȚINEREA CONCEPTELOR NODALE

În sistemul de ecuații partajat în raport cu mărimile de state nodale (2) după înlocuirea tuturor curenților de sarcină prin expresia (16) și schimbarea de variabilă în ecuațiile corespunzătoare nodurilor cu sarcină, se obține sistemul compatibil de ecuații

$$\left[\begin{array}{c|c} Y'^{(p)}_{gg} & C'^{(p)}_{gs'} \\ \hline -C^{(p)}_{s'g} & Z_{s's'} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} \underline{E}_g \\ \hline \Delta \underline{I}_s \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \underline{I}_g \\ \hline \underline{E}_{s'} \end{array}\right] \tag{20}$$

pentru $p \in s'$.

În sistemul de ecuații (20) apare necunoscută matricea unicoloană $[\Delta I]$ a abaterilor de curent de la cel de regim (componentele variabile ale curenților de sarcină). Deoarece nu s-a introdus nici un fel de aproximare în procesul de calcul pentru schimbarea de variabile, în ecuațiile nodurilor cu sarcină, se poate considera că ori care $m \in s'$ din aceste noduri a putut fi ultimul operat, rezultatul fiind același. Astfel pentru fiecare nod cu sarcină se poate scrie ecuația

$$E_m = - \sum_{i \in g} C'^{(p)}_{mi} \cdot \underline{E}_i + \sum_{k \in s'} Z'^{(p)}_{mk} \cdot \Delta \underline{I}_k . \tag{21}$$

Considerîndu-se că în toate nodurile cu sarcină $k \in s' - \{m\}$, tensiunile sînt aproximate ca fiind dintr-un regim calculat deci $\Delta \underline{I}_m = 0$, ecuaţia (21) pentru oricare nod se simplifică şi se scrie

$$\underline{E}_m = - \sum_{i \in g} C'^{(p)}_{mi} \cdot \underline{E}_i + Z'^{(p)}_{mm} \cdot \Delta \underline{I}_m. \tag{22}$$

Dacă în ecuaţia (22) se înlocuieşte abaterea de curent extrasă din relaţia (17) se obţine pentru

$$\underline{E}_m = - \sum C'^{(p)}_{mi} \cdot \underline{E}_i + Z'^{(p')}_{mm} \cdot \underline{I}_m, \tag{23}$$

în care:

$$C'^{(p')}_{mi} = \frac{C'^{(p)}_{mi}}{1 + Y_m \cdot Z'^{(p)}_{mm}}, \tag{24}$$

pentru $i \in g$ şi

$$Z'^{(p')}_{mi} = \frac{Z'^{(p)}_{mm}}{1 + Y_m \cdot Z'^{(p)}_{mm}}, \tag{25}$$

pentru $i \in s' - \{m\}$.
Din expresiile (24) şi (25) se pot recalcula pe cale simplă, parametrii conceptului nodal al relaţiei electroenergetice, dedus în raport cu oricare nod cu sarcină m ($m \in s'$) analizat, funcţie de parametrii schemei echivalente finale, în care s-au păstrat numai nodurile generatoare. Prin normalizarea expresiei (23) cu impedanţa proprie Z_{mm} se ajunge de fapt la ecuaţia echivalentului R.E.I. al „Analizei nodale", concept dedus în raport cu nodul analizat. Deci schimbarea de variabile în sistemul de ecuaţii nodale, este analoagă eliminării Gauss pas cu pas cu liniarizarea sarcinilor şi se aplică numai ecuaţiilor corespunzătoare nodurilor cu sarcină obţinîndu-se pe această cale parametrii reţelei echivalente, care sînt stocate în memoria calculatorului alături de parametrii reţelei originale.Prin operaţii simple (24) şi (25) asupra parametrilor echivalenţi $[Z_{s's'}]$ şi $[C_{sg}]$, calculaţi o singură dată se obţin parametrii schemelor REI pentru oricare nod $m \in s'$.

5. CONCLUZII

a) Matricea hibridă $[H]$ (7) a reţelei electroenergetice despre a cărei utilizare în calculul regimurilor reţelei sînt mai puţine date în literatura de specialitate se obţine din submatricea de impedanţe $[Z_{s's'}] = [Y_{s's'}]^{-1}$ corespunzătoare nodurilor selecţionate (submatrice rezultată în urma schimbării de variabile în ecuaţiile respective) şi matricea admitanţelor reţelei originale.

b) Structura parametrică a reţelei echivalente, în raport cu nodurile selecţionate (pentru cazul în care tensiunile nodurilor echivalentului generator se consideră cunoscute), este exprimată prin matricea impedanţelor

$[Z_{s's'}]$ corespunzătoare nodurilor selecționate — matrice cu ajutorul căreia se calculează submatricele componente $[C_{s'g}]$ și $[Y_{g'g}]$ ale matricei hibride.

c) Prin calculul și stocarea celor două submatrice $[Z_{s's'}]$ și $[C_{s'g}]$ părți ale matricei hibride $[H]$, nu se mai calculează simultan matricea echivalentului generator (cum se procedează de obicei) ci aceasta se obține prin operații simple matriciale funcție de parametrii rețelei originale și de $[C_{s'g}]$.

d) Substituirea curenților de sarcină în sistemul de ecuații (2) prin expresia (16) și schimbarea de variabilă în nodurile selecționate se conservă compatibilitate sistemului de ecuații având o matrice hibridă de coeficienți. Prin impunerea condițiilor de liniarizare a sarcinilor în nodurile selecționate afară de cel în studiu, care poate fi oricare din nodurile selecționate, se ajunge la condițiile în care se deduc schemele REI pentru nodurile studiate. Utilizîndu-se matricile parametrilor echivalenți $[C_{s'g'}]$ și $[Z_{s's'}]$ parametri calculați o singură dată pentr-o rețea cu structură parametrică și topologică dată și stocată în memoria calculatorului, prin calcule simple (24), (25) se obțin parametrii schemelor R.E.I. pentru oricare nod $m \in s'$ al rețelei.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Ed. Academiei, București, 1968.
2. R. Răduleț, P. Dimo, *Teoria celor mai simple scheme complete echivalente cu rețelele electrice liniare în raport cu o latură a lor*, St. cerc. energ. electr., *2*, 283—309 (1964).
3. I. S. Antoniu, *Calculul matricial și tensorial în electroenergetică*, Ed. Tehnică, București, 1962.

CONSIDERAŢII ASUPRA REALIZĂRII UNUI MODEL DE GENERATOR MAGNETOHIDRODINAMIC ÎN CIRCUIT DESCHIS

DE

C. I. MOCANU şi I. CSERVENY

621.362:538.4

Se prezintă considerente de electrofizica plasmei, dinamica gazelor şi transmiterea căldurii care au condus la determinarea soluţiilor constructive şi la dimensionarea unui model experimental de generator M.H.D. în circuit deschis care urmează să fie construit în Institutul de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

Structura resurselor energetice şi posibilităţile de creştere a producţiei de energie electrică în ţara noastră arată că necesarul de energie creşte într-un ritm rapid decît cresc posibilităţile interne de extracţie a purtătorilor clasici de energie. Această conjunctură de o deosebită importanţă pentru orientarea energetică a ţării, pune problema găsirii soluţiilor optime de acoperire a surplusului necesarului de energie pe care sursele interne clasice nu-l pot asigura în condiţii tehnico-economice acceptabile.

Soluţiile care se conturează sînt : import de purtători clasici de energie, în principal ţiţei şi punerea în funcţiune a centralelor electre-nucleare de fisiune.

Conversia directă în energie electrică, reprezintă una din tehnologiile care suprimă, parţial sau total, turboalternatorul, după cum canalul magnetohidrodinamic e utilizat în exclusivitate sau ca treaptă înaintaşe într-o centrală termoelectrică.

Ideea conversiei energiei cinetice a unui fluid, direct în energie electrică, fără veriga turbină-alterna tor, care să intereseze macroenergetica, s-a concretizat în generatorul magnetohidrodinamic, al cărui principiu de funcţionare se bazează ca şi al generatoarelor electrice rotative, pe fenomenul inducţiei electromagnetice descoperit de Faraday, cu deosebirea că rolul conductorului electric mobil e îndeplinit de fluidul în mişcare. Cercetările din ultimii zece ani au impus următoarele tipuri de generatoare M.H.D. ; generatoare cu gaze de ardere în circuit deschis, cu aplicare

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 847–856, 1969

la termocentrale clasice funcţionînd ca ciclu înaintaş, la puteri mai mari de 400—500 MW; generatoare cu gaze ionizate în circuit închis, cu perspective de aplicare la centrale electronucleare; generatoare cu metal lichid, de mică putere, cu aplicaţii în domeniul spaţial sau în locuri neracordate la sistemul energetic.

Principalul avantaj al conversiei directe, consistă în îmbunătăţirea substanţială a randamentului global al transformării de energie, care pentru centrala termoelectrică clasică e limitat la circa 40%; introducerea unui canal M.H.D. ca ciclu înaintaş, ridică randamentul global al centralei combinate la 52—56%.

Pe de o parte studiul mondial al cercetărilor, finalizate deja cu realizări, iar de altă parte interesul deosebit în îmbunătăţirea randamentului de transformare a energiei în centralele termoelectrice clasice, justifică desfăşurarea în ţara noastră a unor cercetări M.H.D. proprii.

Tipul de generator M.H.D. care prezintă interes pentru energetica ţării noastre într-o perspectivă mai apropiată, este legat de conversia magnetohidrodinamică în circuit deschis şi utilizarea ca agent de lucru a produselor de combustie a hidrocarburilor (în special a gazelor naturale) *).

În Institutul de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România, cercetările în domeniul conversiei magnetohidrodinamice se vor desfăşura în două etape:

— punerea în funcţiune a unui generator M.H.D. de mică putere, care să permită efectuarea unor experimentări globale privind electrofizica plasmei, configuraţii optime de cîmp etc., încercări de materiale şi metode de investigaţie a parametrilor plasmei;

— realizarea unei instalaţii experimentale funcţionînd cu plasmă obţinută prin arderea gazelor naturale, cu o putere termică suficientă pentru ca influenţa fenomenelor din stratul limită din vecinătatea pereţilor canalului să poată fi neglijată; să permită o investigare a cîmpului electrocinetic din canalul de conversie, a geometriei cîmpului magnetic, evaluarea pierderilor prin efect de capăt etc.

S-a considerat că e raţional să se proiecteze unele elemente ale instalaţiilor experimentale astfel încît să poată fi utilizate în ambele etape (de exemplu electromagnetul, sursa de alimentare etc.).

1. PROBLEME DE MATERIAL ÎN ALEGEREA FLUIDULUI DE LUCRU ŞI A MODULUI DE PRODUCERE A PLASMEI

Pentru a putea fi folosite ca părţi constitutive ale canalului M.H.D., fie ca pereţi izolatori fie ca electrozi, materialele trebuie să satisfacă numeroase condiţiuni, unele din ele chiar contradictorii.

Pe lîngă o refractaritate ridicată (temperatură de topire şi de înmuiere ridicate) sunt şi alte cerinţe termice legate de valoarea conductibilităţii şi difuzivităţii termice şi a coeficientului de dilatare. Dintre proprietăţile mecanice, prezintă importanţă rezistenţa, evitarea distrugerii în condiţiile unor încălziri şi răciri succesive şi rezistenţa la eroziune. Din

*) Republica Socialistă România se situează pe locul 4 în lume în producţia de gaze naturale (după S.U.A., U.R.S.S., Canada) şi pe locul 3 în producţia de energie electrică din gaze naturale.

punct de vedere chimic materialele trebuie să fie stabile, să nu fie atacate de agentul de lucru (de exemplu de oxigenul din gazele de ardere) şi să nu formeze zguri cu materialul de însămînţare. Proprietăţile electrice şi în special conductivitatea superficială variază de obicei foarte mult la temperaturi ridicate.

Comportarea materialelor influenţează în mod decisiv nivelul admisibil al temperaturii agentului de lucru. Întrucît în prima etapă nu se dispune de materiale suprarefractare cu performanţe deosebite, este indicată limitarea temperaturii plasmei în generatorul M.H.D. la 2000—2300 K. De asemeni, pentru a permite utilizarea grafitului în construcţia canalului este necesar ca plasma să nu conţină oxigen (nici chiar sub formă de CO şi CO_2).

În concluzie, se impune în prima etapă folosirea plasmei obţinute prin încălzirea în arc electric a argonului însămînţat cu vapori de potasiu, deşi instalaţia va funcţiona în circuit deschis. Într-o altă fază de încercări se va utiliza azot în locul argonului (la care efectul Kerrebrock permite utilizarea temperaturilor mai puţin ridicate) înainte de a trece la etapa producerii plasmei într-o cameră de ardere.

Stabilirea ordinului de mărime a puterii termice a plasmatronului a rezultat din necesitatea ca cea mai mică din dimensiunile secţiunei dreptunghiulare a canalului de conversie să fie mai mare de 1 cm care conduce la debite de argon de ordinul 0,02 kg/s şi o putere transmisă gazului de cel puţin 30 kW şi din posibilităţile de alimentare cu curent continuu a plasmatronului impunînd o putere de ordinul a 50 kW.

2. CONSIDERAŢIUNI ÎN ALEGEREA PARAMETRILOR PRINCIPALI AI GENERATORULUI

Pentru un generator M.H.D. de tip Faraday, cu electrozi segmentaţi tensiunea electromotoare indusă rezultă din relaţia

$$U = B\,l\,w, \tag{1}$$

iar puterea generatorului este în condiţii de încărcare optime

$$P = \frac{\sigma\, w^2\, B^2}{4} V. \tag{2}$$

Rezultă deci necesitatea de a folosi un cîmp magnetic cît mai intens deci de a limita înălţimea canalului M.H.D., care e de acelaşi ordin de mărime cu întrefierul electromagnetului.

De asemenea rezultă necesitatea măririi vitezei la valori de ordinul vitezei sunetului (la viteze supersonice, mici asperităţi ale pereţilor canalului pot provoca unde de şoc, deci trecerea la viteze subsonice).

În ceea ce priveşte conductivitatea electrică, dependenţa ei de parametri termodinamici poate fi apreciată din ecuaţia lui Saha aplicată speciilor susceptibile de a se ioniza

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} = C\frac{T^{\frac{5}{2}}}{p}\exp\left(-\frac{eU_i}{kT}\right) \tag{3}$$

din care rezultă, în afara concluziei că plasmei de argon trebuie să i se adauge un material cu potenţial scăzut de ionizare (vapori de potasiu), necesitatea ridicării temperaturii absolute la valorile admisibile din punctul de vedere al pereţilor canalului şi micşorarea presiunii statice în canalul generatorului la valori subatmosferice prin utilizarea unui difuzor.

Prin utilizarea ca agent de lucru a unui gaz nobil monoatomic, devine posibilă şi ionizarea de neechilibru în regim staţionar, astfel încît temperatura electronilor să fie sensibil mai ridicată decît cea a gazului, folosind în acest scop căldura transformată prin efect Joule în generator. Deoarece temperatura electronilor determină conductivitatea electrică, este posibil să se obţină o putere acceptabilă a generatorului la valori moderate a temperaturii gazului, aproximativ de ordinul 2000°K.

3. SCHEMA INSTALAŢIEI EXPERIMENTALE

În prima etapă instalaţia se va compune din următoarele elemente principale : un plasmotron, o baterie de tuburi de argon prevăzută cu un regulator de presiune comun, canalul de conversie, tubulatura de evacuare a agentului de lucru dispozitiv de însămînţare şi dozare a vaporilor de potasiu, electromagnet de curent continuu, redresor pentru alimentarea electromagnetului, trei generatoare de sudură utilizate pentru alimentarea plasmatronului, circuite de răcire şi aparataj de măsură.

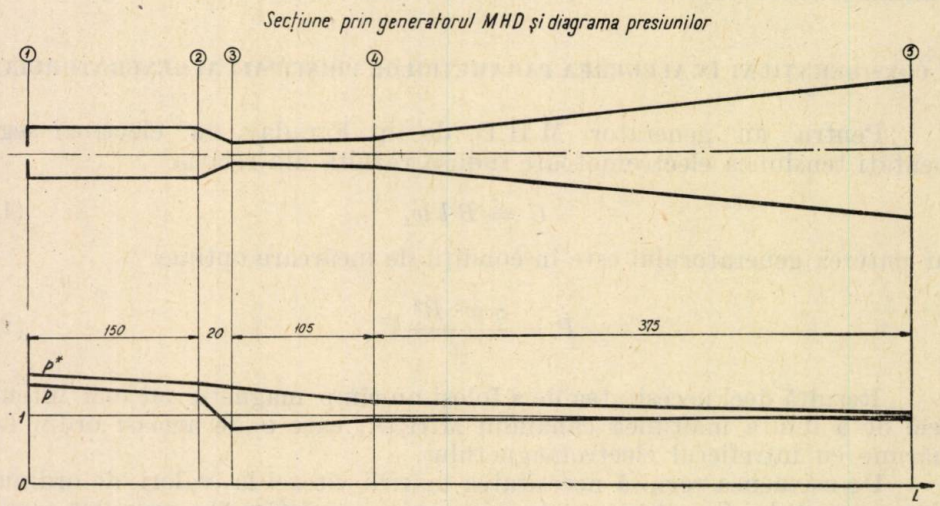


Fig. 1. — Schema canalului de conversie şi variaţia presiunilor şi temperaturilor în lungul canalului.

Canalul de conversie, prezentat în figura 1 se compune dintr-o cameră de amestec avînd rolul de a omogeniza pe întreaga secţiune parametrii amestecului de argon şi de vapori de potasiu ; un ajutor pentru a realiza viteze ridicate ; canalul de conversie propriu zis şi un difuzor care transformă energia cinetică parţial în energie potenţială şi care permite astfel obţinerea presiunilor statice scăzute în canalul de conversie.

4. GEOMETRIA CANALULUI DE CONVERSIE

Secțiunea canalului de conversie este dreptunghiulară, laturile fiind astfel dispuse ca întrefierul electromagnetului să fie minim. Variația secțiunii în lungul canalului se realizează modificînd numai distanța dintre electrozi, pentru a menține întrefierul la o valoare constantă.

Pentru calculul gazodinamic al canalului s-au folosit funcțiile $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $q(\lambda)$, $y(\lambda)$ unde variabila independentă λ reprezintă raportul între viteza w și viteza critică a sunetului

$$\lambda = \frac{w}{a_{cr}}, \tag{4}$$

și este legată de numărul lui Mach prin relația

$$1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1}\lambda^2 = \frac{1}{1 + \frac{\varkappa + 1}{2} M^2}. \tag{5}$$

Pentru exprimarea debitului G printr-o secțiune S s-a folosit ecuația

$$\frac{G\sqrt{T_0^*}}{p_0^*} = S\sqrt{\frac{g\varkappa}{R}} \cdot \left(\frac{2}{\varkappa + 1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}} \cdot \pi\left(\frac{\lambda}{\varphi}\right) y(\lambda). \tag{6}$$

Cu observația că raportul între presiunea dinamică și presiunea totală poate fi pusă sub forma

$$\frac{\frac{w^2}{2g}\gamma}{p_0^*} = \frac{p_0^* - p}{p_0^*} = 1 - \pi(\lambda), \tag{7}$$

pierderile de presiune locale se scriu cum urmează

$$\frac{\Delta p_L}{p_0^*} = \xi\,[1 - \pi(\lambda)], \tag{8}$$

ar pierderile de presiune lineare devin în acest caz;

$$\frac{\Delta p_c}{p_0^*} = \zeta \frac{l}{d}\,[1 - \pi(\lambda)], \tag{9}$$

unde: ζ și ξ sînt coeficienții adimensionali de pierdere.

Ipotezele de calcul sînt următoarele :

— se neglijează forţele electromagnetice ;

— forţele de frecare se iau în consideraţie prin efectul lor asupra micşorării presiunii totale ;

— pierderile de căldură prin pereţii canalului se estimează printr-un calcul bidimensional ;

— curgerea se consideră unidimensională, iar starea plasmei într-o secţiune poate fi caracterizată prin valorile medii ale parametrilor de stare ;

— temperatura statică şi totală a plasmei se consideră cea corespunzătoare speciilor grele (atomi şi ioni).

Variaţia presiunii totale în lungul canalului se poate calcula în primă aproximaţie utilizînd relaţiile (8) şi (9), din condiţia ca presiunea la evacuare să fie superioară celei atmosferice.

Variaţia temperaturii totale ΔT^* depinde de pierderile de căldură ale canalului, cum urmează

$$\Delta T^* = \frac{\Delta Q}{G c_p} . \tag{10}$$

Se observă că scăderea temperaturii totale în lungul canalului este foarte rapidă, de ordinul 20°C/cm în camera de amestec şi 30°C/cm în canalul de conversie.

Calculele au fost efectuate pentru două situaţii :

a) **Canalul de conversie de secţiune constantă**

În acest caz din ecuaţia de continuitate

$$q(\lambda_4) = q(\lambda_3) \sqrt{\frac{T_4^*}{T_3^*}} \cdot \frac{p_3^*}{p_4^*} , \tag{11}$$

rezultă că din cauza relaţiilor $p_3^* \gg p_4^*$ şi $q(\lambda_4) \leqslant 1$, viteza relativă λ_3 de intrare în canal, poate avea numai valori mici

$$q(\lambda_3) < \left\{1 - \zeta \frac{l}{d} [1 - \pi(\lambda_3)]\right\} \left(1 - \frac{\Delta Q}{G c_p T_3^*}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{12}$$

(sub $\lambda_3 = 0{,}76$ pentru $\zeta = 0{,}02$ şi $l = 10\ d$).

Dezavantajul esenţial al canalului de secţiune constantă constă însă în scăderea extrem de rapidă a temperaturii statice în lungul canalului (datorită în principal scăderii temperaturii totale şi creşterii vitezei)

$$T_4 < T_3 \left(1 - \frac{\Delta Q}{G c_p T_3^*}\right)^{-1} \tag{13}$$

De exemplu pentru $T_3 = 2000°K$, $l = 10$ cm şi $\lambda_4 = 1$, temperatura la capătul canalului de conversie scade la $T_4 = 1550°K$, la care conductivitatea electrică devine practic nulă.

Din cauza vitezei prea mici în porţiunea iniţială şi scăderea prea rapidă a conductivităţii electrice în lungul canalului de secţiune constantă, canalul de conversie trebuie proiectat cu secţiune variabilă.

b) Canal de conversie divergent

Ideea de a menţine temperatura statică T, deci şi conductivitatea electrică la o valoare practic constantă în lungul canalului, conduce la compensarea pierderilor de căldură prin scăderea energiei cinetice a plasmei, deci la soluţia unui canal divergent.

Ecuaţia

$$T_3 = T_4 \tag{14}$$

şi relaţia

$$T_4^* = \frac{T_3}{\tau(\lambda_3)} - \frac{\Delta Q}{Gc_p} > T_4, \tag{15}$$

impun vitezei relative de intrare condiţia

$$\lambda_3 > \lambda_{3min}, \tag{16}$$

unde valoarea minimă a vitezei de intrare relative λ_{3min} rezultă din:

$$\frac{1}{\tau(\lambda_{3min})} = 1 + \frac{\Delta Q}{Gc_p T_3}, \tag{17}$$

De exemplu pentru $T_3 = T_4 = 2000°K$ şi $T_4 = T_3 - 300°K$, rezultă că la intrarea în canalul de conversie trebuie să avem cel puţin viteza relativă $\lambda_{3min} = 0{,}74$.

Secţiunea de ieşire a canalului de conversie se obţine din ecuaţia de continuitate

$$S_4 = S_3 \frac{q(\lambda_3)}{q(\lambda_4)} \frac{p_3^*}{p_4^*} \sqrt{\frac{T_4^*}{T_3^*}}. \tag{18}$$

De exemplu pentru condiţiile de intrare $T_3 = 2000°K$, $\lambda_3 = 1$; $S_3 = 10 \times 15$ mm; rezultă la ieşirea din canal $T_4 = 2000°K$ $\lambda_4 = 0{,}787$; $S_4 = 10 \times 17{,}4$ mm, deci o evazare de numai 2,4% ($l = 100$ mm) este suficientă pentru a menţine temperatura statică la un nivel ridicat.

5. MODUL DE ESTIMARE A PIERDERILOR DE CĂLDURĂ

Pentru camera de amestec, regiunea ajutajului şi difuzorului, pierderile de căldură prin izolaţia termică au fost estimate prin relaţia,

$$\Delta Q = \pi k_l (T_{int} - T_{ext}) \cdot l, \tag{19}$$

unde coeficientul global de transfer de căldură este

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{int} d_{int}} + \sum_1^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_{ext} d_{ext}}}. \tag{20}$$

Coeficientul de trecere a căldurii de la plasmă la peretele interior (grafit) α_{int} se consideră că este determinat numai de convecţia forţată şi rezultă dintr-o relaţie care exprimă numărul Nusselt funcţie de numerele Reynolds şi Prandtl.

Transferul de căldură prin radiaţie se neglijează, deşi în camera de amestec temperatura este de ordinul 2300°K, fiindcă grosimea plasmei este mică şi lipsesc gaze triatomice, plasma fiind formată numai din argon şi vapori de potasiu.

Coeficientul de trecere a căldurii de la peretele exterior la mediul ambiant α_{ext} se consideră că e determinat de convecţia liberă şi se obţine dintr-o ecuaţie care leagă numerele Nusselt, Grasshof şi Prandtl.

Pentru canalul de conversie, care împreună cu izolaţia termică formează o cutie paralelipipedică, pierderea de căldură este egală cu suma a patru componente corespunzătoare feţelor canalului

$$\Delta Q = (T_{int} - T_{ext}) \sum_1^4 k_j S_j, \tag{21}$$

unde coeficienţii globali k_j de transfer de căldură sînt

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{int}} + \sum_1^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{ext}} \cdot \frac{S_{int}}{S_{ext}}}. \tag{22}$$

Izolaţia termică a fost aleasă respectînd următoarele condiţii:

— reducerea întrefierului la o valoare minimă pentru a limita puterea şi gabaritul electromagnetului, deci o grosime cît mai mică a izolaţiei;

— asigurarea pe suprafaţa de contact cu polii electromagnetului a unei temperaturi de cel mult 120°C, pentru a nu micşora permeabilitatea magnetică a fierului şi menţinerea unui flux termic redus;

— asigurarea pe suprafaţa interioară a izolaţiei (peretele izolator electric al canalului) a unei temperaturi peste 800°C, pentru a evita condensarea materialului de însămînţare;

— pierderile de căldură să fie menţinute la un nivel acceptabil, inclusiv în timpul proceselor nestaţionare.

Aceste condiţii pot fi satisfăcute simultan cu o izolaţie din alumină (grosime 7 mm) răcită exterior cu apă care fierbe (grosimea stratului 3 mm) cu următoarele caracteristici: întrefier 32 mm, pierderi de căldură cuprinse între 0,320 — 0,517 kcal/s, flux termic spre polii magnetului sub 4W/cm^2.

Se menţionează că acest calcul are o precizie limitată datorită aproximării cu reprezentări unidimensionale a transferului de căldură într-un domeniu tridimensionat complicat şi a nesiguranţei în aprecierea proprietăţilor termice a materialelor.

Întrucît pierderile de căldură depind în special de configuraţia geometrică a canalului, de cîmpul temperaturii şi în mai mică măsură de debitul de fluid; rezultă şi din acest punct de vedere interesul funcţionării cu viteze mari ale plasmei în canalul de conversie, pentru a micşora scăderea temperaturii totale a plasmei în lungul canalului.

NOTAŢII

a_{cr} este viteza critică a sunetului,
c_p — căldura specifică la presiune constantă,
d — diametrul (hidraulic),
e — sarcina electronului,
g — acceleraţia gravitaţiei,
k — constanta lui Boltzmann (3),
k — coeficient global de transfer de căldură (19) — (22),
l — lungime,
p — presiune statică,
p^* — presiune totală,
w — viteza de curgere a plasmei,
B — inducţia magnetică,
G — debit,
M — numărul lui Mach,
Q — cantitate de căldură,
R — constanta gazului,
S — secţiune,
T — temperatura absolută,
T^* — temperatură absolută totală (frînată),
U — tensiunea electromotoare,
U_i — potenţial de ionizare a speciei i de atomi,
V — volumul canalului de conversie,
α — gradul de ionizare (3),
α — coeficient de trecere a căldurii (20) — (22),
δ — grosime,
x — exponentul izentropic,
λ — viteză relativă (4) — (19) (mărime adimensională),
λ — conductibilitate termică (20) — (22),

σ este conductivitate electrică,

φ — coeficient de viteză datorit pierderilor prin frecare,

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{x-1}{x+1}\lambda^2,$$

$$\pi(\lambda) = [\tau(\lambda)]^{\frac{x}{x+1}},$$

$$q(\lambda) = \left(\frac{x+1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} \cdot \lambda \cdot [\tau(\lambda)]^{\frac{1}{x-1}},$$

$$y(\lambda) = \left(\frac{x+1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} \cdot \frac{\lambda}{\tau(\lambda)}.$$

INSTALAŢIE COMPUSĂ DIN POMPĂ ELECTROMAGNETICĂ ŞI GENERATOR MAGNETOHIDRODINAMIC

DE

A. NICOLAIDE, A. GOGIOIU şi M. ŢAŢA

621.311:532.5:538.3

În cadrul lucrării se face un studiu asupra pompei electromagnetice plane de inducţie şi a generatorului magnetohidrodinamic liniar de curent continuu. Se indică rezultatele obţinute pe instalaţia realizată în cadrul Catedrei de Electrotehnică de la Institutul politehnic din Braşov.

S-au stabilit rezultate interesante pentru proiectarea şi utilizarea pompelor electromagnetice : a) s-a arătat cantitativ efectul bobinelor de compensare asupra curbei inducţiei magnetice în întrefierul pompei : b) s-a arătat efectul de ecranare al canalului cu pereţi conductori ; c) s-a stabilit că pompa electromagnetică reprezintă un receptor foarte nesimetric chiar în cazul în care bobinele de compensare sînt conectate, fapt deosebit de important care nu a fost însă luat în considerare în lucrările cunoscute.

Pompele electromagnetice sînt destinate transportului metalelor lichide, iar principiul lor de funcţionare se bazează pe interacţiunea dintre un cîmp magnetic şi curenţii din metalul lichid. Aceste pompe se utilizează în industria metalurgică şi chimică pentru transportul, dozarea, amestecarea metalelor lichide şi în producţia de piese turnate, deci fac obiectul unor aplicaţii industriale actuale importante. De asemenea aceste pompe se utilizează pentru transportul sodiului topit, sau aliajului topit sodiu-potasiu, care sînt fluidele purtătoare de căldură în multe reactoare nucleare suprageneratoare. Principalele centre nucleare de experimentare din lume sînt echipate cu pompe electromagnetice montate pe circuitele cu sodiu sau sodiu-potasiu.

Generatoarele magnetohidrodinamice sînt destinate producerii de energie electrică, iar principiul lor de funcţionare se bazează pe fenomenul inducţiei electromagnetice şi anume conductorul mobil care se deplasează într-un cîmp magnetic este un fluid (gaz sau lichid) bun conductor de electricitate. Metoda magnetohidrodinamică reprezintă o soluţie nouă de pro-

ducere a energiei electrice care permite în perspectivă realizarea unor centrale mari (de peste 500 MW) cu randamente ridicate (peste 55%).

În lucrarea de faţă se studiază o pompă electromagnetică de inducţie plană de curent alternativ şi un generator M.H.D. de curent continuu. Unul din scopurile urmărite este precizarea unor aspecte importante în teoria şi funcţionarea pompelor electromagnetice care nu au fost examinate în literatură şi care sînt necesare în realizarea unor pompe de acest tip, pentru aplicaţii industriale. În adevăr în lucrările cunoscute [1] — — [3] nu se studiază efectul pereţilor canalului dacă sînt executaţi din material conductor (ceea ce este cazul la multe construcţii) asupra caracteristicilor pompei. Influenţa acestor pereţi conductori fiind totuşi mare se recomandă să se introducă în formule anumiţi factori de corecţie dar pentru aceştia se indică însă limite foarte largi şi nu se precizează care valoare trebuie adoptată. În cele ce urmează se va preciza acest aspect.

În lucrarea de faţă se vor indica de asemenea rezultatele obţinute pînă în prezent pe instalaţia realizată în cadrul Catedrei de Electrotehnică de la Institutul politehnic din Braşov.

În lucrările cunoscute nu se studiază curba cîmpului în întrefierul pompei electromagnetice şi nici nesimetria circuitului electric polifazat al pompei; în cazul cînd există respectiv cînd nu există bobine de compensare. Aceste aspecte deosebit de importante vor fi analizate în continuare.

1. FUNCŢIONAREA POMPEI ELECTROMAGNETICE PLANE

Schema de principiu a pompei electromagnetice plane este reprezentată în figura 1. Pe fiecare din două feţe opuse ale canalului este dispusă cîte o înfăşurare trifazată (în general polifazată) care are rolul înfăşurării inductoare. Aceste două înfăşurări pot fi legate în serie în paralel (fiecare fază) sau se poate conecta numai una şi se execută în mod similar cu înfăşurările maşinilor trifazate de curent alternativ. Înfăşurarea inductoare, produce un cîmp magnetic mobil cu viteza v_0 în lungul canalului, care induce curenţi în fluidul conductor din canal. Prin interacţiunea dintre cîmpul magnetic mobil şi curenţii electrici de conducţie induşi în fluidul conductor, se produc forţe care pun fluidul în mişcare.

Construcţia descrisă este de fapt o maşină asincronă, la care statorul este desfăşurat, iar rotorul, deci înfăşurarea secundară (înfăşurarea indusului) de asemenea. Înfăşurarea secundară este reprezentată de către fluidul conductor. De asemenea ca la orice maşină asincronă, cîmpul magnetic mobil al indusului se deplasează cu aceeaşi viteză ca şi cîmpul magnetic mobil al inductorului. Viteza fluidului din canal în raport cu inductorul este v, iar alunecarea fluidului faţă de cîmpul magnetic mobil este $s = \frac{v_0 - v}{v_0}$.

Viteza cîmpului magnetic mobil, adică viteza de sincronism este $v_0 = \frac{\omega\tau}{\pi} = 2f\tau$, iar s reprezintă alunecarea.

Tensiunile electromotoare induse în fluid de cîmpul magnetic mobil stabilesc în fluid curenţi a căror distribuţie aproximativă este indicată

în figura 2. Din figura 2 se vede că lăţimea finită a canalului produce un efect de capăt transversal, care constă în aceea că datorită dimensiunii transversale finite a canalului curenţii transversali se închid pe la margine după direcţia longitudinală. Curenţii electrici a căror direcţie este paralelă cu deplasarea fluidului nu acţionează asupra variaţiei de presiune utilă, dar măresc pierderile prin efect Joule-Lenz, de aceea este recomandabil ca raportul $2b/\tau$, unde $2b$ este lăţimea canalului iar τ pasul polar, să fie cît mai mare.

Considerînd maşina descrisă, ca un transformator cu trei înfăşurări sau ca o maşină asincronă cu două secundare şi anume fluidul din canal şi pereţii conductori ai canalului, se obţine schema echivalentă din figura 3.

Parametrii corespunzători fluidului din canal se pot obţine utilizînd ipoteze simplificatoare asemănătoare celor admise în lucrarea [4] la studiul generatorului M.H.D. asincron.

Din expresia puterii electromagnetice transmise fluidului din canal şi pereţilor canalului în cazul cînd aceştia sînt conductori, se deduce expresia impedanţei de dispersie corespunzătoare fluidului din canal $\dot{Z}_e$ şi a impedanţei de dispersie a pereţilor canalului $\dot{Z}_{ew}$:

$$\dot{Z}_e = j\,\omega\,\frac{\mu_0\,\mu_r}{\operatorname{th}\,\beta a}\cdot\frac{2\,La}{l_v}\,m\,(wk_w)^2; \qquad j=\sqrt{-1},$$

$$\dot{Z}_{ew} = j\,\omega\,\frac{\mu_0\,\mu_r}{\operatorname{th}\,\beta_1 a_0}\cdot\frac{2\,La}{l_v}\,m\,(wk_w)^2,$$

unde:

$$\beta^2=\left[\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2+j\,\sigma\,\mu\,sv_0k\right]; \qquad \beta_1^2=\left[\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2+j\,\sigma_1\,\mu_1\,v_0\,k\right];$$

$s=\dfrac{v_0-v}{v_0}$; $k=\dfrac{\pi}{\tau}$; $L=2b$; $l_v=2p\,\tau$; a_0 — grosimea peretelui canalului; mărimile prevăzute cu indicele *1* se referă la pereţii canalului. Ceilalţi parametrii ai schemei pot fi calculaţi cu formulele cunoscute în literatură. Se poate arăta că valoarea medie a presiunii statice se obţine din expresia puterii interioare pentru v = const. conform relaţiei

$$\Delta p = \frac{1}{v_0\,2a\,2b}\,m\,I_e^2\,\operatorname{Re}\dot{Z}_e(s),$$

unde $\dot{Z}_e(s)$ este impedanţa din figura 3.

Mai exact variaţia de presiune este $\dfrac{\Delta p}{k_{pr}}$, unde k_{pr} este un coeficient empiric prin care se ia în considerare scăderea de presiune ca urmare a efectului de margine longitudinal datorit circuitului magnetic deschis.

2. DESCRIEREA BUCLEI DE ÎNCERCARE

2.1. Instalaţia

În figura 4 este reprezentată bucla realizată prin înserierea canalelor pompei electromagnetice şi generatorului magnetohidrodinamic. Conductele care fac legătura între canalele pompei şi generatorului, sînt rea-

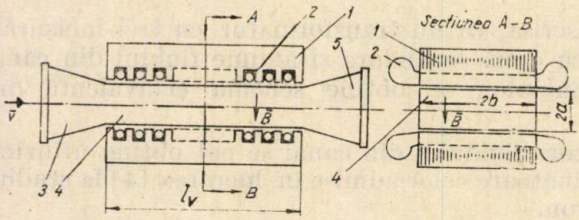
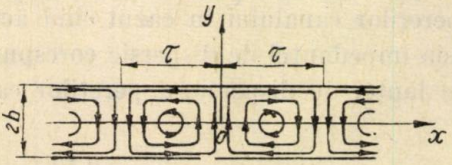


Fig. 1. — Schema pompei electromagnetice plane: *1* — miezul inductorului; *2* — înfăşurarea inductoare; *3* — confuzor; *4* — canalul M.H.D.; *5* — difuzor.

Fig. 2. — Liniile curentului electric indus în fluidul conductor din canalul pompei electromagnetice.



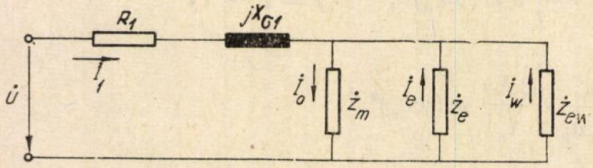


Fig. 3. — Schema echivalentă a pompei electromagnetice de inducţie polifazate.

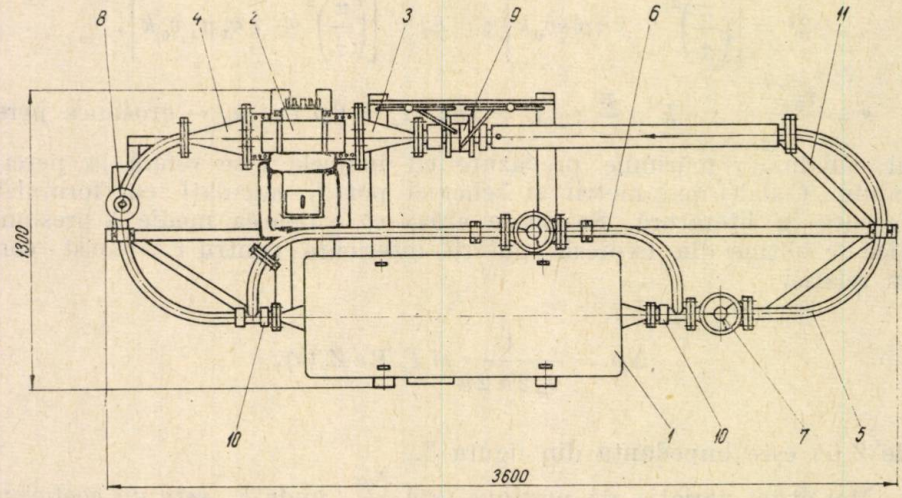


Fig. 4. — Vedere de sus a instalaţiei: *1* — pompă electromagnetică plană; *2* — generator M.H.D. de curent continuu; *3* — confuzor; *4* — difuzor; *5* — conductă principală; *6* — conductă de ocolire; *7* — robinet de reglare a debitului; *8* — rezervor de umplere; *9* — dispozitivul de măsurare; *10* — manometre; *11* — suport metalic.

lizate din ţeavă de oţel. Pentru reglarea debitului de mercur în buclă, au fost prevăzute două robinete cu ventil drept şi tije ghidată Dn 40 din oţel inoxidabil.

În figura 5 este dată schema circuitului hidraulic al instalaţiei.

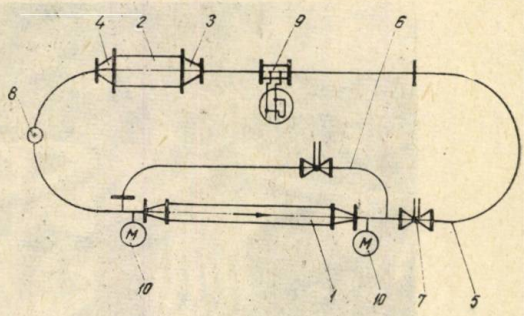


Fig. 5. — Schema instalaţiei: *1* — canalul pompei electromagnetice plane; *2* — canalul generatorului M.H.D. de curent continuu; *3* — confuzor; *4* — difuzor; *5* — conductă principală; *6* — conductă de ocolire; *7* — robinet de reglare a debitului; *8* — rezervor de umplere; *9* — dispozitiv de măsurare; *10* — manometre.

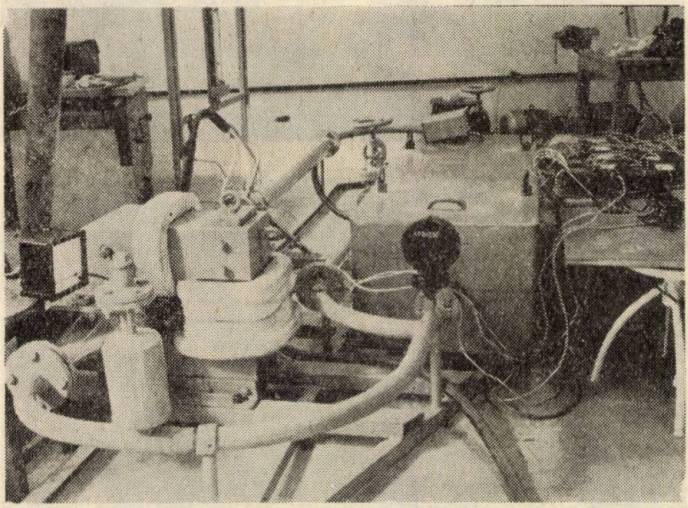


Fig. 6. — Fotografie a ansamblului instalaţiei.

Debitul de fluid în buclă se măsoară cu o instalaţie de măsurare cu diafragmă care foloseşte ca aparat indicator un tub U.

În figura 6 se poate vedea ansamblul instalaţiei.

2.2. Pompa electromagnetică plană de inducţie

Parametrii pentru care a fost construită pompa sînt : debitul 11,1 m^3/h; presiunea 2,94 bar; tensiunea 380 V; frecvenţa 50 Hz; numărul de faze $m = 3$.

Datele constructive principale sînt următoarele: $2p = 6$ numărul de poli; $\tau = 18$ cm pasul polar; $Z = 36$ numărul total de crestături al unei armături a inductorului; $2b = 12$ cm lăţimea canalului; $2a = 0{,}8$ cm

grosimea canalului; $\delta = 1{,}3$ cm întrefierul total distanţa dintre armăturile statorice; $l = 108$ cm lungimea inductorului.

În figura 7 se poate vedea pompa electromagnetică plană de inducţie. Această pompă este compusă din două subansamble; primul subansamblu

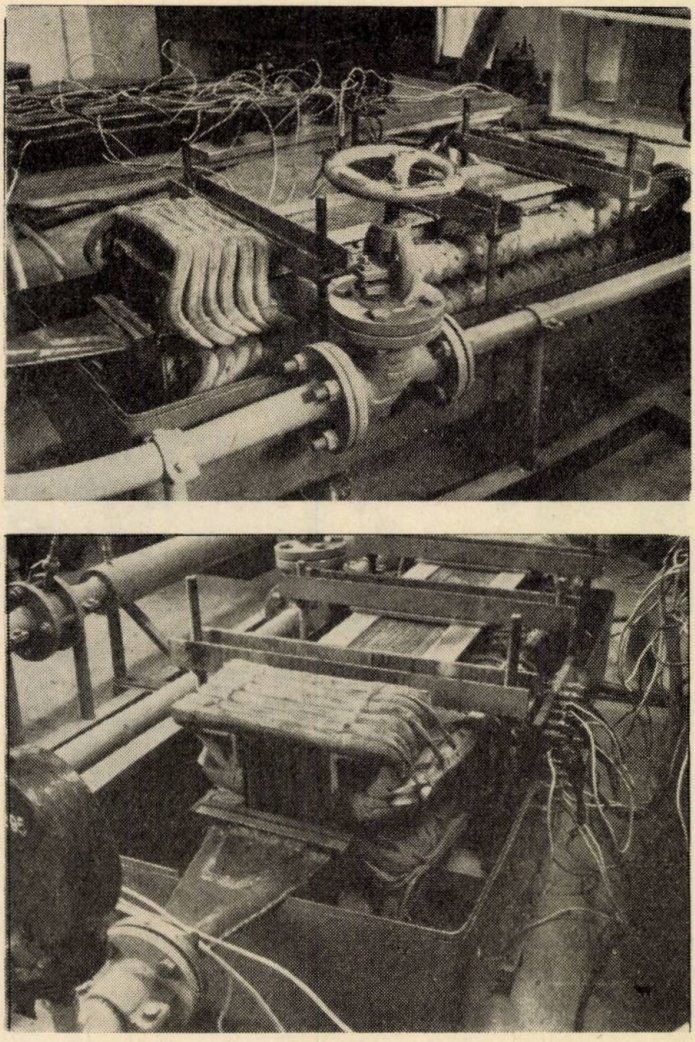


Fig. 7. — Fotografii din două poziţii ale pompei electromagnetice plane de inducţie cu capacul carcasei ridicat.

este un inductor cu două armături, pe care sînt dispuse înfăşurări trifazate identice avînd schema reprezentată în figura 8. Între armături este aşezat al doilea subansamblu, un canal liniar, de secţiune rectangulară, prevăzut la extremităţi cu flanşe dreptunghiulare. Canalul şi flanşele de racordare sînt realizate din oţel refractar cu un conţinut ridicat de crom care face materialul nemagnetic.

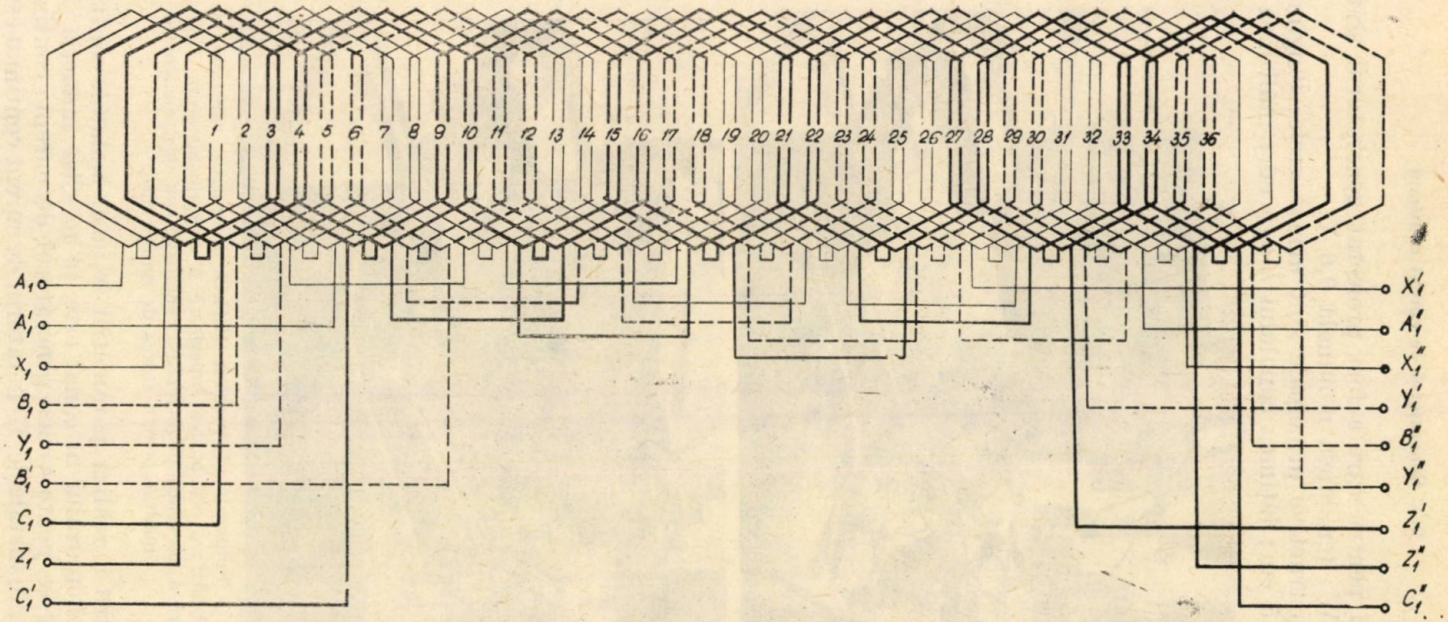


Fig. 8. — Schema înfăşurării unei armături a inductorului. Armăturile superioară şi inferioară ale inductorului au fiecare cîte o înfăşurare de acest tip. Bornele din stînga, notate cu litere fără semnul prim, aparţin bobinelor de compensare. Bornele din dreapta, notate cu litere cu semnul secund aparţin de asemenea bobinelor de compensare. Pentru a introduce în circuit bobinele de compensare trebuie înseriate cu restul înfăşurării. De exemplu la prima fază se leagă între ele bornele X_1A_1' respectiv $X_1'A_1''$ iar capetele fazei sînt A_1 şi X_1''. Analog pentru celelalte faze.

2.3. Generatorul de curent continuu

Parametrii pentru care a fost proiectat generatorul sînt: puterea nominală 0,5 kW; tensiunea nominală 0,6 V.

Datele constructive principale sînt următoarele: lungimea activă a canalului $l=19{,}5$ cm; lăţimea canalului $h=15$ cm; înălţimea canalului

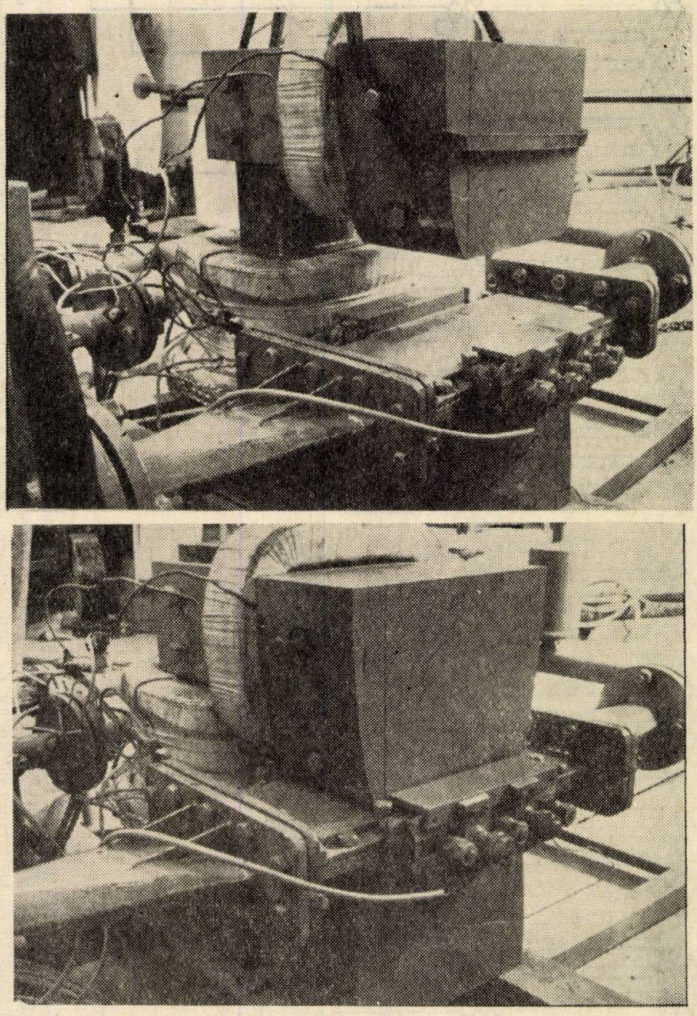


Fig. 9. — Fotografii ale maşinii M.H.D. de curent continuu în două situaţii: a) cu partea superioară a electromagnetului ridicată spre a se vedea în întregime canalul; b) cu electromagnetul montat pentru starea de funcţionare.

$a=0{,}8$ cm. Pentru a realiza parametrii impuşi, la datele constructive de mai sus viteza mercurului în canal este 10 m/s iar inducţia $B=0{,}6$ T.

În figura 9 se poate vedea generatorul de curent continuu liniar care face parte din instalaţie. Generatorul de curent continuu este compus

din două subansamble: un subansamblu este canalul iar al doilea subansamblu este electromagnetul de excitaţie. Subansamblul canal se compune din : canalul propriu-zis, electrozii, conductoarele de compensare, pîlniile (confuzor, difuzor) de racordare la conductele instalaţiei.

Canalul este realizat din două plăci de oţel inoxidabil, izolate pe feţele interioare, solidarizate cu şuruburi nemagnetice de asemenea din oţel inoxidabil. Electrozii sînt realizaţi din oţel inoxidabil şi sînt montaţi astfel încît să fie izolaţi de canal şi de celelalte piese metalice înconjurătoare.

Toate îmbinările etanşe sînt realizate cu garnituri de cauciuc tare, lipit pe metal, care asigură de asemenea o izolaţie electrică satisfăcătoare.

Conductoarele de compensare sînt executate din oţel obişnuit magnetic izolat cu o peliculă de răşină epoxidică.

Electromagnetul de excitaţie este compus din două piese de oţel. În interiorul canalului generatorului se poate realiza o inducţie pînă la valori de 0,55—0,6 T fără a fi nevoie de o răcire specială a bobinei electromagnetului.

3. MĂSURĂTORI EFECTUATE ASUPRA POMPEI ELECTROMAGNETICE

3.1. Determinarea inducţiei în întrefierul maşinii

În acest scop s-a folosit o bobină sondă dreptunghiulară cu suprafaţa $S = 0{,}11 . 0{,}018 = 19{,}8 . 10^{-4}$ m^2, cu $w = 10$ spire. S-a determinat amplitudinea inducţiei magnetice pentru fiecare dinte al maşinii cu formula $B_M = \frac{U_e}{4{,}44 f w S}$ unde U_e este tensiunea măsurată la bornele bobinei de probă. Astfel s-a obţinut pentru inducţia reprezentată în funcţie de distanţa măsurată de la începutul canalului o curbă în trepte. Fiecare treaptă a acestei curbe reprezintă valoarea medie în spaţiu pe un dinte a amplitudinii inducţiei magnetice.

În figura 10 sînt reprezentate curbele în trepte ale amplitudinii inducţiei magnetice în cazul înfăşurării conectate în stea, cu bobinele de compensare de la capete deconectate respectiv conectate, iar canalul scos din întrefier. În figura 11 sînt reprezentate curbele în trepte ale amplitudinii inducţiei magnetice în cazul înfăşurării conectate în stea, cu bobinele de compensare deconectate respectiv conectate, iar canalul introdus în întrefier. În figura 12 sînt reprezentate curbele în trepte ale amplitudinii inducţiei magnetice în cazul înfăşurării conectate în triunghi, cu bobinele de compensare conectate, iar canalul scos respectiv introdus în întrefier. Compararea curbelor a şi b din figurile 10 şi 11 arată că în lipsa bobinelor de compensare amplitudinea inducţiei magnetice este simţitor modulată, creşte în zona de la mijlocul canalului deoarece peste cîmpul mobil se suprapune în acest caz un cîmp alternativ şi scade mult la capete, ca urmare puterea utilă a pompei este micşorată simţitor, deci canalul nu este bine utilizat. De asemenea compararea curbelor din figura 12 *a* şi 12 *b* arată că efectul de ecranare al canalului reduce inducţia magnetică în întrefier dar într-o măsură relativ mică.

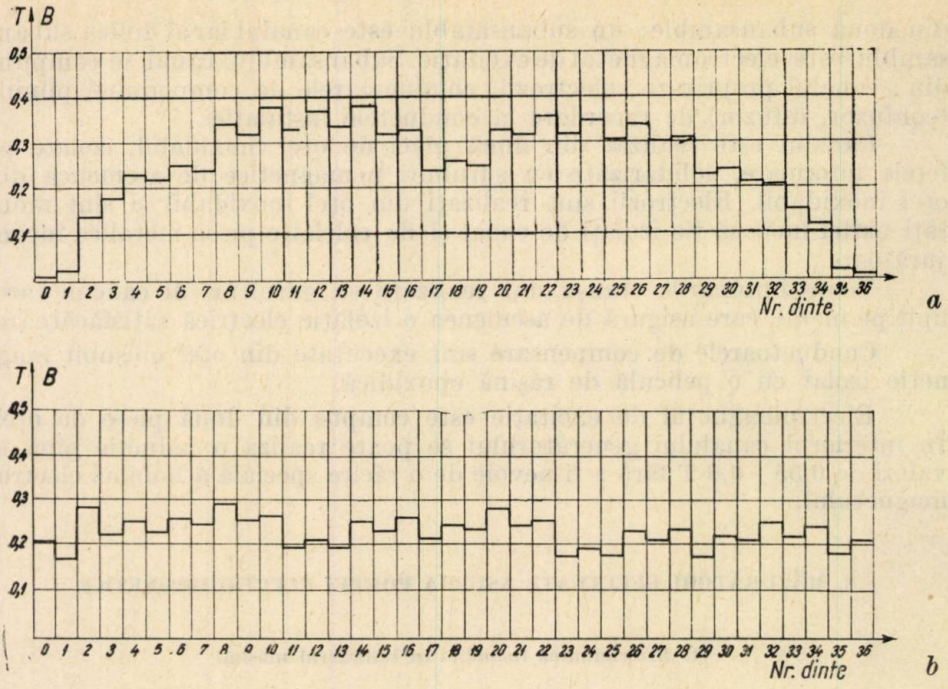


Fig. 10. — Curbele în trepte ale amplitudinii componentei normale a inducției magnetice în lungul canalului în cazul conexiunii stea : *a*) bobinele de compensare deconectate iar canalul scos din întrefier ; *b*) bobinele de compensare conectate, iar canalul scos din întrefier.

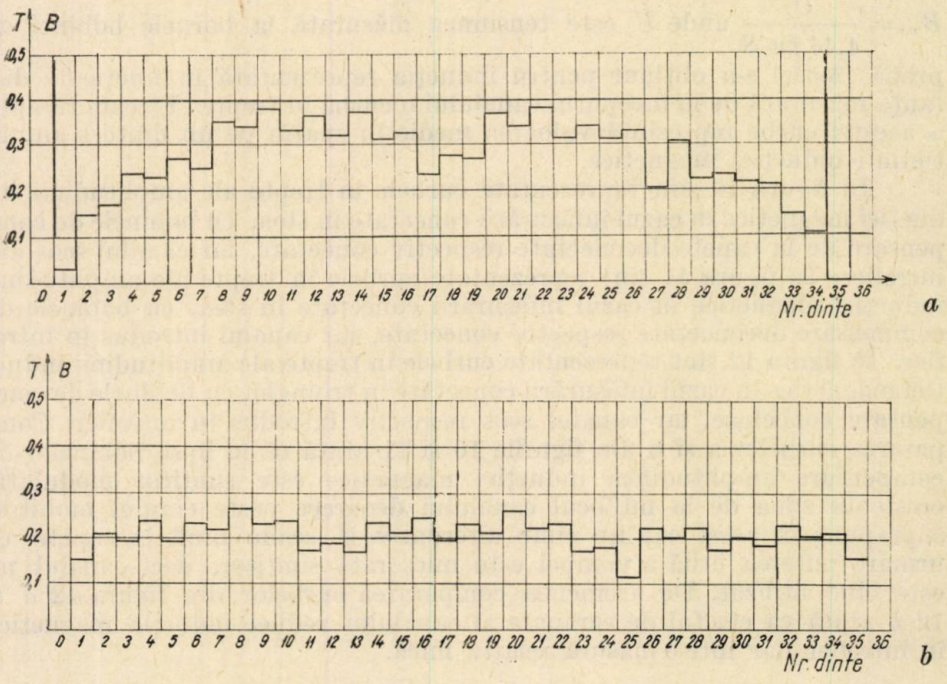


Fig. 11. — Curbele în trepte ale amplitudinii componentei normale a inducției magnetice în lungul canalului în cazul conexiunii stea : *a*) bobinele de compensare deconectate iar canalul introdus în întrefier ; *b*) bobinele de compensare conectate, iar canalul introdus în întrefier.

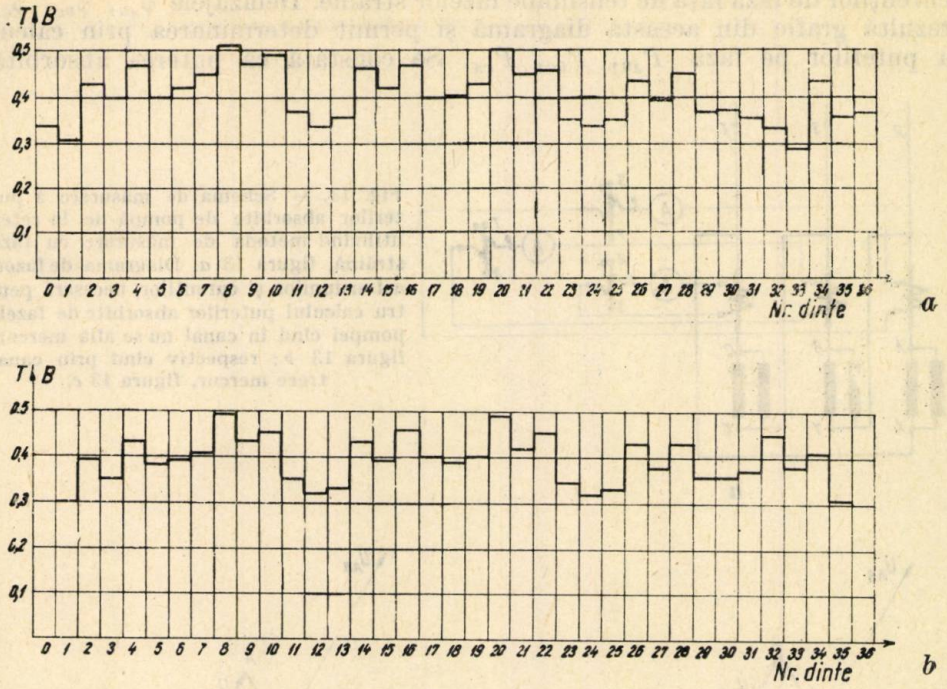


Fig. 12. — Curbele în trepte ale amplitudinii componentei normale a inducţiei magnetice în lungul canalului în cazul conexiunii triunghi iar bobinele de compensare conectate: *a*) canalul scos din întrefier; *b*) canalul introdus în întrefier.

3.2. Determinarea curenţilor şi puterilor pe fazele maşinii

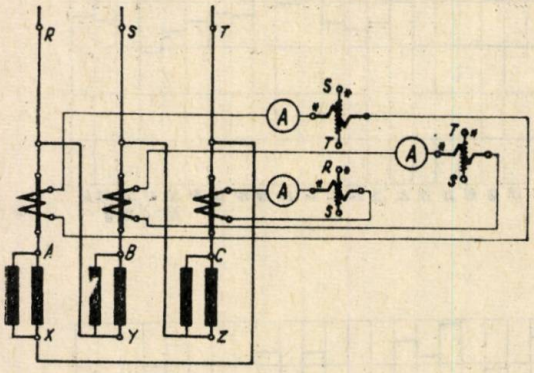
Se vor prezenta cîteva din măsurătorile efectuate cu inductorul conectat în triunghi. Schema utilizată este reprezentată în figura 13 *a*. Datorită valorii mari a defazajului dintre tensiunile şi curenţii pe fază, la măsurarea puterii, s-a folosit metoda de măsurare cu fază străină. Datele măsurate şi deduse din acestea prin calcul sînt trecute în tabela 1 pentru două cazuri.

Tabela 1

Nr. crt.	Starea canalului	Curentul absorbit pe fază, *A*			Tensiunea pe fază, *V*			Puterea absorbită pe fază, *W*			Puterea total, W
		I_{AB}	I_{BC}	I_{CA}	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	P_{AB}	P_{BC}	P_{CA}	
1	Fără fluid	44,6	51,5	44,6	370	372	368	−116	4310	6820	11014
2	Cu fluid	44,5	51,5	46,2	368	374	370	101	5960	9550	15611

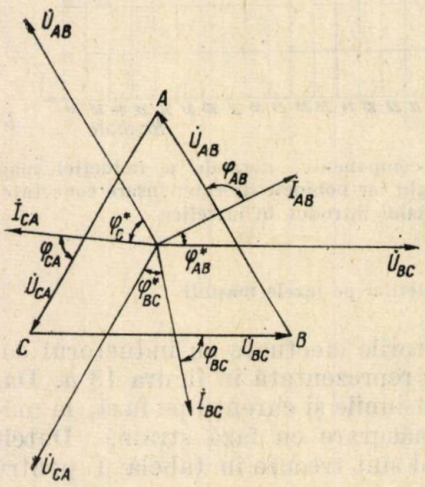
a. *Cazul fără fluid în canal.* Mărimile măsurate pentru acest caz sînt date în tabela 1 linia *1*. În figura 13 *b* s-a reprezentat diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor. S-a notat cu $\varphi_{AB}^{\cdot}$, $\varphi_{BC}^{\cdot}$, $\varphi_{CA}^{\cdot}$ defazajele

curenţilor de fază faţă de tensiunile fazelor străine. Defazajele φ_{AB}, φ_{BC}, φ_{CA} rezultă grafic din această diagramă şi permit determinarea prin calcul a puterilor pe fază P_{AB}, P_{BC}, P_{CA}. Se constată că puterea absorbită

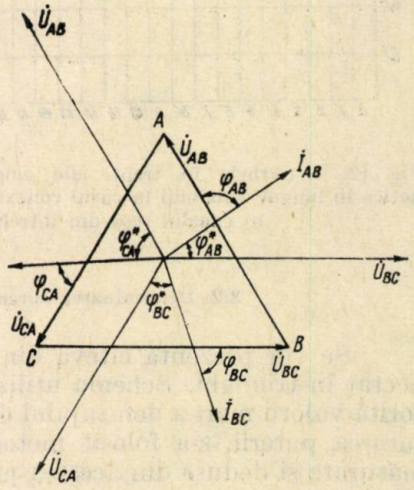


a

Fig. 13. — Schema de măsurare a puterilor absorbite de pompă de la reţea utilizînd metoda de măsurare cu fază străină, figura 13 *a*. Diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor, necesară pentru calculul puterilor absorbite de fazele pompei cînd în canal nu se află mercur, figura 13 *b*; respectiv cînd prin canal trece mercur, figura 13 *c*.



b



c

diferă mult de la o fază la alta şi este posibil ca două faze să absoarbă putere iar a treia fază să debiteze putere. Aceasta se datoreşte circuitului magnetic deschis, care face ca inductanţele mutuale între faze să nu fie egale între ele.

b. *Cazul cu fluid în canal.* Datele pentru acest caz sînt trecute în tabela 1 linia 2 şi se referă la funcţionarea în sarcină pentru $Q = 4{,}64$ m³/h şi $H = 2{,}5$ bar. În figura 13 *c* se dă diagrama de fazori a tensiunilor şi curenţilor. Se constată că toate fazele sînt receptoare şi că deşi nu mai apare o fază generatoare şi două faze receptoare, ca în primul caz, totuşi puterile absorbite diferă foarte mult de la o fază la alta din motivul amintit anterior. Rezultă că această maşină, chiar în cazul cînd există bobine de compensare conectate, reprezintă un receptor foarte dezechilibrat.

3.3. Determinarea curbei diferenței de presiune în funcție de debit

Curba din figura 14 s-a obținut modificînd debitul pompei cu ajutorul robinetului din conducta principală.

Generatorul MHD se studiază în prezent.

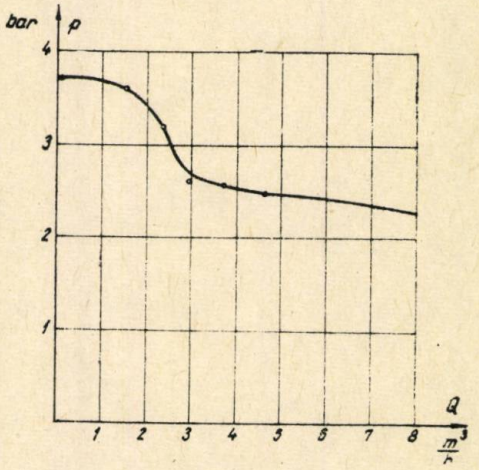


Fig. 14. — Caracteristica diferență de presiune în funcție de debit a pompei electro magnetice.

CONCLUZII

În lucrare s-au stabilit rezultate interesante pentru calculul și utilizarea practică a pompelor electromagnetice de inducție plane; a) s-au stabilit relații de calcul în care se ține seama de efectul de ecranare al pereților conductori ai canalului; b) s-a arătat că efectul favorabil al bobinelor de compensare asupra curbei inducției magnetice în întrefierul pompei este deosebit de important; c) s-a stabilit că circuitul polifazat al pompei electromagnetice reprezintă un circuit pronunțat nesimetric, chiar în cazul în care bobinele de compensare sînt conectate, fapt care deși deosebit de important nu a fost luat în considerare în nici una din lucrările cunoscute.

În încheiere autorii țin să-și exprime toate mulțumirile inginerilor Dumitru Molitor și Dan Cămărăscu de la Uzina de Autocamioane din Brașov pentru concursul prețios dat în proiectarea și realizarea instalației.

BIBLIOGRAFIE

1. I. A. Tiutin, *Elektromagnitnîe nassosî dlia jidkih metallov*, Riga, 1959.
2. L. A. Verte, *Elektromagnitnîi transport jidkovo metalla*, Izdatelstvo Metallurgiia, Moskva, 1965.
3. H. Timmel, *Der Wanderfeld — Linearmotor eine bemerkenswerte Sonderform des Induktionsmotors*, In: Elektrie, **22**, *10*, 398—402 (1968).
4. A. Nicolaide, *Producerea energiei electrice pe cale magnetohidrodinamică*, Editura tehnică, 1968.

HIPERSTABILITATEA BLOCURILOR DISCRETE, LINIARE, AUTONOME, ANTICIPATIVE

DE

Ş. GHEŢARU

621.5.15

Prin extinderea noţiunii de hiperstabilitate la blocurile anticipative sînt deschise posibilităţi de obţinere a unor criterii de stabilitate absolută mai largi.

Introducere. Teoria hiperstabilităţii sistemelor automate studiază, în general, proprietăţi ale unor blocuri neanticipative. Mărimile lor de stare şi de ieşire sînt independente, la un moment dat, de evoluţia ulterioară a mărimilor de comandă. Cu toate acestea, o parte din rezultatele obţinute în aceste condiţii pot fi utilizate în studiul unor blocuri anticipative. Pe această cale se pot obţine criterii mai largi de stabilitate absolută a unor sisteme formate prin conectarea în reacţie negativă a unor blocuri neanticipative.

Fie B blocul discret descris, pentru orice k întreg, de relaţia

$$\nu(k) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \varkappa(k-j) \cdot \mu(j), \tag{1}$$

unde $\mu(k)$, $\varkappa(k)$, $\nu(k)$ sînt termeni, cu valori reale sau complexe, ai unor şiruri definite pentru toţi k întregi. Şirul va fi notat cu termenul său general. Se presupune că nucleul $\varkappa(k)$ are următoarele proprietăţi :

$$\operatorname{Im} \varkappa(0) = 0, \tag{2}$$

$$\operatorname{Re} \varkappa(0) \neq 0, \tag{3}$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\varkappa(k)| \leqslant \alpha_1, \tag{4}$$

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 871–877, 1969

unde α_1 este o constantă pozitivă. Vom nota, în cele ce urmează, constantele pozitive cu α_j.

Relația (1) determină univoc mărimea de ieșire $\nu(k)$ pentru orice comandă cu proprietatea

$$|\mu(k)| < \alpha_2 \text{ pentru toți } k. \tag{5}$$

Se spune că blocul B este definit de șirul $\varkappa(k)$.

Blocului B definit de șirul $\varkappa(k)$ i se asociază funcția de transfer

$$\gamma(\sigma) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varkappa(k).\sigma^{-k}. \tag{6}$$

Propoziția 1. Fiind dat blocul B definit de șirul $\varkappa(k)$ cu proprietatea (4), oricare ar fi comanda mărginită $\mu(k)$ pentru care este verificată inegalitatea

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\mu(k)|^2 \leqslant \alpha_3, \tag{7}$$

este îndeplinită și inegalitatea

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\nu(k)|^2 \leqslant \alpha_4, \tag{8}$$

unde $\alpha_4 = \alpha_1^2 \alpha_3$.

Pentru demonstrația acestei propoziții vom folosi inegalitatea

$$\left| \sum_j (a_j . b_j) \right|^2 \leqslant \sum_j (|a_j|^2 . |b_j|) \cdot \sum_j |b_j|, \tag{9}$$

unde a_j și b_j sînt numere reale sau complexe. Valabilitatea acestei inegalități este demonstrată în anexă.

Pentru $a_j = \mu(j)$ și $b_j = \varkappa(k-j)$, (9) devine

$$|\nu(k)|^2 = \left| \sum_j (\varkappa(k-j) \cdot \mu(j)) \right|^2 \leqslant \sum_j (|\mu(j)|^2 . |\varkappa(k-j)|) . \sum_j |\varkappa(k-j)| \leqslant$$

$$\leqslant \alpha_1 \cdot \sum_j (|\mu(j)|^2 \cdot |\varkappa(k-j)|).$$

De aici rezultă

$$\sum_k |\nu(k)|^2 \cdot \leqslant \alpha_1 \cdot \sum_k \left(\sum_j (|\mu(j)|^2 \cdot |\varkappa(k-j)|) \right)$$

şi, prin schimbarea ordinei de însumare,

$$\sum_k |\nu(k)|^2 \leqslant \alpha_1 \cdot \sum_j (|\mu(j)|^2 \cdot \sum_k |\varkappa(k - \ )|) \leqslant \alpha_1 \cdot \sum_j (|\mu(j)|^2 \cdot \alpha_1) \leqslant$$

$$\leqslant \alpha_1^2 \cdot \sum_j |\mu(j)|^2 \leqslant .$$

Cu aceasta propoziţia este demonstrată.

Definiţia 1. Blocul B definit de şirul $\varkappa(k)$ cu proprietăţile (2) — (4) se numeşte „hiperstabil în sens larg" dacă, pentru orice $k_0 \leqslant k_1$, inegalitatea

$$\tilde{\eta}(k_0, k_1) = \mathrm{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu^*(k) \cdot \tilde{\nu}(k) \geqslant 0, \tag{10}$$

unde

$$\tilde{\nu}(k) = \sum_{k=k_0}^{k_1} \varkappa(k - j) \cdot \mu(j),$$

este îndeplinită pentru orice comandă $\mu(k)$ mărginită în intervalul $[k_0, k_1]$.

Înainte de a trece la formularea condiţiilor necesare şi suficiente de hiperstabilitate în sensul definiţiei 1 a blocului B, $\tilde{\eta}(k_0, k_1)$ va fi adusă la o formă mai convenabilă.

$$2 \cdot \tilde{\eta}(k_0, k_1) = \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu^*(k) \cdot \tilde{\nu}(k) + \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu(k) \cdot \tilde{\nu}^*(k) =$$

$$= \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu^*(k) \cdot \sum_{j=k_0}^{k_1} \varkappa(k - j) \cdot \mu(j) + \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu(k) \cdot \sum_{j=k_0}^{k_1} \varkappa^*(k - j) \cdot \mu^*(j) =$$

$$= \sum_{k=k_0}^{k_1} \sum_{j=k_0}^{k_1} \mu^*(k) \cdot \varkappa(k - j) \cdot \mu(j) + \sum_{j=k_0}^{k_1} \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu(j) \cdot \varkappa^*(j - k) \cdot \mu^*(k) =$$

$$= \sum_{k=k_0}^{k_1} \sum_{j=k_0}^{k_1} (\mu^*(k) \cdot \varkappa(k - j) + \varkappa^*(j - k) \cdot \mu(j)) =$$

$$= \sum_{k=k_0}^{k_1} \sum_{j=k_0}^{k_1} \mu^*(k) \cdot \varkappa_s(k - j) \cdot \mu(j), \tag{11}$$

unde

$$\varkappa_s(k) = \varkappa(k) + \varkappa^*(-k). \tag{12}$$

Propoziția 2. Verificarea inegalității

$$\operatorname{Re}\gamma(z) \geqslant 0 \text{ pentru } |z| = 1, \tag{13}$$

este o condiție necesară și suficientă de hiperstabilitate în sensul definiției 1 a blocului B definit de șirul $\varkappa(k)$ cu proprietățile (2) — (4).

Condiția este necesară. În adevăr, pentru orice k, termenii șirului $\varkappa_s(k)$ verifică relația $\varkappa_s(k) = \varkappa_s^*(-k)$, după cum rezultă din (12). În aceste condiții, ținînd seama de relația (11), se verifică (folosind teorema 3, [1]) că hiperstabilitatea în sens larg a blocului B asigură îndeplinirea inegalității

$$\frac{1}{2}\varkappa_s(0) + \operatorname{Re}\sum_{k=1}^{\infty}\varkappa_s(k).\sigma^{-k} \geqslant 0 \text{ pentru } |\sigma| > 1.$$

Cu notațiile

$$\gamma_+(\sigma) = \sum_{k=1}^{\infty}\varkappa(k).\sigma^{-k},$$

$$\gamma_-(\sigma) = \sum_{k=0}^{\infty}\varkappa^*(-k).\sigma^{-k},$$

inegalitatea precedentă poate fi scrisă

$$\operatorname{Re}(\gamma_+(\sigma) + \gamma_-(\sigma)) \geqslant 0 \text{ pentru } |\sigma| > 1.$$

Datorită faptului că seria $\gamma_+(\sigma) + \gamma_-(\sigma)$ este convergentă în domeniul $|\sigma| > 1$ și în toate punctele de pe frontiera acestuia ($|z| = 1$),

$$\gamma_+(z) + \gamma_-(z) = \lim_{\sigma \to z}(\gamma_+(\sigma) + \gamma_-(\sigma)),$$

pentru $\sigma \to z$ pe orice drum interior domeniului de convergență și care nu este tangent la frontiera acestuia în punctul z.

Rezultă imediat

$$\operatorname{Re}\gamma(z) = \operatorname{Re}(\gamma_+(z) + \gamma_-^*(z)) = \operatorname{Re}(\gamma_+(z) + \gamma_-(z)) \geqslant 0$$

pentru $|z| = 1$, dacă blocul B este hiperstabil în sens larg.

Condiția este suficientă. Datorită condiției (4), este aplicabilă formula de inversiune a transformatei $-Z$, cu ajutorul căreia se obține

$$\varkappa(k) + \varkappa^*(-k) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(\gamma(e^{i\theta}) + \gamma^*(e^{i\theta})).e^{ik\theta}.d\theta.$$

Introducînd această expresie în relația (11), rezultă

$$\tilde{\eta}(k_0, k_1) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=k_0}^{k_1} \sum_{j=k_0}^{k_1} (\mu^*(k) . \int_{-\pi}^{\pi} (\mathrm{Re}\, \gamma(e^{i\theta}) . e^{i(k-j)\theta} . d\theta . \mu(j)) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{Re}\, \gamma(e^{i\theta}) \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu^*(k) . e^{ik\theta} \sum_{j=k_0}^{k_1} \mu(j) . e^{-ij\theta} . d\theta =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{Re}\, \gamma(e^{i\theta}) \cdot \left| \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu(k) . e^{-ik\theta} \right|^2 . d\theta,$$

care nu poate fi strict negativă, dacă inegalitatea (13) este îndeplinită. oricare ar fi comanda $\mu(k)$.

Propoziția 3. Dacă funcția de transfer asociată blocului B definit de șirul $\varkappa(k)$ cu proprietățile (2) — (4) verifică inegalitatea

$$\mathrm{Re}\, \gamma(z) \geqslant \varepsilon > 0 \text{ pentru } |z| = 1, \tag{14}$$

inegalitatea

$$\tilde{\eta}(k_0, k_1) \geqslant \varepsilon \sum_{k=k_0}^{k_1} |\mu(k)|^2 \tag{15}$$

este de asemenea îndeplinită, oricare ar fi $k_0 \leqslant k_1$.

Fie :

$$\tilde{\nu}_1(k) = \sum_{j=k_0}^{k} \varkappa(k-j) . \mu(j) + \sum_{j=k_0}^{k-1} \varkappa^*(j-k) . \mu(j) - \varepsilon . \mu(k), \tag{16}$$

$$\tilde{\nu}_2(k) = \sum_{j=k+1}^{k_1} \varkappa(k-j) . \mu(j) - \sum_{j=k_0}^{k-1} \varkappa^*(j-k) . \mu(j) + \varepsilon . \mu(k), \tag{17}$$

$$\tilde{\eta}_1(k_0, k_1) = \mathrm{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu^*(k) . \tilde{\nu}_1(k), \tag{18}$$

$$\tilde{\eta}_2(k_0, k_1) = \mathrm{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} \mu^*(k) . \tilde{\nu}_2(k). \tag{19}$$

Sînt, evident, adevărate relațiile :

$$\tilde{\nu}_1(k) + \tilde{\nu}_2(k) = \tilde{\nu}(k), \tag{20}$$

$$\tilde{\eta}_1(k_0, k_1) + \tilde{\eta}_2(k_0, k_1) = \tilde{\eta}(k_0, k_1). \tag{21}$$

Pentru $\tilde{\eta}_2(k_0, k_1)$ poate fi găsită o expresie mai convenabilă. Cu ajutorul relațiilor (17) și (19), rezultă:

$$\tilde{\eta}_2(k_0, k_1) = \operatorname{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} (\mu^*(k) \cdot \sum_{j=k+1}^{k_1} \varkappa(k-j) \cdot \mu(j)) -$$

$$- \operatorname{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} (\mu^*(k) \sum_{j=k_0}^{k-1} \varkappa^*(j-k) \cdot \mu(j)) + \varepsilon \cdot \sum_{k=k_0}^{k_1} |\mu(k)|^2.$$

Primii doi termeni ai membrului drept al acestei egalități se reduc. În adevăr,

$$\operatorname{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} (\mu^*(k) \sum_{j=k_0}^{k-1} \varkappa^*(j-k) \cdot \mu(j)) = \operatorname{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} (\mu(k) \sum_{j=k_0}^{k-1} \varkappa(j-k) \cdot \mu^*(j) =$$

$$= \operatorname{Re} \sum_{j=k_0}^{k_1} \left(\mu^*(j) \sum_{k=j+1}^{k_1} \varkappa(j-k) \cdot \mu(k)\right) = \operatorname{Re} \sum_{k=k_0}^{k_1} (\mu^*(k) \sum_{j=k+1}^{k_1} \varkappa(k-j) \cdot \mu(j)),$$

astfel că

$$\tilde{\eta}_2(k_0, k_1) = \varepsilon \cdot \sum_{k=k_0}^{k_1} |\mu(k)|^2. \tag{22}$$

Totodată

$$\tilde{\eta}_1(k_0, k_1) \geqslant 0, \tag{23}$$

după cum rezultă cu ajutorul propoziției 2 (poate fi utilizată teorema 3, [1], relația care leagă $\tilde{\nu}_1(k)$ de $\mu(k)$ fiind neanticipativă). În adevăr, dacă B_1 este blocul definit de șirul $\varkappa_1(k)$, unde

$$\varkappa_1(0) = \varkappa(0) - \varepsilon,$$

$$\varkappa_1(k) = \varkappa(k) + \varkappa^*(-k) \text{ pentru } k > 0,$$

$$\varkappa_1(k) = 0 \text{ pentru } k < 0.$$

funcția de transfer asociată lui este

$$\gamma_1(\sigma) = \gamma_+(\sigma) + \gamma_-(\sigma) - \varepsilon.$$

Aceasta verifică inegalitatea $\operatorname{Re} \gamma_1(z) \geqslant 0$ pentru $|z| = 1$ (o consecință imediată a relației (16)), blocul B_1 este, în acest fel, hiperstabil și în sensul definiției 1. De aici verificarea inegalității (23), oricare ar fi comanda mărginită $\mu(k)$.

Examinînd relațiile (21), (22) și (23) se observă că inegalitatea (15) este o consecință imediată a acestora. Propoziția 3 este demonstrată.

Propozițiile 1÷3 vor fi folosite în stabilirea unor criterii frecvențiale de stabilitate absolută a unor sisteme neliniare.

ANEXA

Este adevărată inegalitatea

$$\left|\sum_j (a_j.b_j)\right|^2 - \sum_j (|a_j|^2 \cdot |b_j|) \cdot \sum_j |b_j| \leqslant 0. \tag{A.1}$$

În adevăr, pentru $j = 1, 2$, inegalitatea (A.1) se scrie

$$|a_1|^2.|b_1|^2 + |a_2|^2.|b_2|^2 + a_1^*.b_1^*.a_2.b_2 + a_1.b_1.a_2^*.b_2^* -$$

$$- |a_1|^2.|b_1|^2 - |a_2|^2.|b_2|^2 - |a_1|^2.|b_1|.|b_2| -$$

$$- |a_2|^2.|b_1|.|b_2| \leqslant 2.|a_1|.|a_2|.|b_1|.|b_2| -$$

$$- |b_1|.|b_2|.(|a_1|^2 + |a_2|^2) \leqslant - |b_1|.|b_2|.(|a_1| - |a_2|)^2 \leqslant 0,$$

și este, evident, verificată.

Este suficient să arătăm că, dacă inegalitatea este verificată pentru $j = 1, 2, \ldots, N$, aceeași proprietate o are (A.1) și pentru $j = 1, 2, \ldots, N, N+1$.

$$\left|\sum_{j=1}^{N+1} (a_j.b_j)\right|^2 - \sum_{j=1}^{N+1} (|a_j|^2.|b_j|).\sum_{j=1}^{N+1} |b_j| = \left|\sum_{j=1}^{N} (a_j.b_j)\right|^2 -$$

$$- \sum_{j=1}^{N} (|a_j|^2.|b_j|).\sum_{j=1}^{N} |b_j| + |a_{N+1}|^2.|b_{N+1}|^2 +$$

$$+ a_{N+1}^*.b_{N+1}^* \cdot \sum_{j=1}^{N} (a_j.b_j) + \sum_{j=1}^{N} (a_j.b_j)^*.a_{N+1}.b_{N+1} -$$

$$- \sum_{j=1}^{N} |a_j|^2.|b_j|.|b_{N+1}| - |a_{N+1}|^2.|b_{N+1}|^2 -$$

$$- |a_{N+1}|^2.|b_{N+1}| \cdot \sum_{j=1}^{N} |b_j| \leqslant 2.|b_{N+1}| \sum_{j=1}^{N} |a_{N+1}|.|a_j|.|b_j| -$$

$$- |b_{N+1}|.\sum_{j=1}^{N} (|a_{N+1}|^2 + |a_j|^2).|b_j| = - |b_{N+1}|.\sum_{j=1}^{N} (|a_{N+1}| - |a_j|)^2.|b_j| \leqslant 0.$$

Cu aceasta inegalitatea este verificată.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Halanay, *Polojitelno opredeleonîe iadra i ustoicivosti avtomaticeskih sistem*, Revue Roumaine de Mathématiques pures et appliquées, **IX**, *8*, 751–765 (1964).
2. V. M. Popov, *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, Ed. Academiei, 1966.

OSCILAȚII AUTO-ÎNTREȚINUTE LA CURGEREA APĂ-ABUR ÎN CANALE VERTICALE ÎNCĂLZITE

DE

AL. MIHĂILĂ, D. STOIAN, L. LUCA

Interesul pentru studiul stabilității hidrodinamice la curgerea dublă fază în canale încălzite, deriva din faptul că asemenea instabilități micșorează fluxul termic critic și în plus în cazul reactoarelor nucleare prin intermediul cuplajului neutronic pot antrena oscilații periculoase ale puterii locale sau totale a reactorului.

Obiectul studiului prezent îl constituie instabilitățile de tipul oscilațiilor întreținute ale debitului. Studiile au fost efectuate pe o buclă cu circulație forțată [1] avînd un canal circular de 8 mm diametru încălzit pe o lungime de 500 mm. Canalul funcționează cu un by-pass cu diametrul de 32 mm și astfel ansamblul canal by-pass simulează situația unui canal de reactor funcționînd în paralel cu ansamblul celorlalte canale ale zonei active.

Încercări asupra stabilității la oscilații pe un ansamblu experimental similar cu cel descris mai sus au fost efectuate mai înainte [2] pînă la subsaturații de aproximativ 25 grade Celsius. Rezultatele obținute la subsaturații mai mici decît această limită constituie obiectul acestei lucrări. Aceste rezultate sînt prezentate sub forma unei curbe pe care o numim caracteristică de stabilitate și care reprezintă valoarea vitezei la intrarea în canal la pragul de apariție a oscilațiilor în funcție de subrăcire pentru o valoare constantă a puterii disipate pe canal.

Caracteristica a fost ridicată pentru două valori ale puterii specifice disipate pe canal și anume 360 și 400 $\frac{W}{cm^3}$ la presiunea de 4,75 ata. Domeniul de subrăciri explorat a fost cuprins între 2 și 18 grade Celsius, iar titlul termodinamic maxim la ieșirea din canal n-a depășit 28%.

În figura 1 sînt prezentate rezultatele experimentale obținute în domeniul subrăcirilor mai mari ca 25 grade Celsius [1] iar în figura 2 rezultatele corespunzătoare subrăcirilor mici. Din figura 1 — curba *b* și din figura 2 se poate conclude că stabilitatea curgerii apă-abur într-un canal

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 879—881. 1969

vertical încălzit scade cu creşterea subrăcirii în domeniul subrăcirilor mici şi creşte cu subrăcirea în domeniul subrăcirilor mari. Cît despre poziţia extremului caracteristicei de stabilitate, aceasta este funcţie de condiţiile

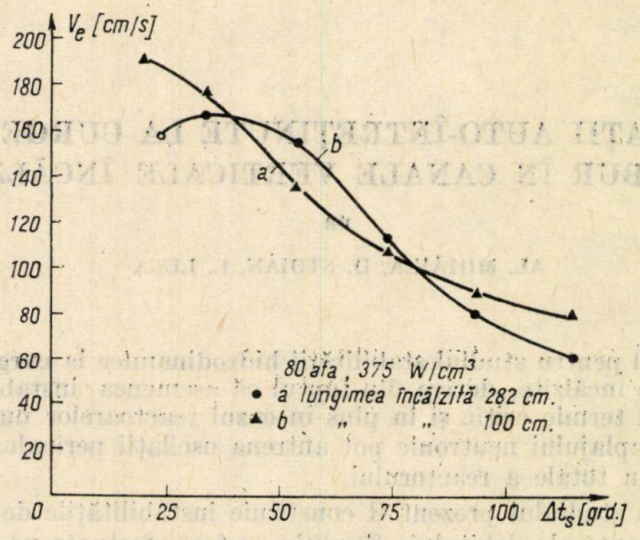


Fig. 1. — Caracteristica de stabilitate la subrăciri mari.

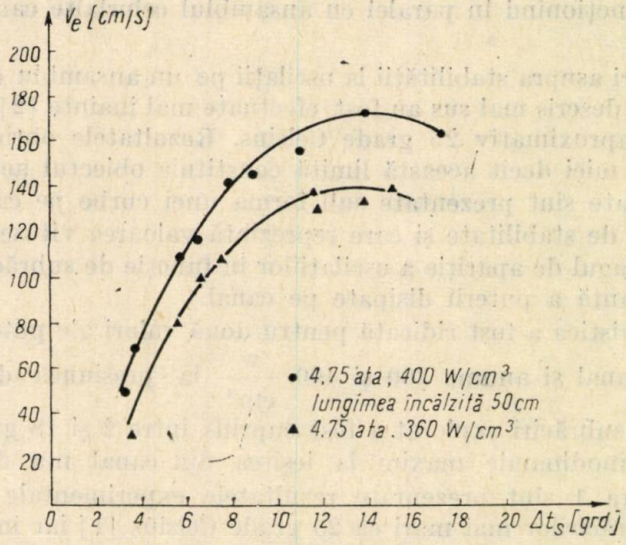


Fig. 2. — Caracteristica de stabilitate la subrăciri mici.

termice şi hidraulice ale canalului, lucru prezis şi teoretic cu ajutorul modelului cu efect de densitate [3].

BIBLIOGRAFIE

1. AL. MIHĂILĂ, *Essais d'instabilités sur la bouche à circulation forcée Caline*, Rapport TT N 77, C.E.N.G., Juin, 1967.
2. D. STOIAN, H. N. ROȘU, AL. MIHĂILĂ, *Buclă termică pentru studiul transferului de căldură la substanțe organice*, Raport intern I.F.A., 1965.
3. J. BOURÉ, AL. MIHĂILĂ, *The oscillatory Behaviour of Heated Channels*, Symposium on Two Phase Flow Dynamics, Eindhoven, septembrie, 1967.

CRITERII ANALITICE DE APRECIERE A EFICACITĂȚII PROCESELOR DE EVACUARE LA MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ

DE

V. HOFFMANN și A. TODICESCU

621.43.01

Eficacitatea proceselor de evacuare ale motoarelor cu ardere internă este apreciată în mod curent prin intermediul presiunii gazelor reziduale, p_r, și a coeficientului gazelor reziduale γ_r; astfel, în literatura de specialitate se definesc ca indicatori ai evacuării — fracțiunea de gaze arse [1], gradul de spălare [1], coeficientul de spălare [2] sau gradul de puritate al încărcăturii [3]. În totalitatea lor, acești indicatori se bazează exclusiv pe mărimea coeficientului gazelor reziduale iar valorile obținute în acest fel nu pot constitui o indicație suficientă asupra factorilor ce influențează procesul de evacuare.

I. Pornind de la necesitatea cunoașterii unei expresii care să evidențieze analitic cît mai cuprinzător eficacitatea proceselor de evacuare, această lucrare propune introducerea unui indicator numit coeficient de evacuare η_e.

Se definește drept coeficient de evacuare raportul dintre M_e numărul de kilomoli gaze arse evacuați efectiv din cilindru în timpul procesului și M_d numărul de kilomoli ce se găsesc în cilindrii motorului în momentul deschiderii supapei de evacuare

$$\eta_e = \frac{M_e}{M_d}. \tag{1}$$

Ținînd seamă de faptul că diferența dintre aceste două cantități reprezintă numărul de kilomoli de gaze arse reziduale M_r și exprimînd analitic cantitățile M_e, M_d și M_r după relații uzuale cunoscute din termodinamică, rezultă următoarele expresii ale coeficientului de evacuare:

$$\eta_e = 1 - \frac{p_r \cdot \rho \cdot T_d}{p_d \cdot \varepsilon_e \cdot T_r}, \tag{2}$$

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 883—885, 1969

sau

$$\eta_e = 1 - \frac{p_r \cdot \rho \cdot T_{b'}}{p_{b'} \cdot \varepsilon \cdot T_r \cdot \lambda_e}, \tag{3}$$

sau

$$\eta_e = 1 - \frac{\gamma_r \cdot \eta_v \cdot p_0 \cdot T_d (\varepsilon - 1)}{p_d \cdot T_0 \cdot \varepsilon_e}. \tag{4}$$

În aceste expresii prin p și T s-au notat presiunile și temperaturile absolute, indicii corespunzători fiind 0 pentru aerul exterior r pentru gazele reziduale, d pentru gazele din cilindru în momentul deschiderii supapei de evacuare, b' idem pentru momentul atingerii în timpul evacuării a punctului mort exterior; în plus s-au mai notat cu η_v coeficientul de umplere, iar cu ε raportul geometric de compresiune al cilindrului. Mărimea $\varepsilon_e = \frac{V_d}{V_c}$ este coeficientul volumetric de evacuare și reprezintă raportul dintre volumul total corespunzător momentului deschiderii supapei și volumul camerei de ardere. De asemenea, prin $\rho = \frac{V_r}{V_c} = 0{,}9 \div 1$ s-a notat coeficientul de baleiaj al camerei de ardere [4].

O altă expresie a coeficientului de evacuare poate fi obținută cu ajutorul coeficientului teoretic al modificărilor molare din timpul arderii μ_0, definit ca raportul dintre numărul de kilomoli aflați în cilindru după terminarea combustiei și cel corespunzător amestecului aer-combustibil înainte de ardere

$$\eta_e = \frac{\mu_0}{\mu_0 + \frac{\gamma_r}{\psi}}. \tag{5}$$

Prin $\psi = 1 + \frac{1}{\alpha_0 L_0 m_c}$ se notează un coeficient de corecție ce ține seama de α_0 excesul de aer al amestecului aer-combustibil, L_0 cantitatea teoretică de aer (kilomoli) necesară arderii complete a unității de greutate de combustibil și m_c greutatea moleculară a vaporilor de combustibil.

II. În figura 1 se prezintă curbele de variație ale coeficientului de evacuare pentru două motoare, unul cu aprindere prin compresiune (D—35) și altul cu aprindere prin scînteie (Z.I.S. — 5). Din aspectul acestor curbe se observă că la motoarele cu raport de compresiune ridicat (D—35) eficacitatea evacuării este mai bună decît la cele cu rapoarte ε scăzute.

Alura curbelor indică lipsa unor procese de rezonanță pe traseele de evacuare ; prezența unor asemenea fenomene ar conduce imediat la salturi mari ale curbei de variație a coeficientului η_e. În concluzie, noțiunea de coeficient de evacuare poate constitui un indicator al proceselor de golire

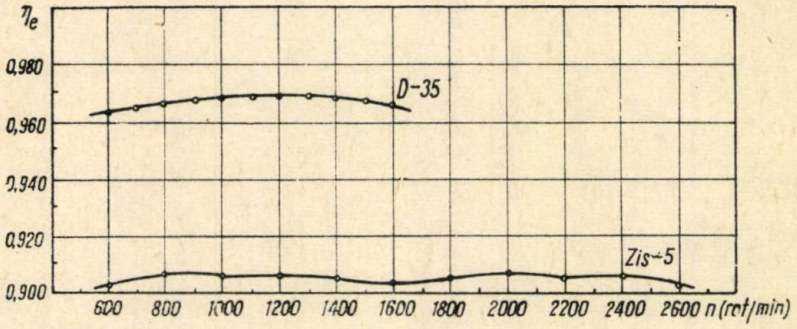


Fig. 1

a cilindrilor motoarelor cu ardere internă ; acest coeficient pune în evidență parametrii funcționali și constructivi de care depind procesele și — prin aceasta — constituie un criteriu de comparație și un punct de plecare a unor optimări constructive posibile.

ASPECTE STATISTICE ŞI TEHNICO-ECONOMICE ÎN ALEGEREA IZOLAŢIEI LINIILOR ELECTRICE AERIENE DE FOARTE ÎNALTĂ TENSIUNE

DE

D. MARK

Problema alegerii nivelului de izolaţie al unei linii este strîns legată de solicitările probabile în exploatare şi de gradul de siguranţă scontat, ţinînd seama de consecinţele economice datorate întreruperilor.

În lucrare se analizează influenţa elementelor schemei şi condiţiilor climatice asupra alegerii nivelului de izolaţie a liniei separînd fiecare din ele în parametru fix sau aleator.

Principalele elemente aleatoare, pentru care s-au stabilit relaţii de calcul bazate pe teoria probabilităţii şi statistica matematică în cadrul lucrării sînt :

— întreruptoarele liniei, keraunicitatea zonei, valoarea intensităţii vîntului, supratensiunile interne, puterea de scurtcircuit, calitatea izolatoarelor etc.

În lucrare se pune un accent deosebit pe caracterul tehnico-economic al alegerii nivelului de izolaţie, stabilindu-se relaţii de calcul pentru optimizarea coordonării izolaţiei.

În calculul de optimizare se porneşte de la metodologia de calcul a eficienţei investiţiilor cu luarea în considerare a efectelor daunelor datorate defectelor de izolaţie.

Trecînd la speranţa matematică de realizare se determină cheltuielile de calcul minime pentru reţeaua respectivă.

În lucrare se indică faptul că metoda în prezent poate fi aplicată numai pe elemente de reţea, deoarece aplicarea ei pe întreg sistemul ar necesita calculatoare cu număr prea mare de elemente.

Se atrage atenţia asupra necesităţii îmbunătăţirii metodologiei de strîngere a datelor statistice din sistem, cu privire la incidente, pentru a le aplica direct în calculele de optimizare a coordonării izolaţiei.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 887, 1969

LUCRĂRI SUSȚINUTE ÎN CADRUL SESIUNII DE COMUNICĂRI ȘTIINȚIFICE A INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ DIN 14-16 MAI 1969 ȘI CARE AU FOST PUBLICATE ANTERIOR.

1. CS. NAGY, V. CARACUDOVICI

Aproximarea trendului înzestrării energetice a consumatorilor casnici prin funcția logistică
Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., Tom. 14, nr. 3, 1969.

2. V. V. GHIA, N. LEMNEANU

Influența mediului bogat în oxigen asupra arderii picăturilor de păcură.
St. Cerc. Energ. Electr., Tom. 19, nr. 3, 483 (1969).

3. V. V. GHIA, C. JIANU

Metoda de calcul a coeficienților de debit la injectoarele turbionare cu retur frontal
St. cerc. Energ. Electr., Tom. 19, nr. 1, p. 3., 1969.

4. V. PIMSNER, I. MĂRĂCINEANU

Transferul de căldură în rețeaua de palete confuzoare
St. Cerc. Energ. Electr., Tom. 19, nr. 3, 499 (1969).

5. V. PIMSNER, STERE ȘTEFAN

Distribuția vitezelor de ieșire din rețeaua circulară de palete fixe confuzoare
St. cerc. Energ. Electr., Tom. 19, nr. 3, 511 (1969).

6. A. MORARU

Comparația metodelor de studiu al fenomenului de inducție în ecranele electromagnetice ale transformatoarelor
St. Cerc. Energ. Electr., Tom. 19, nr. 3, 581 (1969).

7. I. ADĂMUȚ

Metode de rezolvare a ecuațiilor telegrafiștilor generalizate, de ordinul unu, cu calculatoare analogice.
St. Cerc. Energ. Electr., Tom. 19, nr. 2, 357, 1969.

8. G. DRĂGAN

Asupra descărcării corona bipolare de curent continuu.
Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., T. 14, nr. 3, 1969

9. A. CARABULEA

Algoritm pentru studiul influenţei reţelelor electrice trifazate în curs de apariţie în Buletinul Inst. Politehnic Bucureşti.

10. M. MARINESCU, ST. DOBOŞ

Activarea suplimentară a electrozilor de cărbune folosiţi drept catod într-o pilă de combustie.
Troisiémes journées internationales d'étude des piles à combustible — 16—20/VI Bruxelles 1969.

11. M. MARINESCU

Studiul unor noi clase de pile electrice
Troisiémes journees internationales d'étude des piles à combustible 16—20/VI 1969 Bruxelles

12. T. MOROZAN

Stabilitatea absolută a unor sisteme discrete de reglare cu parametri aleator — În curs de apariţie în Revista de Matematică.

REZUMATELE

LUCRĂRILOR SUSȚINUTE ÎN CADRUL SESIUNII DE COMUNICĂRI ȘTIINȚIFICE A INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA DIN 14–16 MAI, 1969 ȘI CARE NU AU FOST PUBLICATE ÎN ACEST VOLUM.

C. IONESCU

1. Studiul forțelor dinamice asupra barelor cu ecrane electromagnetice cilindrice circulare

În lucrare se studiază cîmpul electromagnetic și forțele care se exercită între conductoare și ecran, în cazul așezării conductoarelor în același plan și în triunghi echilateral, la diferite cazuri de scurtcircuit.

Se compară rezultatele obținute considerînd ecranul perfect conductor cu rezultatele în cazul unui singur fir plasat într-un ecran de conductivitate finită.

C. FLUERAȘU

2. Utilizarea parametrilor tranzitorii în studiul formării electromagnetice

Se prezintă modul de utilizare a parametrilor tranzitorii în studiul formării electromagnetice, precum și modul de rezolvare a ecuațiilor cu parametri tranzitorii pe calculatoare analogice.

Se prezintă rezultatele experiențelor efectuate pe modele și asupra unei instalații de formare electromagnetică.

A. MARINESCU

3. Probleme ale ecranării electromagnetice a laboratoarelor de înaltă tensiune

Fiind cunoscut că laboratorul de înaltă tensiune modern este echipat atît pentru producerea tensiunilor înalte cît și pentru măsurarea perturbațiilor radio și a descărcărilor parțiale produse de sau în echipamentul de înaltă tensiune, în lucrare se încearcă să se rezolve problema ecranării electromagnetice eficiente pînă la cca 10 MHz pe baza unor soluții teoretice verificate experimental.

I. FETIȚA

4. Posibilitățile de modelare a parametrilor lineici R^x, L^x, C^x, ai unui sistem de bare colectoare

Lucrarea prezintă succint bazele teoretice ale modelări rezistive și rezistiv-capacitive a ecuațiilor cîmpului electromagnetic pentru un sistem de bare paralele parcurse de curenți deducîndu-se expresiile parametrilor R^*, L^*, C^*, ai barelor în funcție de mărimile corespunzătoare din modele.

Se prezintă apoi un model R, C, executat la UEPC, pentru rezolvarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic al unui sistem de două bare colectoare paralele ce prezintă în planul cîmpului o dublă simetrie, reciprocă și proprie, față de două axe perpendiculare precum și unele rezultate experimentale.

C. APETREI, M. DOGARU, I. BEȘTEA

5. Variația excitației mașinii sincrone în regimuri dinamice

Variația excitației reprezintă unul din factorii hotărîtori pentru comportarea mașinii sincrone în regimurile dinamice. În studiile de stabilitate pentru caracterizarea comportării mașinii sincrone se utilizează constantele de timp ale mașinii definite în mod clasic. În lucrare se prezintă studiul experimental al variației excitației mașinii sincrone în cazul schimbării bruște a sarcinii și intervenției forțării excitației; se urmărește stabilirea legăturii calitative dintre constantele de timp echivalente, caracteristice regimurilor dinamice și constantele de timp utilizate în mod curent la rezolvarea problemelor de stabilitate.

M. MARINESCU, A. MORARU, N. COMĂNESCU

6. Studiul aplicării motorului liniar la acționarea compresoarelor de frigidere

În prima parte a lucrării se dezvoltă o metodă grafico-analitică de analiză a funcționării și a performanțelor motorului liniar de tip brevet prof. M. Marinescu. Metoda se bazează pe construcția ciclului dinamic în planul familiei caracteristicilor de magnetizarea flux-curent, avînd ca parametru poziția armăturii mobile. Se indică performanțele realizabile cu ajutorul motoarelor liniare de tipul examinat.

În a doua parte a lucrării se analizează caracteristicile sarcinii de compresie pe care trebuie să o învingă motorul liniar și care se poate caracteriza printr-o forță medie, o forță activă proporțională cu viteza și o forță elastică, proporțională cu deplasarea armăturii, considerată cu variație sinusoidală în timp. Se prezintă rezultatele analizei efectuate cu ajutorul unui calculator electronic numeric.

V. D. SAVIUC, M. T. LUCANU

7. Calculul capacității servomotorului asincron cu condensator cu înfășurări nesimetrice pe stator

Se dau relațiile de calcul ale capacității din faza auxiliară a servomotorului asincron cu condensator, cu înfășurări nesimetrice pe stator, în una din următoarele condiții: cîmp magnetic învîrtitor circular; pierderi egale în cele două înfășurări ale statorului; moment de pornire maxim; raport maxim dintre moment și pierderile din înfășurările statorului la pornire, studiindu-se influența unghiului dintre axele înfășurărilor și a reactanței capacitive x_C asupra unor indici de pornire, pentru două motoare cu rotor neferomagnetic în formă de pahar.

C. BELEA

8. Algoritm de sinteză optimală după criteriul timpului minim

Optimizarea sistemelor automate după criteriul timpului minim se caracterizează prin faptul că vectorul adjunct se poate determina fără a cunoaște în prealabil expresia comenzii optimale. În acest mod este cunoscută funcția de timp după care are loc comutația mărimii de conducere optimă. Problema dificilă este de a determina momentele de comutație.

Se prezintă o metodă de soluționare analitică a acestei probleme, pe baza organizării spațiului stărilor inițiale pe varietăți, după numărul de comutații necesare pentru aducerea sistemului în starea zero.

Pentru cazul particular al sistemelor invariante în timp, se dă algoritmul de conducere și structura sistemului de comandă. Sistemul de comandă apare ca un circuit cu două neliniarități, una din ele fiind adaptivă, în funcție de starea inițială a sistemului.

AL. FORJE, I. TURCU

9. Asupra procesului de sudare cu arc electric interpretat ca proces de turnare a oțelului în regim de descărcare electrică la 50 Hz avînd suprapusă o componentă de înaltă frecvență (200 kHz — 10 MHz)

Se prezintă suportul teoretic al fenomenului de suprapunere a unei componente de înaltă frecvență de 200 kHz — 10 MHz peste arcul electric de sudare de 50 Hz considerînd cazul unei coloane cilindrice de plasmă.

Sînt comunicate de asemenea rezultatele obținute cu procedeul de mai sus la sudarea unor metale considerate greu sudabile.

C. HAIDUC, V. VINIȚCHI

10. Fluxul termic critic în condiții de reactor nuclear fierbător

Se prezintă rezultatele cercetărilor efectuate pentru determinarea fluxurilor termice critice q_{cr} la fierberea apei pe elemente de combustibil nuclear cilindrice în cazul circulației

naturale. Se dau rezultatele cercetărilor experimentale efectuate asupra transferului de căldură la fierberea apei pe elemente cilindrice și influența unghiului de înclinație a elementului asupra procesului. Au fost obținute curbele de histerezis la fierbere și se dă explicația acestui fenomen.

Pornind de la ecuațiile diferențiale care caracterizează procesul de fierbere la flux termic critic s-a obținut o ecuație criterială pentru determinarea cu precizie ridicată a mărimii q_{cr} la presiuni $1 < q < 225$ ata.

D. GRECOV, I. IORDACHE

11. Schimbul de masă și de căldură în jeturi evoluînd în mediu turbionar

Investigarea teoretică și experimentală a comportării unui jet de gaz, amplasat în axul unui cîmp rotativ de tip Rankine, a scos în evidență tendința de separare a jetului față de mediul ambiant, schimbul de masă și de căldură fiind în acest caz mult diminuat.

Înrăutățirea condițiilor de schimb de masă și de căldură se poate explica pe de o parte prin creșterea stabilității curgerii în cîmpuri turbionare și pe de altă parte prin influența cîmpului de forță centrifugal existent în curgerea turbionară care poate conduce la o separare a mediilor cu densități diferite.

A. SIMIONESCU

12. Aplicarea metodelor statistice pentru determinarea parametrilor de ardere ai ligniților

Sînt prezentate relațiile de calcul obținute pe cale statistică pentru determinarea următorilor parametri necesari calculului termic al cazanelor de abur ce ard lignițI și anume : volumul de aer, volumul gazelor arse, presiunile parțiale ale gazelor triatomice uscate și ale vaporilor de apă și entalpia gazelor arse.

LignițII provin de la exploatările miniere din țara noastră.

I. DRIMUȘ

13. Inhibitori de coroziune pentru instalațiile energetice

Inhibitorii de coroziune pentru decaparea și desincrustarea oțelului cu acid clorhidric, acid sulfuric, acid sulfanilic și acid citric.

Inhibitori de coroziune pentru circuite de aburi și ape de condensă. Pentru circuitele de termoficare și pentru apele de răcire în circuit închis în absența oxigenului.

Inhibitori pentru combaterea coroziunii microbiene și pentru distrugerea algelor în turnurile de răcire.

Aditivi-inhibitori pentru combaterea coroziunii provocate de motorină și pentru dispersarea urmelor de apă și a granulelor din combustibil, în vederea asigurării unei flăcări constante.

Se prezintă pe scurt rezultatele obținute în Laboratorul de Tehnologie Chimică Organică din Institutul Politehnic București, privind sinteza și proprietățile unor inhibitori.

I. GRIGORIU

14. Modelarea prin similitudine a bilanțurilor termice și exergetice în termoficarea industrială

Similitudinea dintre fluxurile termice și energetice cu curenții din cadrul rețelelor electrice — permite transformarea schemelor termice în scheme electrice echivalente. Aceste rețele echivalente se interconectează pentru a forma grafuri de semnale, la care se aplică metodele de calcul matricial pentru aflarea regimului optim.

Combinînd analiza exergetică, cu similitudinea dintre sistemele termoenergetice și rețelele electrice și aplicînd metodele matriciale la calculul grafelor de semnal se poate stabili regimul optim al centralelor electrice de termoficare, după valorificarea integrală a resurselor energetice secundare de pe platformă.

REZUMATELE COMUNICĂRILOR DIN CADRUL SESIUNII ȘTIINȚIFICE A INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI R.S.R. DIN 14 — 16 MAI 1969 CARE AU FOST PUBLICATE ÎN REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES, SÉRIE ELECTROTECHNIQUE ET ENERGETIQUE TOM 14 NR. 4/69

AL. TIMOTIN

621.3.011.1 : 538.542 : 537.226.3

1. Integrarea ecuațiilor cu parametrii tranzitorii de tip exponențial

În numeroase aplicații, cum sînt cele referitoare la bobine cu pierderi suplimentare prin curenți turbionari studiate în regim cuasistaționar (adică neglijînd efectele capacitive) parametrii tranzitorii corespunzători se prezintă sub forma unor serii de exponențiale descrescătoare în timp.

Lucrarea prezintă ecuațiile și expresiile normalizate în variabile relative corespunzătoare acestor parametri, o metodă de aproximare sistematică printr-un număr finit de exponențiale, schema lor echivalentă alcătuită din bobine cu mai multe înfășurări și metoda analogică de integrare a sistemului diferențial asociat ecuației integrale tip Voltera cu nucleu degenerat a circuitelor respective.

C. FLUERAȘU

538.3

2. Utilizarea parametrilor tranzitorii în studiul formării electromagnetice

În lucrare se prezintă studiul formării electromagnetice a unui conductor tubular. Se deduc ecuațiile cu parametrii tranzitorii ale circuitului, forțele exercitate asupra piesei de

prelucrat, precum și ecuațiile de deformare ale piesei. Se prezintă modelul analogic de calcul al ecuațiilor de mai sus.

B. V. NECEAEV, Inst. de Energetică, Moscova, A. ȚUGULEA

621.3.017.22

3. Influența repartiției neuniforme a curentului în grosimea pereților asupra pierderilor în ecranele electromagnetice ale barelor de curenți intenși

Se studiază influența repartiției neuniforme a curenților turbionari pe secțiunea ecranelor electromagnetice ale barelor de curenți intenși prin aproximarea pereților acestora cu niște pereți plani.

Rezultatele generale obținute se aplică la studiul a două bare cu ecrane individuale nescurtcircuitate. Se definește un nou coeficient de majorare a pierderilor și se dau curbe pentru calculul acestora.

A. AVRAMESCU, G. DRĂGAN

621.3.015.3 : 519.2

4. Studiul comportării liniilor de înaltă tensiune la acțiunea supratensiunilor pe baza teoriei probabilităților

În lucrare se studiază, sub o formă generală, comportarea liniilor de înaltă tensiune la supratensiuni atmosferice, respectiv la supratensiuni interne, pe baza teoriei probabilităților și a matematicii statistice. În acest scop se consideră caracterul aleatoriu al supratensiunilor, ca și al unor mărimi de stare care influențează deconectarea liniilor de înaltă tensiune.

Relațiile deduse se pot simplifica considerînd anumite legi de distribuție precum și neglijînd unii parametrii a căror influență este redusă.

AL. PETROIANU

621.316.11 : 513

5. O abordare geometrică a problemei regimurilor staționare

Încercarea autorului de a analiza problema regimului staționar de funcționare cu ajutorul metodelor geometrice și de a asocia o serie de mărimi proprii regimului, unor concepte intuitive și sintentice, se încadrează în dominantele școlii românești de rețele ; ea răspunde necesității stringente, izvorîte din raportul om-calculator, ca din enormul flux de informații să se desprindă numai informații pertinente, sintetice și intuitive.

I. BARBĂLAT, A. HALANAY

621.—53.001

6. Hiperstabilitatea unor blocuri integrale și cu diferențe

Pornind de la ideile lui V. M. Popov, în teoria hiperstabilității, se obține o condiție frecvențială necesară și suficientă pentru hiperstabilitatea în sens larg a unui bloc liniar format dintr-o parte integrală și o parte care conține întîrzieri. În cazul în care condiția frecvențială este întărită, se obține o proprietate mai puternică decît hiperstabilitatea în sens strict a blocurilor integrale. Aceste considerente generale se utilizează pentru deducerea unui criteriu de stabilitate asimptomatică globală la un sistem neliniar, integro-diferențial, cu întîrziere care poate descrie sisteme fizice conținînd reactoare nucleare.

G. BĂRĂNESCU, AL. DĂNESCU, EL. DĂMĂCEANU

537.56 : 536.46

7. Procese de ionizare în flăcările de hidrocarburi

Se prezintă rezultatele cercetărilor experimentale asupra proceselor de ionizare în flăcările de acetilenă-aer, gaze naturale-aer, gaze naturale-aer îmbogățit cu oxigen.

S-a studiat conductivitatea electrică a zonei de reacție a flăcărilor deschise cu temperaturi în jur de 1500°C și influența aditivilor (metale alcaline cu potențial mic de ionizare) asupra proprietăților electrice ale flăcărilor, utilizîndu-se o metodă care dă posibilitatea de a măsura conductivitatea, fără a perturba zona de reacție a flăcărilor.

C. A. VASILESCU, V. PISMNER

621.43.01

8. Procese de schimbarea încărcăturii la motoarele în doi timpi

Se prezintă un sistem de ecuații diferențiale, integrabile pe calculatoare sau calculabile prin metode grafoanalitice, care permit să se țină seama de toate situațiile de schimb de substanță între gazele de ardere și gazele proaspete care execută baleiajul. Metoda de calcul propusă pornește de la ecuațiile de schimb de substanță între cilindrul motorului și exterior și de la ecuațiile bilanțurilor de energie. În rezolvarea ecuațiilor se urmărește să se reducă numărul de ipoteze simplificatorii.

M. PETCU

620.98 :621.311.1

9. Schematizarea regimului de funcționare a centralelor electrice în modelele de programare liniară pentru optimizarea dezvoltării sistemului energetic

În modelele de programare liniară pentru optimizarea dezvoltării sistemelor energetice, s-au utilizat trei modalități de bază pentru reprezentarea regimului de lucru al centralelor.

Se compară cele trei moduri de schematizare din punct de vedere al ipotezelor şi simplificărilor introduse, precum şi din punct de vedere al eficienţei în calcul, menţionînd în acest sens rezultate concrete obţinute pe modele referitoare la situaţia ţării noastre. Pentru cel de al doilea mod de schematizare elaborat în I.E, se demonstrează o condiţie riguroasă de integrabilitate a centralelor în sistem, a cărei utilizare s-ar putea dovedi necesară la studierea unor sisteme energetice cu structuri particulare.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1969

INDEX ALFABETIC

	Nr.	Pag.
Economie energetică		
ARIE ECATERINA — Optimizarea structurii sistemelor energetice prin programarea neliniară asociată unor concepte nodale	4	725
BERCOVICI MARTIN, AL. SZMUK — Metodă pentru stabilirea structurii industriale de combustibil nuclear în cadrul unui program de perspectivă	4	733
CARACUDOVICI VICTOR — Folosirea corelaţiilor multiple pentru fundamentarea prognozelor în domeniul consumului de energie	2	241
DIMO PAUL — Consideraţii asupra generalizării „Analizei nodale". Graful REI şi imaginea lui	4	717
ELEFTERESCU MARIUS — Echivalarea tehnico-economică a formelor şi purtătorilor de energie	3	455
HAIDUC CONSTANTIN — Model matematic de analiza eficacităţii ciclurilor de combustibil nuclear pentru reactorii rapizi reproducători	4	741
SZMUK ALEXANDRU (v. BERCOVICI)	4	733
Termoenergetică şi termotehnică		
ANTONESCU NICULAE, I. RĂDULESCU — Stabilitatea şi lungimea flăcării turbionare la variaţia caracteristicii geometrice a sistemului arzător — focar	2	267
ANTONESCU NICULAE, I. RĂDULESCU — Probleme ale aprinderii şi stabilizării flăcării la arzătoare pentru incinte semi-închise	4	777
CARABOGDAN ION (v.) N. PĂNOIU	4	749
COROIU CORNEL — Evoluţia structurii chimice a combustibililor solizi în timpul procesului de ardere şi piroliză	4	801
CRĂCIUNEANU CONSTANTIN, O. PAVNOTESCU — Arderea şisturilor bituminoase	4	769
DĂMĂCEANU GUŢU ELENA (v.) D. GRECOV	1	25
DĂMĂCEANU ELENA (v.) AL. DĂNESCU	3	637
DĂNESCU ALEXANDRU, EL. DĂMĂCEANU, M. MARINESCU — Instalaţie experimentală pentru studiul ionizării în flăcările de hidrocarburi (notă)	3	637
FAUR SIMION, STELA MANEA, I. MINEA şi C. A. VASILESCU — Influenţa unor valori ale indicilor de calitate ai motorinelor asupra comportării acestora în motorul Diesel	1	39
FAUR SIMION, ST. MANEA, I. MINEA, I. ŞTEFAN, C. A. VASILESCU — Comportarea diverselor tipuri de motorine în motoare cu injecţie directă	4	807

	Nr.	Pag.
GHIA V. VICTOR şi C. JIANU — Calculul coeficientului de debit la injectoarele cu cameră de turbionare şi retur frontal	1	3
GHIA V. VICTOR şi N. LEMNEANU — Influenţa mediului bogat în oxigen asupra arderii picăturilor de păcură	3	483
GRECOV DAMIAN şi EL. GUŢU DĂMĂCEANU — Modelarea proceselor de stabilizare a flăcărilor difuzive în cazul jeturilor încrucişate	1	25
GRECOV DAMIAN, I. IORDACHE — Schimbul de masă şi de căldură în jeturi evoluînd în mediu turbionar	3	467
GRECOV DAMIAN, I. IORDACHE, N. VARTOLOMEI — Stabilitatea flăcărilor difuzive ale jetului de aer într-un curent de gaze combustibile	4	785
HAIDUC CONSTANTIN şi P. VIDICAN — Metoda şi rezultatele analizei termodinamice a ciclurilor centralelor nucleare-electrice cu reactori răciţi cu gaz	1	77
HOFFMANN V., A. TODICESCU — Criterii analitice de apreciere a eficacităţii proceselor de evacuare la motoarele cu ardere internă (notă)	4	883
IORDACHE ION — Stabilitatea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi coaxiale de gaze combustibile mărginite pe pereţi	1	13
IORDACHE ION — (v.) D. Grecov	3	467
IORDACHE ION — Debitul de gaze recirculate în cazul jeturilor mărginite	3	525
IORDACHE ION — (v.) D. Grecov	4	785
ISCRULESCU VIRGINIA — Cîteva probleme actuale ale chimiei procesului de ardere (notă)	3	651
JIANU CONSTANTIN (v.) V. V. GHIA	1	3
KOŞA ŞTEFAN (v.) N. PĂNOIU	4	749
LEMNEANU NICOLAE (v.) V. V. GHIA	3	483
MANEA STELA (v.) S. FAUR	1	39
MANEA STELA (v.) S. FAUR	4	807
MANOLESCU DAN (v.) G. SINGER	4	761
MARINESCU MATEI (v.) AL. DĂNESCU	3	637
MĂRĂCINEANU ION (v.) V. PIMSNER	3	499
MIHĂILĂ ALEXANDRU — Oscilaţii auto-întreţinute la curgerea apă-abur în canale verticale încălzite	4	879
MINEA ION (v.) S. FAUR	1	39
MINEA ION (v.) S. FAUR	4	807
NISTOR ION — Desulfurarea cărbunilor din Valea Jiului prin separare centrifugală	4	793
PAVNOTESCU O. (v.) C. CRĂCIUNESCU	4	769
PĂNOIU NICOLAE, I. CARABOGDAN, ST. KOŞA, N. POPESCU — Model pentru calculul procesului de ardere în focarul ciclon orizontal	4	749
PETRESCU STOIAN — Determinarea lucrului mecanic în procesele termodinamice de viteză finită folosind metoda termodinamicii ireversibile fenomenologice	2	249
PIMSNER VICTOR — Consideraţii privind stabilirea performanţelor turbinei cu gaze în circuit închis	1	57
PIMSNER VICTOR, I. MĂRĂCINEANU — Transferul de căldură în reţelele fixe de palete confuzoare	3	499
PIMSNER VICTOR, STERIE ŞTEFAN — Distribuţia vitezelor de ieşire din reţeaua circulară de palete fixe confuzoare	3	511
POPESCU NICULAE (v.) N. PĂNOIU	4	
RĂDULESCU ION (v.) N. ANTONESCU	2	267
RĂDULESCU ION (v) N. ANTONESCU	4	777

	Nr.	Pag.
SINGER GEORGE, D. MANOLESCU – Metodă simplificată pentru antecalcularea evoluției arderii în flacăra monodimensională	4	761
STOICA NICULAE (v.) C. A. VASILESCU	1	65
ȘTEFAN STERIE (v.) V. PIMSNER	3	511
ȘTEFAN ION (v.) S. FAUR	4	807
TODICESCU A. (v.) V. HOFFMANN	4	883
VARTOLOMEI NICOLETA (v.) D. GRECOV	4	785
VASILESCU CĂLIN ADRIAN (v.) S. FAUR	1	39
VASILESCU CĂLIN ADRIAN și N. STOICA – Cercetări privind unele procese termice din motoare cu aprindere prin scînteie prevăzute cu cameră de ardere în piston	1	65
VASILESCU CĂLIN ADRIAN – Unele probleme ridicate de procesele energetice din motoarele diesel înalt supraalimentate	2	255
VASILESCU CĂLIN ADRIAN – Unele probleme ridicate de procesele energetice din motoarele diesel înalt supraalimentate	2	255
VASILESCU CĂLIN ADRIAN (v.) S. FAUR	4	807
VIDICAN PETRE (v.) C. HAIDUC	1	77

Electroenergetică și electrotehnică

ADĂMUȚ IOJA – Considerații asupra preciziei modelării analogice prin metoda diferențelor finite a ecuațiilor de programare pe o linie electrică	1	199
ADĂMUȚ IOJA – Metode analogice de rezolvare a ecuațiilor telegrafiștilor generalizate de ordinul unu	2	357
APETREI CONSTANTIN – Interdependența între parametrii și caracteristicile de funcționare în mașinile asincrone	1	181
BUCURENCIU SORIN, A. CRĂCIUNESCU – Folosirea metodelor de transfigurare la calculul circuitelor cu nelinearități de tipul P = ZQ (notă)	3	643
CIRIC R. ION Ecuații integrale ale cîmpului magnetic staționar sau cvasistaționar	1	99
CIRIC R. ION – Levitația electromagnetică a conductoarelor masive sferoidale	2	275
CIRIC R. ION – Studii experimentale referitoare la levitația electromagnetică a conductoarelor sferiidale	3	535
CONSTANTINESCU LIVIU (v.) AL. FRANSUA	1	149
CRĂCIUNESCU AUREL (v.) S. BUCURENCIU	3	643
CRISTEA HARALAMBIE – Tratarea informației privind structura topologică și parametrică a rețelei electroenergetice (notă)	1	225
CRISTEA HARALAMBIE – Transmitanțele și conceptele figurative nodale ale rețelei electroenergetice	4	839
CSERVENY IULIU (v.) C. I. MOCANU	4	847
DOBOȘ ȘTEFAN (V.) M. MARINESCU	2	427
DORDEA TOMA – Asupra funcționării în paralel a transformatoarelor electrice	2	301
FRANSUA ALEXANDRU și L. CONSTANTINESCU – Contribuții la studiul motorului universal cu colector	1	149
GHEȚARU SORIN – Hiperstabilitatea blocurilor discrete lineare, autonome, anticipative	4	871
GOGIOIU A. (v.) A. NICOLAIDE	4	857
IONESCU CORNELIA – Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem trifazat de conductoare situate într-un ecran dreptunghiular subțire fără pereți despărțitori	3	553

	Nr.	Pag.
LAPAHOS ION — Aparat pentru determinarea permitivității și tg δ pentru materiale electroionizante sub formă de plăci subțiri la temperaturi de 20—130°C și la o frecvență de 440 kHz	2	393
MARK D. — Aspecte statistice și tehnico-economice în alegerea izolației liniilor electrice aeriene de foarte înaltă tensiune (notă)	4	887
MANOLESCU PAUL — Cîmpul magnetic și inductivitățile înfășurărilor transformatorului cu miez toroidal	1	113
MARINESCU MATEI, ST. DOEOȘ, I. MINEA — Procese de reducere catalitică a oxigenului în pila de combustie pe suport de cărbuni special tratați	2	427
MINEA ION, (v.) M. MARINESCU	2	427
MOCANU I. CONSTANTIN, I. CSERVENY — Considerații asupra realizării unui model de generator magnetohidrodinamic în circuit deschis	4	847
MORARU AUGUSTIN — Contribuții la teoria motorului electromagnetic cu mișcare lineară. Ecuații și caracteristici de funcționare	2	315
MORARU AUGUSTIN — Metodele de studiu ale fenomenului de inducție în ecranele electromagnetice ale transformatoarelor	3	581
NICOLAIDE ANDREI, A. GOGIOIU, N. TAȚA — Instalație compusă din pompa electromagnetică și generatorul magnetohidrodinamic	4	857
OPRIȘAN POMPILIU — Atenuarea pendulațiilor rotorului motorului sincron la funcționarea în regim de sarcină variabilă periodic	1	135
POMÂRLEANU MARIUS — Selectarea factorilor determinanți ai valorilor curenților de scurtcircuit	3	601
POMÂRLEANU MARIUS — Studiul pe un model cifric al procesului tranzitoriu de scurtcircuit	4	831
POTOLEA EUGEN — Aplicarea teoriei grafului la studiul rețelelor trifazate nesimetrice	2	337
RĂDĂCEANU EDUARD — Asupra rezolvării unor probleme de comandă optimală prin metoda echivalenței	2	401
RĂZVAN VLADIMIR — O sinteză optimală pe baza unui criteriu integral pătratic pe interval finit și infinit de conducere, pentru un obiect linear și invariant	2	415
SAAL CAROL — Cu privire la teoria vibratorului electromagnetic reactiv elementar	1	163
TIMOTIN ALEXANDRU, A. ȚUGULEA — Regimul liber cuasistaționar al cîmpului electromagnetic. Monotonia parametrilor tranzitorii inductivi	4	819
TAȚĂ N. (v.) A. NICOLAIDE	4	857
ȚUGULEA ANDREI (v.) A. TIMOTIN	4	819
VASILIU CRISTOFOR — Sinteza în serie — paralel a funcției de intrare bipătratice	3	617
VARTOLOMEI MIHAI — Asupra bilanțului de timp al calculatorului industrial	1	217
WAGNER EMILIA — Contribuții la calculul supratensiunilor de comutație la linii aeriene trifazate	2	377

P. DIMO

518.12:518.4

CONSIDERAȚII ASUPRA GENERALIZĂRII „ANALIZEI NODALE": GRAFUL R.E.I. ȘI IMAGINEA LUI

Se arată posibilitățile de generalizare, pentru aplicare în alte domenii, ale celor două concepte figurative ale „Analizei nodale". Rezultă reprezentarea stărilor unui sistem prin două grafuri asociate denumite de autor: „Graful R.E.I." și „Imaginea lui nodală".

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 717—723, 1969

E. ARIE

620.9:621.311.1

OPTIMIZAREA STRUCTURII SISTEMELOR ENERGETICE PRIN PROGRAMAREA NELINIARĂ ASOCIATĂ UNOR CONCEPTE NODALE

Se prezintă o schemă a problemei optimizării structurii sistemelor energetice în care interdependențele economice și funcționale dintre „obiectele" sistemului de optimizat sînt vizualizate prin noduri. Se discută posibilitățile oferite de tratarea problemei ca o problemă de programare neliniară prin asocierea unor variabile și funcții nodale.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 725—732, 1969

M. BERCOVICI, AL. SZMUK

METODĂ PENTRU STABILIREA STRUCTURII INDUSTRIEI DE COMBUSTIBIL NUCLEAR ÎN CADRUL UNUI PROGRAM DE PERSPECTIVĂ

Se prezintă relații matematice care permit calculul, cu ajutorul unui calculator numeric, a structurii industriei de combustibil nuclear și de fabricare a moderatorului cum și a cheltuielilor legate de crearea acestor industrii pentru diferite variante ale unui program de perspectivă privind dezvoltarea energeticii nucleare în țara noastră, în cadrul unei strategii de două tipuri de centrale, unul bazat pe reactori convertori și celălalt pe reactori rapizi-reproducători.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 733—739, 1969

C. HAIDUC

621.039:621.391

MODEL MATEMATIC PENTRU ANALIZA EFICACITĂȚII CICLURILOR DE COMBUSTIBIL NUCLEAR A REACTORILOR RAPIZI REPRODUCĂTORI

În lucrare se prezintă modelul matematic de analiza eficacității ciclurilor de combustibil nuclear pentru reactori rapizi reproducători pe baza criteriului componentei combustibilului din cheltuielile specifice de calcul Z_c^*. Modelul a fost elaborat considerînd reactorul rapid bizonal și ciclurile de combustibil distincte pentru zona activă și zona de reproducere. În cadrul modelului se ține seama de actualizare.

Se dau de asemenea ecuațiile pentru determinarea structurii optime ale unui sistem de reactori termici și rapizi-reproducători.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 741—748, 1969

F 1736

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, ȘT. KOȘA, N. POPESCU

662.921

MODEL PENTRU CALCULUL EVOLUȚIEI PROCESULUI DE ARDERE ÎN FOCARUL CICLON ORIZONTAL

Pornind de la ecuațiile timpului de separare și timpului de ardere a particulelor de combustibil solid în volumul focarului ciclon, se deduce ecuația generală a gradului de ardere a combustibilului în volumul ciclonului. Se prezintă în continuare modelul analogic pentru integrarea ecuației gradului de ardere al combustibilului.

Se dau primele rezultate obținute pentru calculul gradului de ardere prin metoda prezentată în lucrare în cazul arderii unui combustibil polidispers în volumul unui model de focar ciclon orizontal avînd diametrul de 500 mm.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 749—759, 1969

G. SINGER, D. MANOLESCU

536.46

METODĂ SIMPLIFICATĂ PENTRU ANTECALCULAREA EVOLUȚIEI ARDERII ÎN FLACĂRĂ MONODIMENSIONALĂ

Pentru lămurirea proceselor fizico-chimice și a timpului de ardere al norului de praf se folosește o flacără monodimensională. În vederea antecalculării lungimii de ardere și a compoziției gazelor de-a lungul unei astfel de flăcări se prezintă o metodică simplificată ce ține seama de condițiile dintr-un focar model și care are ca element de plecare timpul de ardere al particulei de combustibil solid.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 761—768, 1969

C. CRĂCIUNEANU, O. PAVNOTESCU

536.46

ÎNCERCĂRI DE ARDERE A ȘISTURILOR BITUMINOASE ÎN CAZANE DE ABURI

La Hildegard, în regiunea Anina s-au găsit zăcăminte superficiale de șisturi bituminoase, cu putere calorifică de 900—1200 kcal/kg.

În lucrare se expun rezultatele încercărilor de ardere a acestor șisturi în cazane de abur cu un debit de 100 t/h și 70 t/h.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 769—775, 1969

N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU

621.311.22

PROBLEME ALE APRINDERII ȘI STABILIZĂRII FLĂCĂRII LA ARZĂTOARE PENTRU INCINTE SEMIÎNCHISE

Aprinderea, cercetată din punctele de vedere termic și aerodinamic, conduce la definirea unor criterii specifice de schimb de căldură și masă în zona de contact între amestecul combustibil și gazele de ardere fierbinți.

S-au studiat în special cîmpurile de temperaturi și condițiile aerodinamice și geometrice ce determină stabilitatea flăcării.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 777—783, 1969

D. GRECOV, I. IORDACHE şi N. VARTOLOMEI

662.611:662.95

STABILITATEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ALE JETULUI DE AER ÎNTR-UN CURENT DE GAZE COMBUSTIBILE

Pe baza modelului fizic elaborat de autori, într-o lucrare anterioară, se determină analitic şi se verifică experimental o formulă de calcul pentru domeniul de stabilitate al flăcărilor difuzive ale jetului de aer într-un curent de gaze combustibile.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 785—792, 1969

I. NISTOR

662.618

DESULFURAREA CĂRBUNILOR DIN VALEA-JIULUI PRIN SEPARAREA CENTRIFUGALĂ

În vederea reducerii conţinutului de sulf din cărbunii de Valea-Jiului, au fost cercetate posibilităţile oferite de separarea cărbunilor bruţi, cu o granulaţie 0—3 mm, într-un cîmp centrifugal, de lichid greu.

După prezentarea premizelor teoretice, sînt trecute în revistă condiţiile de lucru şi rezultatele experimentale.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 793—799, 1969

C. COROIU

662.6.541

EVOLUŢIA STRUCTURII CHIMICE A COMBUSTIBILILOR SOLIZI ÎN TIMPUL PROCESULUI DE ARDERE ŞI PIROLIZA

Se prezintă evoluţia structurii chimice a principalilor combustibili solizi din Republica Socialistă România în timpul arderii şi pirolizei, prin extrapolarea pentru cărbunii energetici şi derivaţi a metodei fizico-statistice de analiză structurală a lui Van Krevelen.

Rezultatele experimentale sînt prezentate atît în diagrame tip Van Krevelen cît şi analitic.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 801—805, 1969

S. FAUR, ST. MANEA, I. MINEA, I. ŞTEFAN, C. A. VASILESCU

621.43.01

COMPORTAREA DIVERSELOR TIPURI DE MOTORINE ÎN MOTOARE CU INJECŢIE DIRECTĂ

Se prezintă rezultatele încercărilor pe un motor românesc tip D—103 a 12 tipuri de motorine. În concluzie se propune realizarea unor motorine cu final ridicat din combustibili parafinoşi şi semiparafinoşi şi combustibili mai uşori dar cu cifra cetanică mai scăzută din ţiţeiuri neparafinoase.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 807—818, 1969

A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA

538.3.621.3.013

REGIMUL LIBER CVASISTAȚIONAR AL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC. MONOTONIA PARAMETRILOR TRANZITORII INDUCTIVI

Se analizează soluțiile generale de regim liber, cu variabile separate ale ecuațiilor cîmpului electromagnetic cvasistaționar în medii liniare, stabilindu-se proprietăți ale valorilor proprii și funcțiunilor proprii spațiale corespunzătoare. Se discută consecințe ale acestor proprietăți asupra teoriei parametrilor tranzitorii ai elementelor inductive și se demonstrează caracterul monoton al variației în timp a acestor parametri.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 819—830, 1969

M. POMÎRLEANU

621.3.014.3:518.12

STUDIUL PE UN MODEL CIFRIC AL PROCESULUI TRANZITORIU DE SCURTCIRCUIT

Se dezvoltă o metodă exactă de calcul a regimurilor tranzitorii a curenților de scurtcircuit în sistemele electroenergetice, ce face apel la o reprezentare pe componente a curenților surselor și la o metodă operativă de integrare numerică a ecuațiilor diferențiale ce intervin.

Lucrarea prezintă interes pentru judecarea situațiilor noi intervenite în dezvoltarea sistemelor electroenergetice, pentru analiza efectelor regulatoarelor automate rapide sau influența grupurilor de mare putere introduse în sistem, ca și pentru reactualizarea metodelor grafice de calcul, pe căi cifrice aplicabile pe calculatoarele moderne.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 831—837, 1969

H. CRISTEA

621.372.6.052

TRANSMITANȚELE ȘI CONCEPTELE FIGURATIVE NODALE ALE REȚELEI ELECTROENERGETICE

În lucrare se prezintă aspecte ale obținerii conceptelor nodale ale rețelei electroenergetice, folosind o matrice hibridă $[H]$ a parametrilor rețelei, obținută prin partajarea matricei admitanțelor și schimbarea de variabile în sistemul de ecuații al tensiunilor nodale. Prin utilizarea matricei transmitanțelor calculată o singură dată și stocată în memoria calculatorului și după înlocuirea curenților de sarcină prin două componente se deduc conceptele nodale în raport cu nodurile studiate ale rețelei originale.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 839—846, 1969

C. I. MOCANU, I. CSERVENY

621.362:538.4

CONSIDERAȚII ASUPRA REALIZĂRII UNUI MODEL DE GENERATOR MAGNETOHIDRODINAMIC ÎN CIRCUIT DESCHIS

Se prezintă considerente de electrofizica plasmei, dinamica gazelor și transmiterea căldurii care au condus la determinarea soluțiilor constructive și la dimensionarea unui model experimental de generator M.H.D. în circuit deschis care urmează să fie construit în Institutul de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 847—856, 1969

A. NICOLAIDE, A. GOGIOIU, M. ȚAȚA

621.311:532.5:538.3

INSTALAȚIE COMPUSĂ DIN POMPA ELECTROMAGNETICĂ ȘI GENERATOR MAGNETOHIDRODINAMIC

În cadrul lucrării se indică rezultatele obținute pe instalația realizată în cadrul Catedrei de Electrotehnică de la Institutul politehnic din Brașov.

S-au stabilit rezultate interesante pentru proiectarea și utilizarea pompelor electromagnetice : a) s-a arătat cantitativ efectul bobinelor de compensare asupra curbei inducției magnetice în întrefierul pompei ; b) s-a arătat efectul de ecranare al canalului cu pereți conductori ; c) s-a stabilit că pompa electromagnetică reprezintă un receptor foarte nesimetric chiar în cazul în care bobinele de compensare sînt conectate, fapt deosebit de important care nu a fost însă luat în considerare în lucrările cunoscute.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 857—869, 1969

S. GHEȚARU

621.5.15

HIPERSTABILITATEA BLOCURILOR DISCRETE, LINIARE, AUTONOME, ANTICIPATIVE

Prin extinderea noțiunii de hiperstabilitate la blocurile anticipative sînt deschise posibilități de obținere a unor criterii de stabilitate absolută mai largi.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 871—877, 1969

PAUL DIMO

CONSIDERATIONS SUR LA GENERALISATION DE L'ANALYSE „NODALE" : LE GRAPHE REI ET SON IMAGE NODALE

On présente les possibilites d'applications dans d'autres domaines de l'analyse nodale. Il resulte la représentation des états d'un systeme par deux graphes associés denommés par l'auteur Le graphe REI et son Image Nodale.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 717—723, 1969

ECATERINA ARIE

620.9:621.311.1

OPTIMISATION DE LA STRUCTURE DES SYSTÈMES ÉNERGETIQUES, PAR PROGRAMMATION NON-LINÉAIRE ASSOCIÉE À DES CONCEPTS NODAUX

L'auteur propose un schéma du problème d'optimisation de la structure d'un système énergétique selon lequel les interdépandances économiques et fonctionnelles entre les ,,objets'' du système à optimiser sont visualisées par des nœuds.

Le problème peut être traité comme problème de programmation non -linéaire, dont la solution est facilitée en associant des variables et fonctions nodales définies dans l'étude.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 725—732 1969

M. BERCOVICI, AL. SZMUK

MÉTHODE DE CALCUL DE LA STRUCTURE DE L'INDUSTRIE DE COMBUSTIBLE NUCLÉAIRE DANS UN PROGRAMME DE LONG TERME

On présente des relations mathématiques qui permettent — à l'aide d'un calculateur numérique — le calcul de la structure et les dépenses de l'industrie de combustible nucléaire et du modérateur pour différents variantes d'un programme de l'évolution à long terme de l'énergie nucléaire dans notre pays.

Les relations établies concernent le calcul de la structure d'un système des centrales nucléaires formé d'un type de réacteur convertisseur et d'un type rapide — surgénérateur.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 733—739, 1969

C. HAIDUC

621.039:621.391

MODÈLE MATHÉMATIQUE POUR L'ANALYSE DE L'EFFICACITÉ DES CYCLES DE COMBUSTIBLE DES REACTEURS RAPIDES REPRODUCTEURS

Dans l'ouvrage on présente le modèle mathématique d'analyse de l'efficacité des cycles de combustible nucléaire pour réacteurs rapides reproducteurs basé sur le critérium de la composante de combustible des frais spécifiques de calcul Z_c^*. Le modèle a été élaboré en considérant le réacteur rapid bizional et les cycles de combustible distincts pour la zone active et la zone de reproduction. Dans le modèle on tient compte de l'actualisation.

On donne, aussi, les équations pour la détermination de la structure optimale d'un système de réacteurs thermiques et rapides reproducteurs.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 741—748, 1969

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, ST. KOȘA, N. POPESCU

662.921

MODELL FÜR DIE BERECHNUNG DES VERBRENNUNGSPROZESSES IN DER HORIZONTAL-ZYKLONFEUERUNG

Ausgehend von den Formeln der Abscheidungszeit und der Verbrennungsdauer des Kohlepartikels wird eine allgemein gültige Gleichung des Verbrennungsgrades in der Zyklonfeuerung abgeleitet. Es wird dann des Analogmodell für die Integrierung dieser Gleichung gegeben. Die ersten Ergebnisse für die Berechnung des Verbrennungsgrades mit der oben erwähnten Methode werden für den Fall einer Zyklonfeuerung von 500 mm.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 749—759, 1969

G. SINGER, D. MANOLESCU

c. z. 536.46

VEREINFACHTE METHODE FÜR DIE VORBERECHNUNG DES VERBRENNUNGSVERLAUFES IN EINER MONODIMENSIONALEN FLAMME

Zwecks Erläuterung der physisch-chemischen Vorgänge und der Ausbrandzeit des Kohlenstaubes wird die sogenannte Monodimensionale Flamme (flat flame) angewendet. Für die Vorberechnung der Verbrennungsdauer und der Rauchgaszusammensetzung entlang dieser Flamme wird eine vereinfachte Berechnungsmethode, von dem Einzelpartikel ausgehend, gebracht.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 761—768, 1969

C. CRĂCIUNEANU, O. PAVNOTESCU

536.46

ESSAIS SUR LA COMBUSTION DES SCHISTES BITUMINEUX DANS LES CHAUDIERES A VAPEURS

À Hildegrad, dans la région d'Anina, on a trouvé des importants gisements superficiels des schistes bitumineux ayant le pouvoir calorifique de 900—1200 Kcal/kg.

On présente les résultats obtenus sur la combustion de ces schistes dans deux chaudières à charbons pulvérisés, ayant les débits de vapeur de 100 t/h respectivement 70 t/h.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 769—775, 1969

Н. АНТОНЕСКУ, И. РЭДУЛЕСКУ

621.311.22

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ СЖИГАНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ ПЛАМЕН

Исследование сгорания с термической и аэродинамической точек зрения приводит к определению некоторых специфических критериев обмена массы и тепла в зоне соприкосновения свежей смеси с горючими газами.

Изучались в особенности температурное поле и газодинамические и геометрические условия, определяющие стабилизацию пламени.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 773—783, 1969

D. GRECOV, I. IORDACHE, N. VARTOLOMEI

662.611 : 662.95

THE STABILITY OF THE FLAMES IN THE AIR JETS EXPANDING IN A NATURAL GAS STREAM

The previous elaborated physical model of the stability process in jet flames, is developed to obtain the stability of the flames in the air jets expanding in a natural gas stream. The experimental results agree with the theoretical values.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 785—792, 1969

I. NISTOR

662.6/8

DESULPHURIZATION OF JIU-VALLEY COALS, BY CENTRIFUGAL SEPARATION

In view of sulphur content reduction of Jiu-Valley coals, has been made researches on the possibilities offered by raw coal separation, with a size 0—3 mm in a centrifugal field of a heavy liquid.

After the presentation of the theoretical premises, they are passed in review the work conditions and the experimental results.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 793—783, 1969

C. COROIU

L'ÉVOLUTION DE LA STRUCTURE CHIMIQUE DES COMBUSTIBLES PENDANT LE PROCESSUS DE COMBUSTION ET PYROLYSE

On présente l'évolution de la structure chimique des principaux combustibles solides de R.S.R. pendant la combustion et pyrolyse par l'extrapolation pour les charbons énergétiques et dérivés de la méthode physique — statistique d'analyse structurale de Van Krevelen.

Les résultats expérimentaux sont présentés dans le diagramme de type Van Krevelen aussi qu'en forme analytique.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 801—805, 1969

S. FAUR, ST. MANEA, I. MINEA, I. ȘTEFAN, C. A. VASILESCU

BEHAVIOUR OF DIFFERENT TYPES OF DIESEL-OIL IN DIRECT INJECTION ENGINES

As a result of conclusion on purpose the realisation of a high final temperature Diesel-oil, made from paraffine and semiparaffine fractions and lighter, Diesel-oil having a lower cetan nomber, made from nonparaffine.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 807—818, 1969

A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA

LE RÉGIME LIBRE QUASI-STATIONNAIRE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE MONOTONIE DES PARAMÈTRES TRANSITOIRES

On y analyse les solutions générales, à variables séparées, du régime libre des équations du champ électromagnétique quasi-stationnaire, dans un milieu linéaire. On présente des propriétés des valeurs propres et des fonctions propres associées et on en déduit le caractère monotone des courbes de variations dans le temps de des paramètres transitoires des éléments de circuit inductits.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 819—830, 1969

M. POMPĂRLEANU

621.3.014.3:518.12

ÉTUDE SUR UN MODÈLE NUMÉRIQUE DU PROCESSUS TRANSITOIRE DU COURT-CIRCUIT

On développe une méthode exacte de calcul du régime transitoire des courants de court-circuit dans les systèmes électroénergétiques, faisant appel à une représentation sur les components des courants des sources, de même qu'à une méthode opérative d'intégration numérique des équations differentielles intervenantes L'intérêt suscité concerne spécialement le jugement des nouvelles situations intervenues dans le développement des systémes électromagnétiques, de même que pour la reactualisation des méthodes graphiques de calcul de ces courants par des voies numériques applicables sur les calculatrices modernes.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, Nr. 4, p. 831—837, 1969

Х. КРИСТЯ

621.372.6.052

ТРАНСМИТАНСЫ И УЗЛОБЫЕ ФИГИРАТИВНЫЕ КОНЦЕПТЫ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СЕТИ

В работе представляются соображения о получении узловых концептов ЭлектроЭнергетической сети, пользуясь гибридной матрицей (H) параметров сети, полученной при разделении матрицы адмитансов и смены переменных в системе уравнений узловых напряжений. Отделяется от гибридной матрицы матрица трансмитансов (C) Эквивалентной сети в соотношении с изучаемыми узлами. При пользовании матрицей трансмитансов и замещении токов нагрузки двумя компонентами выводятся узловые концепты, в соотношении с анализируемыми узлами оригинальной сети.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, nr. 4, p. 839–846 1969

C. I. MOCANU, I. CSERVENY

621.362: 538.4

BETRACHTUNGEN ZUR AUSLEGUNG EINES MAGNETO-HIDRODINAMISCHEN GENERATORS MIT OFFENEM KREISLAUF

Es werden plasmaphysische, gasdynamische und wärmeübertragungs gesichtspunkte angegeben, die bei der konstruktiven Gestaltung und Berechnung eines MHD-Versuchsgenerators in offenen Kreislauf, der im Institut für Energetik der Akademie der S.R.R. gebaut wird.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, nr. 4, p. 871–877, 1969

A. NICOLAIDE, A. GOGIOIU, M. ŢAŢA

621.311.532.5:538.3

INSTALLATION COMPOSÉE D'UNE POMPE ÉLECTROMAGNÉTIQUE ET D'UN GÉNÉRATEUR MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE

On indique les résultats obtenus sur l'installation réalisée à la Chaire d'Electrotechnique de l'Institut Polytechnique de Braşov.

Les auteurs ont établi des résultats intéressants concernant le calcul et l'utilisation des pompes électromagnétiques : a) on a indiqué d'une manière quantitative l'effet des bobines de compensation sur la courbe de l'induction magnétique dans l'entrefer de la pompe ; b) on a montré l'effet d'écran du canal à parois conducteures ; c) on a établi que la pompe électromagnétique représente un récépteur très asymétrique, même au cas où les bobines de compensation sont connectées, fait particulièrement important mais qui n'a pas été pris en considération dans les travaux connus.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, nr. 4, p. 857–869, 1969

SORIN GHEŢARU

621.5.15

HYPERSTABILITY OF ANTICIPATIVE, AUTONOMOUS, LINEAR, DISCRETE SYSTEMS

By extending the notion of hyperstability in anticipative systems, posibilities of obtaining some larger absolute stability criteria are envisaged.

St. cerc. energ. electr., Tom. 19, nr. 4, p. 847–856, 1969

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI ;

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; desenele pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, şase rînduri ; rezumatele în limba română şi la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

DAN TEODORESCU, **Servomotorul amplificator şi aplicaţiile lui în automatizări** 1968, 300 p., 22 lei.

M. BRAŞOVAN şi E. SERACIN, **Metode noi de proiectare a acţionărilor electrice**, 1968, 238 p., 11 lei.

ŞT. N. SĂVULESCU, **Tranziţia de la scurgerea laminară la cea turbulentă**, 1968, 312 p., 15 lei.

V. V. GHIA, **Recirculaţia gazelor la cuptoare**, 1968, 336 p., 29 lei.

P. DIMO, **Analiza nodală a sistemelor electroenergetice**, 1968, 627 p., 44 lei.

GH. CARTIANU, **Modulaţia de frecvenţă**, 1966, 693 p., 44 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei.

S. HÎNCU, **Modelarea hidraulică în curenţi de aer sub presiune**, 1967, 246 p., 11 lei.

AL. NICA, **Sisteme de lubrificaţie**, 1967, 262 p., 14,50 lei.

GH. VASILCA, OLGA BIŢĂ, **Procese de lubrificaţie, frecare şi uzură la suprafeţele metalice**, 1967, 416 p., 29 lei.

H. PASCAL, **Curgerea nestaţionară a gazelor prin conducte magistrale**, 1967, 273 p., 16 lei.

MIRCEA SOARE, **Aplicarea ecuaţiilor cu diferenţe finite la calculul plăcilor curbe subţiri**, 1968, 623 p., 33 lei.

GH. BUZDUGAN, **Dinamica fundaţiilor de maşini**, 1968, 368 p., 24 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Aplicaţii industriale ale lagărelor cu aer**, 1968, 283 p., 16,50 lei.

1970 FEB 2 8

I.P.I. – c. 3813

43821

Lei 40.—